



Università degli Studi di Napoli “Federico II”
Polo delle Scienze e delle Tecnologie
CENTRO INTERDIPARTIMENTALE DI RICERCA “AMBIENTE” (C.I.R.AM)

Tesi di Dottorato di Ricerca in
*Valutazione e mitigazione del rischio ambientale:
il rischio naturale*

XVIII Ciclo

**LA MITIGAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO MEDIANTE
INTERVENTI STRUTTURALI:
PROBLEMATICHE IDRAULICHE E AMBIENTALI**

Coordinatore

Prof. Geol. Lucio LIRER

Dottorando

Ing. Mario SICA

Tutori

Prof. Ing. Maurizio GIUGNI

Prof. Ing. Francesco DE PAOLA

Anno accademico 2004 - 2005

Sommario

PREMESSA

CAPITOLO 1	LA PREVISIONE DEGLI EVENTI METEORICI	1-1
1.1	GRANDEZZE PLUVIOMETRICHE FONDAMENTALI	1-1
1.2	GLI STRUMENTI DI MISURA	1-2
1.2.1	Strumenti a registrazione meccanica	1-3
1.2.2	Strumenti a registrazione digitale	1-3
1.2.3	Gli errori di misura pluviometrici	1-4
1.2.4	Ubicazione delle stazioni pluviometriche	1-5
1.3	LE RETI DI OSSERVAZIONE	1-6
1.4	I DATI PLUVIOMETRICI	1-7
1.5	L'ELABORAZIONE STATISTICA DEI DATI PLUVIOMETRICI	1-11
1.5.1	L'invarianza statistica di scala	1-11
1.5.2	La dissipazione statistica	1-16
1.6	IL PROGETTO VAPI	1-19
1.6.1	La distribuzione di probabilità CPE	1-20
1.6.2	La distribuzione di probabilità TCEV	1-20
CAPITOLO 2	I PROCESSI DI TRASFORMAZIONE DEGLI AFFLUSSI METEORICI AL SUOLO	2-1
2.1	L'INTERCEZIONE	2-2
2.1.1	La modellazione dell'intercezione	2-3
2.2	L'INFILTRAZIONE	2-7
2.2.1	L'equazione di Richards e i modelli semplificativi per la sua risoluzione	2-9
2.2.2	La rappresentazione delle curve d'infiltrazione	2-16
2.2.4	La misura dei parametri idraulici di un suolo	2-18
2.3	L'IMMAGAZZINAMENTO SUPERFICIALE	2-23
2.3.1	La valutazione dello storage idrico superficiale	2-24
2.4	L'EVAPORAZIONE	2-28
2.4.1	I processi di evaporazione da superfici liquide indefinite	2-28
2.4.2	Il metodo del bilancio energetico	2-32
2.4.3	Il metodo aerodinamico	2-34
2.4.4	Il metodo di Penman	2-36



2.4.5 L'evaporazione potenziale ed effettiva	2-37
2.5 IL DEFLUSSO SUPERFICIALE	2-40
2.5.1 Il coefficiente d'afflusso	2-43
2.5.2 Il Curve Number	2-45

CAPITOLO 3	IL BACINO IDROGRAFICO	3-1
-------------------	------------------------------	------------

CAPITOLO 4	LA PREVISIONE DELLE PIENE MEDIANTE L'ANALISI STATISTICA DELLE MISURE DI PORTATA	4-1
4.1	LA MISURA DEI TIRANTI E DELLE PORTATE	4-1
4.2	I DATI IDROMETRICI E DI PORTATA	4-7
4.3	L'ELABORAZIONE STATISTICA DELLE MISURE IDROMETRICHE E DI PORTATA PER LA PREVISIONE DELLE PIENE	4-11
4.3.1	Analisi statistiche locali	4-12
4.3.2	Analisi statistiche regionali	4-13
4.3.3	Portate massime giornaliere e portate al colmo	4-16
4.3.4	La previsione dei pletogrammi di piena	4-18

CAPITOLO 5	LA TRASFORMAZIONE DEGLI AFFLUSSI METEORICI IN DEFLUSSI DI PIENA	5-1
-------------------	--	------------

5.1	CLASSIFICAZIONE DEI MODELLI MATEMATICI DI TRASFORMAZIONE	5-2
5.2	I MODELLI SINTETICI DI PIENA	5-5
5.2.1	Il metodo di Sherman	5-5
5.2.2	Il metodo della curva S	5-5
5.2.3	Il metodo dei minimi quadrati	5-6
5.3	I MODELLI CONCETTUALI DI PIENA	5-8
5.3.1	Il metodo cinematico o della corrivazione	5-8
5.3.2	Il metodo di Giandotti	5-11
5.3.3	Il metodo dell'invaso	5-12
5.3.4	Il metodo di Clark	5-16
5.3.5	Il metodo di Nash	5-17
5.3.6	Il metodo geomorfologico	5-19
5.3.6	La stima dei parametri di un modello concettuale mediante il metodo dei momenti	5-20

CAPITOLO 6	GLI INTERVENTI DI MITIGAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO: CONCETTI DI BASE	6-1
-------------------	--	------------

6.1	L'IDENTIFICAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO	6-1
6.2	LA VALUTAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO	6-2
6.2.1	La valutazione delle piene tramite l'analisi statistica delle misure di portata.	6-3
6.2.2	La valutazione delle piene mediante i metodi concettuali di trasformazione degli afflussi in deflussi.	6-4
6.2.3	La valutazione delle piene mediante i metodi geomorfoclimatici	6-5
6.2.4	La simulazione continua	6-6
6.2.5	La valutazione delle aree inondabili	6-7
6.3	LA MITIGAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO	6-10



6.4	IL MONITORAGGIO IDROPLUVIOMETRICO E IDROLOGICO PER IL PREANNUNCIO DELLE PIENE	6-10
6.4.1	Il monitoraggio idropluviometrico	6-11
6.4.2	Il monitoraggio idrologico	6-17
6.5	LE NORME D'USO DEL TERRITORIO	6-21
6.6	LE SISTEMAZIONI VEGETALI	6-22
6.7	ARGINATURE E RICALIBATURE	6-26
6.8	DIVERSIVI E SCOLMATORI	6-28
6.9	OPERE DI RITENUTA	6-29
CAPITOLO 7 LE ARGINATURE		7-1
7.1	MATERIALE COSTRUTTIVO DELLE ARGINATURE	7-3
7.2	PROGETTAZIONE DELLE ARGINATURE	7-5
7.2.3	Progettazione preliminare	7-6
7.2.3	Progettazione definitiva	7-7
7.2.3	Progettazione esecutiva	7-19
7.3	I MOTI DI FILTRAZIONE NELLE ARGINATURE	7-21
7.3.1	Ipotesi di moto di filtrazione stazionario	7-21
7.3.2	Ipotesi di moto vario di filtrazione	7-23
7.3	POSA IN OPERA	7-26
CAPITOLO 8 I DIVERSIVI E GLI SCOLMATORI DI PIENA		8-1
8.1	I DIVERSIVI	8-1
8.1.1	I diversivi laterali	8-1
8.1.2	I diversivi frontali	8-7
8.1.3	I diversivi di fondo valle: l'uso delle traverse fluviali	8-10
8.1.4	I diversivi a salto	8-13
8.2	GLI SCOLMATORI DI PIENA	8-14
8.2.1	Le soglie sfioranti	8-14
8.2.2	I sifoni autolivellanti	8-53
8.3	LA DISSIPAZIONE DELL'ENERGIA	8-55
8.3.1	La dissipazione forzata dell'energia	8-58
CAPITOLO 9 LE CASSE D'ESPANSIONE		9-1
9.1	GRANDEZZE CARATTERISTICHE DI UNA CASSA D'ESPANSIONE	9-2
9.2	LE CASSE D'ESPANSIONE IN LINEA	9-2
9.2.1	Scelta della tipologia di scarico e criteri di dimensionamento	9-9
9.2.2	Validazione dell'ipotesi di invaso statico su un modello sperimentale di cassa di espansione in linea	9-13
9.3	LE CASSE D'ESPANSIONE IN DERIVAZIONE	9-23
9.4	SISTEMI COMPLESSI DI LAMINAZIONE	9-29
9.5	IL PLETOGRAMMA DI PROGETTO	9-34
9.6	OPERE IDRAULICHE ACCESSORIE A SERVIZIO DELLE CASSE D'ESPANSIONE	9-49

**9.7 ELEMENTI DI PIANIFICAZIONE, PROGETTAZIONE E GESTIONE DELLE CASSE****D'ESPANSIONE**

9-54

9.8 L'USO POLIVALENTE DELLE CASSE D'ESPANSIONE: LE AREE UMIDE

9-57

9.8.1 La sostanze presenti nelle zone umide

9-59

9.8.2 La progettazione delle aree umide

9-63

9.8.3 La vegetazione delle aree umide

9-73

9.8.4 Il monitoraggio e la gestione della aree umide

9-75

9.8.5 Impatti negativi delle aree umide sull'ambiente naturale esistente

9-77

APPENDICE

A)	FONDAMENTI DI ANALISI ESPLORATIVA DEI DATI	A-1
A.1	ANALISI GRAFICA DEI DATI	A-2
A.1.1	Il diagramma sequenziale (Run-Sequence Plot)	A-2
A.1.2	Il diagramma di ritardo (Lag Plot)	A-2
A.1.3	L'istogramma	A-3
A.2	I MOMENTI DELLE SERIE DI DATI	A-6
A.2.1	La valutazione della posizione fissa dei modelli univariati	A-7
A.2.2	La dispersione nei modelli univariati	A-7
A.2.3	Relazioni tra i momenti	A-8
A.3	DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ	A-8
A.3.1	Il concetto di probabilità	A-9
A.3.2	La distribuzione normale	A-10
A.3.3	La distribuzione uniforme	A-11
A.3.4	La distribuzione t-Student	A-12
A.3.5	La distribuzione X^2	A-13
A.3.6	La distribuzione F	A-14
A.3.7	La distribuzione di Weibull	A-15
A.3.8	La distribuzione Lognormale	A-16
A.3.9	La distribuzione del valore estremo di primo tipo	A-18
A.3.10	La distribuzione di Poisson	A-19
A.3.11	La distribuzione Gamma	A-20
A.4	L'INFERENZA STATISTICA	A-21
A.4.1	Stima dei parametri di una distribuzione	A-21
A.4.2	I test di adattamento	A-23
A.4.3	La stima dei parametri di una popolazione	A-26
A.5	FONDAMENTI DI GEOSTATISTICA	A-27
A.6	VARIABILI ALEATORIE DIPENDENTI	A-29
B)	MISURE ED ERRORI DI MISURA	B-1
C)	TIPOLOGIE DI PLUVIOMETRI	C-1
C.1	PLUVIOMETRI NON REGISTRATORI	C-1



C.1.1 Pluviometri standard	C-1
C.1.2 I Pluviometri totalizzatori	C-2
C.1.3 Metodi di misura	C-2
C.2 PLUVIOMETRI REGISTRATORI	C-3
C.2.1 Pluviometri a pesata	C-3
C.2.3 Pluviometri a galleggiante	C-3
C.2.4 Pluviometri a vaschette basculanti	C-4
C.2.5 Pluviografi registratori dell'intensità di pioggia	C-5
C.2.6 Metodi di registrazione	C-5
 D) I TERRENI: CARATTERIZZAZIONE FISICA E IDRODINAMICA	 D-1
D.1 LA DINAMICA DELL'ACQUA NEI TERRENI	D-2
D.2 IL MOTO DI FILTRAZIONE E LA LEGGE DI DARCY	D-4
 E) FONDAMENTI DI TERMOIGROMETRIA	 E-1
E.1 GLI IGROMETRI	E-4
 F) IDRAULICA FLUVIALE IN ALVEI A SEZIONE STAZIONARIA	 F-1
F.1 L'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ PER CORRENTI FLUVIALI	F-5
F.2 L'EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA PER CORRENTI A PELO LIBERO.	F-7
F.3 LE PERDITE DI CARICO	F-12
F.4 IL MOTO PERMANENTE E IL MOTO UNIFORME	F-18
F.4.1 Tracciamento dei profili di moto permanente	F-19
F.4.2 Il profilo delle correnti permanenti nei corsi d'acqua naturali	F-23
F.4.3 Passaggi attraverso lo stato critico	F-26
F.4.4 Il risalto idraulico	F-26
F.4.5 Paratoia in alveo cilindrico a debole pendenza	F-28
F.4.6 Paratoia in alveo cilindrico a forte pendenza	F-29
F.4.7 Diminuzione improvvisa di pendenza con superamento dello stato critico.	F-29
F.4.8 Cambiamenti di regime di correnti uniformi senza il passaggio attraverso lo stato critico.	F-30
F.4.9 Passaggio di una corrente sopra una soglia di fondo.	F-31
F.4.10 Passaggio di una corrente tra le pile di un ponte (sezione ridotta).	F-32
F.5 LA SCALA DI DEFLUSSO	F-37
F.5.1 Il metodo degli sforzi tangenziali	F-38
F.5.2 Il metodo di Lotter-Engelund	F-39
F.6 DISTRIBUZIONE DELLA VELOCITÀ	F-40
F.6.1 La distribuzione della velocità nel moto laminare uniforme	F-40
F.6.2 La distribuzione della velocità nel moto turbolento uniforme	F-43
F.7 L'EQUAZIONE GLOBALE DELLA DINAMICA APPLICATA ALLE CORRENTI FLUVIALI	F-52
F.8 LE ONDE E LA LORO CELERITÀ DI PROPAGAZIONE	F-54
F.9 ANALISI MATEMATICA DELLE ONDE DI PIENA.	F-56
F.9.1 Metodi basati sulle differenze finite	F-56
F.9.2 Curve caratteristiche	F-60



F.10 APPROCCI SEMPLIFICATIVI PER L'ANALISI MATEMATICA DELLE ONDE DI PIENA.	F-65
F.10.1 Modello cinematico	F-65
F.10.2 Modello diffusivo	F-69
F.11 SCELTA DEL MODELLO DI PROPAGAZIONE E TARATURA	F-77

G) TIPOLOGIE DI IDROMETROGRAFI	G-1
G.1 IDROMETROGRAFI MECCANICI	G-1
G.1.1 Idrometrografi a galleggiante	G-1
G.1.2 Idrometrografi a bolle	G-2
G.1.3 Idrometrografi pneumatici	G-2
G.1.4 Idrometrografi a depressione	G-3
G.2 IDROMETROGRAFI ELETTRONICI	G-3
G.2.1 Idrometrografi capacitivi	G-3
G.2.2 Idrometrografi resistivi	G-4
G.2.3 Idrometrografi acustici a ultrasuoni	G-5
G.2.4 Idrometrografi a cella di pressione resistiva	G-5
G.2.5 Idrometrografi a cella di pressione capacitiva	G-6
G.2.6 Idrometrografi a cella piezoelettrica	G-6

H) TIPOLOGIE DI MISURATORI DI VELOCITÀ PUNTUALE	H-1
H.1 MISURATORI DI VELOCITÀ MECCANICI	H-1
H.1.1 Mulinelli	H-1
H.2 MISURATORI DI VELOCITÀ ELETTRONICI	H-3
H.2.1 Tubo di Pitot con celle di pressione	H-3
H.2.2 Anemometro a film caldo	H-4
H.2.3 Anemometro laser	H-4
H.2.4 Velocimetro acustico doppler	H-5

I) FONDAMENTI DI MODELLAZIONE MATEMATICA	I-1
I.1 LA FUNZIONE DI TRANSIZIONE DI STATO	I-2
I.2 LA FUNZIONE D'USCITA	I-3
I.3 CARATTERISTICHE FONDAMENTALI DEI SISTEMI	I-4
I.3.1 Stati e uscite di equilibrio	I-4
I.3.2 La raggiungibilità	I-5
I.3.3 Stati indistinguibili	I-5
I.4 INTERCONNESSIONE DI SISTEMI	I-5
I.4.1 Interconnessione in parallelo	I-6
I.4.2 Interconnessione in serie	I-6
I.4.3 Interconnessione in retroazione	I-7
I.5 CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI	I-8
I.5.1 Sistemi tempo invarianti	I-8
I.5.2 Sistemi tempo continui	I-8
I.6 GLI AUTOMI	I-8
I.7. SISTEMI DINAMICI A DIMENSIONI FINITE REGOLARI LINEARI TEMPO-CONTINUI	I-10



I.7.1 Sistemi dinamici a dimensioni finite	I-10
I.7.2 Sistemi dinamici regolari	I-11
I.7.3 Sistemi lineari	I-11
I.7.4 La formula di Lagrange	I-13
I.7.5 Sistemi dinamici a dimensioni finite, regolari, lineari, tempo invarianti.	I-16
I.8 L'INTEGRALE DI CONVOLUZIONE	I-23
J) FONDAMENTI DI FORONOMIA	J-1
J.1 LUCI A BATTENTE	J-1
J.2 LUCI A STRAMAZZO	J-5
BIBLIOGRAFIA	

Premessa

Il problema del rischio idrogeologico sta sempre più emergendo in Italia per via della maggiore frequenza di catastrofi naturali connesse a fenomeni di alluvionamento e di instabilità dei versanti. Di qui la necessità di tutelare servizi e strutture di complessità maggiore, nonché attività antropiche sempre più redditizie e organizzate, la cui vulnerabilità nei confronti degli eventi idrogeologici è in continuo aumento.

Il presente lavoro espone i risultati delle attività di dottorato di ricerca sulla “Valutazione e Mitigazione del Rischio Ambientale”, in riferimento ad un particolare fattore di rischio naturale: quello idraulico.

La ricerca è stata articolata principalmente secondo tre attività:

- 1) l’approfondimento delle tematiche del rischio idraulico;
- 2) la modellazione numerica dei fenomeni idraulici indotti da soglie di sfioro laterali;
- 3) la verifica sperimentale dell’ipotesi d’invaso statico per le casse d’espansione in linea, su un’installazione realizzata nel Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale “Girolamo Ippolito” dell’Università di Napoli “Federico II”.

La monografia espone inizialmente i principali modelli sintetici e concettuali proposti da vari autori per descrivere le dinamiche dei diversi fenomeni naturali connessi al rischio idraulico (Capp.1-5). Tale rassegna è il frutto di un’estesa ricerca bibliografica sulle problematiche correlate alla previsione degli eventi meteorici, ai processi di trasformazione degli afflussi al suolo, alla previsione delle piene mediante l’analisi statistica delle misure di portata e alla trasformazione degli afflussi in deflussi di piena.

Sono illustrate, poi, le tecniche di mitigazione del rischio idraulico, con particolare riferimento ad alcune tipologie di interventi strutturali passivi e attivi: le arginature, i diversivi, gli scolmatori di piena e le casse d’espansione (Capp.6-9).

Per quanto riguarda gli scolmatori di piena sono riportati i risultati di alcuni studi svolti mediante la modellazione numerica implementata con il ben noto codice di calcolo *HEC-RAS*. Viene illustrato un primo studio sull’influenza della forma dell’onda di piena nei confronti del rendimento di una soglia di sfioro laterale. Viene, inoltre, sviluppata l’analisi dell’influenza della geometria di un sistema di sfioro laterale sul relativo funzionamento idraulico, confrontando i rendimenti di soglie disposte in serie e in parallelo e di soglie a sezione orizzontale e a sezione obliqua. Le conclusioni si riflettono ovviamente in modo significativo anche sull’analisi del funzionamento idraulico delle casse d’espansione in derivazione.

Per quanto riguarda gli interventi di laminazione delle piene nei tratti fluviali di fondo valle, sono presentate le problematiche connesse ad un particolare procedimento di calcolo speditivo per il dimensionamento e la verifica delle casse d’espansione in linea. Tale procedimento, di notevole semplicità applicativa, si fonda sull’ipotesi che l’invaso delle casse in linea avvenga in maniera statica, ovvero in assenza di moto (ipotesi zero-



dimensionale). Tale procedura trova applicazione anche nel caso degli invasi di regolazione/laminazione montani, dove le pendenze fluviali sono particolarmente elevate, i rigurgiti dovuti alle opere di sbarramento sono pressoché trascurabili e i volumi di ritenuta hanno una geometria caratterizzata da uno sviluppo verticale prevalente o quantomeno dello stesso ordine di grandezza rispetto a quello orizzontale. Nel caso delle casse d'espansione in linea, invece, l'ipotesi zero dimensionale diventa meno aderente alla reale dinamica di invaso: infatti le pendenze in gioco sono in genere molto modeste, i rigurgiti si risentono a distanze certamente non trascurabili e i volumi di ritenuta hanno una geometria caratterizzata da uno sviluppo verticale di diversi ordini di grandezza inferiore allo sviluppo orizzontale. In tali condizioni l'ipotesi di invaso statico potrebbe non essere più valida, rendendo, quindi, necessario il ricorso alla modellazione monodimensionale, per tenere conto del rigurgito a monte, e alla modellazione bidimensionale, per tenere conto delle pendenze che il pelo libero della corrente assume in direzione trasversale al moto durante il riempimento e lo svuotamento della cassa. Le differenze di quota del pelo libero nella cassa, infatti, non sono più trascurabili, come per gli invasi montani, rispetto al tirante idrico medio.

Sulla scorta di tali premesse è stato realizzato, presso il Laboratorio di Idraulica del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università di Napoli Federico II, un modello sperimentale di una cassa d'espansione in linea. L'installazione ha consentito l'esecuzione di una nutrita serie di test sperimentali, nel corso dei quali sono state fatte variare le caratteristiche dell'onda di piena. L'analisi dei dati sperimentali e il loro confronto con i risultati ottenuti per via numerica applicando l'ipotesi d'invaso statico, ha consentito di pervenire ad interessanti osservazioni sulla validità e sulla conservatività dell'ipotesi zero dimensionale.

Poiché, infine, le casse d'espansione risultano, tra tutti gli interventi di mitigazione del rischio idraulico, le più versatili e adatte a svolgere funzioni plurime (soprattutto di carattere naturalistico e paesaggistico), si è discusso dei loro possibili impieghi ambientali, con particolare riferimento alla costruzione e ricostruzione di aree umide.

Capitolo 1

La previsione degli eventi meteorici

La previsione degli eventi meteorici necessita di conoscenze nei settori della meteorologia e dell'idrologia.

La prima considera le piogge, insieme ai venti, l'effetto di una determinata trasformazione di parametri fisici atmosferici, ovvero di una particolare trasformazione termodinamica. Gli studi sulla previsione delle trasformazioni termodinamiche atmosferiche è finalizzata alla previsione degli eventi meteorici, tramite la modellazione matematica.

In idrologia, invece, le piogge sono analizzate come causa di innesco dei fenomeni di formazione dell'afflusso meteorico al suolo. Nell'ambito del rischio idraulico interessa prevedere, a partire dagli afflussi meteorici, la frazione che alimenta gli impluvi naturali, i canali e gli alvei e che può innescare fenomeni di esondazione. All'uopo, attraverso la misurazione di alcune grandezze caratteristiche degli eventi meteorici, e grazie all'analisi statistica, è possibile estrapolare leggi matematiche in grado di fornire un livello di controllo sul fenomeno delle piogge sufficiente alle applicazioni di protezione idraulica del territorio.

L'approccio idrologico delle piogge si basa su tre fasi principali:

1. la misurazione dei dati precisa e omogenea;
2. l'analisi esplorativa dei dati di tipo statistico – analitico;
3. l'interpretazione statistico – analitica con conseguente determinazione delle leggi matematiche di controllo.

1.1 Grandezze pluviometriche fondamentali

La grandezza fisica che caratterizza una meteora è l'**intensità di pioggia (i)**. Questa rappresenta la portata di pioggia per unità di superficie.

La sua dimensione fisica è:

$$i = \left[\frac{\text{volume}}{\text{tempo} \cdot \text{superficie}} \right] = \left[\frac{\text{lunghezza}}{\text{tempo}} \right] = [\text{velocità}]$$



L'unità di misura dell'intensità di pioggia è in genere il mm/h .

Questa grandezza varia notevolmente nel corso del tempo di osservazione o di riferimento T , e in particolare modo durante il singolo evento meteorico (di durata t).

$$i = i(T)$$

$$i = i(t)$$

Una grandezza fisica caratterizzante anch'essa una meteora e derivante dall'intensità di pioggia è l'**altezza di pioggia** (h). Essa rappresenta il volume di pioggia caduto su una superficie in un determinato periodo di tempo, e può essere ricavato matematicamente dall'integrazione dell'intensità di pioggia.

$$h(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} i(\tau) d\tau$$

La dimensione fisica dell'altezza di pioggia è:

$$h = \left[\frac{\frac{\text{volume}}{\text{tempo}}}{\text{superficie}} \cdot \text{tempo} \right] = [\text{lunghezza}]$$

e la sua unità di misura è il mm .

Anche per l'altezza di pioggia si ha:

$$h = h(T)$$

$$h = h(t)$$

1.2 Gli strumenti di misura¹

La misurazione delle grandezze pluviometriche avviene localmente mediante appositi strumenti detti **pluviometri** o **pluviografi**, a seconda che si limitino a misurare le grandezze di pioggia, ovvero a registrarle su un supporto cartaceo o magnetico. Qualora la misurazione avvenga per le precipitazioni nevose, tali strumenti vengono detti **pluvionivometri** o **pluvionivografi**.

I pluviometri sono strumenti costituiti da un bordo ad anello cilindrico retto, aperto in alto, connesso con un imbuto ricevitore, collegato a sua volta ad un recipiente raccoglitore di forma cilindrico-conica, provvisto di un rubinetto al vertice del cono, come rappresentato in figura 1.1.

La bocca del pluviometro può essere posta ad una altezza dal suolo che di solito non è inferiore a 1,5 - 2 metri e comunque deve essere tale da superare la massima altezza prevista per il manto nevoso e l'altezza dei ruscellamenti sul suolo.



Figura 1.1: Sezione schematica di un pluviometro

¹ Per ulteriori informazioni in merito cfr. RUSSO M. ET ALII



L'apertura del pluviometro standard è orizzontale. Per studi idrologici particolari, tuttavia, si utilizza, a volte, un'apertura parallela alla pendenza del terreno.

I pluviometri devono, comunque, essere fissati saldamente al suolo, così che colpi di vento, anche violenti, non alterino le originarie condizioni di installazione.

La quantità di precipitazione raccolta da un pluviometro si misura con l'aiuto di un regolo graduato, per determinarne l'altezza.

Il recipiente per la misurazione della neve, invece, viene asportato dalla stazione, per provocare lo scioglimento al calore e consentire di misurarne il volume liquido, e, quindi, l'altezza dell'acqua di fusione².

La registrazione dei dati misurati (pluviografi e pluvionivografi) può avvenire con diverse modalità, ma è necessario che gli strumenti di misura abbiano le seguenti caratteristiche essenziali:

1. l'affidabilità di funzionamento;
2. la precisione della misura;
3. la semplicità costruttiva;
4. la comodità di impiego e la facilità di taratura e di manutenzione;
5. la robustezza.

Gli strumenti in genere sono realizzati in modo da conservare, per un lungo periodo di funzionamento, buone caratteristiche di precisione, piuttosto che avere una precisione ottima, ma degradante nel tempo. La semplicità d'uso, la taratura e la manutenzione rendono più facili le operazioni di campagna e rendono possibile, a volte, il diretto intervento dell'osservatore locale, per riparare i guasti meno gravi. La robustezza e la continuità di funzionamento degli strumenti sono molto importanti perché, di norma, essi sono esposti, per lungo tempo, alle intemperie.

Sono attualmente disponibili strumenti a registrazione meccanica e strumenti a registrazione digitale.

1.2.1 Strumenti a registrazione meccanica

Gli strumenti a registrazione meccanica sono costituiti da un sistema di leve, che amplifica gli spostamenti di un sensore, e produce lo scorrimento di un pennino inchiostro su una carta diagrammata fissata a un tamburo ruotante, per effetto di un movimento a orologeria. Né la velocità del movimento a orologeria, né la scala della carta diagramma sono normalizzati: essi dipendono dallo strumento specifico. Inoltre, la velocità di rotazione può essere sempre regolata in funzione della scala di tempo adottata per il diagramma.

Tali strumenti devono essere realizzati in modo da ridurre al minimo gli attriti e, in alcuni casi, in modo da funzionare correttamente anche a bassissime temperature.

Il buon funzionamento di uno strumento registratore si può ottenere solo a seguito di frequenti interventi di taratura, mediante il confronto con uno strumento campione.

1.2.2 Strumenti a registrazione digitale

Gli strumenti a registrazione digitale sono in grado di misurare, visualizzare, registrare e trasmettere i dati in forma digitale. Essi sono costituiti da un sensore, che trasforma le variazioni della grandezza misurata in variazioni di un segnale elettrico. Vi è poi un sistema di controllo, basato su un microprocessore, che acquisisce i segnali provenienti dal sensore a intervalli prestabiliti e converte la grandezza elettrica di tipo continuo (analogico) in forma numerica binaria (digitale). I dati misurati vengono memorizzati ed eventualmente visualizzati o te-

² Per approfondire le conoscenze sui pluviometri più utilizzati leggere il capitolo C in Appendice.



letrasmessi a un centro operativo. L'energia necessaria al funzionamento dell'intero apparato proviene da un sistema di alimentazione che è parte integrante dello strumento di registrazione.

Gli strumenti a registrazione digitale possono essere dotati anche di più sensori, ognuno dedicato al tipo di grandezza meteorologica da misurare (altezza di pioggia, temperatura, velocità e direzione del vento, ecc.).

È importante assicurarsi della completa adattabilità dei sensori prescelti alle severe condizioni ambientali a cui possono essere sottoposti durante il loro funzionamento.

1.2.3 Gli errori di misura pluviometrici³

Le misure di precipitazione sono soggette, in misura notevole, ad errori sia casuali che sistematici.

L'**errore sistematico** è determinato da diverse concause. La più rilevante deriva dall'accelerazione, verticale ed orizzontale, del vento in corrispondenza del pluviometro, che devia la traiettoria delle più piccole gocce d'acqua (*effetto splash*). Ne deriva che la quantità d'acqua raccolta è minore della quantità d'acqua che effettivamente cade al suolo. Ulteriori cause di errore sistematico sono l'acqua trattenuta dalle pareti interne del pluviometro, dell'imbuto raccogliitore o del serbatoio di raccolta; l'evaporazione di una parte dell'acqua raccolta nel serbatoio; le gocce che entrano, o escono, dal pluviometro, sotto forma di schizzi; la neve accumulata dal vento sopra o dentro il pluviometro.

Tra le più frequenti cause degli **errori casuali** si possono ricordare l'ingresso di acqua non derivante da precipitazioni nel pluviometro, o perdite dello stesso; la parziale o totale occlusione del ricevitore per accumulo di foglie o altro; i diversi errori d'osservazione; la deformazione del serbatoio del pluviometro, con conseguente alterazione della forma cilindrica originaria; la posizione non esattamente orizzontale della bocca del pluviometro.

Gli errori casuali aumentano quando i pluviometri non sono registratori, perché la lettura può avvenire mediante un regolo graduato poco preciso, o perché la lettura può avvenire dopo il travaso nel recipiente di misura e, durante il versamento, si ha la perdita di parte dell'acqua raccolta nel serbatoio del pluviometro.

L'entità degli errori casuali può essere ridotta verificando frequentemente e regolarmente il pluviometro ed i valori da esso misurati, e curando attentamente la manutenzione dello strumento.

Le componenti dell'errore sistematico sono strettamente dipendenti dal metodo di misura delle precipitazioni, e le loro ampiezze variano in funzione delle caratteristiche della strumentazione e delle condizioni meteorologiche. Ne deriva che tali componenti non sono costanti né per diversi strumenti, né, per uno stesso strumento, per diversi eventi di pioggia. Ad ogni modo esistono diverse soluzioni tecniche, valide per ridurre, senza però annullare l'errore sistematico.

Le perdite per evaporazione possono essere diminuite aggiungendo dell'olio nel pluviometro, o coprendo quest'ultimo in modo tale che rimanga esposta all'aria solo una piccola superficie d'acqua, che la ventilazione sia ridotta al minimo e che la temperatura all'interno del pluviometro sia mantenuta la più bassa possibile. Le pareti esterne dovranno essere bianche per diminuire il riscaldamento, e, quindi, le perdite per evaporazione.

Le perdite per acqua aderente alle pareti del pluviometro possono essere ridotte utilizzando pluviometri con pareti interne molto lisce, che offrano scarsa possibilità di aderenza all'acqua. Le pareti interne del pluviometro non dovranno essere tinteggiate poiché le screpolature che, col tempo, inevitabilmente si produrrebbero nella vernice, aumenterebbero le perdite per aderenza di acqua sulle pareti.

³ Propedeutico alla lettura di questo sottoparagrafo è il capitolo B in appendice sulle *misure e gli errori di misura*.



Le quantità giornaliere di precipitazione devono essere lette con l'approssimazione di 0.2 mm, o anche, se possibile, di 0.1 mm circa. Le quantità mensili sono lette con l'approssimazione di 1 mm circa. Le misure giornaliere devono essere effettuate sempre alla stessa ora.

L'errore di lettura accettato del pluviometro è però irrisorio rispetto all'errore di misurazione dei pluviometri correntemente usati, che varia tra il 3 e il 30% in meno (e percentuali ancora più alte in caso di precipitazioni solide), rispetto alla precipitazione che raggiunge effettivamente il suolo.

La correzione non può, comunque, fornire risultati esatti, ed anzi, a volte, aggrava l'errore iniziale. I dati originari dovrebbero essere, in ogni caso, conservati come archivio di base, sia per garantire la continuità delle rilevazioni, sia perché essi costituiranno il campione di riferimento, se mai divenisse possibile individuare un miglior metodo di correzione.

Indicando con: P_k = quantità di precipitazione corretta;
 k = fattore di correzione per deformazione del campo di vento;
 P_c = quantità di precipitazione raccolta dal pluviometro;
 P_g = quantità di precipitazione misurata dal pluviometro;
 ΔP_1 = correzione relativa alle perdite per bagnatura delle pareti interne del recipiente;
 ΔP_2 = correzione relativa alle perdite per bagnatura all'atto della vuotatura del recipiente;
 ΔP_3 = correzione relativa alle perdite per evaporazione dal recipiente;

si ha:

$$P_k = k \cdot P_c = k \cdot (P_g + \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3)$$

In generale, i dati supplementari necessari per effettuare correzioni di questo tipo comprendono la velocità del vento al livello dell'imbocco del pluviometro durante la precipitazione, la dimensione delle gocce, l'intensità di precipitazione, la temperatura e l'umidità dell'aria e, infine, le caratteristiche del sito d'impianto del pluviometro. Per correggere i dati quotidiani, è necessario ricavare le grandezze appena citate dalle abituali osservazioni meteorologiche effettuate nello stesso sito. Laddove queste grandezze non sono rilevate, si può ricorrere all'interpolazione, a partire da altre osservazioni effettuate in siti vicini; tale prassi va, comunque, applicata con prudenza e generalmente è eseguita su misure mensili.

1.2.4 Ubicazione delle stazioni pluviometriche

Nella scelta del sito è necessario tenere conto della possibilità che l'installazione dello strumento misuratore determini deformazioni del campo di vento al di sopra dei pluviometri.

Si riporta di seguito una tabella indicante la relazione tra velocità del vento e sottostima della misura dell'altezza delle precipitazioni.

Velocità del vento (Km/h)	Sottostima della misura (%)
0	0
10	8
20	21
30	32
40	41
60	47
80	50

Tabella 1.1: Sottostima della misura di h in funzione della velocità del vento.



La turbolenza al di sopra del pluviometro può essere ridotta scegliendo un sito riparato, purché non lo sia a tal punto da ridurre la quantità di precipitazioni raccolte dallo strumento.

Di ogni stazione è necessario conoscere le **coordinate geografiche**, l'**altezza** del sensore e l'**elevazione** del punto in cui è ubicata la stazione. La somma dell'altezza con l'elevazione dà la **quota** della stazione.

1.3 Le reti di osservazione

Una rete di rilevamento meteorologica è costituita dalla distribuzione, su un certo territorio, di installazioni fisse e temporanee, che vengono utilizzate per la misura dei valori locali. Gli aspetti da curare perché la rete di osservazione sia il più efficiente possibile sono: la densità, la tipologia, la progettazione, la ristrutturazione, la precisione delle osservazioni.

Il grado di copertura spaziale delle stazioni (**densità della rete d'osservazione**) incide notevolmente sulla precisione delle osservazioni meteorologiche, che variano nel tempo e nello spazio. È ovvio che, per accrescere l'esattezza delle osservazioni, bisogna realizzare reti più fitte, le quali, però, richiedono anche maggiori oneri economici di installazione e di gestione. Risulta importante, quindi, individuare il giusto compromesso.

La realizzazione di una rete meteorologica dipende dal livello di informazione che si vuole gestire. Si può ricorrere a **reti di base**, per grandi aree geografiche e per analisi di lungo periodo (stagionale, annuale); ci sono le **reti subregionali**, per le analisi territoriali più particolari e su scala temporale mensile o del singolo evento; vi sono, infine, le **reti locali**, realizzate per avere un dettaglio temporale molto elevato, addirittura inferiore al singolo evento meteorico.

La progettazione di una rete deve prendere in considerazione gli obiettivi da conseguire. Qualora questi siano limitati alla sola valutazione e gestione spaziale molto ampia, si può prevedere una rete di base; qualora sia necessario analizzare la distribuzione stagionale della disponibilità idrica, per definire strategie di utilizzo dell'acqua nel corso dell'anno, diventa necessario progettare una rete subregionale; nell'ipotesi in cui, infine, sia indispensabile disporre di informazioni sulla dinamica dei singoli eventi meteorologici, si deve ricorrere alla progettazione di una rete locale.

Il valore della densità media della rete viene determinata sulla base del "budget" finanziario globale da destinare all'installazione e alla gestione della rete, e sulla base delle possibilità di gestione del sistema di misura. È ovvio che la densità della rete pluviometrica d'osservazione influenza la precisione delle misure e dipende dalla variabilità naturale delle altezze di pioggia: più questa variabilità è grande, maggiore deve essere la densità della rete di osservazione. Questa variabilità è maggiore in zone montuose o dove sono più frequenti i rovesci temporaleschi.

La disposizione topologica a maglie quadrate è quella che meglio consente di ricostruire la distribuzione spaziale di una grandezza di interesse.

Dal valore di densità si determina la lunghezza del lato del reticolo a maglie quadrate che si assume come **interdistanza di progetto delle stazioni**.

In generale la densità può variare da un apparecchio ogni 100 km² per le zone di pianura fino ad un apparecchio ogni 50 km² per le zone di montagna.

Nella valutazione dei costi occorre considerare che le stazioni di montagna devono essere riscaldate per consentire la misura dell'equivalente in acqua delle precipitazioni nevose e che è opportuno corredare dette sta-



zioni di nivometri e termometri da neve in modo da avere le informazioni fondamentali sullo spessore e la consistenza del manto nevoso.

A volte, per ammodernare la strumentazione o per integrare la copertura spaziale, accade di dover decidere se ristrutturare una rete esistente o realizzarne una nuova. Considerato che la durata temporale delle osservazioni è un requisito fondamentale e prezioso per la valutazione delle grandezze meteorologiche, si suggerisce sempre di ristrutturare una rete esistente (aggiungendo ulteriori pluviometri e pluviografi e/o sostituendo quelli esistenti), piuttosto che costruirne una nuova.

1.4 I dati pluviometrici

La semplice registrazione dei dati pluviometrici è insufficiente per eseguire particolari applicazioni idrologiche. Occorre, infatti, compiere elaborazioni per ricavare quelle informazioni di sintesi, da cui partire per determinare i modelli matematici di simulazione.

Una prima rappresentazione grafica dei dati può essere particolarmente indicativa.

La curva che rappresenta le altezze totali di pioggia registrate a partire da un istante iniziale prende il nome di **curva integrale delle precipitazioni** (figura 1.2)

La curva che rappresenta le intensità di pioggia registrate a partire da un istante iniziale prende il nome di **pluviogramma** o **ietogramma** (figura 1.3).

Il pluviogramma è la curva derivata della curva integrale delle precipitazioni.

Un modo più conveniente di trattare e diagrammare i dati di pioggia è quello di considerare le precipitazioni costituite da tanti scrosci di uguale durata, per i quali si pone l'intensità di pioggia costante, pari al valore medio registrato per ogni scroscio. In questo modo si ottiene il **pluviogramma a scrosci**, che in figura 1.4 è caratterizzato da scrosci orari).

Il Servizio Idrografico e Mareografico Nazionale (SIMN) ha organizzato i dati pluviometrici registrati con le proprie reti di misurazione, secondo sei tabelle, che vengono pubblicate annualmente per ogni stazione di misura, nella Parte I degli "Annali Idrologici".

Una prima tabella riporta, per ogni stazione pluviometrica, la quantità di pioggia caduta giornalmente e i totali mensili e annui della precipitazione, nonché il numero dei giorni piovosi. Per le stazioni dotate di apparecchiatura a lettura diretta, le osservazioni vengono eseguite ogni giorno, generalmente alle ore 9, e il risultato viene attribuito al giorno stesso della misura. Il valore segnato rappresenta la quantità di precipitazione caduta nelle ventiquattr'ore che hanno preceduto la misura. Per le stazioni dotate di pluviografo si riporta, per ogni giorno, la quantità di pioggia, che dal diagramma risulta caduto nelle ventiquattr'ore comprese tra le ore 9 del giorno precedente e le ore 9 del giorno a cui è riferita la misurazione.

Una seconda tabella riporta i totali mensili e annui delle quantità di precipitazione registrate dalle stazioni.

Una terza tabella riporta, solo per le stazioni dotate di pluviografo, i dati relativi ai valori più elevati delle precipitazioni registrate nell'anno per 1, 3, 6, 12 e 24 ore consecutive, appartenenti o meno allo stesso giorno. Sono considerate le precipitazioni iniziate dopo le ore 0:00 del 1° gennaio e quelle eventualmente terminate dopo le ore 24:00 del 31 dicembre. I dati riportati in tale tabella si ottengono fissando la durata t dell'intervallo di



tempo in cui si vuole determinare la massima altezza di pioggia registrata (i valori utilizzati di t sono 1, 3, 6, 12, 24 ore). Si considera il pluviogramma che ha sull'ascissa il tempo (τ) e sull'ordinata l'intensità di pioggia (i). Si fa scorrere una finestra temporale mobile di ampiezza t sull'asse dei tempi e si valuta l'area sottesa alla curva $i(\tau)$, nell'intervallo temporale $[\tau_0; \tau_0+t]$. Tale area rappresenta l'integrale della funzione $i(\tau)$ nell'intervallo temporale $[\tau_0; \tau_0+t]$ e fisicamente rappresenta l'altezza di pioggia complessivamente caduta nell'intervallo di tempo $[\tau_0; \tau_0+t]$. Per ogni anno viene individuato il valore di τ_0 a cui si riferisce la massima altezza di pioggia annuale (il massimo integrale misurato). Tale altezza di pioggia è la massima registrata in un intervallo temporale t , nell'arco di un anno di osservazioni.

Le figure 1.5 e 1.6 rappresentano, per $t = 3h$, l'intervallo $[\tau_0; \tau_0+t]$ ricavato sullo stesso pluviogramma di figura 1.3, nonché sullo stesso pluviogramma a scrosci di figura 1.4.

La Parte I degli Annali ideologici riporta anche una quarta tabella con i massimi valori delle precipitazioni verificatesi per 1, 2, 3, 4 e 5 giorni consecutivi, appartenenti o meno allo stesso mese. Sono considerate tutte quelle precipitazioni il cui inizio cade dentro l'anno, anche se terminano l'anno successivo.

Un'altra tabella riporta il valore, la durata e la data delle precipitazioni di maggiore intensità e di breve durata registrate ai pluviografi.

La sesta ed ultima tabella riporta, per alcune determinate stazioni, le altezze in centimetri dello strato nevoso al suolo a fine mese, la quantità di neve caduta nel mese, il numero dei giorni nei quali si sono avuti precipitazioni nevose e il numero complessivo dei giorni di permanenza della neve al suolo.

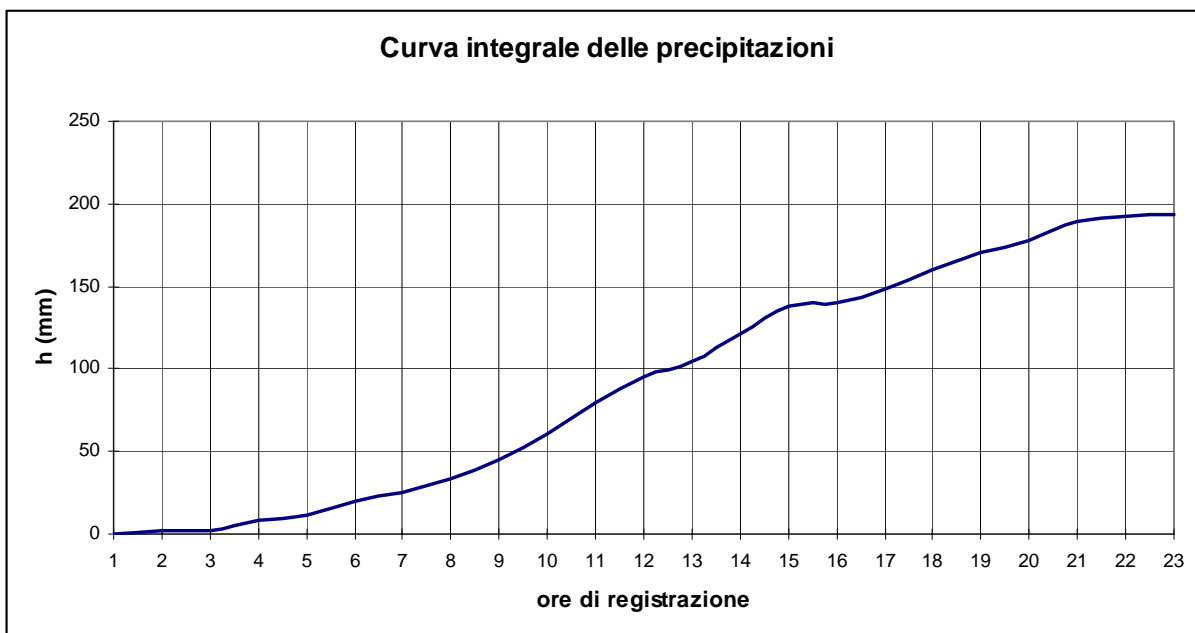


Figura 1-2: Curva integrale registrata per un particolare evento meteorico

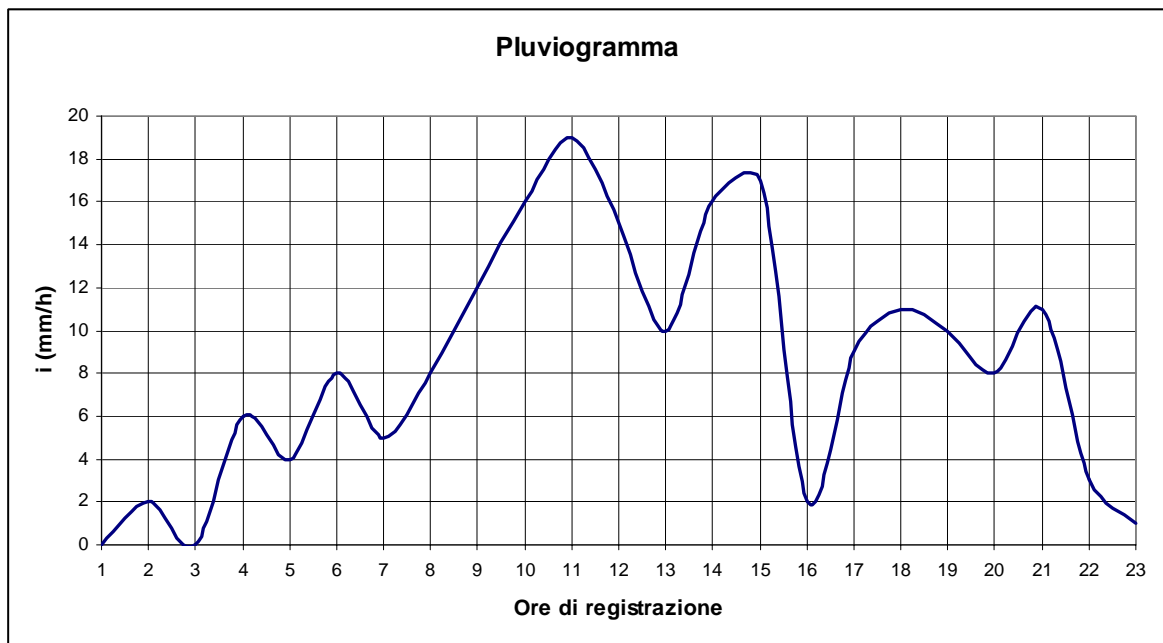


Figura 1-3: Ietogramma registrato per lo stesso evento meteorico della figura 1-2

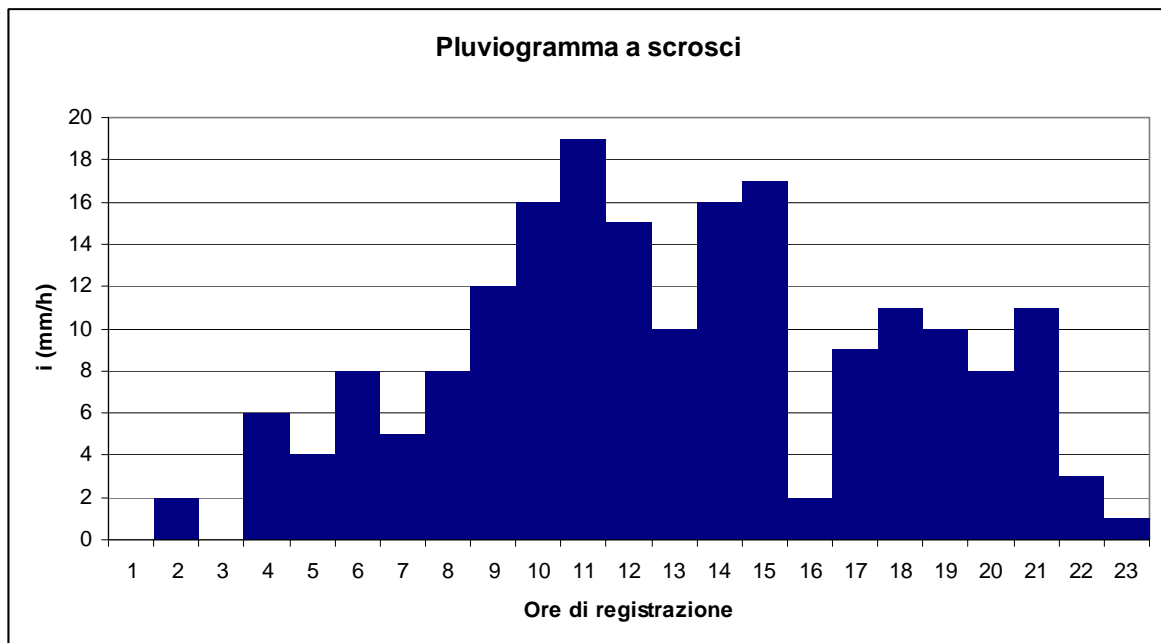


Figura 1-4: Ietogramma a scrosci ricavato dal pluviogramma in figura 1-3

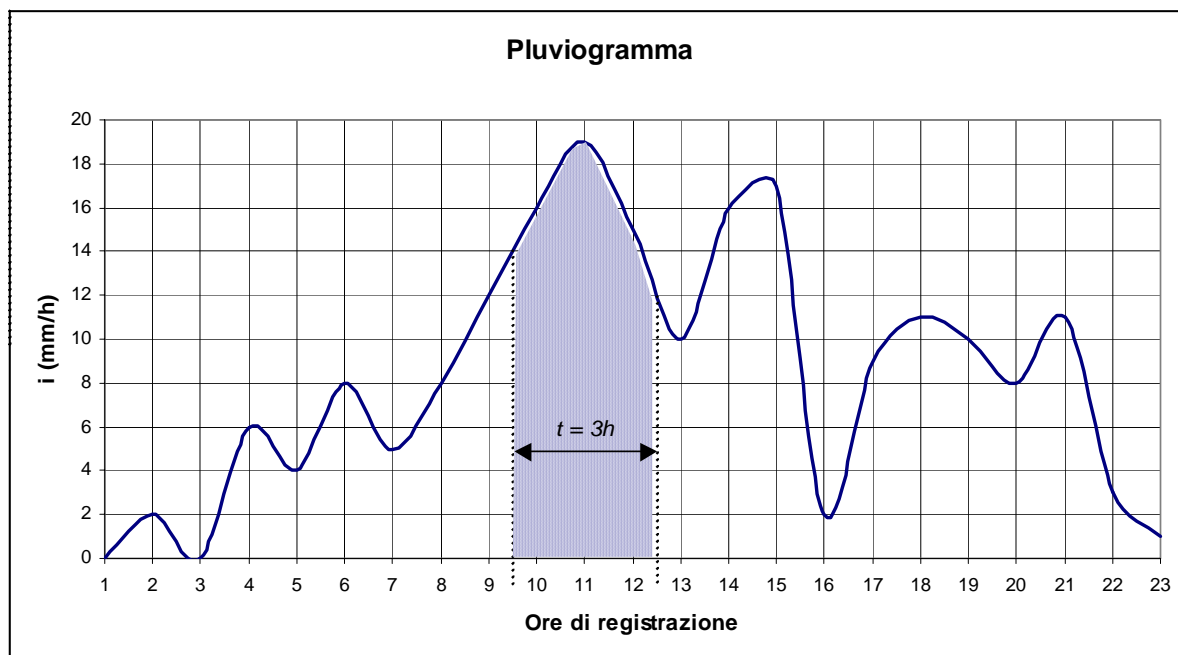


Figura 1-5: Individuazione della massima altezza di pioggia con $t = 3h$

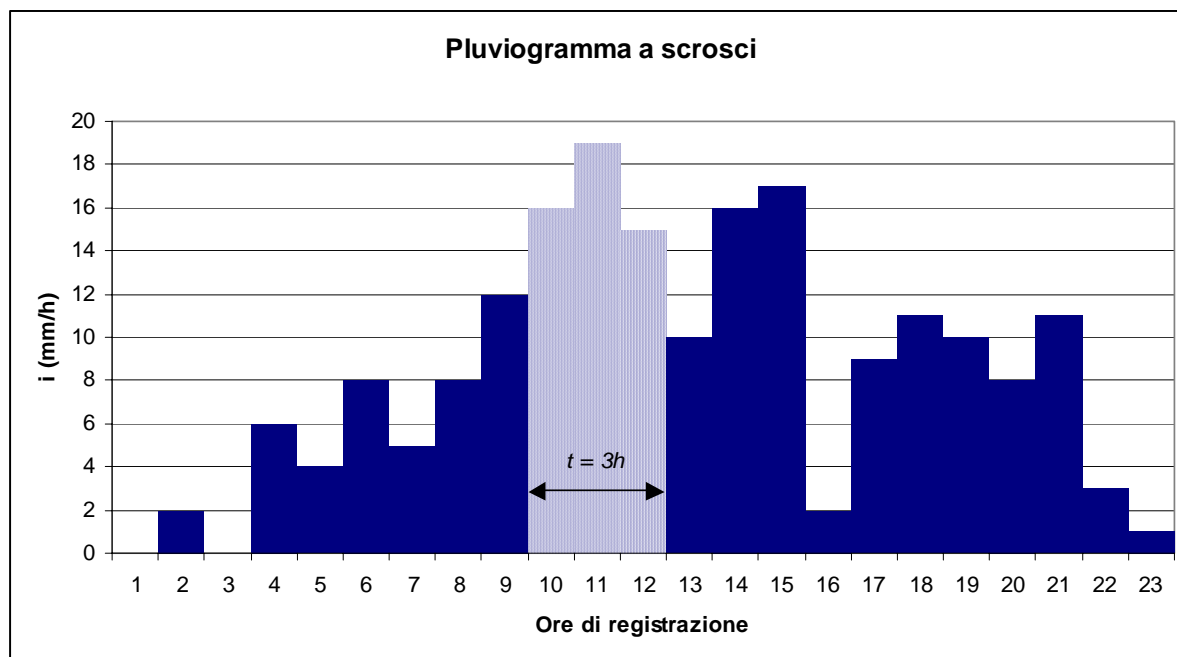


Figura 1-6: Individuazione della massima altezza di pioggia con $t = 3h$, in un pluviogramma a scrosci



1.5 L'elaborazione statistica dei dati pluviometrici⁴

1.5.1 L'invarianza statistica di scala

Si consideri l'insieme delle altezze di pioggia misurate in una data località x , per una prefissata durata t dell'evento meteorico. Esso rappresenta un campione della variabile aleatoria $H(x, t)$, di cui $h(x, t)$ è un valore.

In statistica si dice che la variabile aleatoria $H(x, t)$ è **scala invariante in senso forte** rispetto al tempo t , se la distribuzione di probabilità di $H(x, \alpha t)$ è uguale alla distribuzione di probabilità di $\alpha^n H(x, t)$, dove α rappresenta il **fattore di scala temporale** e n rappresenta un **esponente caratteristico del processo**. La **proprietà di invarianza di scala** può essere valida anche limitatamente all'appartenenza di α ad un intervallo limitato di valori.

La proprietà di invarianza di scala in senso forte è condizione necessaria e sufficiente perché si verifichino le seguenti implicazioni:

1. l'invarianza di scala dei quantili: $\forall \text{quantile } q \Rightarrow h_q(\alpha t) = \alpha^n h_q(t)$
2. l'invarianza di scala dei momenti: $[H(\alpha t)]^r = \alpha^{nr} [H(t)]^r$.

Difficilmente si riesce a controllare la proprietà 1, quando si hanno serie campionarie di insufficiente lunghezza temporale come quelle pluviometriche misurate per meteore di 1h, 3h, 6h, 12h e 24h. Ci si può limitare, allora, a verificare quantomeno la proprietà 2, nel qual caso si parla di verifica dell'**invarianza di scala in senso debole**.

In ipotesi di invarianza di scala, la proprietà 1 si può anche scrivere facendo riferimento alla durata unitaria:

$$h_q(t) = t^n h_q(1), \text{ o anche } h_q(t) = h_q(1) \cdot t^n \quad (1.1)$$

dove $h_q(1)$ rappresenta il quantile q -mo dell'altezza di pioggia, riferito all'evento meteorico di durata unitaria (ad esempio 1h).

Per conoscere la $h_q(t)$ occorre valutare la $h_q(1)$, che dipende sì dal quantile di riferimento, ma soprattutto dalla distribuzione di probabilità della variabile aleatoria $H(1)$. Sia π il numero di parametri caratteristici della distribuzione di probabilità di $H(1)$; per risolvere la (1.1) occorre determinare $\pi + 1$ parametri (ovvero i parametri caratteristici della distribuzione di probabilità più il parametro di processo n)

L'invarianza di scala comporta che il coefficiente di variazione, il coefficiente di asimmetria e il coefficiente di curtosi sono costanti e indipendenti da t .

La variabile aleatoria

$$W = \frac{H(t)}{\mu_t}$$

dove μ_t è il valore medio della variabile aleatoria $H(t)$, è adimensionale e la CDF $F(W)$ prende il nome di **funzione di crescita**.

La variabile aleatoria W è chiamata **variabile ridotta** non dipende da t , infatti:

$$\frac{H(t)}{\mu_t} = \frac{H(t)}{[H(t)]_0^1} = \frac{t^n H(1)}{t^{1n} [H(1)]_0^1} = \frac{H(1)}{[H(1)]_0^1} = \frac{H(1)}{\mu_1}$$

⁴ Propedeutico alla lettura di questo sottoparagrafo è il capitolo A in appendice sull'*analisi esplorativa dei dati*.



La (1.1), pertanto, può essere anche scritta come:

$$h_q(t) = h_q(1) \cdot t^n = w_q \mu_1 \cdot t^n \quad (1.2)$$

La distribuzione di probabilità della variabile ridotta W è caratterizzata da una media unitaria e pertanto i parametri che la caratterizzano sono π -1.

Per quanto riguarda $h_q(1)$, essa rappresenta l'altezza di pioggia che in un anno ha probabilità q di non essere superata e probabilità $(1-q)$ di essere superata. Tali probabilità sono riferite, pertanto, ad un periodo di tempo di un anno. In particolare se in 1 anno la probabilità che l'altezza di pioggia $h_q(1)$ sia superata è pari ad $(1-q)$, dopo quanti anni la stessa altezza di pioggia ha probabilità unitaria di essere superata? Basta ricondursi ad una semplice proporzione matematica:

$$\frac{\text{1 anno}}{1-q} = \frac{T \text{ anni}}{1} \quad \text{ovvero,} \quad T = \frac{1}{1-q}$$

in cui T viene definito **tempo di ritorno** e viene espresso in anni.

$$\text{Quindi } h_q(1) = h_{(T-1)/T}(1)$$

Ragionamento omotetico vale per w_q , che è uguale a $w_{(T-1)/T}$.

Nella pratica applicazione si preferisce fare riferimento al tempo di ritorno più che al quantile, per la valutazione di h , per cui le (1.1) e (1.2) si scriveranno come segue:

$$h_T(t) = h_T(1) \cdot t^n \quad (1.3)$$

$$h_T(t) = w_T \cdot \mu_1 \cdot t^n \quad (1.4)$$

Il prodotto $\mu_1 t^n$ rappresenta il valore medio μ_t dell'altezza di pioggia di durata t , e pertanto la (1.4) può scriversi anche:

$$h_T(t) = w_T \cdot \mu_t \quad (1.5)$$

Se si analizzano singolarmente i dati delle altezze di pioggia misurate da un determinato pluviografo, per gli scrosci di 1, 3, 6, 12 e 24 ore, si osserva che in genere le variabili aleatorie H_1, H_3, H_6, H_{12} e H_{24} hanno la stessa tipologia di distribuzione di probabilità, ognuna delle quali caratterizzata dai suoi π parametri, per un totale di 5π parametri.

Assegnato un determinato periodo di ritorno T , si valutano le altezze di pioggia $h_T(t)$, $\forall t = 1, 3, 6, 12, 24$.

L'interpolazione nello spazio $(t, h_T(t))$, dei cinque punti con ascisse $t = 1, 3, 6, 12$ e 24 restituisce una curva piana, che può essere espressa, con accettabili coefficienti di determinazione, mediante una legge di potenza del tipo:

$$h_T(t) = a_T \cdot t^{n_T} \quad (1.6)$$

La (1.5) viene detta **curva segnalatrice di probabilità pluviometrica T-ennale**, e per ottenerla occorre valutare $5\pi + 2$ parametri (i 5π parametri per la individuazione dei 5 punti (t, h_T) , più i due parametri a_T e n_T per la determinazione della legge di potenza caratteristica della curva segnalatrice di probabilità).

In Italia si è potuto verificare la validità della (1.6) con accettabili coefficienti di determinazione, per valori di $t \in [1h, 24h]$, ed inoltre è risultato che, nello stesso intervallo di valori di t , n_T dipendente in maniera as-



sai modesta da T , per cui può essere anche considerato costante e posto uguale a n , ragion per cui la (1.6) può essere anche scritta:

$$h_T = a_T \cdot t^n \quad (1.7)$$

Per valori di $t \in]0, 1h[$, i dati delle altezze di pioggia risultano ben interpolati dalla (1.5), in cui, però, μ_T ha la seguente formulazione empirica:

$$\mu_T = i_0 \cdot t \cdot (1 + B \cdot t)^{-\beta} \quad (1.8)$$

in cui: i_0 = intensità di non pioggia (da calibrare in base alla conoscenza dei valori di $h(t)$, con $t < 1h$);
 B e β costanti (da calibrare in base alla conoscenza dei valori di $h(t)$, con $t < 1h$).

Ritornando alla (1.7), essa è praticamente la stessa legge matematica espressa nelle formule (1.3) e (1.4), le quali sono condizione necessaria della proprietà di invarianza di scala della variabile aleatoria $H(t)$.

Pertanto la (1.7) rappresenta condizione necessaria di invarianza di scala della $H(t)$.

È appena il caso di dire che la (1.7) è caratterizzata da valori di $n \in]0, 1[$ e che empiricamente la curva (1.6) è invilupata, a scala globale terrestre, dalla curva

$$h_T = t^{0.5}$$

Poiché l'intensità di pioggia è legata all'altezza h_T dalla relazione:

$$i_T = \frac{h_T}{t} \quad (1.9)$$

dalla (1.3) si deduce che:

$$i_T = a_T \cdot t^{n-1} \quad (1.10)$$

con $n-1 < 0$.

Dalla (1.10) si deduce che le piogge massime annuali sono più intense quando sono brevi.

Le distribuzioni di probabilità più utilizzate per la determinazione delle curve segnalatrici di probabilità pluviometrica locali, sulla base dei dati storici disponibili sugli annali idrologici, sono: la distribuzione di Weibull⁵, la distribuzione Log-normale⁶ e la distribuzione di Gumbel⁷.

Di seguito si riportano le curve segnalatrici di probabilità pluviometrica ottenute con la distribuzione Log-normale e di Gumbel, nonché le relative curve di intensità pluviometrica.

⁵ Per approfondimenti su tale distribuzione di probabilità si rimanda al sottoparagrafo A.3.7

⁶ Per approfondimenti su tale distribuzione di probabilità si rimanda al sottoparagrafo A.3.8

⁷ Per approfondimenti su tale distribuzione di probabilità si rimanda al sottoparagrafo A.3.9

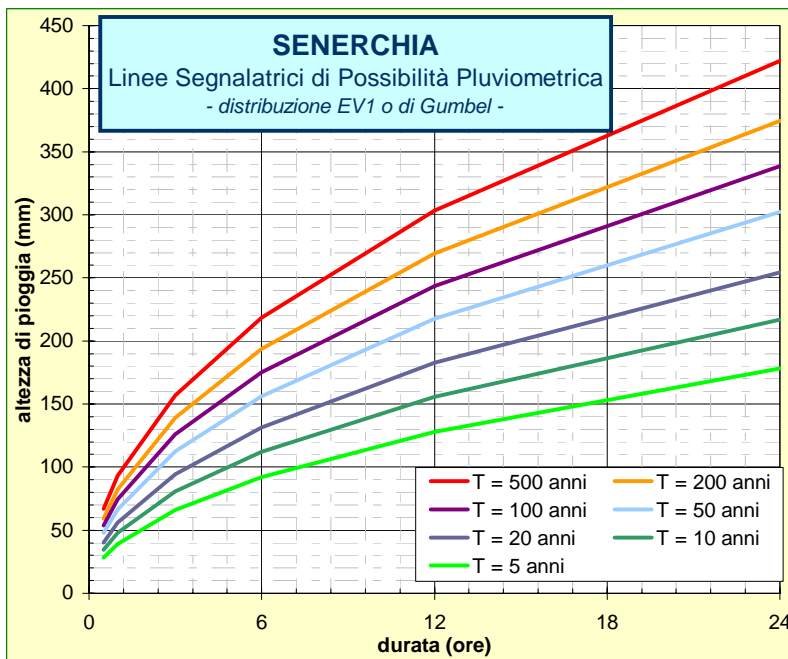


Figura 1-5: Esempio di Curve Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica per diversi tempi di ritorno, ottenuti con la distribuzione di Gumbel (pluviometro di Senerchia)

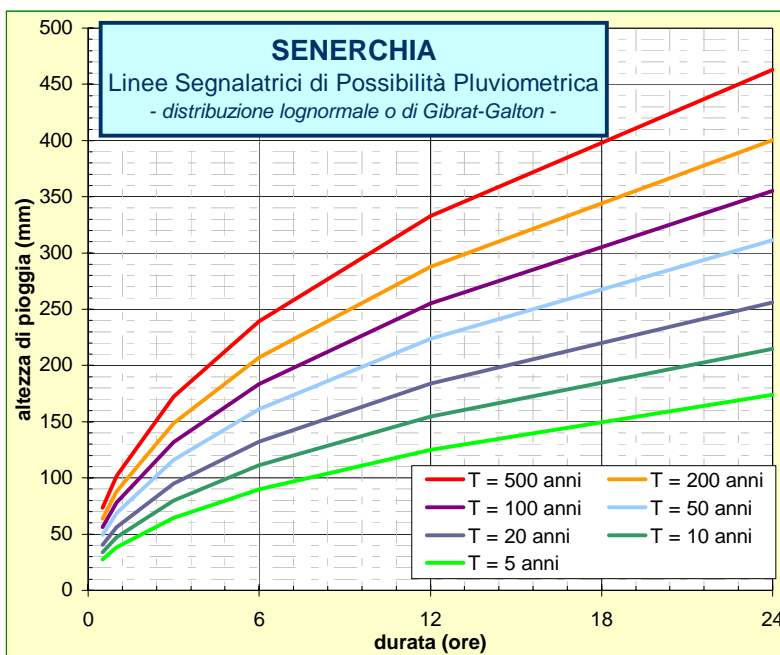


Figura 1-6: Altro esempio di Curve Segnalatrici di Probabilità Pluviometrica per diversi tempi di ritorno, ottenuti con la distribuzione Lognormale (pluviometro di Senerchia)

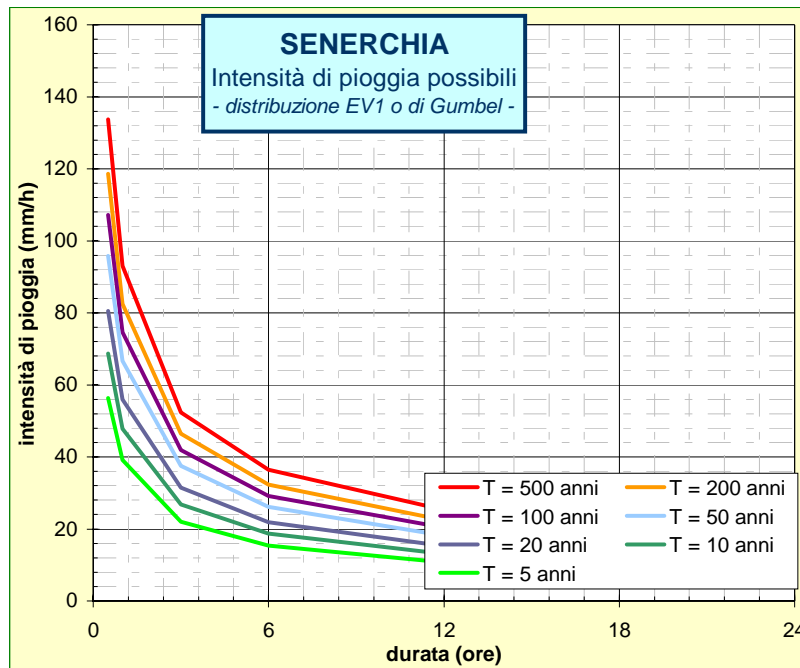


Figura 1-7: Curve di Intensità di pioggia dedotte dalle linee segnalatrici di probabilità di pioggia della figura 1-5

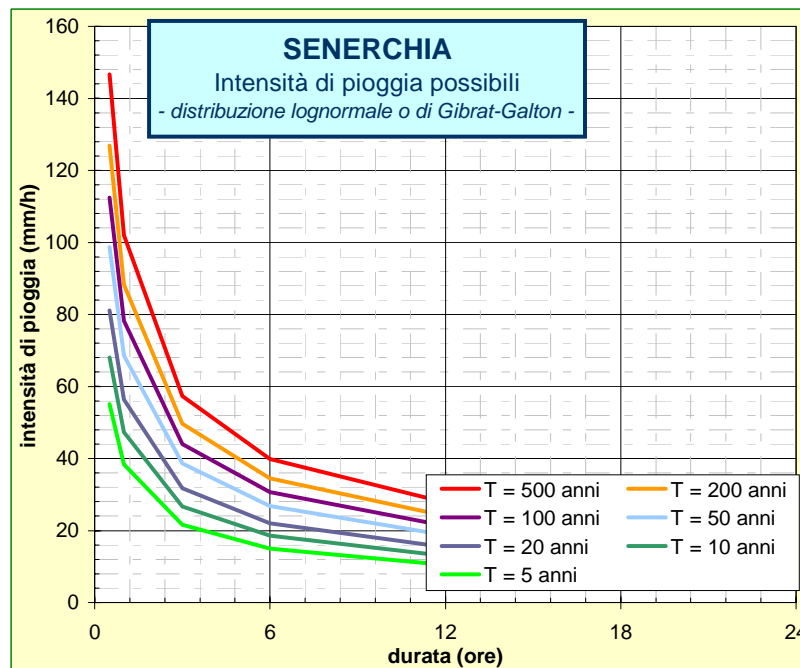


Figura 1-8: Curve di Intensità di pioggia dedotte dalle linee segnalatrici di probabilità di pioggia della figura 1-7



Per ottenere tali grafici, basta applicare la (1.5), noti che siano il valore medio μ_I (altezza media di pioggia afferente alla meteora di durata t) e w_T , che può essere ricavato dalle formulazioni appresso tabellate.

Distribuzione	w_T
Gumbel	$w_T = 1 + Cv \cdot \left\{ 0.4500 + 0.5772 \cdot \ln \left[\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right] \right\}$ con Cv pari al coefficiente di variazione di W .
Lognormale	$w_T = \frac{e^{\frac{\sqrt{\ln(1+Cv^2)} \cdot \Phi^{-1}\left(1-\frac{1}{T}\right)}{\sqrt{1+Cv^2}}}}{\sqrt{1+Cv^2}}$ con Φ^{-1} pari all'inversa della Cdf normale standard, ovvero pari al quantile $(1-1/T)$ -mo della variabile normale standard, e con Cv pari al coefficiente di variazione di W .

Tabella 1-2: Alcune determinazioni dirette di w_T .

1.5.2 La dissipazione statistica

La proprietà di invarianza di scala, nel campo meteorologico, trova applicazione nello studio statistico delle piogge puntuali, per le quali, nella norma, risulta accettabile ipotizzare che le distribuzioni statistiche delle altezze di pioggia siano caratterizzate da variabili aleatorie i cui valori aumentano all'aumentare della scala temporale degli scrosci.

L'aumento dei valori delle altezze di pioggia, però, non si registra se si studia l'influenza che ha su di esse l'aumento della scala spaziale di riferimento. Nel caso spaziale, infatti, si registra il fenomeno della **dissipazione statistica**, legato alle perdite energetiche che si realizzano durante un evento meteorico. Infatti, durante una meteora, l'altezza di pioggia non è la stessa in tutti i punti. Vi è una zona ristretta in cui l'altezza di pioggia è massima, per poi decrescere a mano a mano che ce ne si allontana radialmente. Tale zona ristretta è chiamata **centro di pioggia**.

Se si dispone di una rete pluviografica che abbia registrato una meteora, alzando su ogni pluviografo un segmento proporzionale all'altezza di pioggia ivi misurata per quel particolare evento meteorico, è possibile disporre di una rete di quote geograficamente ordinate, in base alla quale eseguire operazioni di valutazione della pioggia media areale.

Esistono in letteratura cinque tecniche per la determinazione della pioggia media areale: il metodo delle isoiete, il metodo della media aritmetica, il metodo dei topoieti, il metodo della distanza quadratica inversa, i metodi geostatistici.

Il **metodo delle isoiete** consiste nell'interpolare settorialmente i punti aventi la stessa altezza di pioggia caduta durante la meteora. Allo scopo si uniscono a due a due i punti in cui sono ubicati i pluviometri. Sui segmenti di unione si individuano i punti attraverso cui devono passare le isoiete principali (cfr. figura 1-9). Il metodo si presta molto bene a descrivere il fenomeno meteorico sul suolo in quanto le isoiete consentono di dedurre le altezze di pioggia nei punti non sottoposti a misura.

Il **metodo della media aritmetica** consiste nel determinare la media delle altezze di pioggia misurate durante l'evento meteorico dalle varie stazioni di misura ubicate nel territorio. Il metodo associa, così, a tutti i punti, compresi quelli in cui è avvenuta la misurazione, un valore costante dell'altezza di pioggia, pari a quello medio misurato. Tale metodo concettuale può essere applicato solo se interessa conoscere il volume di pioggia complessivo caduto su un de-

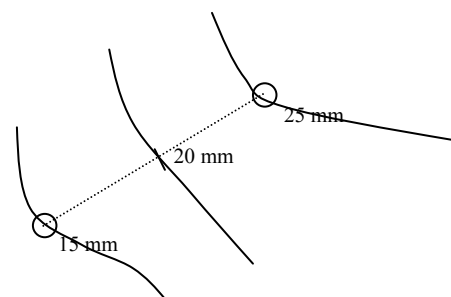


Figura 1-9:

Applicazione del metodo delle isoiete



terminato territorio.

Il **metodo dei topoi** è un metodo geometrico che consiste nell'unire a due a due ogni stazione di misura mediante segmenti. Le bisezioni perpendicolari a tali segmenti definiscono dei poligoni, a cui si associa la stessa altezza di pioggia del pluviometro in esso contenuto. Il metodo determina l'altezza di pioggia in tutti i punti del suolo, in maniera discontinua (e non continua come il metodo delle isoiete), assegnando ad ogni punto l'altezza di pioggia misurata dal pluviometro più vicino. In pratica esso ripartisce il territorio in aree di influenza in cui l'altezza di pioggia è costante e pari al valore misurato dal pluviometro contenuto in esse (cfr. figura 1-10). È un metodo di compromesso tra quello delle isoiete e della media aritmetica.

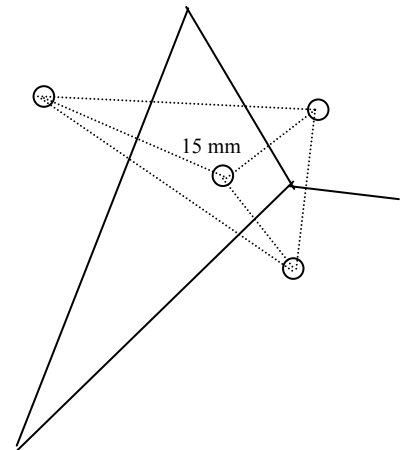


Figura 1-10:

Applicazione del metodo dei topoi

Il **metodo della distanza quadratica inversa** è un metodo discreto di modellazione delle altezze di pioggia cadute al suolo durante una meteora. Consiste nel tracciare una griglia sul territorio e calcolare, per ogni elemento areale, la somma delle altezze di pioggia misurate nei pluviometri e pesate in funzione del quadrato della loro distanza dal centro dell'elemento areale:

$$h(\text{elemento}) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^2} h(i)}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{d_j^2}}$$

in cui: $h(\text{elemento})$ = altezza di pioggia dell'elemento areale di riferimento;

d_i = distanza del pluviometro i -mo dal centro dell'elemento areale;

$h(i)$ = altezza di pioggia relativa al pluviometro i -mo.

I **metodi geostatistici** si fondano sull'esame della struttura di autocorrelazione spaziale di ciascuna delle variabili, sulla interpretazione di tali strutture mediante un semivariogramma di modello, che riproduca il semivariogramma stimato a partire dalle osservazioni, e, infine, sull'utilizzo di uno stimatore lineare ottimo per l'interpolazione secondo una prefissata risoluzione spaziale. Si supponga di avere misurato la pioggia in N punti. La stima del valore effettivo dell'altezza di pioggia in un punto generico P , può essere ottenuta mediante lo stimatore lineare:

$$\hat{h}(P) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot h(i)$$

con $\hat{h}(P)$ = stima dell'altezza di pioggia nel punto P ;

w_i = scalare dipendente dalla stazione di misura i -ma;

$h(i)$ = altezza di pioggia misurata relativa alla stazione i -ma.

Gli scalari w_i devono soddisfare i seguenti requisiti:

- 1) la stima $\hat{h}(P)$ non deve essere distorta, qualunque sia il punto P ; ovvero deve risultare:
 $media[\hat{h}(P)] = media[h(P)]$;
- 2) la varianza dei valori $\hat{h}(P)$ deve essere minima.

I metodi geostatistici di ricostruzione delle altezze di pioggia puntuali sono più ampiamente individuabili nelle tecniche di **kriging e cluster analysis**⁸

⁸ Per approfondimenti fare riferimento a BEALE E. M. L. (1969)



Note che siano le altezze di pioggia puntuali, si ricostruisce la **superficie di pioggia**, ovvero una superficie che in ogni punto ha quota pari all'altezza di pioggia totale, che si presume sia caduta proprio in quel punto a seguito di una data meteora. Il volume racchiuso tra la superficie di pioggia e il suolo rappresenta il **solido di pioggia**, ovvero il volume d'acqua caduto durante il particolare evento meteorico.

Il rapporto tra il solido di pioggia e la superficie del suolo su cui insiste tale solido prende il nome di **altezza media di afflusso**, che è sicuramente inferiore a quella che compete al centro di pioggia. Questo ha estensioni che possono essere anche di pochi km².

Si è già detto che, da una rete pluviografica è possibile campionare gli eventi meteorici registrati, compatibilmente con le loro durate, di diverse durate. Per un determinato scroscio è possibile risalire alla curva che esprime la riduzione dell'altezza media di afflusso all'aumentare dell'estensione territoriale attorno al centro della meteora (come da figura 1-11).

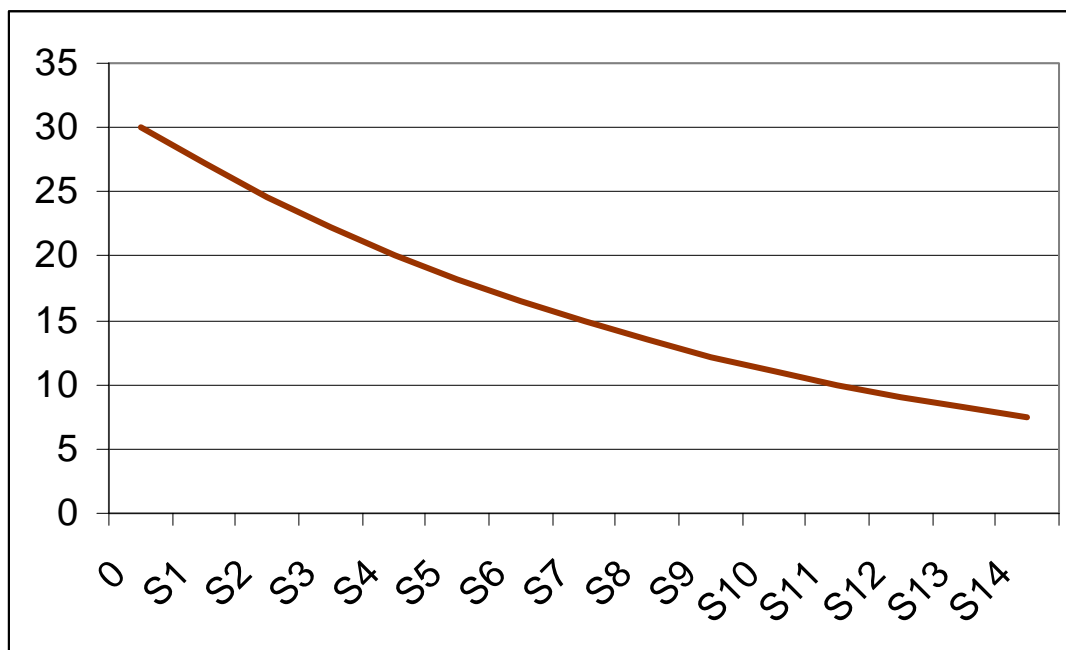


Figura 1-11: Esempio di curva delle altezze di medie di pioggia in funzione della superficie del suolo

L'effetto dell'area S sulle precipitazioni, così come illustrato in figura 1-11, può essere considerato, a valle delle elaborazioni statistiche, con il ricorso al **fattore di riduzione areale (K)**, che è il rapporto tra la massima altezza di pioggia media areale e la massima altezza di pioggia puntuale:

$$K(S, t, T) = \frac{h(S, t, T)}{h(0, t, T)}$$

Ovviamente non è necessario che $h(S, t, T)$ e $h(0, t, T)$ si riferiscano allo stesso evento meteorico.

Da numerose ricerche si è riscontrato che il fattore di riduzione areale può essere considerato indipendente dal periodo di ritorno T .

Si elencano alcune formulazioni di $K(S, t)$:

$$\text{For-} \quad K(S, t) = 1 - e^{-2,472 \cdot S^{-0,242} \cdot t^{0,6} - e^{-0,643 \cdot S^{0,235}}} \quad \text{mula di Moisello \& Papiri}^9, \text{ valida in Italia}$$

con S = superficie dell'area investita dalle precipitazioni (in km²); t = durata della precipitazione (in ore);

⁹ Cfr. MOISELLO U. & PAPIRI S. [1986]



$$\text{For-} \quad K(S, t) = 1 - e^{-1,1 \cdot t^{0,25}} + e^{-1,1 \cdot t^{0,25} - 0,01 \cdot S} \quad \text{mula dell'U.S. Weather Service}$$

con S = superficie dell'area investita dalle precipitazioni (in mi^2); t = durata della precipitazione (in ore);

$$\text{For-} \quad K(S, t) = 1 - \left(1 - e^{-0,0021 \cdot S}\right) \cdot e^{-0,53 \cdot t^{0,25}} \quad \text{mula valida in Italia Meridionale}$$

con S = superficie dell'area investita dalle precipitazioni (in km^2); t = durata della precipitazione (in ore).

Dall'ultima formula, in particolare, si evince che K risulta pari a 1 quando $S = 0$ o $t = \infty$, e decresce all'aumentare dell'area o al diminuire della durata di pioggia.

1.6 Il progetto VAPI

Nel 1994 è stato redatto, a cura del Gruppo Nazionale per la Difesa dalle Catastrofi Idrogeologiche (GNDCI) del Consiglio Nazionale delle Ricerche, il progetto per la “Valutazione delle Piene in Italia”, noto anche con l'acronimo VAPI. Tale progetto ha avuto l'obiettivo di realizzare uno studio esteso a tutto il territorio nazionale, in merito alle piogge estreme e alle piene fluviali.

Tra i modelli più utilizzati nel progetto VAPI per la descrizione della popolazione delle piogge massime vi è la già citata distribuzione di Gumbel o del Valore Estremo del I tipo (EV1), i cui coefficienti di variazione, di asimmetria e di curtosi, per la proprietà di invarianza statistica di scala, non variano con la durata della meteorologia.

Se si considerano le distribuzioni EV1 delle altezze di pioggia ricavate in più siti di misurazione meteorologica limitrofi, si potrebbe, con opportune analisi dei dati campionari (ovvero calcolando i parametri di posizione, di dispersione e i coefficienti di variazione, di asimmetria e curtosi), ipotizzare che i campioni prelevati dalle varie stazioni appartengono ad una medesima popolazione, caratterizzata da una determinata distribuzione di probabilità. In tale caso si dice che la **regione è climaticamente omogenea**. I dati di tutti i pluviografi possono essere statisticamente analizzati tutti insieme (**procedura di regionalizzazione**) riducendo, in questo modo, l'errore di stima, ovvero quell'errore che avviene quando si considera una serie storica limitata di dati appartenenti ad una sola stazione di misurazione.

Dalle stesse analisi si potrebbe anche verificare che i parametri di sintesi, ricavati per ogni stazione di misura, sono così diversi tra loro da far ipotizzare la loro appartenenza a diverse distribuzioni di probabilità, ovvero la loro dipendenza dalla posizione geografica delle stazioni di misura. Nel primo caso si esegue una partizione della regione oggetto di studio in regioni più piccole, contenenti un numero più limitato di stazioni di misura. Nel secondo caso si individua una legge deterministica, con cui si esprime la variazione dei parametri della distribuzione di probabilità, in funzione di particolari caratteristiche geografiche (altitudine, distanza dal mare, ecc.).



1.6.1 La distribuzione di probabilità CPE

Una particolare distribuzione di probabilità, utilizzata nel progetto VAPI per l'analisi delle piogge estreme, è la **distribuzione di probabilità composta Poisson-Esponenziale** (*Compound Poisson-Exponential – CPE*), la cui CDF è:

$$F(Y) = e^{-\Lambda \cdot e^{-\frac{y}{\Theta}}} \quad (1.11)$$

I parametri della (1.11) hanno un chiaro significato fisico, in quanto Λ è il numero medio annuo di eventi meteorici di una determinata durata t e Θ è il valore medio di tali eventi.

Il parametro Θ tipicamente rispetta la legge di invarianza statistica di scala, per cui:

$$\Theta(t) = \Theta(1) \cdot t^n$$

mentre il parametro Λ , per durate non troppo lunghe, può essere assunto costante con la durata t .

Da quanto detto si evince che la CPE può godere anch'essa della proprietà di invarianza di scala, con tutte le proprietà derivanti.

In particolare si fa notare che:

$$F(Y) = e^{-\Lambda \cdot e^{-\frac{y}{\Theta}}} = e^{-e^{\ln \Lambda} \cdot e^{-\frac{y}{\Theta}}} = e^{-e^{\frac{\Theta \ln \Lambda - y}{\Theta}}}$$

che altro non è che la formulazione della distribuzione di Gumbel con:

$$media = \Theta \ln(\Lambda) + 0.5772 \Theta$$

$$moda = \Theta \ln(\Lambda)$$

$$deviazione\ standard = \Theta \pi / \sqrt{6}$$

Tale distribuzione di probabilità ha il vantaggio di avere due soli parametri, con chiaro significato fisico, ma ha lo svantaggio di non prendere in considerazione gli *outliers*, legati agli eventi straordinari di pioggia, che in un'analisi regionale dei dati pluviometrici risultano essere rappresentativi di una popolazione di piogge legate ad eventi ciclonici di natura tropicale, che danno luogo a veri e propri uragani, la cui frequenza di accadimento è fortunatamente molto rara.

1.6.2 La distribuzione di probabilità TCEV¹⁰

Al fine di produrre un modello più adatto a rappresentare sia gli eventi meteorici ordinari e più frequenti, che gli eventi meteorici eccezionali, nel progetto VAPI si è fatto anche ricorso alla distribuzione di probabilità **TCEV** (*Two Component Extreme Value*), ovvero una distribuzione composta da due indipendenti popolazioni CPE: una, chiamata **componente ordinaria**, rappresentativa della distribuzione dei massimi annuali delle meteore ordinarie, l'altra, chiamata **componente straordinaria**, rappresentativa della distribuzione dei massimi annuali legati alle meteore rare e di fortissima intensità.

$$F(Y) = e^{-\Lambda_1 \cdot e^{-\frac{y}{\Theta_1}} - \Lambda_2 \cdot e^{-\frac{y}{\Theta_2}}} \quad (1.12)$$

Nella CDF (1.12), Λ_1 rappresenta il numero medio di eventi pluviometrici ordinari, Θ_1 rappresenta l'altezza media annua degli eventi pluviometrici ordinari (ovviamente riferiti o alle piogge giornaliere o alle piogge di durata pari a 1, 3, 6, 12, 24 ore), mentre Λ_2 rappresenta il numero medio di eventi pluviometrici straor-

¹⁰ Per approfondire gli argomenti di questo sottoparagrafo si rimanda a ROSSI F. ET ALII (1984)



dinari e Θ_2 rappresenta l'altezza media annua degli eventi pluviometrici straordinari (sempre riferiti alle piogge giornaliere o alle piogge di durata pari a 1, 3, 6, 12, 24 ore).

I quattro parametri della distribuzione TCEV, pur avendo un chiaro significato fisico, non sono determinabili a priori, per via dell'impossibilità di stabilire se un determinato dato appartenga o meno alla prima o alla seconda popolazione.

La PDF della TCEV è:

$$\begin{cases} f(Y) = e^{-\Lambda_1 - \Lambda_2}; y = 0 \\ f(Y) = \left[\frac{\Lambda_1}{\Theta_1} e^{-\frac{y}{\Theta_1}} + \frac{\Lambda_2}{\Theta_2} e^{-\frac{y}{\Theta_2}} \right] \cdot F(y); y > 0 \end{cases}$$

La CDF e la PDF standard sono caratterizzate dalla variabile aleatoria standard $y^* = \frac{y}{\Theta_1} - \ln \Lambda_1$ ed hanno la seguente formulazione matematica:

$$F(Y^*) = e^{-e^{-y^*} - \Lambda_* \cdot e^{-\frac{y^*}{\Theta_*}}} \quad (1.13)$$

$$f(Y^*) = \left[e^{-y^*} + \frac{\Lambda_*}{\Theta_*} e^{-\frac{y^*}{\Theta_*}} \right] \cdot F(y^*) \quad (1.14)$$

con:

$$\begin{aligned} \Theta_* &= \frac{\Theta_2}{\Theta_1} \\ \Lambda_* &= \frac{\Lambda_2}{\frac{1}{\Lambda_1^{\Theta_*}}} \end{aligned}$$

La (1.13) e la (1.14) sono distribuzioni di probabilità standard caratterizzate dai due parametri di forma Θ_* e Λ_* .

È stata ricavata una formulazione molto complessa del momento di ordine r rispetto all'origine, della distribuzione TCEV¹¹, da cui è possibile determinare la formulazione della media, della varianza, del coefficiente di variazione e del coefficiente di asimmetria (applicando le relazioni tra i momenti, così come mostrato nel sottoparagrafo A.2.3 in Appendice).

In particolare la media della distribuzione TCEV è data dalla seguente formulazione:

$$\mu = \Theta_1 \cdot (\ln \Lambda_1 + 0.5772) - \Theta_1 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \cdot \Lambda_*^j}{j!} \Gamma\left(\frac{j+1}{\Theta_*}\right) \quad (1.15)$$

e dipende da Λ_* , Θ_* , Λ_1 e Θ_1 .

$$\text{Ponendo: } \alpha = \ln \Lambda_1 + 0.5772 - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \cdot \Lambda_*^j}{j!} \Gamma\left(\frac{j+1}{\Theta_*}\right), \text{ la (1.15) diventa: } \mu = \alpha \cdot \Theta_1$$

Per quanto riguarda invece il coefficiente di variazione della TCEV, la sua formulazione, che qui non viene riportata, dipende da Λ_* , Θ_* e Λ_1 , mentre per il coefficiente di asimmetria la formulazione dipende da Λ_* e Θ_* .

¹¹ Per opportuni approfondimenti si rimanda a BERAN ET ALII (1986)



La funzione di crescita della TCEV ha la seguente espressione:

$$F(W) = e^{-\Lambda_1 e^{-\Theta_* W} - \Lambda_* \Lambda_1^{\frac{1}{\Theta_*}} e^{-\frac{\Theta_* W}{\alpha}}} \quad (1.16)$$

da cui si evince che la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria ridotta W dipende da Λ_* , Θ_* e Λ_1 .

Non esiste una formula chiusa che sia in grado di esprimere la funzione inversa della (1.16), come quelle definite nella tabella 1-2, e pertanto occorre valutare w_T solo dopo aver determinato la curva di crescita.

Tuttavia, nelle pratiche approssimazioni, è possibile anche fare riferimento all'espressione seguente¹²:

$$w_T = \left(\frac{\Theta_* \ln \Lambda_*}{\alpha} + \frac{\ln \Lambda_1}{\alpha} \right) + \frac{\Theta_*}{\alpha} \ln T \quad (1.17)$$

Partendo dai valori delle massime altezze di pioggia annue, si valuta, per ogni singola stazione di misura, il valore dei coefficienti di asimmetria e di variazione. Ogni stazione sarà caratterizzata da un valore medio e da una deviazione standard di tali coefficienti. Se però si analizzano le distribuzioni dei valori medi dei coefficienti di asimmetria e di variazione calcolati per le diverse stazioni pluviometriche, possono verificarsi casi in cui la deviazione standard di tali distribuzioni siano inferiori alla deviazione standard delle altezze di pioggia afferenti alle singole stazioni. Ciò consente di ipotizzare che la regione esaminata sia caratterizzata da valori dei coefficienti di asimmetria e di variazione appartenenti alla stessa popolazione.

Se si ipotizza costante il coefficiente di asimmetria, si deve ammettere che sono costanti anche Λ_* e Θ_* . In tal caso si dice che la regione esaminata è una **zona omogenea**.

All'interno di una zona omogenea si possono individuare una o più regioni in cui ipotizzare costante anche il coefficiente di variazione, e quindi tali da ammettere la costanza non solo di Λ_* e Θ_* , ma anche di Λ_1 . Tali regioni, comprese nella zona omogenea, sono dette **sottozone omogenee**.

Le zone, infine, in cui è possibile relazionare il valore medio μ (e quindi Θ_1) alle caratteristiche del sito (quota, distanza dal mare, ecc.), prendono il nome di **aree omogenee**.

I parametri Λ_* , Θ_* e Λ_1 vengono solitamente valutati mediante il metodo di massima verosimiglianza e le analisi di suddivisione in zone e sottozone omogenee avviene tramite il ricorso al *kriging*.

I valori dei tre parametri caratteristici della curva di crescita TCEV determinati in Italia sono riportati nella tabella 1-3.

Λ_*	Θ_*	Λ_1
0.2 – 1.8	1.7 – 2.8	7 – 74

Tabella 1-3: Range di valori in Italia per i parametri Λ_* , Θ_* , Λ_1

La regione Campania rientra non solo in una stessa zona omogenea, ma anche in una stessa sottozona omogenea, per cui risulta¹³:

$$\Lambda_* = 0,360 \quad \Theta_* = 2,136 \quad \Lambda_1 = 37$$

e le (1.16) e (1.17) si specializzano in:

$$F(W) = e^{-41,20 e^{-4,909 W} - 2,053 e^{-2,298 W}} \quad (1.18)$$

¹² COPERTINO, FIORENTINO [1994]

¹³ ROSSI & VILLANI [1994]



$$w_T = -0,3129 + 0,6025 \ln T \quad (1.19)$$

La w_T deve essere moltiplicata per μ_t , affinché si possa avere $h_T(t)$, secondo quanto prevede la (1.5). La determinazione di μ_t richiede lo sviluppo del terzo livello di regionalizzazione della TCEV, con l'individuazione delle aree omogenee. Occorre rilevare che la variabilità osservata di μ_t è di gran lunga superiore a quella campionaria teorica, con errori di disturbo spaziali che rendono tale livello di regionalizzazione il più difficoltoso dal punto di vista statistico. Occorre, pertanto introdurre variabili esterne indipendenti che contribuiscano a spiegare la grande parte della variabilità osservata.

L'ipotesi più semplice che viene fatta è che in ogni area omogenea μ_t vari con la quota z secondo la legge:

$$\log(\mu_t) = a + b \cdot z$$

in cui la stima di a e b avviene attraverso un'analisi di regressione lineare.

In Campania sono state statisticamente identificate 6 aree pluviometricamente omogenee, indicate in Figura 1-12, caratterizzate ognuna da una coppia caratteristica di valori a e b , riportati in Tabella 1-4.

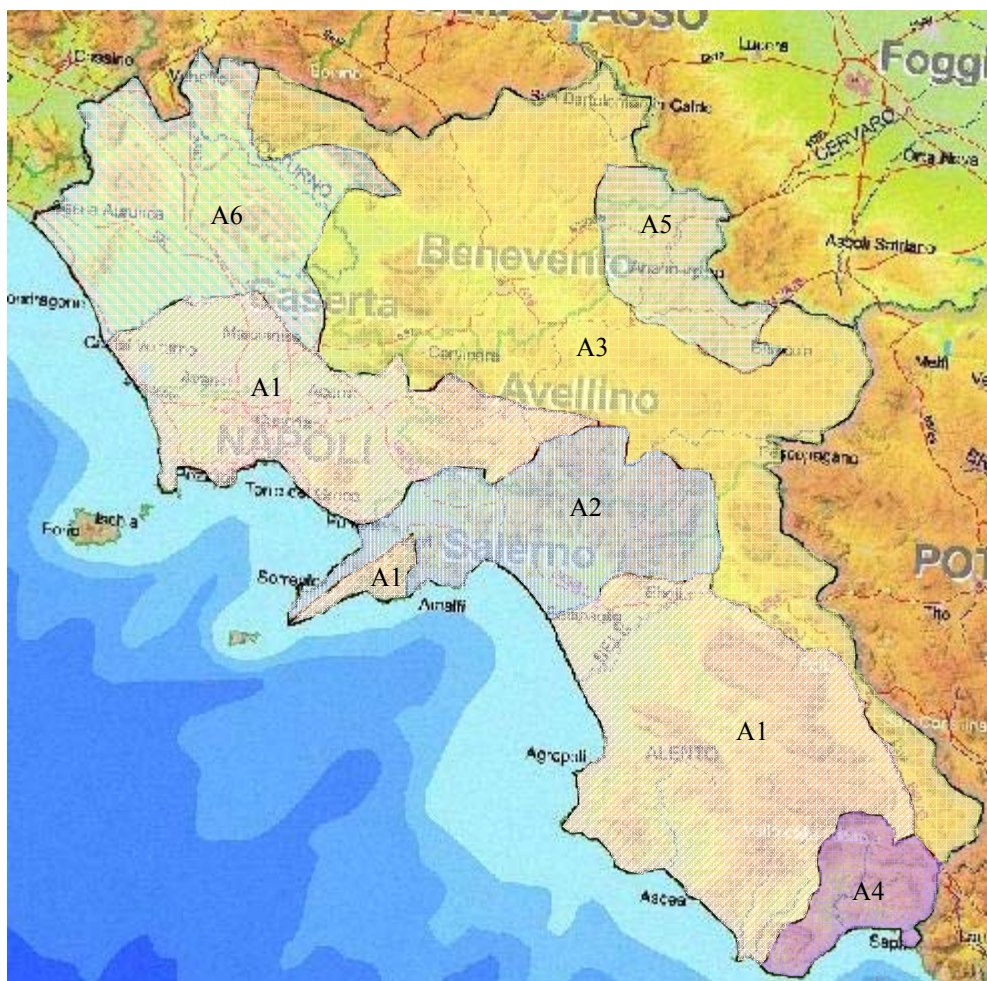


Figura 1-12: Corografia schematica della Regione Campania con indicazione della suddivisione del territorio in 6 aree pluviometriche omogenee delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia giornaliere



Area omogenea	A	b
A1	1,769	0,0001552
A2	1,935	0,0001292
A3	1,674	0,0001614
A4	1,800	0,0002700
A5	1,499	0,0002331
A6	1,870	0,0001332

Tabella 1-4: Parametri statistici relativi alla legge di regressione logaritmica del massimo annuale dell'altezza di pioggia giornaliera per le 6 aree pluviometriche omogenee della Regione Campania, identificate in Figura 1-12.

Capitolo 2

I processi di trasformazione degli afflussi meteorici al suolo

La struttura del suolo è molto complessa e articolata, e l'afflusso meteorico che vi giunge va ad alimentare diversi processi di accumulo e di scorrimento, che non sono isolati, ma costituiscono sistemi termodinamicamente aperti, in grado di scambiarsi continuamente e reciprocamente acqua.

I fenomeni alimentati dagli afflussi meteorici al suolo possono essere ricondotti alle forme principali riportate in figura 2.1.

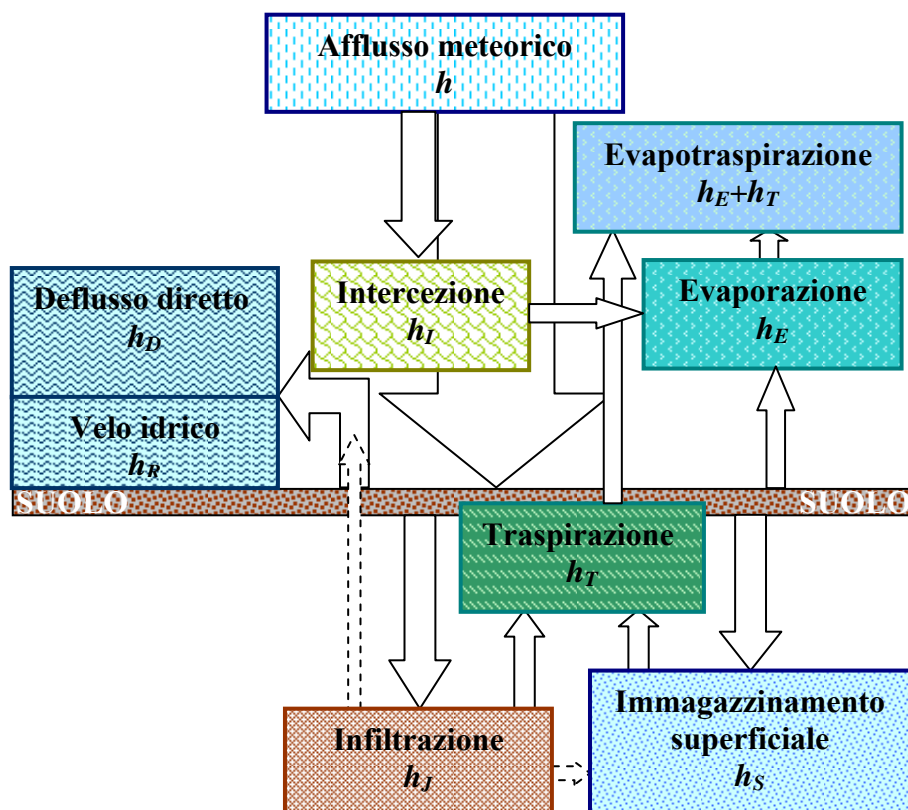


Figura 2-1: Tassonomia delle trasformazioni dell'acqua meteorica al suolo



2.1 L'intercezione¹

Durante la caduta delle precipitazioni su un suolo vegetato, una parte d'acqua è sempre trattenuta dalla copertura vegetale, e pertanto non raggiunge mai la superficie nuda del suolo. Tale fenomeno di trattenimento prende il nome di **intercezione**.

La valutazione dell'intercezione avviene tramite indagini di campo volte a misurare l'altezza d'acqua h caduta in un pluviometro posto in un terreno scoperto, a cui si sottrae l'altezza d'acqua h_F passata attraverso il fogliame (nella letteratura internazionale nota come *throughfall*) e l'altezza d'acqua h_T scivolata lungo il tronco della pianta (nella letteratura internazionale nota come *stemflow*).

Il volume di pioggia intercettato per unità di superficie si indica con h_I e si misura in *mm*:

$$h_I = h - h_F - h_T$$

Il valore di h_F viene misurato mediante un pluviometro sottoposto al fogliame, che può essere rialzato di qualche decina di centimetri, nel caso di coperture alberate, ovvero può essere disposto al livello del suolo, nel caso di coperture vegetali di taglio più piccolo; in quest'ultimo caso occorre fare attenzione al fenomeno di **splash**, cioè al rimbalzo delle gocce d'acqua dal suolo al pluviometro interrato, che è favorito in condizioni di pioggia con gocce ad alta energia cinetica. Il volume h_F è fornito dalla somma dell'acqua caduta sul fogliame ed evaporata durante la precipitazione e quella che vi rimane in forma di goccioline o di pellicola liquida.

Il valore di h_T viene misurato tramite dei collari assorbenti disposti sul tronco dell'albero, di cui viene misurato il peso iniziale a secco e il peso finale dopo l'evento meteorico. Per piccole piante si ricorre all'alloggiamento della piantina all'interno di una bottiglia a collo stretto (cfr. figura 2-2); alcuni ramoscelli tengono separato lo stelo della pianta dal becco della bottiglia, in modo tale che l'acqua che scorre lungo il tronco della pianta ricada internamente alla bottiglia. Per piante a grandezza intermedia si ricorre anche all'applicazione di collari a spirale, costituiti da striscette di caucciù, che deviano l'acqua di scorrimento sul tronco in una bottiglietta alloggiata nei pressi della pianta.²

Il fenomeno dell'intercezione aumenta nel tempo secondo la curva riportata in figura 2-3. Inizialmente è molto forte e ad esso contribuiscono sia l'evaporazione che l'accumulo sulle foglie. Successivamente il fenomeno tende a stabilizzarsi e una volta rag-

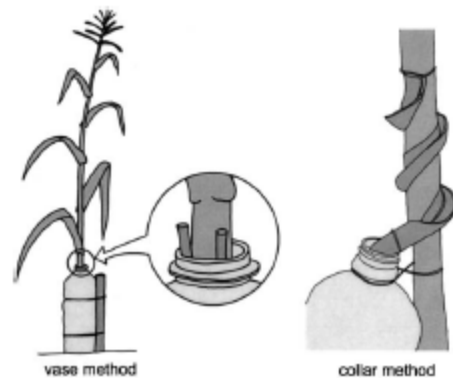


Figura 2-2: Metodi di misura dello *stemflow* su piante di piccola dimensione.

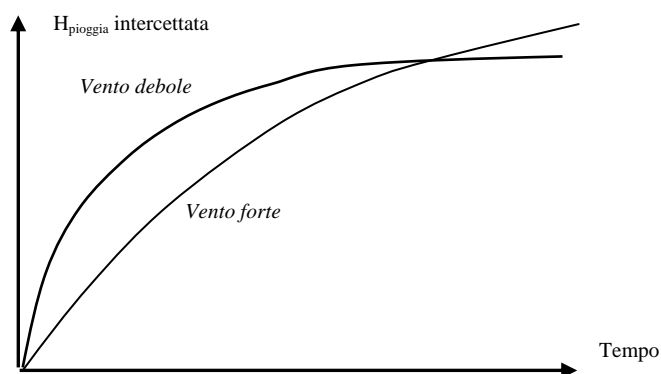


Figura 2-3: L'effetto dell'intercezione durante un evento meteorico

¹ Per maggiori approfondimenti sulla panoramica degli approcci di studio sul fenomeno dell'intercezione si rimanda a CALDER (1996), MOISELLO (1998) e XIAO ET ALII (2000)

² Cfr. VAN DIJK, BRUIJNZEEL (2001)



giunta la capacità di accumulo della pianta, l'intercezione aumenta per mezzo della sola componente evaporativa.

L'intercezione dipende fortemente dall'intensità del vento; quest'ultimo riduce la capacità di accumulo della pianta (che si esaurisce nelle fasi iniziali di pioggia), ma aumenta l'evaporazione (che prosegue fino alla fine della pioggia).

2.1.1 La modellazione dell'intercezione

Esistono in letteratura due tipi di approcci per la modellizzazione del fenomeno dell'intercezione: quello empirico e quello stocastico.

Il modello empirico di *Horton*³, pioniere delle sperimentazioni su superfici completamente coperte da vegetazione sottoposte ad eventi meteorici particolarmente brevi (fino a poco più di un'ora di durata e comunque fino a poco più di 30 mm di pioggia), e tali da rendere trascurabili gli effetti evaporativi sull'intercezione, si basa sulla seguente formula empirica:

$$h_I = f \cdot [a + b \cdot h^n]$$

in cui h_I e h sono rispettivamente l'altezza di pioggia intercettata e l'altezza di pioggia afflitta sulla superficie sperimentale e sono espressi in pollici ($1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$), mentre f , a , b e n sono parametri i cui valori medi, ricavati da *Horton*, dopo una lunga serie di sperimentazioni, sono riportati in tabella 2-1

Vale la pena far notare che la tabella di *Horton* sovrastima la h_I per eventi meteorici brevi ma ventosi, perché non tiene conto della riduzione della capacità di accumulo delle piante, e sottostima la h_I per lunghi eventi meteorici, perché non tiene conto dei prolungati effetti evaporativi.

Ad ogni modo la tabella 2-1 serve a valutare la capacità delle piante ad intercettare le piogge; capacità che può raggiungere anche più del 40%, come accade per il salice con cespugli.

Copertura vegetale	F	A	b	N
<i>Frutteti</i>	1	0.04	0.18	1
<i>Castagno con siepi e radure</i>	1	0.04	0.20	1
<i>Bosco di castagno</i>	1	0.06	0.15	1
<i>Frassino con siepi e radure</i>	1	0.015	0.23	1
<i>Bosco di frassino</i>	1	0.02	0.18	1
<i>Faggio con siepi e radure</i>	1	0.03	0.23	1
<i>Bosco di faggio</i>	1	0.04	0.18	1
<i>Quercia con siepi e radure</i>	1	0.03	0.22	1
<i>Bosco di quercia</i>	1	0.05	0.18	1
<i>Acero con siepi e radure</i>	1	0.03	0.23	1
<i>Bosco di acero</i>	1	0.04	0.18	1
<i>Salice con cespugli</i>	1	0.02	0.40	1
<i>Olmo con siepi e radure</i>	1	0.03	0.23	0.5
<i>Bosco di olmo</i>	1	0.04	0.18	0.5
<i>Tiglio con siepi e radure</i>	1	0.03	0.13	0.5
<i>Bosco di tiglio</i>	1	0.05	0.10	0.5
<i>Tsuga e pino con siepi e radure</i>	1	0.03	0.20	0.5
<i>Bosco di tsuga e pino</i>	1	0.05	0.20	0.5
<i>Fagioli, patate, cavoli e simili</i>	0.25 h	0.02 h	0.15 h	1
<i>Sorgo, grano cafro, ecc. seminati a righe</i>	1	0.007 h	0.006 h	1
<i>Trifoglio ed erba da prato</i>	1	0.005 h	0.08 h	1
<i>Foraggio, erba medica, vecchia, miglio, ecc.</i>	1	0.01 h	0.10 h	1
<i>Grani piccoli, segale, frumento, orzo</i>	1	0.005 h	0.05 h	1
<i>Tabacco</i>	0.20 h	0.01 h	0.08 h	1
<i>Cotone</i>	0.33 h	0.15 h	0.10 h	1
<i>Granoturco</i>	0.10 h	0.005 h	0.005 h	1

Tabella 2-1: Parametri della formula di intercezione di Horton (h è l'altezza della pianta ed è espressa in piedi)

³ Cfr. HORTON R.E. [1919]



Dopo Horton, Kittredge⁴ nel 1948 trovò una formulazione empirica per la valutazione dello *stemflow*:

$$h_T = b_1 \cdot h - a_1$$

con b_1 e a_1 parametri empirici specifici del sito di sperimentazione, ottenuti tramite analisi di regressione dei dati misurati.

Helvey e Patric⁵ nel 1965 trovarono, invece, la formulazione empirica per la valutazione del *throughfall*:

$$h_F = b_2 \cdot h - a_2$$

con b_2 e a_2 parametri empirici, anche in tal caso specifici del sito di sperimentazione, ottenuti tramite analisi di regressione dei dati misurati.

Negli anni successivi gli studi sull'intercezione sono stati focalizzati soprattutto sulla modellazione della capacità delle foreste di ridurre la quantità d'acqua piovana che cade al suolo.

Rutter⁶ realizzò nel corso dei suoi studi un modello di intercezione fisico, basato sul bilancio idrico di un volume di controllo costituito dalla parte superiore della chioma delle foreste (in letteratura scientifica meglio nota come **canopy**). Nel suo modello la variazione dell'immagazzinamento della chioma viene considerato in funzione della precipitazione battente sulla parte superiore della chioma forestale, del gocciolamento con il quale l'acqua viene trasportata all'interno della chioma (bagnando il fogliame sottostante), dell'evaporazione che avviene sulla superficie più alta della chioma.

Rutter ricavò la seguente formulazione della variazione di volume immagazzinato della chioma forestale:

$$\frac{dh_C}{dt} = (1 - f_F - f_T) \cdot i - D_0 \cdot e^{b(h_C - h_C^{\max})} - i_E$$

in cui:

h_C = altezza di pioggia immagazzinata dalla *canopy*;

f_F = frazione di pioggia che riesce a passare attraverso il fogliame (*throughfall*);

f_T = frazione di pioggia che scorre lungo il tronco (*stemflow*);

i = intensità di pioggia;

D_0 e b = parametri empirici di drenaggio attraverso il fogliame;

b = parametro empirico di drenaggio attraverso il fogliame;

h_C^{\max} = massima capacità di immagazzinamento della *canopy*;

i_E = intensità di evaporazione.

Il modello di Rutter è stato largamente utilizzato nelle foreste selvatiche, con particolare riferimento a quelle tropicali.

⁴ Cfr. KITTREDGE [1948]

⁵ Cfr. HELVEY & PATRIC [1965]

⁶ Cfr. RUTTER ET ALII [1971], [1975], [1977].



*Calder*⁷ [1986] fu il primo a sviluppare un significativo modello stocastico per la modellizzazione della superficie asciutta e bagnata della *canopy*. Egli considerò, nella modellazione dell'intercezione, una nuova grandezza fisica: il diametro della goccia di pioggia, che per sua natura ha dimensioni casuali. La casualità di tale componente fisica consente di sviluppare un modello statistico di probabilità di tipo Poissoniano, per descrivere la modalità con cui gli elementi areali di vegetazione sono bagnati dalle gocce di pioggia. Ogni elemento areale della *canopy*, infatti, ha la stessa probabilità di essere colpita dalla pioggia (se questa scende verticalmente) e il numero medio ($n \in \mathcal{N}$) di gocce trattenute per elemento areale della *canopy* può essere calcolato in base al numero medio ($m \in \mathcal{N}$) di gocce di pioggia cadenti sull'elemento areale e il numero massimo ($q \in \mathcal{N}$) di gocce che l'elemento areale è in grado di trattenere, secondo la seguente legge:

$$n = q \cdot (1 - e^{-m}) + e^{-m} \cdot \sum_{i=1}^{\text{int}(q)} (i - q) \frac{m^i}{i!} \quad (2.1)$$

L'altezza di pioggia immagazzinata dalla *canopy* diventa:

$$h_C = n \cdot V_g \cdot L \quad (2.2)$$

dove V_g rappresenta il volume della singola goccia di pioggia (misurato in mm^3) e L è il numero di elementi areali per superficie di *canopy* (si misura in mm^{-2}), mentre l'altezza di pioggia battente sulla *canopy* è data da:

$$h_M = m \cdot V_g \cdot L \quad (2.3)$$

e la massima altezza di pioggia immagazzinabile dalla *canopy* è data da:

$$h_C^{\max} = q \cdot V_g \cdot L \quad (2.4)$$

Se si ipotizza h_C^{\max} invariante e indipendente dal volume della singola goccia, non si lede l'ipotesi di stocasticità del modello, e si può scrivere che:

$$q = h_C^{\max} / (V_g \cdot L) \quad (2.5)$$

La (2.1) consente di dire che il numero massimo di gocce che l'elemento areale della *canopy* è in grado di trattenere aumenta al diminuire delle dimensioni della goccia d'acqua.

L'elaborazione delle (2.1), (2.2), (2.3) e (2.4) consente di estrapolare il diagramma normalizzato di figura 2-4, dell'immagazzinamento della *canopy* durante un evento meteorico, in funzione del numero massimo di gocce (q) che l'elemento areale della *canopy* è in grado di trattenere.

Nel 1995 *Calder* ha eseguito studi mirati

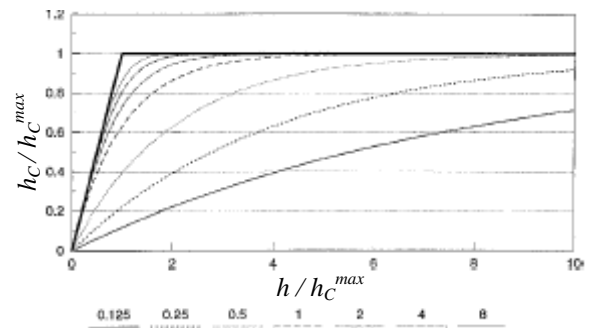


Figura 2-4: Diagrammi di inumidimento normalizzati per diversi valori di q .

⁷ CALDER [1986]



alla determinazione di un legame più generale tra la goccia di pioggia e q ⁸. Ha sperimentato, invero, la dipendenza di q dall'energia cinetica (E_c) della goccia (pertanto non solo in funzione del volume, ma anche della velocità d'impatto sulla *canopy*), introducendo un nuovo parametro di modello, specifico del tipo di vegetazione, chiamato **volume massimo elementare** (V_e^{max}), pari al massimo volume occupabile dalle gocce di pioggia sull'elemento areale della *canopy*.

$$V_e^{max}(E_c) = q(E_c) \cdot V_g(E_c)$$

Ebbene *Calder* ha verificato che V_e^{max} aumenta al diminuire dell'energia cinetica delle gocce di pioggia, e pertanto ha definito la massima capacità d'immagazzinamento della *canopy*:

$$h_C^{MAX} = h_C^{max}(0) = V_e^{max}(0) \cdot L = V_e^{MAX} \cdot L = q(0) \cdot V_g \cdot L. \quad (2.6)$$

Per gocce con energia cinetica pari ad e si ha:

$$h_C^{max}(e) = V_e^{max}(e) \cdot L = q(e) \cdot V_g \cdot L. \quad (2.7)$$

Rapportando la (2.7) alla (2.6) si ha:

$$\frac{h_C^{max}}{h_C^{MAX}} = \frac{q(e) \cdot V_g}{V_e^{MAX}}$$

da cui:

$$q(e) = \frac{h_C^{max}}{h_C^{MAX}} \cdot \frac{V_e^{MAX}}{V_g} \quad (2.8)$$

Calder ha proposto la (2.8) per risolvere la (2.1) e ha trovato la seguente formulazione di h_C^{max} / h_C^{MAX} , valida per le foreste canadesi:

$$\frac{h_C^{max}}{h_C^{MAX}} = 1 \quad \text{per } V_g < 0.065 \text{ mm}^3$$

$$\frac{h_C^{max}}{h_C^{MAX}} = 0.5 + 0.73 \cdot e^{-5.5 \cdot V_g} \quad \text{per } V_g \geq 0.065 \text{ mm}^3$$

Per la valutazione di V_g *Calder* ha utilizzato gli studi di *Marshall* e *Palmer*⁹, nel 1948, e di *Torres*¹⁰ nel 1994. I primi hanno stabilito empiricamente la relazione tra il volume delle gocce di pioggia e l'intensità dell'evento meteorico; il secondo ha ricavato una formula sperimentale per la determinazione del diametro mediano (D_g) delle gocce di pioggia (espresso in cm) in funzione dell'intensità meteorica (i), espressa in cm/s:

$$D_g = 0.087 \cdot i^{0.0228}$$

⁸ Cfr. HALL & CALDER [1995]

⁹ Cfr. MARSHALL-PALMER [1948]

¹⁰ Cfr. TORRES ET ALII [1994]



La valutazione di V_e^{MAX} può essere eseguita analizzando la curva di regressione dei valori di $V_e^{max}(e)$ e considerando il valore che la curva segna per $e = 0$.

Tali modelli sono stati validati per strati vegetativi che ricoprono grandi estensioni territoriali. In questi casi, infatti, la dinamica degli eventi di pioggia (intensità, durata e inclinazione della stessa rispetto alla verticale), l'architettura, la forma e la dimensione della singola pianta non influiscono significativamente sulla valutazione delle perdite per intercezione.

Ulteriori studi sono attualmente orientati alla valutazione della perdite da intercezione per lunghi periodi temporali (stagionali o annuali), nell'ambito delle applicazioni dedicate al "bilancio idrico"¹¹, mentre altri studi sono orientati alla valutazione dell'"intercezione della vegetazione urbana", per la quale sia la dinamica della pioggia che l'architettura, la forma e la dimensione della singola pianta, risultano essere di notevole influenza, atteso il basso stato di aggregazione della vegetazione arborea in città.

2.2 L'infiltrazione¹²

Quando l'acqua giunge al suolo e quest'ultimo è costituito da roccia sciolta o lapidea fratturata, si innescano dei fenomeni, nel mezzo poroso e permeabile, che comportano il passaggio di parte o tutta l'acqua meteorica dalla superficie del suolo al sottosuolo.

Il moto dell'acqua nel mezzo poroso in condizioni sature è causato dalla forza di gravità e dalla resistenza viscosa (il moto di filtrazione è in regime laminare), ed è regolato dalla legge di Darcy.

Il moto dell'acqua in un mezzo non saturo è causato dalla forza di gravità, dalla tensione superficiale (capillarità) e dalla resistenza viscosa (anche in un mezzo insaturo il moto dell'acqua è in regime laminare).

Qualora, durante il trasferimento dell'acqua meteorica (ma anche durante un'inondazione e un'irrigazione) dal suolo al sottosuolo, la forza di gravità costituisce la causa preponderante del moto, questo viene detto **moto di percolazione** o **moto in condotti a gravità** e avviene esclusivamente dall'alto verso il basso. Nel caso sia la tensione superficiale a costituire la causa preponderante del moto, questo viene detto **moto di infiltrazione** o **moto in condotti capillari** e può avvenire in tutte le direzioni.

Nella realtà non c'è una suddivisione così netta tra il moto di percolazione il moto di infiltrazione e pertanto viene genericamente chiamato moto di infiltrazione. Si potrebbe schematizzare il suolo come se fosse costituito da una prima trama, a maglie più grossolane, di condotti a gravità, dai quali si dipartono in ogni direzione i condotti capillari, che formano una rete a maglie più fini. In essi l'aria forma delle piccole sacche, circondate dall'acqua, che tende ad aderire alla superficie dei granuli, a causa della tensione superficiale. Le forze capillari, poi, provocano lo spostamento dell'acqua dalle zone a maggior contenuto di umidità a quelle a contenuto minore.

Si definisce **tasso d'infiltrazione** la portata d'acqua che si infila nel sottosuolo per unità di superficie del terreno.

La sua dimensione fisica è:

¹¹ Cfr. GASH [1979] – GASH ET ALII [1995]

¹² Propedeutico alla lettura di questo paragrafo è il capitolo D in appendice sulla *caratterizzazione fisica e idrodinamica dei terreni*.



$$\left[\frac{\frac{VOLUME}{tempo}}{SUPERFICIE} \right] = \left[\frac{lunghezza}{tempo} \right] = [velocità]$$

L'unità di misura del tasso d'infiltrazione è il *mm/h*.

In riferimento al fenomeno dell'infiltrazione provocato dalla sola pioggia, il tasso d'infiltrazione si indica con i_j , ad intendere l'aliquota dell'intensità di pioggia (i), che alimenta l'infiltrazione. In tal caso i_j dipende sostanzialmente dall'entità della precipitazione, dalla struttura del suolo e dal contenuto d'umidità dello stesso. La seconda proprietà è intrinseca del terreno ed è la stessa che caratterizza il valore del coefficiente di filtrazione f di Darcy. La terza proprietà dipende sia dalle condizioni iniziali del terreno che dall'evoluzione della precipitazione.

Si definisce **infiltrazione cumulata** il volume d'acqua che si infila nel sottosuolo nell'unità di superficie del terreno, in un determinato arco temporale.

La sua dimensione fisica è:

$$\left[\frac{\frac{VOLUME}{tempo}}{SUPERFICIE} \cdot tempo \right] = [lunghezza]$$

e la sua unità di misura è il *mm*. Si ottiene per integrazione del tasso d'infiltrazione, definita in un determinato intervallo temporale, e nel caso sia causata dalle sole precipitazioni, si indica con h_j , a segnalare l'aliquota dell'altezza di pioggia (h), che si trasforma in acqua di infiltrazione:

$$h_j = \int_{t_1}^{t_2} i_j(\tau) d\tau$$

Per svincolarsi dall'entità della precipitazione si introduce il concetto di **tasso d'infiltrazione potenziale**, intesa come infiltrazione massima possibile, in determinate condizioni di struttura e di contenuto d'acqua del suolo. Il tasso d'infiltrazione potenziale rappresenta la massima capacità del terreno a trasferire volumi d'acqua da zone più umide (superficie del suolo) a zone meno umide (sottosuolo). Il tasso d'infiltrazione potenziale viene indicato con i_{jp} .

Se $i < i_{jp} \rightarrow$ la pioggia viene completamente assorbita dal terreno.

Se $i \geq i_{jp} \rightarrow$ la pioggia viene parzialmente assorbita dal terreno (con tasso d'infiltrazione pari a quello potenziale) e parzialmente rimane in superficie.

Nell'ipotesi in cui $i \geq i_{jp}$, si individuano quattro zone principali nel suolo (cfr. figura 2-5): una **zona satura**, prossima alla superficie; una **zona di trasmissione**, non satura, ma con contenuto di umidità quasi costante; una **zona di infiltrazione**, in cui si ha una forte variazione del contenuto d'acqua; un **fronte di infiltrazione**, caratterizzato da un brusco cambiamento del contenuto d'acqua.¹³

La variazione temporale del fenomeno dell'infiltrazione, durante un evento meteorico, può essere rappresentata mediante tre tipologie di curve:

La **curva del tasso d'infiltrazione** rappresenta i_j in funzione di τ . Essa dipende dall'evento di pioggia, dalla struttura del terreno e dal contenuto d'acqua iniziale del sottosuolo.

La **curva del tasso d'infiltrazione potenziale** rappresenta i_{jp} in funzione di τ . Anche tale curva dipende dall'evento di pioggia, oltre che dalla struttura del terreno e dal contenuto d'acqua iniziale del sottosuolo. Infatti,

¹³ Cfr. CHOW ET ALII, 1988



in ogni istante τ il tasso d'infiltrazione potenziale dipende dal contenuto d'acqua del sottosuolo. Tale contenuto d'acqua è quello provocato dai fenomeni di infiltrazione che nel tempo sono stati prodotti dall'evento di pioggia.

La **curva normalizzata del tasso d'infiltrazione** rappresenta i_{jp} in funzione di τ , nell'ipotesi che:

$$\forall \tau \rightarrow i(\tau) \geq i_{jp}(\tau) \quad (2.9)$$

Tale curva non dipende dal singolo evento meteorico, a patto che sia rispettata l'ipotesi (2.9) ed è sempre decrescente (come risulta in figura 2-6), proprietà che non è sempre garantita nelle altre due curve.

Si definisce **infiltrazione potenziale cumulata** il volume d'acqua che si infila nel sottosuolo nell'unità di superficie del terreno, in un determinato arco temporale, nell'ipotesi (2.9).

La sua dimensione fisica è:

$$\left[\frac{\frac{VOLUME}{tempo}}{SUPERFICIE} \cdot tempo \right] = [lunghezza]$$

e la sua unità di misura è il *mm*.

L'infiltrazione potenziale cumulata si ottiene integrando la funzione che determina la curva normalizzata del tasso d'infiltrazione, in un determinato intervallo temporale. Nel caso sia determinata dalle sole precipitazioni, si indica con h_{jp} .

$$h_{jp} = \int_{t_1}^{t_2} i_{jp}(\tau) d\tau \quad \forall \tau \rightarrow i(\tau) \geq i_{jp}(\tau)$$

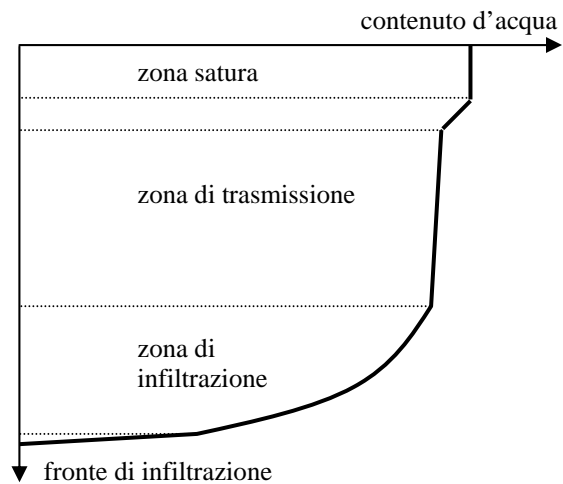


Figura 2-5: Profilo generico del contenuto di umidità lungo la verticale di un suolo, durante il processo di infiltrazione (si è supposto che il contenuto d'acqua iniziale del sottosuolo è nullo).

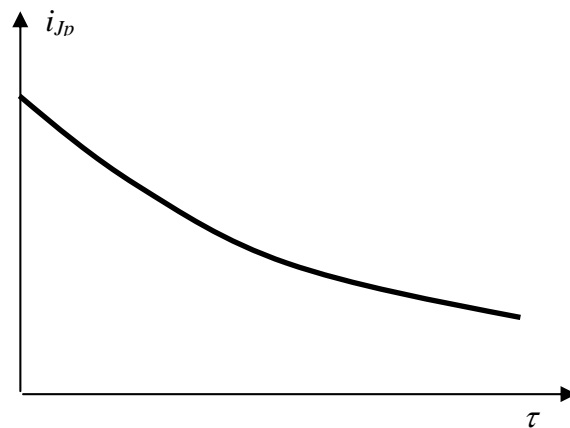


Figura 2-6: Andamento qualitativo della curva normalizzata del tasso d'infiltrazione

2.2.1 L'equazione di Richards e i modelli semplificativi per la sua risoluzione

Il campo di moto dell'acqua in condizioni di non saturazione in un mezzo poroso è stato inizialmente studiato da *Richards*¹⁴, nelle ipotesi semplificative di:

- liquido incompressibile;

¹⁴ Cfr. RICHARDS, 1932



- scheletro solido indeformabile;
- assenza di passaggi di stato nell'acqua;
- forze governanti il moto dell'aria nei pori ininfluenti sul moto dell'acqua;
- aria a pressione atmosferica;
- moto del liquido causato dalla forza di gravità, dalla tensione superficiale e dalla resistenza viscosa;

In un cubetto elementare di terreno (cfr. Figura 2-7) si

indichi con:

$\underline{w} = (w_x, w_y, w_z)$ il vettore velocità di infiltrazione;

θ = contenuto volumetrico d'acqua del mezzo.

In un determinato istante τ , il volume d'acqua contenuto nel cubetto è dato da:

$$V_{acqua}(\tau) = \theta dx dy dz.$$

Nell'istante $\tau + d\tau$ il volume d'acqua, a causa dell'infiltrazione, è:

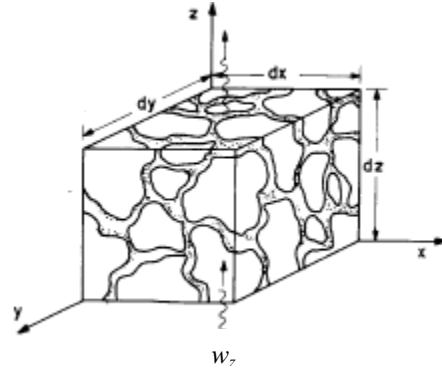


Figura 2-7: Schema di un volume elementare di una matrice porosa

$$V_{acqua}(\tau + d\tau) = \theta dx dy dz + (\partial\theta/\partial\tau) d\tau dx dy dz.$$

La variazione di volume d'acqua che si ha nell'intervallo di tempo $d\tau$ è, quindi:

$$dV_{acqua} = (\partial\theta/\partial\tau) d\tau dx dy dz. \quad (2.10)$$

Si supponga che l'acqua entri nel cubetto attraverso i piani $x=0$, $y=0$ e $z=0$; ed esca dal cubetto attraverso i piani $x=dx$, $y=dy$ e $z=dz$. La quantità d'acqua entrante nell'intervallo di tempo $d\tau$ è:

$$w_x d\tau dy dz + w_y d\tau dz dx + w_z d\tau dx dy.$$

La quantità d'acqua uscente nello stesso intervallo di tempo è data da:

$$- [w_x d\tau dy dz + (\partial w_x / \partial x) dx d\tau dy dz] - [w_y d\tau dz dx + (\partial w_y / \partial y) dy d\tau dz dx] - [w_z d\tau dx dy + (\partial w_z / \partial z) dz d\tau dx dy]$$

Sommando i volumi d'acqua entrati con quelli usciti per via dei fenomeni d'infiltrazione, si ha la seguente variazione di volume d'acqua:

$$dV_{acqua} = - (\partial w_x / \partial x) dx d\tau dy dz - (\partial w_y / \partial y) dy d\tau dz dx - (\partial w_z / \partial z) dz d\tau dx dy \quad (2.11)$$

Sostituendo la (2.11) nella (2.10) si ha la seguente equazione di continuità:

$$-\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$$

ovvero:



$$- \operatorname{div}(\underline{w}) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.12)$$

Richards, per le ipotesi sopra esposte, e nella supposizione di mezzo isotropo, esprime il flusso dell'acqua mediante la legge di *Darcy*:

$$\underline{w} = j(\theta) \cdot \underline{\operatorname{grad}}(-h(\theta)) \quad (2.13)$$

in cui, però, il coefficiente di filtrazione è sostituito dal **coefficiente di infiltrazione** (j), che dipende dalla struttura porosa e dal contenuto d'acqua del mezzo. *Brooks* e *Corey*¹⁵, nonché *Van Genuchten*¹⁶, hanno verificato sperimentalmente che il coefficiente di infiltrazione cresce al crescere di θ , fino a tendere al coefficiente di filtrazione del mezzo saturo f , quando θ uguaglia la porosità n del mezzo poroso (condizione di saturazione).

Anche h dipende da θ , dal momento che è dato dalla somma della quota geometrica (z) del punto centrale del cubetto elementare e dall'altezza capillare locale ($\Psi(\theta)$) (detta anche **altezza di suzione**) negativa, provocata dalla tensione capillare nel suolo (detta anche **potenziale matriciale**):

$$h = z + \Psi(\theta)$$

Pertanto la (2.13) si scrive:

$$\underline{w} = j(\theta) \cdot \underline{\operatorname{grad}}(-z - \Psi(\theta)) \quad (2.14)$$

Ma

$$\underline{\operatorname{grad}}(-z - \Psi(\theta)) = \underline{\operatorname{grad}}(-z) + \underline{\operatorname{grad}}(-\Psi(\theta)) = -\underline{k} - \underline{\operatorname{grad}}(\Psi(\theta)) = -\underline{k} - \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial \theta} \underline{\operatorname{grad}}(\theta) \quad (2.15)$$

in cui \underline{k} è il versore dell'asse z , orientato positivamente verso l'alto.

Sostituendo la (2.14) nella (2.12), tenendo conto della (2.15), si ha:

$$\operatorname{div} \left\{ j(\theta) \cdot \left[\underline{k} + \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial \theta} \cdot \underline{\operatorname{grad}}(\theta) \right] \right\} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$$

ovvero:

$$\frac{\partial j(\theta)}{\partial z} + \operatorname{div} \left[j(\theta) \cdot \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial \theta} \cdot \underline{\operatorname{grad}}(\theta) \right] = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.16)$$

Il coefficiente $j(\theta) \cdot \frac{\partial \Psi(\theta)}{\partial \theta} = D(\theta)$ prende il nome di **diffusività**, e, pertanto, la (2.16) diventa:

$$\frac{\partial j(\theta)}{\partial z} + \operatorname{div} [D(\theta) \cdot \underline{\operatorname{grad}}(\theta)] = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (2.17)$$

¹⁵ Cfr. BROOKS, COREY, 1966

¹⁶ Cfr. VAN GENUCHTEN, 1980



che evidenzia come, nelle ipotesi fatte, il fronte di umidità si sposta per sovrapposizione di due effetti: uno gravitazionale, descrivente la percolazione dell'acqua all'interno dell'ammasso poroso, l'altro diffusivo, prodotto dalle forze di tensione superficiale.

È appena il caso di ricordare che la diffusività ha le dimensioni di $[Lunghezza^2/Tempo]$.

L'equazione di *Richards* (2.17), è valida solo nelle ipotesi di mezzo poroso isotropo e omogeneo. *Milly*¹⁷, ha realizzato un modello matematico anche per mezzi anisotropi e non omogenei.

Nelle ipotesi di mezzo isotropo e omogeneo, l'equazione di *Richards*, è estremamente difficile da risolvere in forma chiusa per molti casi (come ad esempio, per l'infiltrazione in suoli stratificati, per cui non sono ancora conosciute soluzioni analitiche o in forma chiusa). Prima dei recenti progressi nel campo dei metodi numerici (differenze finite ed elementi finiti) e computazionali, non era pensabile utilizzare l'equazione di *Richards* per applicazioni pratiche. L'applicazione di un codice di calcolo risolve l'equazione di *Richards* agli elementi finiti, richiedendo la definizione di condizioni iniziali e di condizioni al contorno che possono essere espresse in due modi: condizioni sul carico, o condizioni sul flusso.

A causa della notevole difficoltà di applicazione di un modello basato sulle equazioni di *Richards* nella pratica idrologica molti autori hanno proposto modelli semplificati del processo di infiltrazione e di formazione del deflusso superficiale, che però permettono di riprodurre gli elementi essenziali della fisica del processo. Tali schemi semplificativi consentono in alcuni casi di risolvere in forma chiusa le equazioni di *Richards*.

Il **modello di Philip**¹⁸ è uno delle più note soluzioni analitiche della equazione di *Richards* nell'ipotesi di diffusività variabile e di superficie satura. Philip immagina che si verifichi la condizione (2.9) e che si crei un velo idrico sul suolo. A seguito della formazione del velo idrico inizia l'infiltrazione, durante la quale l'acqua entra nel suolo a causa del potenziale matriciale e della forza di gravità. Il potenziale matriciale dell'acqua è governato da θ e dalla struttura dei pori. Questi due fattori si combinano per formare il cosiddetto fattore di **sortività** (**S**). Il fattore di **gravitazione** (**A**) è costante, ed è dovuto alla dimensione dei pori, alla continuità e alla distribuzione dell'andamento dell'acqua nel suolo sotto l'influenza della gravità.

L'andamento iniziale del tasso d'infiltrazione è ampiamente governata dalle forze di sortività del suolo secco, che poi sono sostituite, una volta che il suolo si è inumidito, dal termine gravitazionale. A questa conclusione, peraltro intuitiva, *Philip* giunse mediante l'integrazione analitica dell'equazione di *Richards*, con l'introduzione della seguente legge di regolamentazione del tasso d'infiltrazione:

$$i_{JP} = \frac{1}{2} S \cdot \tau^{-\frac{1}{2}} + A \quad (2.18)$$

Il fattore di sortività e quello di gravità sono espressi come segue:

$$S = S(\Psi, j) = 2(n - \theta_i) \sqrt{\frac{D}{\pi}} = \left[\frac{\text{lunghezza}}{\sqrt{\text{tempo}}} \right] \quad A = \frac{1}{2} [f + j(\theta_i)] = \left[\frac{\text{lunghezza}}{\text{tempo}} \right]$$

in cui:

n = porosità, ovvero contenuto d'acqua in superficie;

θ_i = contenuto d'acqua iniziale del sottosuolo;

D = diffusività;

¹⁷ Cfr. MILLY, 1982

¹⁸ Cfr. PHILIP, 1957



f = coefficiente di filtrazione, ovvero coefficiente di infiltrazione in condizioni di saturazione (in superficie);

j = coefficiente di infiltrazione nel sottosuolo.

Integrando la (2.18) si ottiene l'altezza d'acqua infiltratasi nel tempo:

$$h_{jp} = S\sqrt{\tau} + A\tau \quad (2.19)$$

Eagleson¹⁹, nel suo modello ha ipotizzato che i contenuti di umidità in superficie (θ_0) e nel sottosuolo (θ_s) siano stazionari nel tempo, e, supponendo la diffusività (D) costante, ha ricavato la seguente espressione del tasso d'infiltrazione potenziale:

$$i_{jp}(\tau) = (\theta_0 - \theta_s) \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi\tau}} + j(\theta_0) \quad (2.20)$$

da cui, per integrazione, si ottiene:

$$h_{jp}(\tau) = 2(\theta_0 - \theta_s) \cdot \sqrt{\frac{D\tau}{\pi}} + j(\theta_0)\tau \quad (2.21)$$

Horton²⁰ ha ipotizzato un modello in cui, oltre alla diffusività (D), anche il coefficiente di infiltrazione j non dipende dal contenuto di umidità, e, nell'ipotesi di validità della (2.9), ha ricavato una legge che esprime la variabilità temporale del tasso d'infiltrazione potenziale in funzione del tasso d'infiltrazione potenziale iniziale (i_{jp0}) e del tasso d'infiltrazione potenziale critico (i_{jpc}), a cui si tende asintoticamente nel tempo, per via del maggior contenuto d'acqua nel suolo.

Horton ha supposto che:

$$\frac{di_{jp}(\tau)}{d\tau} = -\alpha \cdot (i_{jp} - i_{jpc})$$

ovvero:

$$\frac{di_{jp}(\tau)}{(i_{jp} - i_{jpc})} = -\alpha \cdot d\tau$$

Integrando si ottiene:

$$\ln(i_{jp} - i_{jpc}) = -\alpha\tau + Cost$$

Introducendo la condizione iniziale, secondo cui: $i_{jp}(0) = i_{jp0}$, si ha:

$$\ln(i_{jp0} - i_{jpc}) = Cost$$

da cui:

$$\ln(i_{jp} - i_{jpc}) = -\alpha\tau + \ln(i_{jp0} - i_{jpc})$$

¹⁹ Cfr. EAGLESON, 1970

²⁰ Cfr. HORTON, 1933



ovvero

$$i_{Jp} - i_{Jpc} = e^{-\alpha\tau + \ln(i_{Jp0} - i_{Jpc})}$$

e, quindi:

$$i_{Jp}(\tau) = i_{Jpc} + (i_{Jp0} - i_{Jpc}) \cdot e^{-\alpha\tau} \quad (2.22)$$

Integrando la (2.22) si ottiene la legge di variazione dell'infiltrazione cumulata potenziale:

$$h_{Jp}(\tau) = i_{Jpc} \cdot \tau + \frac{i_{Jp0} - i_{Jpc}}{\alpha} (1 - e^{-\alpha\tau}) \quad (2.23)$$

*Eagleson*²¹, dimostrò che la legge (2.22), nelle ipotesi fatte da *Horton*, è soluzione della (2.17).

Con le stesse ipotesi di *Horton*, altri autori²², per valutare $i_{Jp}(\tau)$, hanno definito dei modelli di potenza negativa, in sostituzione della legge esponenziale negativa (2.22).

Green e Ampt²³ hanno considerato un'ulteriore ipotesi semplificativa nel loro modello: ovvero hanno immaginato che l'infiltrazione avvenga mediante la formazione di un fronte d'infiltrazione al di sopra del quale vi è suolo saturo (figura 2-8). Con il passare del tempo tale fronte si abbassa, abbassando la zona satura (L aumenta nel tempo), fino a che questa non incontra la falda freatica sottostante o uno strato impermeabile sottostante (ovviamente nelle ipotesi che la pioggia abbia durata sufficiente). Tale distribuzione di umidità nel sotto-suolo trascura la zona di trasmissione e di infiltrazione (come schematizzati in figura 2-5) e può essere ritenuta accettabile in quelle situazioni in cui l'intensità di pioggia è così forte e le pendenze del suolo sono così basse, che l'acqua non infiltrata forma un battente idrico che innesci inevitabili fenomeni di filtrazione locale, che dalla superficie del suolo si trasmettono nel sottosuolo.

Si ponga il contenuto d'acqua iniziale del suolo pari a θ_s . Per saturare uno spessore di suolo pari a L , occorre un volume d'acqua per unità di superficie pari a $L(n - \theta_s)$, con n pari alla porosità del mezzo. Sul fronte di infiltrazione il tasso d'infiltrazione coincide con la velocità di filtrazione verticale, che si ricava dalla formula di Darcy:

$$i_{Jp} = f \cdot \frac{\Delta H}{L} \quad (2.24)$$

con ΔH pari a $l + L - \Psi$, dove Ψ è l'altezza di suzione (negativa) per $\theta = \theta_s$ (cfr. figura 2-8).

Considerando che l'infiltrazione cumulata $h_{Jp} = L(n - \theta_s)$, la (2.24) diventa:

$$i_{Jp}(\tau) = f \cdot \frac{l(\tau) + L(\tau) - \Psi_s}{L(\tau)} = f \cdot \frac{l(\tau) + \frac{h_{Jp}(\tau)}{n - \theta_s} - \Psi_s}{\frac{h_{Jp}(\tau)}{n - \theta_s}} = f \cdot \frac{(n - \theta_s)l(\tau) + h_{Jp}(\tau) - (n - \theta_s)\Psi_s}{h_{Jp}(\tau)}$$

che, nell'ipotesi di l trascurabile, si semplifica in:

²¹ Cfr. EAGLESON, 1970

²² Cfr. CONSUEGRA ET ALII, 1984, 1985

²³ Cfr. GREEN AND AMPT, 1911



$$i_{jp}(\tau) = f \cdot \frac{h_{jp}(\tau) - (n - \theta_s)\Psi_s}{h_{jp}(\tau)} = f \cdot \left(1 - \frac{(n - \theta_s)\Psi_s}{h_{jp}(\tau)} \right) \quad (2.25)$$

La (2.25) è un'equazione differenziale, che integrata, fornisce l'**equazione di Green-Ampt**:

$$h_{jp}(\tau) = f \cdot \tau + \Psi_s (n - \theta_s) \ln \left(1 + \frac{h_{jp}(\tau)}{(n - \theta_s)\Psi_s} \right) \quad (2.26)$$

L'equazione (2.26) si risolve per tentativi, in maniera iterativa, applicando i parametri sperimentalmente misurati ed elencati in tabella 2.2²⁴, in cui il tipo di suolo può essere evinto dalla figura 2-9, in base alla conoscenza della composizione percentuale volumetrica di argilla, limo e sabbia presenti nel suolo.

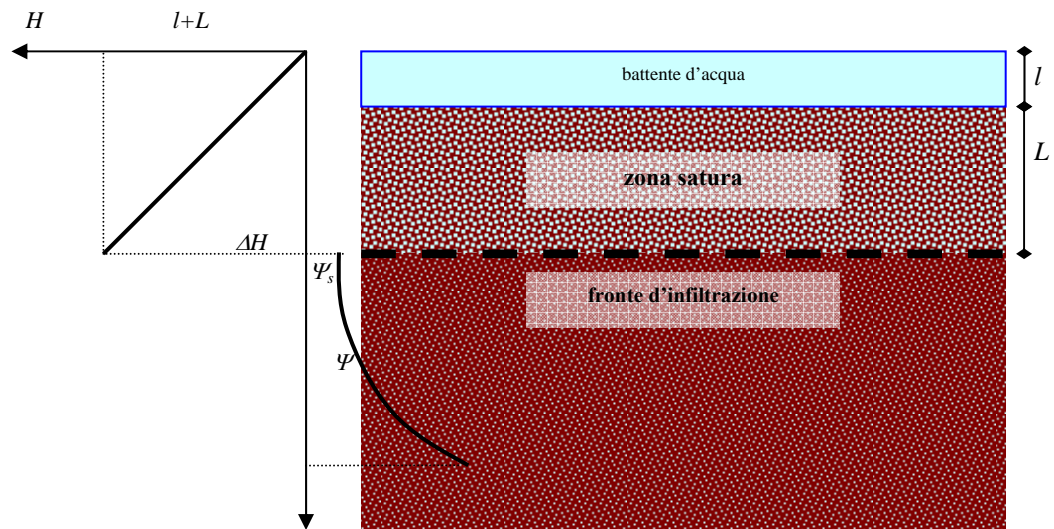


Figura 2-8: Profilo semplificato dell'energia potenziale specifica lungo la verticale di un suolo, nelle ipotesi di Green-Ampt.

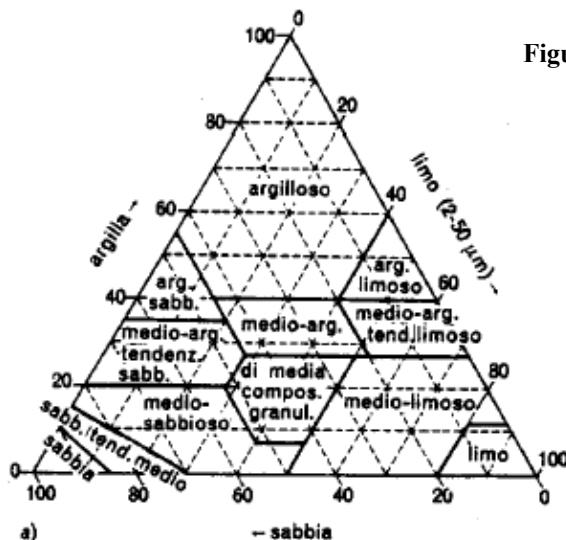


Figura 2-9: Caratterizzazione della tessitura del suolo secondo l'USDA.

²⁴ Cfr. RAWLS ET ALII (1983)



Tipo di suolo	Porosità (n)	Carico di suzione / Ψ_s (cm)	Permeabilità f (cm/h)
Sabbia	0.437	4.95	11.78
	0.374 ÷ 0.500	0.97 ÷ 25.36	
Sabbia con medio impasto	0.437	6.13	2.99
	0.363 ÷ 0.506	1.35 ÷ 27.94	
Medio impasto sabbioso	0.453	11.01	1.09
	0.351 ÷ 0.555	2.67 ÷ 45.47	
Medio impasto	0.463	8.89	0.34
	0.375 ÷ 0.551	1.33 ÷ 59.38	
Medio impasto limoso	0.501	16.68	0.65
	0.420 ÷ 0.582	2.92 ÷ 95.39	
Medio impasto sabbioso-argilloso	0.398	21.85	0.15
	0.332 ÷ 0.464	4.42 ÷ 108.0	
Medio impasto argilloso	0.464	20.88	0.10
	0.409 ÷ 0.519	4.79 ÷ 91.10	
Medio impasto limoso-argilloso	0.471	27.30	0.10
	0.418 ÷ 0.524	5.67 ÷ 131.50	
Argilla sabbiosa	0.430	23.90	0.06
	0.370 ÷ 0.490	4.08 ÷ 140.2	
Argilla limosa	0.479	29.22	0.05
	0.425 ÷ 0.533	6.13 ÷ 139.4	
Argilla	0.475	31.63	0.03
	0.427 ÷ 0.523	6.39 ÷ 156.5	

Tabella 2-2: Parametri della legge di Green-Ampt per diversi tipi di suolo, con media ed estremi dell'intervallo di due scarti quadratici medi intorno alla media²⁵

2.2.2 La rappresentazione delle curve d'infiltrazione

Nell'ipotesi in cui è verificata la condizione (2.9), la curva del tasso d'infiltrazione coincide con quella del tasso d'infiltrazione potenziale, che a sua volta coincide con la curva normalizzata, che è sempre decrescente (cfr. figura 2-6).

La determinazione della curva del tasso d'infiltrazione è meno diretta quando la condizione (2.9) non è verificata per un determinato periodo di tempo. Due sono le condizioni da prendere in considerazione, a seconda che il periodo in cui l'intensità di pioggia insufficiente si collochi all'inizio dell'evento meteorico, oppure faccia seguito a un periodo in cui l'intensità di pioggia è invece sufficiente a garantire che il tasso di infiltrazione reale uguagli quello di infiltrazione potenziale.

Nel primo caso (rappresentato in figura 2-10) la pioggia si infiltra totalmente fino all'istante τ_s , chiamato **tempo di saturazione**, in cui l'intensità di pioggia i uguaglia il tasso d'infiltrazione potenziale i_{jp} . A questo punto sul terreno comincia a formarsi un velo d'acqua e il tasso d'infiltrazione reale i_j coincide con il tasso d'infiltrazione potenziale i_{jp} . L'infiltrazione cumulata h_j , però, all'istante τ_s ha un valore inferiore a quello che

²⁵ Ibidem



avrebbe avuto se i_J fosse stato sin dall'inizio uguale a i_{JP} (curve tratteggiate in rosso del tasso d'infiltrazione potenziale e dell'infiltrazione potenziale cumulata normalizzate).

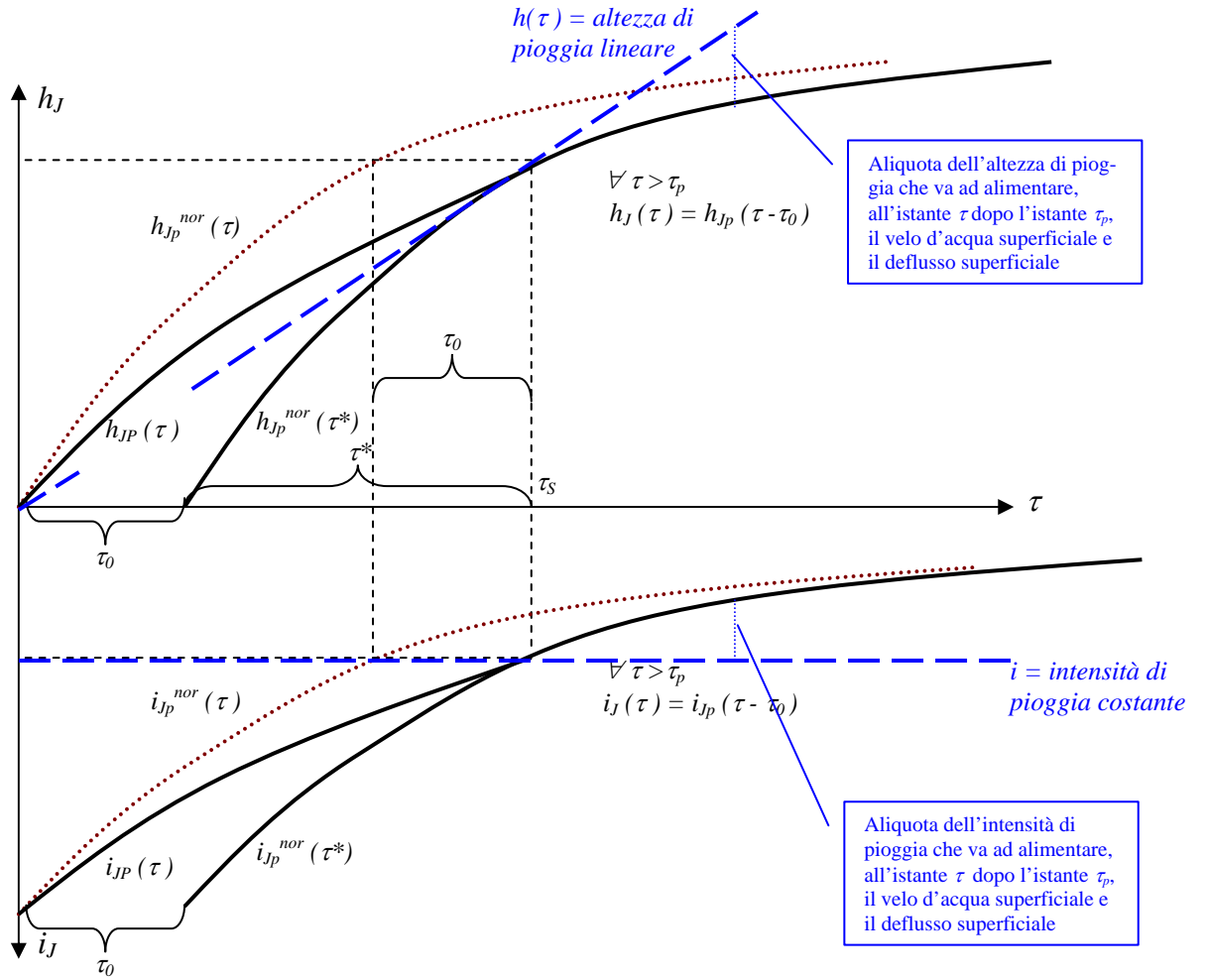


Figura 2-10: Curve del tasso d'infiltrazione e dell'infiltrazione cumulata nel caso di pioggia inizialmente insufficiente

Si può scrivere che $h_J(\tau_p) = h_{JP}(\tau^*)$ e $i_J(\tau_p) = i_{JP}(\tau^*)$, con τ^* minore di τ_S .

Ponendo $\tau_0 = \tau_S - \tau^*$, pari al **tempo di traslazione**, si ha:

$$\forall \tau > \tau_S : \quad h_J(\tau) = h_{JP}(\tau - \tau_0) \quad \text{e} \quad i_J(\tau) = i_{JP}(\tau - \tau_0)$$

Se l'intensità di pioggia i è costante nel tempo (come raffigurato dalla linea tratteggiata in blu in figura 2-10), i valori incogniti di τ_0 e di τ_S si possono determinare risolvendo il seguente sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} i = i_{JP}(\tau_S - \tau_0) \\ i \cdot \tau_p = h_{JP}(\tau_S - \tau_0) \end{cases}$$

in cui $i_{JP}(\tau_p - \tau_0)$ e $h_{JP}(\tau_p - \tau_0)$ rappresentano, a seconda del modello semplificativo considerato, le funzioni (2.18) e (2.19) di Philip, (2.20) e (2.21) di Eagleson, (2.22) e (2.23) di Horton, (2.25) e (2.26) di Green-Ampt. Nella tabella 2-3 sono riportati i valori di τ^* e τ_S , da cui è possibile dedurre $\tau_0 = \tau_S - \tau^*$.



Modello	τ^*	τ_s
Philip	$\frac{S^2}{4(i-A)^2}$	$\frac{S^2}{2i(i-A)} \left[1 + \frac{A}{2(i-A)} \right]$
Eagleson	$\frac{D}{\pi} \left(\frac{\theta_0 - \theta_s}{i - j(\theta_0)} \right)^2$	$\frac{D}{\pi} \frac{(\theta_0 - \theta_s)^2}{i(i - j(\theta_0))} \cdot \left(2 + \frac{j(\theta_0)}{i - j(\theta_0)} \right)$
Horton	$-\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{i - i_{jpc}}{i_{jp0} - i_{jpc}} \right)$	$\frac{1}{i\alpha} \left[i_{jp0} - i - i_{jpc} \ln \left(\frac{i - i_{jpc}}{i_{jp0} - i_{jpc}} \right) \right]$
Green-Ampt	$\Psi_s (n - \theta_s) \left[\frac{1}{f-1} - \frac{1}{f} \ln \left(1 - \frac{f}{f-1} \right) \right]$	$\frac{f}{f-1} \frac{\Psi_s}{i} (n - \theta_s)$

Tabella 2-3: Tempi di traslazione e di saturazione per alcuni modelli di infiltrazione, in ipotesi di piogge di intensità costante.

Le curve del tasso d'infiltrazione e del tasso d'infiltrazione potenziale coincidono rispettivamente con la retta dell'intensità di pioggia e con la retta dell'altezza di pioggia, per valori di $\tau \leq \tau_p$. Per valori di $\tau > \tau_p$ le curve coincidono rispettivamente con la curva del tasso d'infiltrazione potenziale normalizzato e con la curva dell'infiltrazione potenziale cumulata normalizzata, entrambe traslate a destra di τ_0 .

Si consideri adesso il caso in cui il periodo con intensità di pioggia insufficiente faccia seguito a un periodo in cui l'intensità di pioggia sia stata sufficiente a garantire che il tasso di infiltrazione reale uguagliasse quello di infiltrazione potenziale. Questa condizione non si può mai verificare nell'ipotesi di piogge con intensità costante e la costruzione della curva del tasso d'infiltrazione si realizza sempre grazie alla curva normalizzata, e ricorrendo alla discretizzazione temporale²⁶.

2.2.4 La misura dei parametri idraulici di un suolo

I parametri idraulici che caratterizzano un suolo sono fondamentalmente tre: il contenuto d'acqua, il potenziale matriciale e la conducibilità idraulica in condizioni di saturazione e non.

Il contenuto d'acqua può essere di tipo ponderale o volumetrico.

Il **contenuto d'acqua ponderale** (w) di un campione di suolo viene misurato facendo ricorso al **carotaggio**. Tale tecnica deve essere eseguita senza disturbare molto il campione da prelevare. La carota prelevata dal suolo viene pesata una prima volta, appena estratta; dopodiché viene sigillata per prevenire evaporazioni durante il suo trasporto in laboratorio; qui viene inserita in un forno a 105°C, per diverse ore, per consentire l'evaporazione dell'acqua gravitativa in essa contenuta; dopodiché viene ripesata una seconda volta. La differen-

²⁶ Per approfondimenti si rimanda a MOISELLO [1998]



za di peso tra la prima e la seconda pesata prende il nome di **contenuto di umidità** (o *wetness*) e rappresenta la quantità d'acqua gravitativa contenuta nel campione di suolo.

La tecnica del carotaggio è molto lunga e a volte soggetta ad errori sistematici dovuti alla non completa evaporazione dell'acqua gravitativa dopo l'essiccazione in forno, ovvero alla ossidazione, decomposizione ed evaporazione di eventuale materiale organico contenuto nel suolo. È, però, una tecnica senza alti costi iniziali, se si escludono i tempi complessivi di misurazione.

Il contenuto d'acqua volumetrico (θ) di un campione di suolo può essere misurato con il ricorso alla **sonda emettitrice di neutroni (Neutron Probe –NP)** o al **misuratore di riflessione nel dominio del tempo (Time-Domain Reflectometer –TDR)**.

La tecnica dell'NP si basa sull'uso di due componenti principali:

- una **sonda**, che è allocata in un tubo di accesso infisso verticalmente nel terreno: emette **neutroni veloci** (ovvero ad altissima energia come quella delle particelle alfa emesse da nuclei di elio a velocità di 1600 km/s) e riceve, tramite apposito detector, **neutroni lenti** (a bassa energia cinetica);
- un **frequenzimetro statistico** o **rateometro**, che è uno strumento che visualizza la frequenza media delle radiazioni riscontrate dal detector e provocate dalla riflessione diffusa (**scattering**) dei neutroni emessi dalla sonda.

Il principio di funzionamento della NP è il seguente: la sonda emette radialmente nel suolo neutroni veloci, che collidono elasticamente con i vari nuclei atomici. Laddove i neutroni veloci urtano particelle allo stato solido, vengono assorbiti; se invece urtano particelle allo stato liquido, vengono riflessi con più bassa energia, sottoforma di neutroni lenti. Questi vengono riconosciuti dal detector della sonda e visualizzati dal rateometro. Il rapporto tra il numero di neutroni lenti rivelati dal detector e il numero di neutroni veloci emessi determina il valore di θ .

La tecnica NP è poco laboriosa, molto rapida, non invasiva e consente misurazioni ripetibili di θ nello stesso posto e alla stessa profondità, indipendente dalla temperatura e dalla pressione. Gli svantaggi principali stanno nell'alto costo della strumentazione (cfr. figura 2-15), nella difficoltà di misurazione di θ in prossimità della superficie (la sonda deve essere posta almeno a 15 cm di profondità per evitare che i neutroni possano fuoriuscire dal terreno), e soprattutto nell'alto rischio di esposizione ai neutroni e a raggi gamma. Inoltre l'ingombro e la delicatezza delle strumentazioni, nonché la necessità di eseguire perforazioni molto strette, rendono piuttosto laborioso lo spostamento per la misurazione in diversi siti. A sconsigliare l'uso di tale tecnica è, infine, la bassa risoluzione spaziale nella misurazione di θ , che non consente di apprezzare piccole variazioni di θ .

La tecnica del TDR si basa sull'infissione nel suolo di una forchetta costituita da tre sonde metalliche in parallelo, che lanciano contemporaneamente un impulso elettromagnetico e ne ricevono con un certo ritardo il segnale di riflessione dissipato (cfr. figura 2-11). Il tempo di ritardo è inversamente proporzionale alla costante dielettrica del suolo, che a sua volta aumenta all'aumentare del contenuto volumetrico d'acqua θ . Questo viene valutato, in funzione del tempo di viaggio della pulsazione emessa dal tridente di sonde, per quel volume cilindrico di suolo circoscritto tra i tre rebbi-sonda.

Tale tecnica consente di misurare θ in zone molto prossime alla superficie del suolo: basta inserire le sonde orizzontalmente. La tecnica inoltre consente il monitoraggio in telemetria, o più semplicemente la registrazione per lunghi periodi di tempo, del contenuto d'acqua.

La dimensione ridotta della forchetta di sonde consente di valutare θ solo per campioni centimetrici di suolo (cilindretti di 8 o 20 cm di diametro, a seconda della lunghezza d'onda dell'impulso trasmesso dai rebbi-sonda). La misura, più accurata di quella ottenuta con la tecnica NP, è però ristretta ad un volume di controllo molto piccolo.



La misura del **potenziale matriciale** avviene con l'uso della **carta da filtro**. L'acqua del sottosuolo tende ad occupare, per capillarità, i pori più asciutti, trasmigrando dai pori più umidi. Inserendo della carta da filtro asciutta nel suolo, essa esercita un potenziale matriciale sull'umidità del suolo, e innesca un moto d'acqua dai pori del suolo verso la carta da filtro. Al crescere del contenuto d'acqua nella carta da filtro, il suo potenziale matriciale si riduce fino ad equiparare quello del suolo, determinando una condizione di equilibrio per cui la carta da filtro non riesce ad assorbire ulteriore acqua. In seguito si estrae la carta da filtro, la si pesa e la si confronta con il peso che aveva prima di essere introdotta nel suolo. La differenza di peso determina il contenuto ponderale d'acqua della carta da filtro. A quel contenuto d'acqua corrisponde un determinato valore del potenziale matriciale della carta da filtro, già noto e corrispondente al potenziale matriciale del suolo nel punto in cui è stata inserita la carta da filtro.

Un altro metodo per la misurazione del potenziale matriciale si avvale di **blocchetti di gesso**, all'interno dei quali vi sono due elettrodi (cfr. figura 2-11). Si esegue a parte un'operazione di taratura consistente nella registrazione della resistenza elettrica offerta dal blocchetto al passaggio di corrente tra i due elettrodi. Quanto più umido è il blocchetto di gesso, minore è la resistenza elettrica. Nella stessa fase di taratura si misura anche il potenziale matriciale del blocchetto di gesso in funzione dell'umidità in esso contenuta. Il risultato finale della taratura è una curva, che associa un valore del potenziale matriciale ad ogni resistenza elettrica registrata tra gli elettrodi. Quando si immerge il blocchetto di gesso nel suolo, esso interagisce, a causa della sua porosità, con l'acqua di suzione presente nel suolo, assorbendo umidità fino al raggiungimento delle condizioni di equilibrio. In tali condizioni si misura la resistenza elettrica e si associa la relativa altezza di suzione.

I blocchetti di gesso sono pratici e affidabili, sono poco costosi e hanno una vita utile di circa cinque anni. La tecnica di misura dal potenziale matriciale con blocchetti di gesso si presta per il telecontrollo delle misurazioni o quantomeno per la loro registrazione digitale. L'unico svantaggio dei blocchetti di gesso è che le misurazioni dell'altezza di suzione possono essere considerate valide e ottenute in condizioni di equilibrio solo dopo diversi giorni (alta inerzia di misura).

Per misurare l'infiltrazione e la filtrazione esistono diverse tecniche. Tra queste vi è quella basata sul **disco permeametro** (cfr. figura 2-12), che consente di determinare la conducibilità idraulica anche in condizioni non sature. Una colonna d'acqua alimenta una membrana porosa (permeametro) imbibita d'acqua, in contatto con la superficie del suolo. Questa membrana è isolata dall'aria atmosferica ed è tenuta a pressione costante regolando l'altezza d'acqua in una seconda colonna ad essa collegata. Usando un disco permeametro saturo, l'acqua è fornita alla superficie del suolo tramite una pozzanghera superficiale circolare a pressione costante. Questo apparato può essere utilizzato per misurare la conducibilità idraulica sotto piccoli carichi positivi, compresi tra 0 e 10 mm.

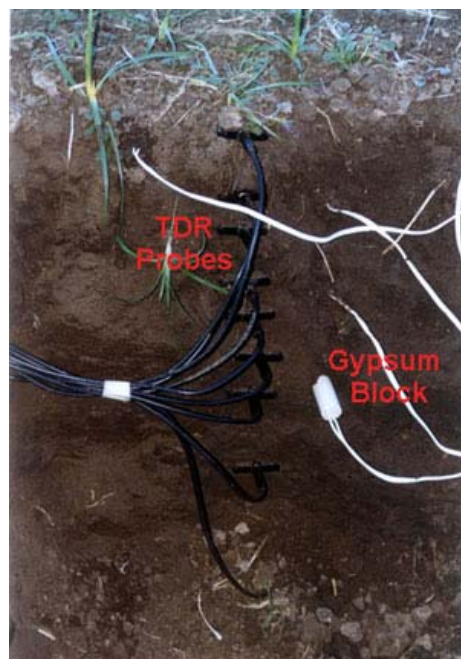


Figura 2-11:

Uso dei TDR e dei blocchetti di gesso per la misurazione di alcune proprietà idrauliche del suolo.



Il vantaggio dell'uso di un disco permeametro sta nella facilità di installazione, di utilizzo e di trasporto. Ottenere dati da questi permeametri è più facile rispetto ai doppi anelli infiltrometri, illustrati in seguito, sebbene sia più complicata l'analisi, a causa dell'andamento tridimensionale dei flussi. Quando si analizzano i dati, le forze di adsorbimento e di capillarità, che agiscono in tutte le direzioni, e la geometria della pozzanghera devono essere tenute in conto. A volte, per stabilire un intimo contatto tra il disco e la superficie del suolo, si usa come materiale di contatto della sabbia fine, che interferisce con le misurazioni nelle prime fasi dell'infiltrazione, dando non accurati valori di sortività. Uno svantaggio legato all'uso degli infiltrometri a pozzanghera è che se c'è un macroporo nel sito, la torre d'acqua può non essere in grado di fornire acqua abbastanza velocemente, causando ancora inaccuratezza dei risultati.



Figura 2-12:
Uso del disco permeametro

Durante l'infiltrazione, l'acqua entra nel suolo a causa del gradiente di potenziale dovuto al potenziale matriciale e alla forza di gravità. Il potenziale matriciale dell'acqua è governato dal grado di essiccamento del suolo e dalla struttura dei pori. Questi due fattori si combinano e sono considerati nel fattore di sortività S introdotto da Philip. Il termine gravitazionale, generalmente notificato con A , è costante e non dipende dal tipo di suolo, ed è dovuto alla dimensione dei pori, alla continuità e alla distribuzione dell'andamento dell'acqua nel suolo sotto l'influenza della gravità.

L'andamento iniziale dell'infiltrazione d'acqua è ampiamente governata dalle forze di sortività del suolo secco, che poi sono sostituite, una volta che il suolo si è inumidito, dal termine gravitazionale. I dischi permeametri sono utili strumenti per la ricostruzione della curva (2.19) e la determinazione di S e A (cfr. figura 2-13).

Qualora si voglia misurare la conducibilità idraulica dei suoli in condizioni di saturazione, si può fare ricorso al **permeametro di Amoozegar** (cfr. figura 2-14). Esso è costituito da quattro flussometri a caduta di pressione costante a forma di tubo, un serbatoio contenente quattro litri d'acqua, un cilindro di misura dei flussi con capacità di un litro, un'unità di dissipazione dell'acqua nel sottosuolo, una base con una valvola a tre vie. I quattro tubi flussometri hanno ognuno un altro tubo al loro interno, che insufflando o sfiando aria consente la variazione di pressione. Questa può tecnicamente raggiungere valori negativi fino a -200 cm di pressione relativa in ognuno dei flussometri, il che vuol dire che è possibile regolare il carico idraulico da imporre all'unità di dissipa-

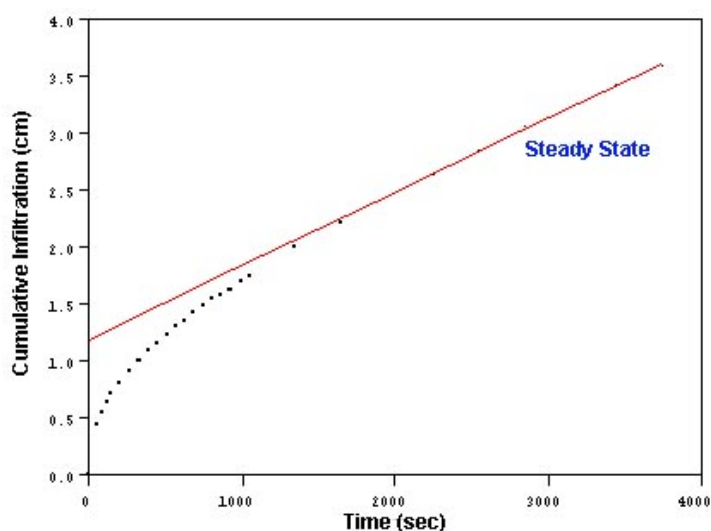


Figura 2-13: Determinazione grafica dell'infiltrazione cumulata registrata per mezzo di un infiltrometro.



pazione fino a profondità di 200 cm; per profondità p superiori a 200 cm, il carico idraulico al dissipatore non potrà scendere al di sotto $p - 200$ cm.

Il principio di funzionamento del permeametro di *Amoozegar* è che i flussometri alimentano il sottosuolo con carico d'acqua costante, in un punto a profondità conosciuta, attraverso l'unità di dissipazione immersa in un foro precostituito. Si registra l'incremento di pressione dell'aria all'interno dei tubi flussometri per garantire il carico costante nel tempo. Tale incremento tende a raggiungere un valore costante, rappresentativo di una condizione di flusso stazionario, e quindi di una condizione di saturazione raggiunta.

Il difetto principale di tale tecnica è che la trivellazione può essere in alcuni casi invasiva, provocando alterazioni locali di porosità e permeabilità. Lo strumento è invece ottimo per misurazioni superficiali.

La conducibilità idraulica in condizioni di saturazione può essere misurata anche mediante l'**infiltrometro a doppio anello**, qualora ci si voglia limitare a conoscere tale grandezza per gli strati superficiali del suolo. La strumentazione è costituita da una coppia di anelli concentrici infilzati ben in profondità nel terreno (cfr. figura 2-15). Ogni anello è collegato con una colonna d'acqua mantenuta a pressione costante, all'interno di bottiglie di Mariotte. L'anello cilindro esterno è alimentato da una colonna d'acqua a pressione più grande. L'acqua defluisce dal suolo delimitato da i due anelli al suolo delimitato dal solo anello interno. Durante tale moto entra nella bottiglia di Mariotte collegata all'anello interno e provoca il gorgoglio per espulsione di aria. Le condizioni di stazionarietà e, quindi, di saturazione sono raggiunte quando si registra un'espulsione costante d'aria nel tempo dalla bottiglia di Mariotte collegata all'anello interno.

Il vantaggio eccezionale di tale tecnica è che essa misura la conducibilità idraulica monodimensionale, ovvero riferita al moto verticale ascensionale di alimentazione dell'anello interno. I difetti sono per lo più da imputare agli elevati tempi di sperimentazione richiesti, alla necessità di adeguare manualmente l'ingresso e l'uscita di aria nelle bottiglie di Mariotte, alla compatibilità della tecnica solo con suoli orizzontali.



Figura 2-14: Uso del permeametro di Amoozegar

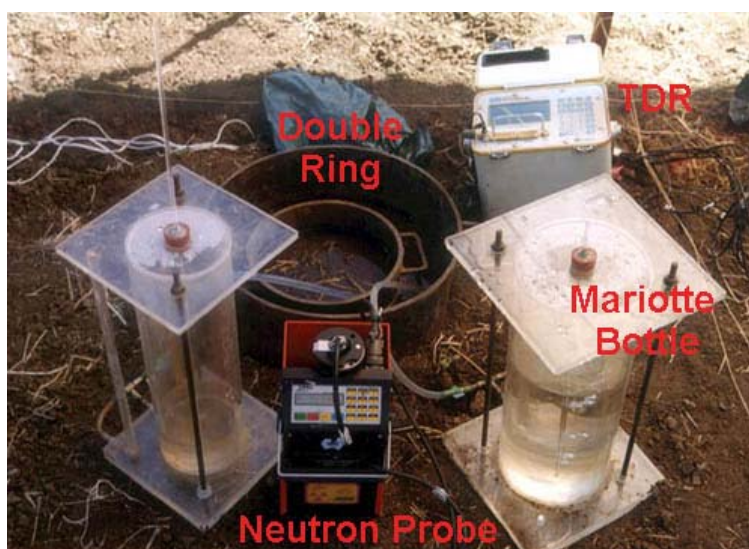


Figura 2-15:

Uso di alcune strumentazioni per la misurazione di grandezze idrauliche nel suolo



2.3 L'immagazzinamento superficiale

Quando l'intensità degli afflussi meteorici che giungono sulla superficie del suolo eccede il tasso di infiltrazione, l'acqua in eccesso rimane in superficie con formazione di due fenomeni: l'**appozzamento (ponding)** e lo **scorrimento superficiale**. Questo meccanismo di formazione delle acque di superficie, noto anche con il nome di **meccanismo hortoniano**, pur nella sua relativa semplicità, è ancora largamente accettato come uno dei principali meccanismi di generazione del deflusso superficiale a causa delle piogge.

Il fenomeno dell'appozzamento è il risultato del riempimento, da parte dell'acqua meteorica (sia in forma diretta, come goccia d'acqua, che in forma indiretta, come acqua piovana che defluisce superficialmente e deposita in una depressione), delle **depressioni superficiali**, o **rugosità del suolo** (dall'inglese *roughness*). Tali rugosità hanno dimensioni variabilissime e sono così classificabili:

- 1) **Macrorugosità**: è il più alto ordine di rugosità ed è legata ai processi geomorfici più importanti (conche endoreiche, laghi, ecc.);
- 2) **Mesorugosità**: differenze sistematiche di elevazione in direzioni preferenziali dovute essenzialmente alla lavorazione del suolo;
- 3) **Microrugosità**: variazioni del microrilievo, dovute alle zolle, le cui dimensioni dipendono dal tipo di lavorazione del suolo e dagli strumenti impiegati;
- 4) **Nanorugosità**: variazioni del microrilievo dovute a singoli grani o aggregati.

La misura degli ultimi tre tipi di rugosità viene solitamente effettuata con speciali apparecchiature meccaniche o elettroniche. Molto utilizzati sono i cosiddetti **profilometri a contatto**, costituiti da aste graduate, che vengono portate a contatto con la superficie del suolo²⁷ o la tecnologia basata sulla **scansione laser**²⁸.

Per facilitare un approccio quantitativo allo studio della rugosità diversi autori hanno proposto vari indici di rugosità, tra cui il più noto è il **random roughness**²⁹ (RR), ovvero la deviazione standard delle altezze di un profilo della superficie, campionato con passo costante (cfr. figura 2-16).

Il volume d'acqua piovana (o di irrigazione) per unità di superficie, che viene immagazzinato dalla rugosità del suolo, prende il nome di **invaso idrico superficiale** o **storage idrico superficiale** (dalla definizione della letteratura scientifica internazionale: *surface water storage*). Tale volume è importante perché non contribuisce al deflusso superficiale, ma ai fenomeni evaporativi e di infiltrazione. Lo *storage* idrico superficiale viene indicato con h_s e si misura in *mm* (volume d'acqua superficialmente immagazzinato per unità di superficie).

Si definisce **tasso di storage idrico superficiale** il volume d'acqua invasato nelle depressioni superficiali nell'unità di superficie e nell'unità di tempo. Si indica con i_s e si misura in *mm/h*.

Lo *storage* idrico superficiale non è un parametro idrologico costante: le macrorugosità possono cambiare in funzione dei fenomeni erosivi e di rideposizione del suolo, le meso e microrugosità possono cambiare in funzione del rimodellamento meccanico dell'uomo, le micro e nanorugosità possono cambiare in funzione delle deformazioni provocate dell'impatto delle gocce e dallo scorrimento superficiale, durante un evento di pioggia. Questa forte dinamica del processo, unitamente alla estrema irregolarità geometrica delle depressioni superficiali e alla variazione continua del livello di acqua nelle depressioni, rende in genere la misura diretta dello *storage* idrico superficiale tecnicamente complessa.

In particolare si riscontra che il massimo *storage* idrico superficiale (h_s^{max}), dipendente dalla rugosità, in genere si riduce con andamento esponenziale durante un evento meteorico, a causa dell'impatto sul terreno delle

²⁷ Cfr. BURWELL ET ALII [1963]

²⁸ Cfr. HUANG ET ALII [1988], Cfr. HUANG ET ALII [1992] e ; BERTUZZI ET ALII., [1990] e [1990bis]

²⁹ Cfr. CURRENCE & LOVELY [1970]



gocce d'acqua, la cui energia cinetica si trasforma in energia di deformazione e compattamento delle zolle (riduzione delle micro e nanorugosità). Qualora il suolo sia anche interessato anche da fenomeni di deflusso superficiale, questi possono innescare anche piccoli fenomeni di erosione e rideposizione, che possono indurre un aumento delle meso e microrugosità.

In pratica non essendo la geometria della superficie costante nel tempo, il valore di h_s^{max} potrà essere soggetto a progressive diminuzioni e la funzione i_s potrà assumere all'interno di una pioggia, valori sia positivi che negativi.

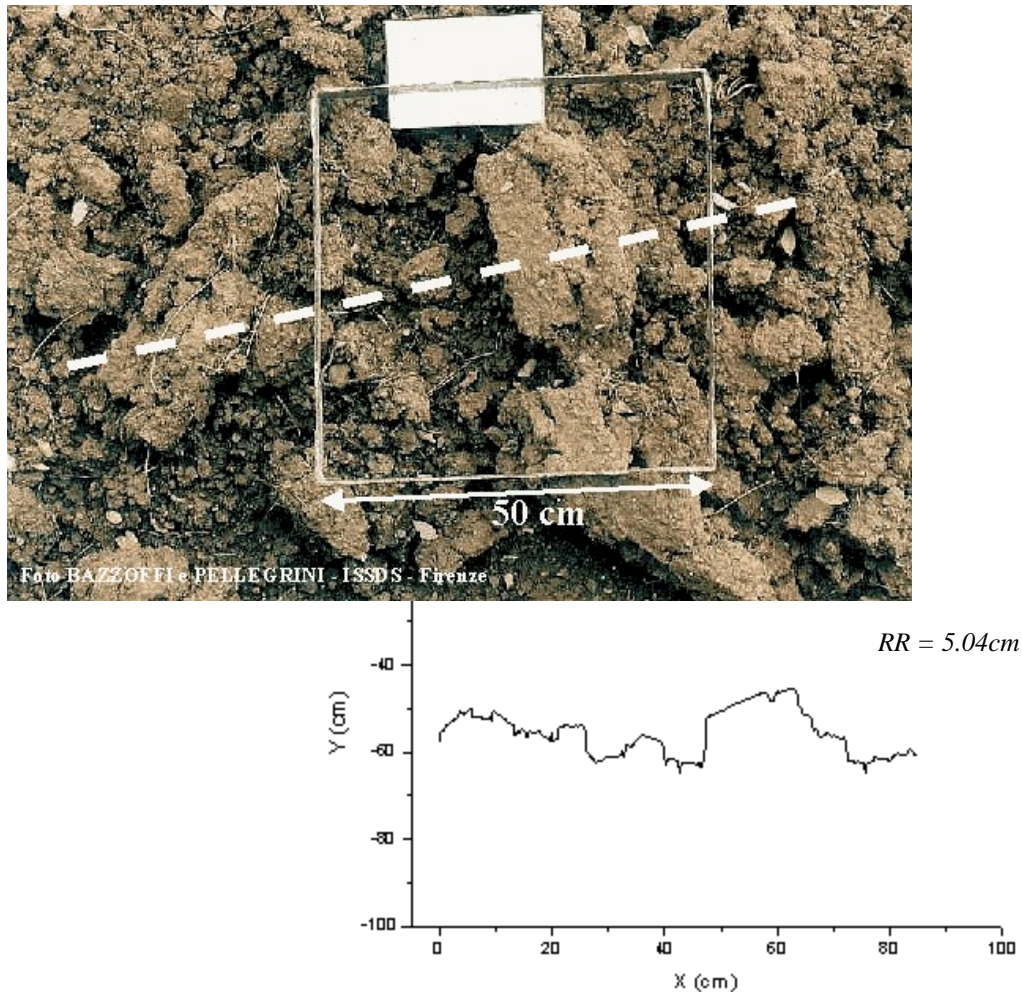


Figura 2-16: Valutazione dell'indice RR lungo il profilo di un campione di suolo [BORSELLI, 2001]

2.3.1 La valutazione dello *storage* idrico superficiale

La misura diretta o indiretta dello *storage* idrico superficiale è, almeno in via teorica, sempre preferibile; tuttavia, pur essendo tecnicamente possibile, è affetta da una serie di problemi che ne sconsigliano quasi sempre l'effettuazione.

Una **tecnica di misura diretta** si basa sulla stereofotografia. Tale metodo è sicuramente reso più appetibile oggi dalla disponibilità di hardware e software per ricostruire un modello digitale del terreno, a partire da



coppie di foto stereografiche. Tale tecnica consente di ottenere una buona precisione di misura (incertezza dell'ordine di 1mm), ma non permette di valutare la superficie di demarcazione che separa il volume di appozzamento da quello che concorre al deflusso superficiale³⁰. È inutile far rilevare gli alti costi delle attrezzature e i lunghi tempi richiesti per la restituzione dei dati.

Una **tecnica di misura indiretta**³¹ può essere utilizzata durante esperimenti con simulatore di pioggia, sia in campo che in laboratorio, utilizzando la seguente equazione del bilancio idrico, che non tiene conto dei fenomeni di intercezione e di evaporazione (opportunamente evitati o resi trascurabili in fase sperimentale):

$$i = i_J + i_S + i_D \quad (2.27)$$

con i_J = tasso d'infiltrazione;

i_S = tasso di *storage* idrico superficiale;

i_D = tasso di deflusso superficiale.

Si esegue, poi, la corretta valutazione delle fasi in cui si suddivide la risposta del suolo nell'arco della precipitazione controllata ad intensità costante, sempre nell'ipotesi che questa sia maggiore del tasso d'infiltrazione potenziale (cfr. tabella 2-4). Si misura, nella sezione attraverso cui tutte le acque del deflusso superficiale sono costrette a transitare, la portata d'acqua che scorre nel tempo.

La fase di *ponding* inizia contemporaneamente con l'avvio della sperimentazione. La portata d'acqua che concorre ai processi d'infiltrazione e di *storage* superficiale prende il nome di **tasso d'infiltrazione apparente** e si indica con $i_{Ja} = i_J + i_S$, e la (2.27) si scrive:

$$i = i_{Ja} + i_D \quad (2.28)$$

<i>Fasi</i>	Inizio simulazione	Tempo di ponding superficiale	Inizio runoff superficiale	Stop della Simulazione	Termine del deflusso superficiale
<i>Tempi</i>	τ_0	τ_S	τ_D	τ_{stop}	τ_{stopD}
<i>Intensità di pioggia</i>	i	i	I	0	0
<i>Tasso di storage Superficiale</i>	0	$i_S \geq 0$	$i_S \geq 0$ $i_S \leq 0$	0	i_S
<i>Tasso di Infiltrazione</i>	$i_J(0) < i$	$i_J(S) < I$	$i_J(D) < i$	$i_J(\tau_{stop})$	0
<i>Deflusso</i>	0	0	$i_D(\tau_D)$	$i_D(\tau_{stop})$	0

Tabella 2-4: Step temporali nelle varie fasi di una simulazione di pioggia e comportamento delle varie componenti del bilancio idrologico a livello della superficie.

³⁰ Cfr. SNEDDON E CHAPMAN [1989]

³¹ Cfr. BORSELLI [2001]



All'istante τ_D inizia il deflusso nella sezione di misurazione. Ciò vuol dire che in alcune zone della superficie, soggetta alla precipitazione artificiale, l'acqua piovana ha riempito completamente le depressioni ed ha iniziato a defluire verso valle. Ovviamente l'istante τ_D non coincide con l'istante in cui la misura del deflusso superficiale (*runoff*) inizia a restituire valori non nulli, perché l'acqua impiega un certo intervallo di tempo prima di giungere alla sezione di misura della portata. È anche vero che l'inizio del *runoff* può anche non interessare l'intera superficie soggetta alla precipitazione artificiale, e che pertanto vi sia una porzione di superficie ancora in fase di *ponding*. Con il passare del tempo la portata di deflusso superficiale si uniforma ad un determinato valore e rimane costante fino all'arresto della pioggia artificiale.

La misurazione della portata di deflusso superficiale nel tempo, rapportata all'estensione della particella di terreno utilizzata per la sperimentazione, restituisce il valore di i_D . Poiché è nota l'intensità della precipitazione artificiale i , è possibile risalire, tramite la (2.28) al valore che assume i_{Ja} durante la sperimentazione.

Applicando uno dei modelli di infiltrazione descritti al sottoparagrafo 2.2.1, si determina i_j , e, indirettamente i_S .

Si viene a realizzare, in tal modo, un diagramma simile a quello rappresentato in figura 2-17.

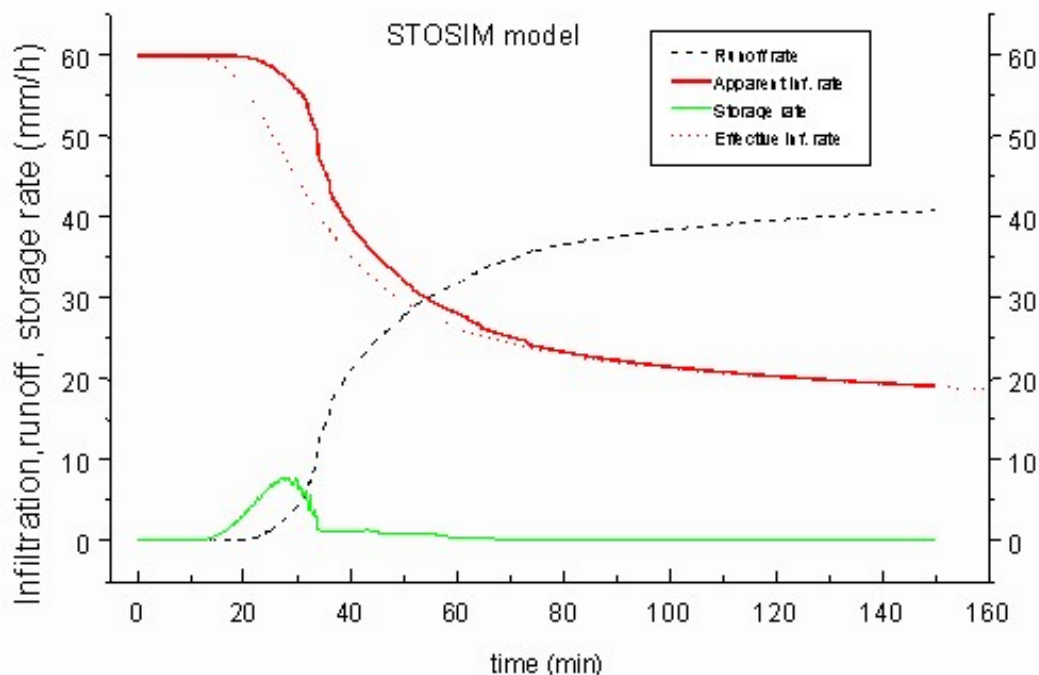


Figura 2-17: Diagramma temporale dei vari componenti idrologici: deflusso superficiale, infiltrazione apparente, storage rate istantaneo e funzione di infiltrazione reale [Borselli, 2001]

Dal diagramma di figura 2-17 è possibile risalire al volume complessivo di *storage* idrico superficiale, all'andamento temporale del tasso di *storage* superficiale e all'istante temporale di esaurimento del *ponding* su tutta la superficie di sperimentazione.

Ovviamente tutti i dati ricavabili sono esclusivamente riferibili all'intensità di pioggia simulata nella sperimentazione. Per intensità di pioggia differenti i meccanismi di formazione dei deflussi superficiali, dell'appozzamento e di infiltrazione possono essere diversi e determinare tempi di esaurimento del *ponding*, tassi di *storage* e volume massimo di *storage* del tutto differenti a quelli precedentemente misurati.



Questa limitatezza, nonché la costosità delle prove e la richiesta di personale specializzato, costituiscono il problema maggiore di questa tecnica di misurazione indiretta dello *storage* idrico superficiale, che viene, pertanto, realizzata solo per progetti di ricerca avanzati nel settore della idrologia sperimentale.

I metodi di stima della capacità di *storage* idrico superficiale sono potenzialmente meno precisi dei metodi di misura diretta, tuttavia sono di più facile applicazione.

Un **metodo empirico di stima** è quello della *random roughness*, ovvero di una relazione empirica tra lo *storage* idrico superficiale, la rugosità e il gradiente di pendenza locale.

Il CNR-IGES, nell'ambito del progetto di ricerca europeo MWISED, ha sviluppato una serie di equazioni che permettono la stima della capacità di *storage* in funzioni di diversi indici di rugosità³².

Nella figura 2-18 è mostrato il nomogramma per la stima di h_s^{max} per unità di superficie, a partire dall'indice RR (random roughness) e dai diversi gradienti di pendenza locale. La figura mostra anche i campi di esistenza delle rugosità che normalmente è possibile trovare per diverse superfici prodotte dalle lavorazioni agricole o che si evolvono successivamente a partire da queste.

Tutte le curve tendono ad un valore costante, molto basso, per una rugosità che tende a 0. La costante ha un significato fisico perché rappresenta la ritenzione d'acqua causata dalla tensione superficiale del liquido.

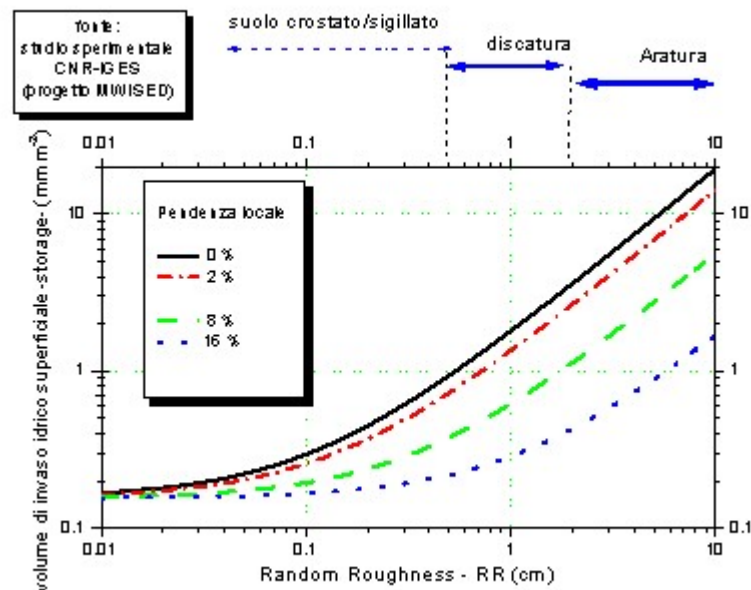


Figura 2-18: Nomogramma per la stima di h_s^{max} per unità di superficie, a partire dall'indice di rugosità RR (random roughness) [Borselli, 2001]

³² Cfr. BORSELLI [2001]



2.4 L'evaporazione

I fenomeni di evaporazione intervengono dal momento in cui la precipitazione meteorica raggiunge la superficie del suolo o la copertura vegetale, ed interessano i veli d'acqua che ricoprono le diverse superfici bagnate, gli specchi d'acqua corrente e stagnante e il terreno umido. In particolare l'acqua che evapora dalla vegetazione può essere quella intercettata durante l'evento di pioggia o quella prodotta dal fenomeno biologico di traspirazione, con cui l'acqua infiltratasi nel terreno viene assorbita dalle radici delle piante e successivamente emessa dalle foglie sotto forma di vapore.

L'insieme dei processi di evaporazione e traspirazione prende il nome di **evapotraspirazione**.

In realtà, nello studio dei processi di trasformazione degli afflussi meteorici al suolo, per intervalli temporali di studio dello stesso ordine di grandezza delle durate dei singoli eventi di pioggia, i fenomeni di evaporazione sono in genere trascurabili, mentre quelli di traspirazione non incidono assolutamente sulla formazione dei deflussi superficiali, in quanto interessanti le acque di infiltrazione. Per questo motivo, ai fini dello studio dei fenomeni di attenuazione del deflusso superficiale, è sufficiente considerare solo i processi evaporativi, che in genere si traducono in formulazioni di pratica applicabilità, solo se occorre quantificare l'evaporazione in un intervallo di tempo almeno giornaliero.

2.4.1 I processi di evaporazione da superfici liquide indefinite³³

Si consideri una superficie d'acqua di estensione indefinita alla temperatura superficiale t_{z0} , con aria secca sovrastante alla temperatura t_a ; tra la superficie liquida e lo strato aereo sovrastante si instaura uno scambio massico ed energetico.

Per quanto concerne lo scambio massico, (cfr. figura 2-19), le molecole d'acqua, entrando nell'aria, si muovono in modo casuale e, accumulandosi nello strato immediatamente superiore all'interfaccia acqua-aria, favoriscono il rientro di alcune di esse nell'acqua. La velocità con la quale le particelle rientrano all'interno della fase acquosa è proporzionale alla concentrazione delle molecole nello strato di aria appena sopra, mentre la velocità con cui le molecole possono sfuggire dalla superficie liquida è proporzionale alla temperatura t_{z0} . All'equilibrio le due velocità, quella di fuga (evaporazione delle molecole d'acqua) e quella di ritorno (condensazione delle molecole d'acqua) si uguagliano (equilibrio dinamico) e la pressione di vapore nello strato molecolare immediatamente sopra la superficie liquida equivale alla pressione di vapore saturo alla temperatura superficiale $p_{vs}(t_{z0})$ (cfr. Figura E-1).

I fenomeni dell'evaporazione e condensazione sono sempre accompagnati da trasferimento di calore, rispettivamente verso l'esterno del corpo idrico o sulla superficie dell'acqua. Tale processo, causato dal consumo

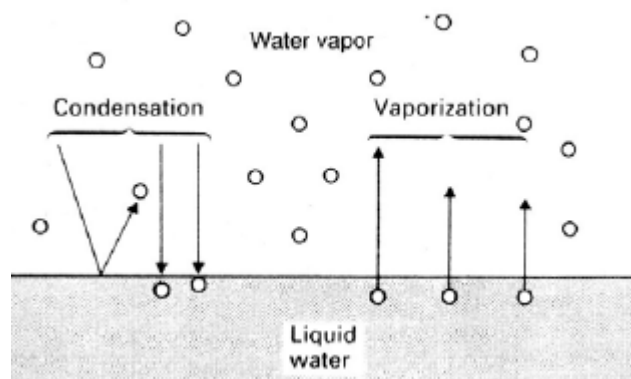


Figura 2-19: Dinamiche di evaporazione e condensazione

³³ Propedeutico alla migliore comprensione di questo paragrafo è il Capitolo E in Appendice, riguardante i principi fondamentali della termoidrometria.



di energia (ovvero dal cedimento di energia), per consentire il passaggio di stato alle molecole d'acqua, è chiamato trasferimento di **calore latente** ed è influenzato (e a sua volta influenza) dalla quantità di vapore d'acqua presente nell'aria sovrastante la superficie evaporante. Prende il nome di **calore latente di vaporizzazione** (q_{LV}) l'energia richiesta per trasformare un'unità di massa di acqua da liquida a vapore, in una trasformazione termodinamica a temperatura e pressione costanti. È, quindi, l'energia necessaria a rompere il legame intermolecolare nel passaggio di stato. Il suo valore varia in funzione della temperatura t (°C) ed è espresso dalla seguente formula:

$$q_{LV} [J/kg] = 2,501 \cdot 10^6 - 2370 \cdot t \quad (2.29)$$

In condizioni di equilibrio di evaporazione o condensazione, la differenza di temperatura tra liquido e aria può essere tale da sommare allo scambio di calore latente una quantità di **calore sensibile**, ovvero di quel calore che viene scambiato per effetto della differenza di temperatura tra il liquido e l'aria.

La **velocità di evaporazione**, i_E , è la quantità di molecole che nell'unità di tempo si muovono dallo strato superficiale saturo verso strati superiori dell'aria. Praticamente viene misurata come altezza d'acqua evaporata in un determinato intervallo di tempo, con le seguenti unità di misura: [mm/giorno].

Il moto dell'aria è sempre turbolento e quindi costituito da una componente di trasporto, con velocità media temporale pari a w , e una componente di agitazione con velocità media temporale nulla. La componente agitativa innesca i cosiddetti fenomeni di **dispersione** o **diffusione turbolenta**, che consentono al vapore sovrastante lo strato liquido di diffondersi verso l'alto. Alla diffusione turbolenta si aggiunge la **diffusione molecolare**, legata al moto di agitazione delle molecole e non alla velocità del vento. I due tipi di fenomeni costituiscono la **diffusione** propriamente detta, che avviene ogni qualvolta si hanno differenze di concentrazione nelle diverse parti del fluido. Nel caso del vapore d'acqua, la sua velocità di trasferimento in direzione verticale z è direttamente proporzionale alla variazione di concentrazione di vapore d'acqua in direzione z , secondo la legge di diffusione di *Fick*:

$$f_z = -D_{H_2O} \cdot \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial z} \quad (2.30)$$

con: f_z = velocità di diffusione molecolare secondo l'asse verticale z [m/s];

C_{H_2O} = concentrazione di vapore d'acqua;

D_{H_2O} = diffusività del vapore d'acqua nell'aria nelle particolari condizioni di velocità del vento [m^2/s].

Lo strato d'aria che si trova immediatamente a contatto con la superficie liquida evaporante è saturo di vapore e si trova alla stessa temperatura dell'acqua. All'aumentare della quota, l'allontanamento dalla sorgente di vapore causa la riduzione dell'umidità relativa.

La portata massica di vapore per unità di superficie lungo la direzione verticale (indicata con $m_z^{H_2O}$), per i fenomeni diffusivi, è, in base alla (2.30):

$$m_z^{H_2O} = -D_{H_2O} \cdot \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial z} \cdot \rho_a \quad (2.31)$$

in cui si è indicato con ρ_a la densità dell'aria secca. La (2.31) restituisce una grandezza misurata in [$kg/(m^2s)$].

In un cubetto elementare di aria atmosferica si indichi con $\underline{m}_z^{H_2O}$ il vettore verticale della portata massica di vapore per unità di superficie.

In un determinato istante τ , la massa di vapore d'acqua contenuta nel cubetto è data da:



$$M_{H_2O}(\tau) = \rho_a C_{H_2O} dx dy dz.$$

Nell'istante $\tau + d\tau$ la massa di vapore d'acqua, a causa dei fenomeni di diffusione, è:

$$M_{H_2O}(\tau + d\tau) = \rho_a C_{H_2O} dx dy dz + \rho_a (\partial C_{H_2O} / \partial \tau) d\tau dx dy dz.$$

La variazione di massa di vapore d'acqua che si ha nell'intervallo di tempo $d\tau$ è, quindi:

$$dM_{H_2O} = \rho_a (\partial C_{H_2O} / \partial \tau) d\tau dx dy dz. \quad (2.32)$$

Si supponga che il vapore d'acqua entri nel cubetto attraverso il piano $z=0$; ed esca dal cubetto attraverso il piano $z=dz$. La quantità di vapore d'acqua entrante nell'intervallo di tempo $d\tau$ è:

$$m_z^{H_2O} d\tau dx dy.$$

La quantità di vapore d'acqua uscente nello stesso intervallo di tempo è data da:

$$- [m_z^{H_2O} d\tau dx dy + (\partial m_z^{H_2O} / \partial z) dz d\tau dx dy]$$

Sommando le masse di vapore d'acqua entrate con quelle uscite per via dei fenomeni di diffusione, si ha la seguente variazione di massa di vapore d'acqua:

$$dM_{H_2O} = - (\partial m_z^{H_2O} / \partial z) dz d\tau dx dy \quad (2.33)$$

Sostituendo la (2.33) nella (2.32) si ha la seguente equazione di continuità:

$$- \frac{\partial m_z^{H_2O}}{\partial z} = \rho_a \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial \tau} \quad (2.34)$$

Il sistema delle due equazioni differenziali (2.31) e (2.34) è nelle funzioni incognite $m_z^{H_2O}$ e C_{H_2O} , e pertanto è necessario conoscere due condizioni al contorno. Una di queste è il valore di C_{H_2O} a contatto della superficie liquida, che, essendo uguale alla concentrazione di vapore di saturazione, è univocamente determinata dalla temperatura dell'acqua superficiale. Un'altra condizione al contorno è il valore di C_{H_2O} a una quota abbastanza alta perché la concentrazione di vapore abbia un valore costante, proprio dell'ambiente, e non influenzato dal procedere dell'evaporazione.

In ipotesi di evaporazione stazionaria, ovvero tale che $m_z^{H_2O}$ e C_{H_2O} variano solo lungo l'asse z e non nel tempo τ , è sufficiente risolvere solo la (2.31). In tal caso la portata massica per unità di superficie $m_z^{H_2O}$ può essere espressa anche in funzione della velocità di evaporazione i_E , secondo la seguente formulazione:

$$m_z^{H_2O} = \rho_{H_2O} \cdot i_E \quad (2.35)$$

dove ρ_{H_2O} è la densità dell'acqua allo stato liquido [kg/m^3].

Considerando che:



$$C_{H_2O} \cong \frac{\rho_V}{\rho_A},$$

per le (E.1), (E.2) e (E.3) si ha, infine:

$$C_{H_2O} \cong 0,622 \frac{p_V}{p}, \quad (2.36)$$

con p = pressione totale dell'aria atmosferica.

La pressione dell'aria atmosferica varia in funzione dell'altezza z rispetto al livello del mare, secondo la seguente legge:

$$p = 101300 \cdot \left(\frac{293 - 0,0065 \cdot z}{293} \right)^{5,26} \quad (2.37)$$

La (2.35) e la (2.36) consentono di scrivere la (2.31) nel seguente modo:

$$i_E = -0,622 \cdot D_{H_2O} \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{p_V}{p} \right) \cdot \frac{\rho_A}{\rho_{H_2O}} \quad (2.38)$$

Discretizzando la (2.38) in un intervallo di quota compreso tra z_0 e $z_0 + \Delta z$ e ipotizzando per semplicità che la pressione p si mantenga costante e pari al valore che la (2.37) restituisce ad una quota rispetto al livello del mare pari a $z_0 + \Delta z/2$, si ottiene la seguente formulazione approssimata:

$$i_E = -0,622 \cdot \frac{D_{H_2O}}{p} \cdot \frac{\Delta p_V}{\Delta z} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_{H_2O}} \quad (2.39)$$

La (2.39), nell'ipotesi in cui alla quota z_0 vi sia la superficie di uno specchio d'acqua indefinito, diventa:

$$i_E = -0,622 \cdot \frac{D_{H_2O}}{p} \cdot \frac{p_V(z_0 + \Delta z) - p_{VS}(z_0)}{\Delta z} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_{H_2O}} \quad (2.40)$$

che è la formulazione generale della **legge di Dalton**, proposta per la prima volta nel 1802.

Dalla (2.40) si evince che, se $p_V(z_0 + \Delta z) > p_{VS}(z_0)$, si ha condensazione di vapore saturo sulla superficie dell'acqua. Se, invece, $p_V(z_0 + \Delta z) < p_{VS}(z_0)$, si ha evaporazione e il vapore acqueo può condensare alla quota $z_0 + \Delta z$, se $p_V(z_0 + \Delta z) > p_{VS}(z_0 + \Delta z)$.

Nella (2.40) la $p_{VS}(z_0)$ può essere conosciuta in base alla temperatura dell'acqua, mediante la formulazione rappresentata in figura E-1. Il valore di $p_V(z_0 + \Delta z)$ si può misurare mediante igrometro o psicrometro.

In condizioni stazionarie, la i_E , così come formulata nella (2.40), aumenta all'aumentare di D_{H_2O} e di $p_{VS}(z_0)$. Il primo termine dipende essenzialmente dalla velocità del vento, mentre il secondo termine dipende dalla temperatura dello specchio d'acqua, che aumenta all'aumentare dell'insolazione.

L'aumento dell'energia radiante provoca l'aumento della temperatura dell'acqua e, quindi, di $p_{VS}(z_0)$. La (2.40) restituisce, quindi, valori di i_E più alti. Tale situazione di stazionarietà si mantiene per lungo tempo se vi è un opportuno ricambio d'aria che mantenga il valore di $p_V(z_0 + \Delta z)$ costante. Tale ricambio d'aria potrebbe addirittura essere tanto forte da provocare una diminuzione di $p_V(z_0 + \Delta z)$, e pertanto destabilizzare la condizione di stazionarietà, provocando un aumento della velocità di evaporazione. Lo stesso ricambio d'aria potrebbe, invece, essere insufficiente e tale da provocare un'aumento di $p_V(z_0 + \Delta z)$, e quindi tale da destabilizzare comunque la condizione di stazionarietà, provocando una riduzione della velocità di evaporazione.



L'aumento della ventilazione provoca la riduzione di $p_v(z_0 + \Delta z)$. La (2.40) restituisce, quindi, valori di i_E più alti. Tale situazione di stazionarietà si conserva per lungo tempo se l'acqua è opportunamente irradiata, in modo che mantenga il valore di $p_{vs}(z_0)$ costante. Se l'irraggiamento è talmente forte da provocare un'aumento di $p_{vs}(z_0)$, si ha la destabilizzazione della condizione di stazionarietà provocata dall'aumento della velocità di evaporazione. Se l'irraggiamento si riduce a punto tale da provocare una riduzione di $p_{vs}(z_0)$, si ha comunque la destabilizzazione della condizione di stazionarietà con riduzione della velocità di evaporazione.

2.4.2 Il metodo del bilancio energetico³⁴

L'irraggiamento termico di un suolo avviene mediante la ricezione di radiazione solare (**onde corte**) e lo scambio radiativo con l'atmosfera, per effetto della differenza di temperatura tra suolo e atmosfera (**onde lunghe**).

La radiazione solare (S_0), i cui valori medi mensili sono riportati in tabella 2-5, arriva al suolo depauperata dell'energia assorbita dall'atmosfera (e in particolare dal sistema nuvoloso). L'irraggiamento solare che giunge a terra (S_t) non viene completamente assorbito dal suolo, ma in parte viene riflesso (**albedo**) secondo una percentuale α ; per cui la parte effettivamente assorbita dal suolo è: $S_t - \alpha S_t$.

Lo scambio radiativo tra suolo e atmosfera, avviene sempre con perdita di calore da parte del suolo, con emissione di onde lunghe nette (L_n).

Emisfero Nord										
Mese	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
gen.	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	4,43E+01	1,11E+02	1,87E+02	2,56E+02	3,25E+02	3,84E+02	4,35E+02
feb.	0,00E+00	0,00E+00	3,44E+01	1,06E+02	1,77E+02	2,48E+02	3,10E+02	3,69E+02	4,13E+02	4,50E+02
mar.	1,97E+01	6,15E+01	1,35E+02	2,09E+02	2,73E+02	3,32E+02	3,81E+02	4,18E+02	4,43E+02	4,55E+02
apr.	2,31E+02	2,36E+02	2,78E+02	3,20E+02	3,69E+02	4,16E+02	4,40E+02	4,53E+02	4,55E+02	4,43E+02
mag.	4,43E+02	4,38E+02	4,21E+02	4,38E+02	4,57E+02	4,75E+02	4,80E+02	4,72E+02	4,50E+02	4,18E+02
giu.	5,34E+02	5,29E+02	5,04E+02	4,92E+02	4,97E+02	5,02E+02	4,92E+02	4,75E+02	4,43E+02	4,03E+02
lug.	4,97E+02	4,89E+02	4,65E+02	4,65E+02	4,77E+02	4,85E+02	4,87E+02	4,72E+02	4,45E+02	4,08E+02
ago.	3,30E+02	3,25E+02	3,37E+02	3,79E+02	4,08E+02	4,40E+02	4,55E+02	4,60E+02	4,50E+02	4,28E+02
set.	8,36E+01	1,25E+02	1,89E+02	2,51E+02	3,15E+02	3,64E+02	4,03E+02	4,30E+02	4,45E+02	4,45E+02
ott.	0,00E+00	1,23E+01	7,13E+01	1,40E+02	2,14E+02	2,78E+02	3,37E+02	3,86E+02	4,25E+02	4,48E+02
nov.	0,00E+00	0,00E+00	7,38E+00	5,90E+01	1,30E+02	2,04E+02	2,75E+02	3,37E+02	3,94E+02	4,38E+02
dic.	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,95E+01	9,35E+01	1,65E+02	2,41E+02	3,10E+02	3,74E+02	4,30E+02

Tabella 2-5: Radiazione solare al limite dell'atmosfera, incidente su una superficie orizzontale, relativamente all'emisfero boreale, espressa in w/m^2

Prende il nome di **radiazione netta** la seguente quantità di energia irradiata assorbita dal suolo:

$$R_n = S_t (1 - \alpha) - L_n$$

La S_t è definita, nell'arco di una giornata, dalla seguente formulazione:

$$S_t = \left(a + b \cdot \frac{n}{N} \right) \cdot S_0$$

³⁴ Cfr. MOISELLO [1998]



(2.41)

con: $a + b$ = frazione di S_0 che giunge al suolo, attraverso l'atmosfera, in condizioni non nuvolose

(generalmente vale 0,75);

a = frazione di S_0 che giunge al suolo, attraverso l'atmosfera, in condizioni nuvolose

(generalmente vale 0,25);

n = numero di ore illuminate con nuvolosità nulla;

N = numero di ore illuminate al giorno (cfr. tabella 2-6).

Il coefficiente di albedo α può essere dedotto dalla tabella 2-7, mentre per quanto concerne L_n , essa è regolata dalla seguente **legge di Stephan-Boltsman** estesa ai corpi reali e ragguagliata in funzione della copertura nuvolosa (che causa la riflessione parziale della radiazione emessa dal suolo).

$$L_n = f \cdot \varepsilon' \cdot \sigma \cdot (t_s + 237,4) \quad (2.42)$$

con: f = coefficiente di ragguaglio dovuto alla copertura nuvolosa;

ε' = emittenza relativa del suolo nell'atmosfera;

σ = costante di Stephan – Boltsman. Vale $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$, ovvero, nell'ipotesi in cui l'energia raggiante ricevuta uguagli il calore latente di vaporizzazione, vale $0,1985 \cdot 10^{-8} \text{ mm/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$, in cui i mm sono quelli di acqua evaporata;

t = temperatura del suolo in $^{\circ}\text{C}$.

Il coefficiente di ragguaglio f può essere impostato con lo stessa logica utilizzata nella (2.41); pertanto si può scrivere:

$$f = \left(a + b \cdot \frac{n}{N} \right)$$

con: $a+b$ = frazione di irraggiamento netto emesso dal suolo verso l'atmosfera, in condizioni non nuvolose (ovviamente vale 1);

a = frazione di irraggiamento netto emesso dal suolo verso l'atmosfera, in condizioni nuvolose, ovvero con fenomeni riflessivi da parte dell'atmosfera (generalmente vale 0,1);

n = numero di ore illuminate con nuvolosità nulla;

N = numero di ore illuminate al giorno (cfr. tabella 2-6).

L'emittenza relativa ε' , nelle pratiche applicazioni, viene calcolata in funzione della pressione di vapore p_v (misurata in *millibar*, mediante un igrometro o psicrometro) attraverso la seguente espressione empirica:

$$\varepsilon' = 0,34 - 0,044 \sqrt{p_v}$$

La (2.41) e la (2.42) determinano la seguente formulazione della radiazione giornaliera:

$$R_n = \left(0,25 + 0,50 \cdot \frac{n}{N} \right) \cdot S_0 \cdot (1 - \alpha) - \left(0,1 + 0,9 \cdot \frac{n}{N} \right) \cdot (0,34 - 0,044 \sqrt{p_v}) \cdot \sigma \cdot (t + 237,4) \quad (2.42)$$

che si esprime in W/m^2 .

Nell'ipotesi in cui la potenza irradiata R_n si trasformi completamente in calore latente di vaporizzazione, si ha:

$$R_n = q_{LV} \cdot \rho_{H2O} \cdot i_E, \quad (2.43)$$



con q_{LV} determinabile in funzione della temperatura, grazie alla (2.29), e con $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$. Dalla (2.43) si ricava l'altezza di evaporazione giornaliera:

$$i_E [\text{mm / giorno}] = 86400 \frac{R_n}{2,501 \cdot 10^6 - 2370 \cdot t} \quad (2.44)$$

Lat N	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
Lat S	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu
50°	8,5	10,1	11,8	13,8	15,4	16,3	15,9	14,5	12,7	10,8	9,1	8,1
48°	8,8	10,2	11,8	13,6	15,2	16,0	15,6	14,3	12,6	10,9	9,3	8,3
46°	9,1	10,4	11,9	13,5	14,9	15,7	15,4	14,2	12,6	10,9	9,5	8,7
44°	9,3	10,5	11,9	13,4	14,7	15,4	15,2	14,0	12,6	11,0	9,7	8,9
42°	9,4	10,6	11,9	13,4	14,6	15,2	14,9	13,9	12,6	11,1	9,8	9,1
40°	9,6	10,7	11,9	13,3	14,4	15,0	14,7	13,7	12,5	11,2	10,0	9,3
35°	10,1	11,0	11,9	13,1	14,0	14,5	14,3	13,5	12,4	11,3	10,3	9,8
30°	10,4	11,1	12,0	12,9	13,6	14,0	13,9	13,2	12,4	11,5	10,6	10,2
25°	10,7	11,3	12,0	12,7	13,3	13,7	13,5	13,0	12,3	11,6	10,9	10,6
20°	11,0	11,5	12,0	12,6	13,1	13,3	13,2	12,8	12,3	11,7	11,2	10,9
15°	11,3	11,6	12,0	12,5	12,8	13,0	12,9	12,6	12,2	11,8	11,4	11,2
10°	11,6	11,8	12,0	12,3	12,6	12,7	12,6	12,4	12,1	11,8	11,6	11,5
5°	11,8	11,9	12,0	12,2	12,3	12,4	12,3	12,3	12,1	12,0	11,9	11,8
0°	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0

Tabella 2-6:

Valore medio mensile N del numero di ore giornaliero di insolazione teorica per diverse latitudini [Doolenbos e Pruitt, 1977]

Superficie	Albedo (%)
neve fresca	80-90
ghiacciai	30-40
Suolo sabbioso	35-45
prato	15-25
steppe	20-30
conifere	10-15

Tabella 2-7: Valori tipici dell'albedo

2.4.3 Il metodo aerodinamico³⁵

Nell'ipotesi di evaporazione stazionaria (ovvero indipendente dal tempo), ammettendo che vi sia un moto orizzontale turbolento dell'aria sulla superficie di uno specchio d'acqua, la (2.31), che determina la portata massica verticale di vapore acqueo per diffusione, si scrive in termini di derivata totale:

$$m_z^{H_2O} = -D_{H_2O} \cdot \frac{dC_{H_2O}}{dz} \cdot \rho_A \quad (2.45)$$

Lo sforzo tangenziale orizzontale τ all'interno del fluido è espresso, per moti turbolenti, dalla legge seguente:

$$\tau = K_w \cdot \frac{dw}{dz} \cdot \rho_A \quad (2.46)$$

in cui: K_w è una costante che dipende dalla turbolenza del vento e w è la velocità media orizzontale del vento.

Sostituendo ρ_A della (2.45) nella (2.46) si ha:

$$m_z^{H_2O} = -\tau \frac{D_{H_2O}}{K_w} \cdot \frac{dC_{H_2O}}{dw} \quad (2.47)$$

La (2.47) può essere esplicitata e semplificata ulteriormente, in base a quanto segue.

³⁵ Cfr. MOISELLO [1998]



Lo sforzo tangenziale τ può essere espresso secondo la seguente formulazione:

$$\tau = \rho_A \cdot w^*{}^2 \quad (2.48)$$

con w^* detta **velocità di attrito**.

Il campo di moto orizzontale turbolento dell'aria su un piano orizzontale è regolato dalla seguente legge logaritmica³⁶:

$$w = \frac{w^*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (2.49)$$

con: $k = \text{costante di von Karman} = 0,4$ (se la velocità è espressa in m/s);

$w^* = \text{velocità di attrito}$;

$z_0 = \text{scabrezza omogenea equivalente}$ pari ad una frazione dell'altezza del substrato limite laminare frapposto tra il piano orizzontale e lo strato d'aria turbolenta.

Il valore di z_0 è stato valutato per superfici di diversa rugosità (cfr. tabella 2-8).

Tipo di superficie	$z_0 [cm]$
Ghiaccio	0,001
Acqua	0,01÷0,06
Erba alta fino a 10 cm	0,1÷2,0
Erba alta tra 10 e 50 cm	2÷5
Vegetazione alta da 1 a 2 m	20
Alberi alti da 10 a 15 m	40÷70

Tabella 2-8: Valore di z_0 per superfici naturali [Brutsaert, 1982]

Sostituendo la w^* della (2.49) nella (2.48) si ha:

$$\tau = \rho_A \cdot \left(\frac{0,4 \cdot w}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \right)^2 \quad (2.50)$$

Sostituendo la (2.50) nella (2.47), e assumendo $D_{H_2O} = K_w$, si ha:

$$m_z^{H_2O} = -\rho_A \left(\frac{0,4 \cdot w}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \right)^2 \cdot \frac{dC_{H_2O}}{dw} \quad (2.51)$$

nota anche come **formula di Thornthwaite – Holzman**.

Discretizzando la (2.51) proprio in prossimità dello specchio d'acqua (dove $w = 0$), si ha:

$$m_z^{H_2O} = -\rho_A \left(\frac{0,4 \cdot w}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \right)^2 \cdot \frac{C_{H_2O}(z) - C_{H_2O}(0)}{w(z)} \quad (2.52)$$

³⁶ Per approfondimenti cfr. BRUTSAERT [1982]



Per la (2.36) si ha:

$$m_z^{H_2O} = -\rho_A \left(\frac{0,4 \cdot w}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \right)^2 \cdot \frac{0,622}{p} \cdot \frac{p_v(z) - p_v(0)}{w(z)}$$

È possibile determinare la velocità di evaporazione i_E , considerando che:

- $i_E = m_z^{H_2O} / \rho_{H_2O}$;
 - che la velocità $w(z)$ del vento può essere misurata da un anemometro a quota z dal livello dello specchio d'acqua;
 - che la pressione di vapore $p_v(z)$ può essere misurato da un igrometro posto a quota z dal livello dello specchio d'acqua;
 - che $p_v(0)$ coincide $p_{vs}(t_{H_2O})$, che è data dalla formulazione rappresentata in figura E-1 (si ricorda che $1 \text{ mbar} = 1 \text{ Pa}$);
 - che in assenza di misurazione della temperatura t_{H_2O} dello specchio d'acqua, con buona approssimazione si può utilizzare il valore della temperatura $t_A(z)$ eventualmente misurata da un termometro a quota z ;
 - che la pressione atmosferica è legata alla quota Z rispetto al livello del mare misurata in metri, dalla seguente relazione:
- $$p [\text{Pa}] = 101320 \cdot (1 - 0,2245 \cdot 10^{-4} \cdot Z)^{5,2853}; \quad (2.53)$$
- che $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$;
 - che in condizioni ordinarie di temperature e pressione la densità dell'aria atmosferica secca è $\rho_A = 1,2 \text{ kg/m}^3$.

Pertanto:

$$i_E [\text{mm} / \text{giorno}] = -\frac{10300}{p} \cdot \left(\frac{w(z)}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \right)^2 \cdot \frac{p_v(z) - p_{vs}(0)}{w(z)} \quad (2.54)$$

L'equazione (2.54) è valida solo nel caso in cui l'irraggiamento termico che viene assorbito dall'acqua sia sempre sufficiente a garantire il valore formulato di i_E .

2.4.4 Il metodo di *Penman*³⁷

Col metodo del bilancio energetico si suppone che il ricambio d'aria non sia un fattore limitante all'evaporazione, mentre con il metodo aerodinamico si suppone che il rifornimento energetico non sia il fattore limitante dell'evaporazione. In realtà l'evaporazione è limitata sia dalla disponibilità di energia che dal ricambio d'aria.

*Penman*³⁸ ha mostrato che la velocità di evaporazione reale può essere determinata come una media pesata delle velocità di evaporazione, calcolate sia con il metodo del bilancio energetico (i_E^{be}) che con quello aerodinamico (i_E^a).

³⁷ Cfr. MOISELLO [1998]



$$i_E = \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} i_E^{be} + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} i_E^a \quad (2.55)$$

in cui i_E^{be} è data dalla (2.44), e i_E^a è data dalla (2.54).

Nei suoi studi Penman ha constatato che la grandezza Δ è la derivata di $p_{vs}(t_A)$ rispetto a t_A .

Dalla formulazione rappresentata in figura E-1, si ha:

$$\Delta [Pa / K] = \frac{4098 \cdot 0.6108 \cdot e^{\frac{17,27 \cdot t}{237,3 + t}}}{(237,3 + t)^2} \quad (2.56)$$

Penman ha poi constatato che l'altra grandezza coincide con la **costante psicometria** (γ) [Pa/°C] dell'aria, che è il rapporto della differenza tra la pressione di vapore saturo alla temperatura di bulbo umido, e la pressione di vapore effettiva, rispetto alla differenza tra la temperatura di bulbo secco e quella di bulbo umido. Ebbene, si dimostra che:

$$\gamma = \frac{p \cdot c_p}{0,622 \cdot q_{LV}}$$

che è facilmente risolvibile in considerazione del fatto che il calore specifico dell'aria a pressione costante è $c_p = 1005 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, che la pressione atmosferica è regolata dalla legge (2.53), e che q_{LV} può essere valutato tramite la (2.29):

$$\gamma [Pa / K] = \frac{1,62 \cdot 10^3 \cdot p}{2,501 \cdot 10^6 - 2370 \cdot t} \quad (2.57)$$

Le grandezze (2.56) e (2.57) possono ricavarsi con la conoscenza della semplice temperatura dell'aria in °C.

La formula di Penman è una delle più utilizzate, fornisce risultati soddisfacenti e richiede, come si è visto, dati di input meteorologici facilmente misurabili e disponibili o stimabili da altri dati; la base teorica sulla quale è stata costruita ne permette l'applicazione nella modellistica idrologica.

2.4.5 L'evaporazione potenziale ed effettiva

La velocità di evaporazione calcolata tramite la (2.55) è valida in ipotesi di superficie evaporante completamente bagnata, quale può essere uno specchio d'acqua, un suolo paludoso o impozzangherato, ovvero, più in generale, un suolo ideale (nudo o vegetato) in grado di attingere un illimitato rifornimento d'acqua dal suolo, ed in condizioni di equilibrio con le assegnate condizioni atmosferiche. In tali ipotesi, in letteratura, la velocità di evaporazione prende anche il nome di **evaporazione potenziale**, che dipende solo dalle condizioni meteorologiche (*atmospheric-controlled*).

Nella realtà (escludendo superfici lacustri, fluviali e paludose) ci si trova in condizioni di evaporazione potenziale durante e poco dopo gli eventi meteorici. Successivamente, a causa dei fenomeni di infiltrazione, si ha la perdita delle condizioni teoriche per applicare la (2.55) e l'evaporazione diventa inferiore a quella potenziale, in quanto l'umidità del suolo è inferiore a quella in condizioni di saturazione. La velocità di evaporazione, detta **evaporazione effettiva**, è controllata dal suolo (*soil-controlled*) e/o dalla vegetazione (*plant-controlled*).

La valutazione dell'evaporazione effettiva i_E avviene in un contesto più ampio di determinazione dell'**evapotraspirazione effettiva** (i_{ET}) in una generica area vegetata e viene espressa come:

³⁸ Cfr. PENMAN [1948]



$$i_{ET} = i_E \cdot (1-f_v) + i_T \cdot f_v \quad (2.58)$$

in cui: i_{ET} = evapotraspirazione effettiva [mm/giorno];
 i_E = evaporazione effettiva da suolo nudo [mm/giorno];
 i_T = traspirazione effettiva delle piante [mm/giorno];
 f_v = frazione di vegetazione;
 $1-f_v$ = frazione di suolo nudo.

Nel seguito ci si soffermerà a descrivere solo le dinamiche evolutive dell'evaporazione effettiva da suolo nudo, considerato quale unico fattore che incide nell'immediato sul depauperamento del deflusso superficiale.

Il processo di evaporazione da suolo nudo può essere distinto in tre stadi (cfr. figura 2-20).

Nello stadio iniziale, ipotizzando che l'intensità di pioggia i sia stata tale da creare apozzamenti e deflusso superficiale, lo stato di umidità iniziale del suolo nudo corrisponde allo stato di saturazione. L'evaporazione procede con velocità molto prossima se non uguale alla evaporazione potenziale. Ci si trova, quindi, in condizioni controllate dall'atmosfera (*atmospheric-controlled*). In queste condizioni, come si è potuto vedere in precedenza, l'evaporazione è funzione di tipici fattori atmosferici, quali velocità del vento, energia disponibile alla superficie e deficit della pressione di vapore.

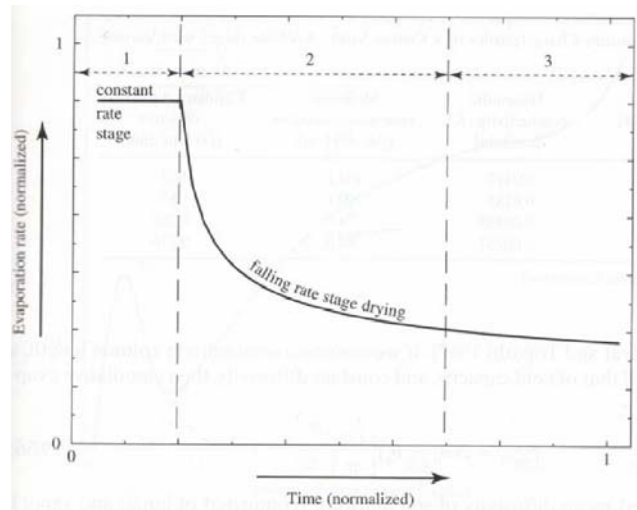


Figura 2-20: Andamento temporale dell'evaporazione effettiva

Allorquando i processi di deflusso superficiale, di evaporazione e d'infiltrazione rendono il suolo non più in grado di fornire alla superficie acqua sufficiente a soddisfare la domanda evaporativa, si entra nel secondo stadio, in cui il fenomeno dell'evaporazione è controllato dalla conducibilità idraulica del suolo ("*soil control*").

Nel terzo stadio si ha l'essiccamento del suolo superficiale e l'abbassamento del piano di evaporazione. L'evaporazione totale diminuisce secondo una relazione quadratica strettamente correlata al tipo di suolo (per esempio le argille tendono a perdere più acqua per evaporazione rispetto a suoli sabbiosi che drenano più velocemente).

L'evaporazione da suolo nudo interessa inizialmente gli strati più superficiali e poi gli strati più profondi, solo quando il periodo secco è particolarmente lungo. In figura 2-21 è mostrata l'evoluzione temporale di un profilo di umidità del suolo (profondità 60 cm) durante un periodo di evaporazione da suolo nudo di circa 12 giorni simulato da un modello alle differenze finite che risolve l'equazione di Richards.

L'evaporazione effettiva da suolo nudo i_E può essere stimata in funzione di quella potenziale tramite una relazione empirica del tipo:

$$i_E = f(\theta) \cdot i_E^{\text{potenziale}}$$

in cui: θ = contenuto volumetrico d'acqua del suolo;

$i_E^{\text{potenziale}}$ = evaporazione potenziale, ricavabile tramite la (2.55).



Una delle relazioni empiriche più recenti, che determina l'evaporazione effettiva in condizioni di suolo saturo, è la seguente³⁹:

$$i_E = \left[0,0369 \cdot \left(\frac{\theta}{n} \right) + 1,8575 \cdot \left(\frac{\theta}{n} \right)^2 - 0,8944 \cdot \left(\frac{\theta}{n} \right)^3 \right] \cdot i_E^{\text{potenziale}} \quad (2.59)$$

dove n è la porosità del suolo, ovvero il contenuto volumetrico d'acqua in condizioni di saturazione (cfr. Figura 2-22).

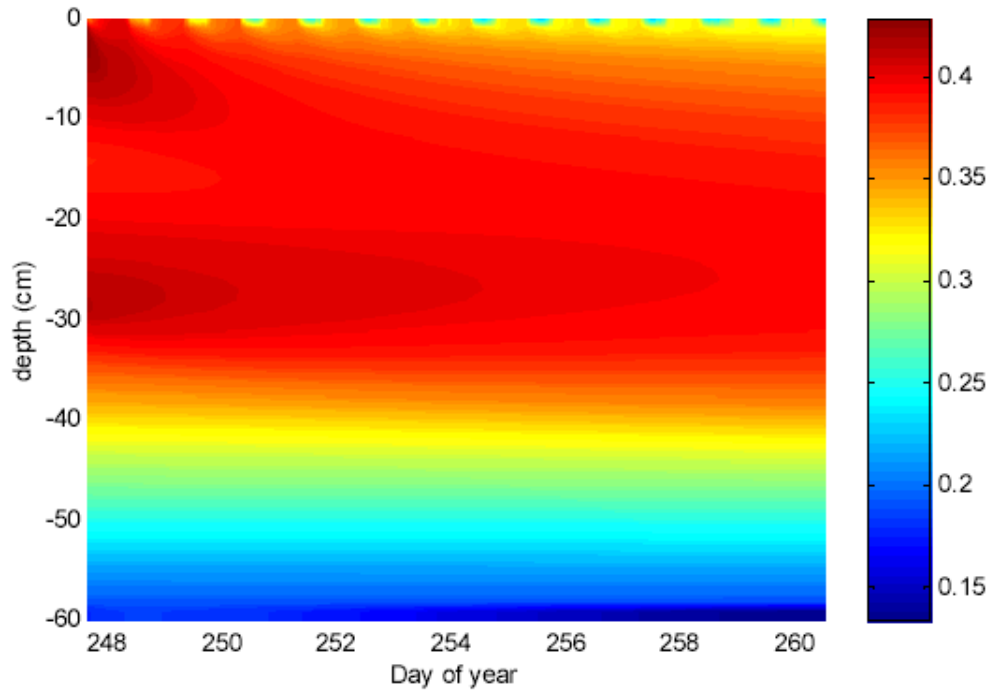


Figura 2-21: Profilo di umidità di un suolo nei primi 60cm di profondità, simulato da un modello basato sulle equazioni di Richards [Montaldo et. Alii, 2001]

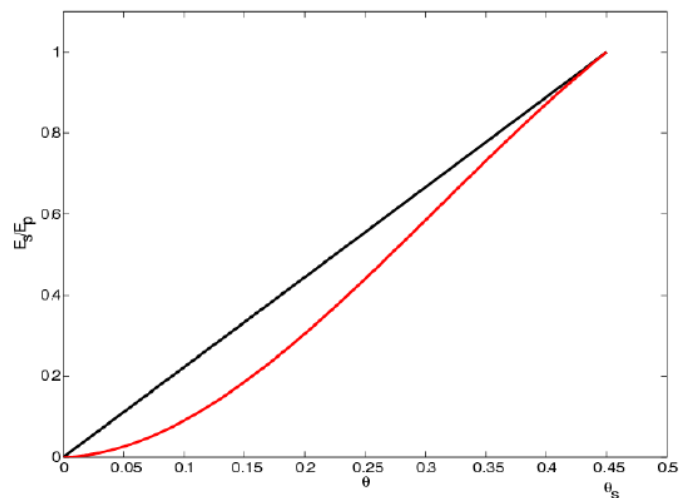


Figura 2-22: Andamento della $f(\theta)$ così come espressa nella (2.59), per $n = 0,45$

³⁹ Cfr. PERLANG ET ALII [1999]



2.5 Il deflusso superficiale

Si definisce **deflusso** (nel gergo scientifico internazionale *runoff*) il fenomeno di scorrimento superficiale di acqua da una zona di suolo a più alta energia potenziale a una zona di suolo a più bassa energia potenziale. Il moto di scorrimento è garantito dalla formazione di un velo liquido, che consente all'acqua di "scivolare" sul suolo. Lo strato d'acqua aderente al suolo ha velocità nulla. Il velo liquido può essere di diverse altezze: dai millimetri (sui versanti molto acclivi e lisci), ai metri (per i fiumi).

Il deflusso viene alimentato dalle piogge, e, a seconda dei fenomeni fisici che ne provocano il ritardo dell'innesco, viene suddiviso in due classi principali: deflusso di base (o indiretto), con innesco ritardato di giorni o mesi rispetto all'evento meteorico; e deflusso diretto, con innesco immediato o successivo di poche ore all'evento meteorico.

Il **deflusso di base o indiretto** si verifica per mezzo dell'alimentazione, piuttosto stazionaria, da parte di invasi naturali, come laghi e paludi, di acquiferi alimentati da piogge o da deflussi superficiali, oppure da parte di falde subalvee di laghi, di bacini artificiali o di fiumi, alimentati nelle piene e restituenti acqua durante la magra. Questo tipo di deflusso viene influenzato da una pioggia molto tempo dopo che essa si è verificata (ritardo di giorni o mesi) e viene alimentato dall'acqua piovana, dopo che essa ha subito già diversi processi di trasformazione al suolo.

Il **deflusso diretto** è quello alimentato da una pioggia, durante o poco dopo (al massimo qualche ora) l'evento meteorico. Esso si divide, a seconda della precocità di innesco, in tre componenti: canalizzato, superficiale e ipodermico.

Il **deflusso diretto canalizzato** è provocato dalla pioggia che cade direttamente sulla superficie liquida di un canale. Per tale motivo tale deflusso inizia e si esaurisce contemporaneamente con l'evento meteorico. Atteso il rapporto molto basso della superficie occupata dai canali con la superficie totale di un suolo, il deflusso canalizzato viene generalmente trascurato.

Il **deflusso diretto superficiale** è determinato da quella frazione di acqua piovana che, al netto dei fenomeni evaporativi, è sfuggita all'intercezione, non può infiltrarsi nel terreno perché saturo, non può riempire le depressioni del suolo perché già piene d'acqua, e forma un velo liquido sul suolo, che si muove verso zone a più bassa energia potenziale.

Il **deflusso ipodermico** si verifica dopo che la pioggia infiltratasi nel suolo incontra uno strato geologico impermeabile a bassa profondità, che la costringe a colare su di esso, creando un deflusso sub-superficiale certamente più lento di quello superficiale, a causa dell'attrito con le particelle solide della matrice porosa in cui l'acqua è costretta a fluire. Tale deflusso sub-superficiale generalmente viene quasi immediatamente a giorno sulla superficie del suolo o si riversa direttamente nei canali d'acqua che lo attraversano o lambiscono, formando durante l'evento meteorico, o al massimo entro poche ore dal suo termine, il cosiddetto deflusso ipodermico.

Nell'ambito dei processi di trasformazione dell'afflusso meteorico al suolo, interessa studiare le dinamiche di deflusso diretto, in quanto il deflusso di base è il frutto di un processo di trasformazione indiretto di acqua meteorica.

L'analisi delle dinamiche dei vari processi di trasformazione dell'afflusso meteorico vengono eseguite tramite un opportuno dispositivo di misura, chiamato **parcella sperimentale**. Questa è una porzione rettangolare di versante, avente due lati perpendicolari alla linea di massima pendenza e due lati paralleli alla linea di massima pendenza. La parcella generalmente è estesa qualche centinaio di metri quadri e al suo interno è provvista di un pluviografo, per la misura dell'intensità di pioggia. Se l'estensione è inferiore al centinaio di metri quadri,



la parcella può essere anche irrorata da pioggia artificiale, che è regolabile e meglio si adatta alle esigenze sperimentali. Sul lato inferiore della parcella viene disposto un canale o un serbatoio rettangolare di raccolta delle acque di deflusso. Sia il canale che il serbatoio hanno lunghezza pari alla lunghezza del lato più basso della parcella. Se viene utilizzato il canale, esso viene realizzato con una determinata pendenza per convogliare le acque raccolte e farle passare tutte attraverso una sezione di misura della portata. Se viene utilizzato il serbatoio, esso viene interrato e munito di opportuni strumenti per la lettura temporale del livello d'acqua di deflusso, che si riversa in esso durante la sperimentazione. L'acqua che defluisce dal lato più basso della parcella arriva certamente prima al canale o alla vasca, rispetto all'acqua che defluisce dal lato più alto della parcella. Per ridurre tali tempi di ritardo le parcelle hanno una forma rettangolare allungata, con la base molto più lunga dell'altezza.

Dal punto di vista idrologico, un **versante** è un'unità morfologica, priva di vie preferenziali di scorrimento, attraverso cui le acque meteoriche sono convogliate alla sponda di un canale, effemerico o permanente, che lo sottende. Allorquando esistono condizioni geomorfologiche tali da far temere un deflusso significativo attraverso i fianchi della parcella, prevalentemente in ingresso o in uscita, o sussistono condizioni idrogeologiche tali da provocare moti di infiltrazione orizzontali prevalentemente entranti o uscenti dalla parcella, o esista una falda freatica superficiale alimentata a monte della parcella, che possa venire a giorno nella parcella stessa o quantomeno influenzarne i processi d'infiltrazione, si procede alla chiusura lungo i due bordi laterali e quello superiore della parcella sperimentale, mediante setti di calcestruzzo, che affondano fino al sottostante strato impermeabile, ovvero a una profondità tale da annullare eventuali interferenze con il resto del versante.

Si analizza, adesso, quanto accade su una parcella sperimentale, durante una pioggia ad intensità costante, nell'ipotesi in cui il deflusso diretto sia solo di tipo superficiale, senza alcun apporto ipodermico (si è già detto di trascurare il deflusso diretto canalizzato). Si premette che gli equilibri tra le varie frazioni d'acqua ottenute dalle trasformazioni dell'afflusso al suolo sono di tipo dinamico e certamente più complesse di quelli che nel seguito vengono proposti al solo scopo di indicare i vari stadi di trasformazione che si susseguono durante e dopo un evento piovoso.

Si supponga che la meteora inizi all'istante τ_0 e finisca all'istante τ_5 , mantenendo l'intensità costante pari a i . La figura 2-23 mostra che si innescano subito due fenomeni di trasformazione della pioggia: l'intercezione e l'evaporazione (indicati con la linea verde) e l'infiltrazione (indicata con la linea marrone). La linea verde assume andamento decrescente a mostrare il prevalere del fenomeno di intercezione iniziale i_I , che si riduce con il tempo, lasciando spazio a quei fenomeni evaporativi alimentati dalla formazione di depositi d'acqua sulla vegetazione i_E . La quantità d'acqua che raggiunge il suolo viene subito assorbita tramite un processo di infiltrazione, che inizialmente, in genere, non uguaglia mai il tasso d'infiltrazione potenziale i_{JP} del terreno, per cui tutta l'acqua che sfugge all'intercezione alimenta esclusivamente il fenomeno di infiltrazione. Ciò si sintetizza scrivendo che:

$$\forall \tau \in [0, \tau_I] \rightarrow i_I + i_E + i_J = i.$$

All'istante τ_I il contenuto volumetrico d'acqua del suolo rende il tasso di infiltrazione potenziale più basso e i_{JP} uguaglia $i - (i_I + i_E)$. Da questo istante non tutta l'acqua che giunge al suolo può infiltrarsi, e quella che rimane in superficie inizia a riempire le depressioni superficiali, con velocità i_S (indicata con linea viola). Si può scrivere, pertanto:

$$\forall \tau \in]\tau_I, \tau_2] \rightarrow i_I + i_E + i_J + i_S = i$$



Poco dopo, all'istante τ_2 , che a volte coincide con τ_1 , inizia anche l'accumulo di acqua (con velocità i_R indicata con la linea rossa) del velo idrico, la cui formazione è necessaria ad innescare il deflusso diretto superficiale (i_D). In realtà il deflusso superficiale inizia prima dell'istante in cui viene registrato nel canale o serbatoio di misura dei deflussi. Ciò perché il deflusso alimenta anche lo *storage* idrico superficiale e perché impiega un po' di tempo per percorrere la lunghezza del versante e raggiungere il punto di misura.

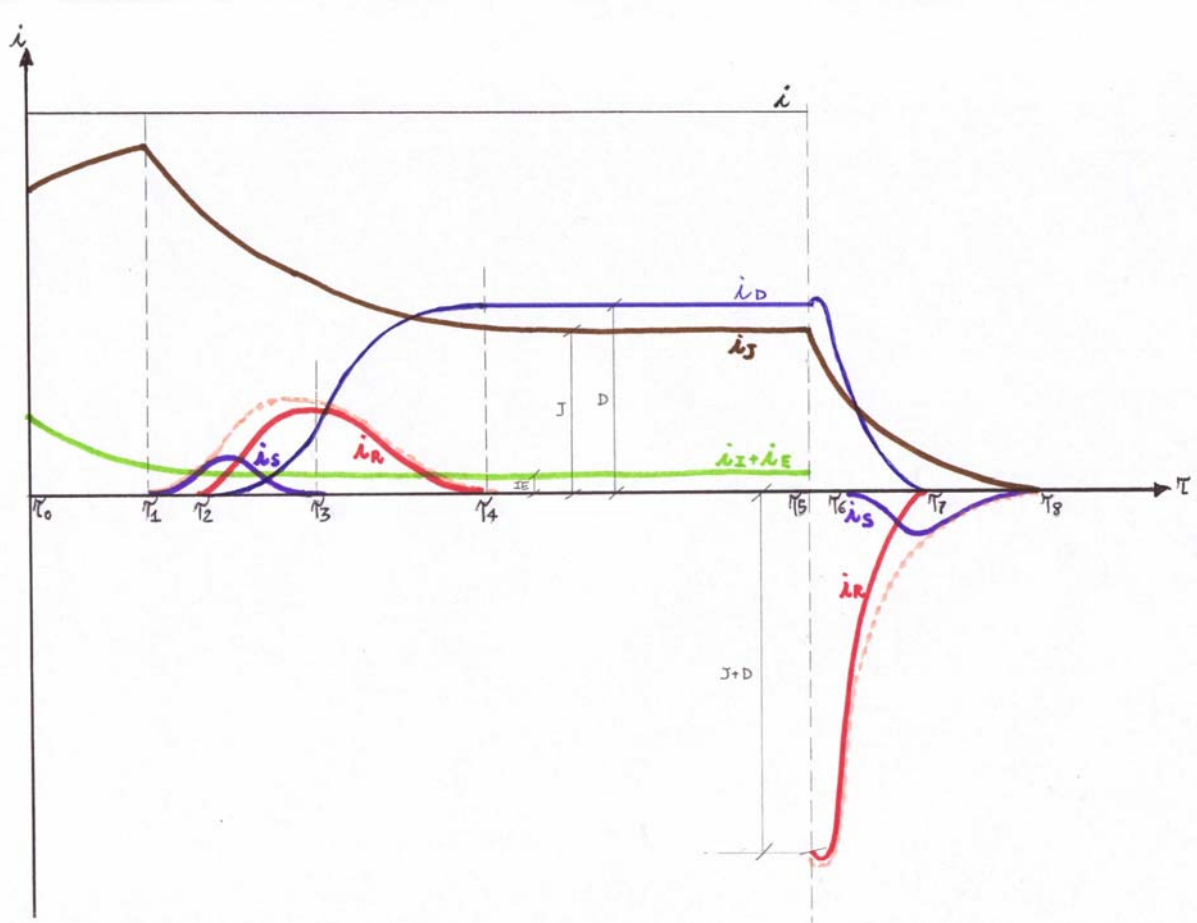


Figura 2-23: Trasformazione degli afflussi meteorici su una parcella sperimentale

Dall'istante τ_2 inizia, pertanto, il deflusso superficiale (indicato con la linea blu), che, oltre a trasportare acqua in zone a più bassa energia potenziale, concorre, come già detto, ad alimentare, in forza della pioggia, lo *storage* idrico superficiale. Pertanto dall'istante τ_2 il tasso di immagazzinamento superficiale subisce una ulteriore accelerazione e aumenta fino a raggiungere un valore massimo, per poi ridursi fino a zero all'istante τ_3 . Si può, quindi, scrivere che:

$$\forall \tau \in]\tau_2, \tau_3] \rightarrow i_I + i_E + i_J + i_S + i_R + i_D = i$$

Dall'istante τ_3 l'acqua che si accumula sulla superficie del suolo serve solo ad alimentare il velo idrico necessario al deflusso diretto superficiale. Pertanto:

$$\forall \tau \in]\tau_3, \tau_4] \rightarrow i_I + i_E + i_J + i_R + i_D = i$$



Il termine i_D continua ad aumentare fino a che non entra in equilibrio con il volume immagazzinato dal velo idrico (che non aumenta più) e con il processo d'infiltrazione. Dall'istante τ_4 , e fino alla fine della pioggia, si ha una trasformazione stazionaria degli afflussi al suolo; ovvero sussistono le seguenti condizioni:

$$\forall \tau \in]\tau_4, \tau_5] \rightarrow i_I + i_E + i_J + i_D = i$$

$$\forall \tau \in]\tau_4, \tau_5] \rightarrow i_I + i_E = cost; i_J = cost; i_D = cost.$$

Dall'istante τ_5 (di esaurimento della pioggia) si continua a registrare una portata d'acqua che defluisce lungo la superficie del versante. Ciò accade perché sia il processo di deflusso superficiale che di infiltrazione, attingono risorsa dal velo idrico che si è formato durante la pioggia e che cede la sua energia potenziale e la sua massa d'acqua. Addirittura, dopo l'istante τ_5 si ha un aumento repentino e temporaneo di i_D , causato dall'assenza di attrito della pioggia. Si ha, pertanto:

$$\forall \tau \in]\tau_5, \tau_6] \rightarrow -i_R = i_D + i_J.$$

Dall'istante τ_6 anche l'acqua immagazzinata nelle depressioni superficiali viene chiamata in gioco, per cedere la sua energia e la sua massa nei processi di infiltrazione. Si ha, pertanto:

$$\forall \tau \in]\tau_6, \tau_7] \rightarrow -i_R - i_S = i_D + i_J.$$

Nell'istante τ_7 si ha l'esaurimento del volume immagazzinato dal velo liquido e l'arresto dei fenomeni di deflusso. Permangono solo locali fenomeni di infiltrazione, che si esauriranno solo al prosciugamento depressioni superficiali:

$$\forall \tau \in]\tau_7, \tau_8] \rightarrow -i_S = i_J.$$

Ovviamente l'area sottesa a i_R tra τ_2 e τ_4 è uguale all'area sovrastante i_R tra τ_5 e τ_7 ; e l'area sottesa a i_S tra τ_1 e τ_3 è uguale all'area sovrastante i_S tra τ_6 e τ_8 .

La sequenza dei processi di trasformazione dell'afflusso meteorico al suolo, in una parcella sperimentale, in cui è facile eliminare o ridurre particolari effetti di ulteriori trasformazioni secondarie come quelle che alimentano il deflusso ipodermico, è, come si è potuto constatare, molto articolata. Per questo motivo, nelle pratiche applicazioni, la valutazione del *runoff* è eseguita con metodi concettuali. Tra questi, i più importanti e noti in letteratura sono il metodo del **coefficiente d'afflusso** e il metodo del *curve number*.

2.5.1 Il coefficiente d'afflusso

Si definisce **coefficiente d'afflusso** (α) il rapporto tra il volume di pioggia che concorre al *runoff* misurato in una determinata sezione e il volume di pioggia totale:

$$\alpha = \frac{h_d}{h}$$



Il coefficiente d'afflusso dipende da diversi fattori. Primi tra questi sono i **fattori meteorologici** legati all'intensità della pioggia i (ipotizzata costante durante l'evento meteorico), alla sua durata e alle caratteristiche termoidrometriche dell'aria.

Per quanto riguarda l'intensità di pioggia, quanto più basso è i , tanto più i fenomeni di infiltrazione prevalgono sugli altri meccanismi di trasformazione dell'afflusso meteorico al suolo, e pertanto minore è il *runoff*. Le caratteristiche termoidrometriche dell'aria incidono sul tasso di evaporazione i_E , anche se quest'ultimo, in genere è trascurabile rispetto agli altri fattori di trasformazione dell'afflusso meteorico.

Nella definizione di α concorrono poi i **fattori del suolo**, connessi alla copertura vegetale, alla permeabilità del terreno, al grado di umidità del terreno (funzione di piogge o irrigazioni precedenti) e alla rugosità superficiale. In particolare le condizioni di umidità del suolo, determinate da precedenti piogge o irrigazioni, possono variare notevolmente il valore di i , comportando variazioni sensibili di α .

Nel capitolo 1 è riportato che i valori più alti dell'intensità di pioggia si registrano per piogge di breve durata. Per esse l'infiltrazione raggiunge più facilmente il tasso potenziale, per cui il *runoff* è più rapido e imponente e determina un valore di α più alto. Viceversa, per piogge di lunga durata, l'intensità è più bassa, l'infiltrazione potenziale si raggiunge con molto ritardo e il *runoff* è più lento e debole. È però anche vero che, come si evince dalla figura 2-23, il rapporto tra l'area sottesa alla curva i_D e quella sottesa alla curva i tende ad aumentare all'aumentare della durata della pioggia, in quanto i processi di trasformazione dell'acqua piovana in *runoff* sono crescenti nel tempo e si stabilizzano dopo un certo istante. Eseguendo prove di pioggia a diversa intensità su una parcella sperimentale, è possibile risalire ai diversi valori del coefficiente di afflusso. Al fine di determinare un valore di α nelle ipotesi più gravose di trasformazione degli afflussi in *runoff*, si possono eseguire le prove di pioggia su parcelle sperimentali precedentemente inumidite e durante il periodo di minima copertura vegetativa, al fine di ridurre gli effetti dell'infiltrazione e dell'intercezione vegetale.

Le sperimentazioni su parcelle di versante portano alla determinazione di formule empiriche per la determinazione di α , del tipo:

$$\alpha = \alpha_{\text{permeab}} A_{\text{permeab}} + \alpha_{\text{impermeab}} (1 - A_{\text{permeab}}) \quad (2.60)$$

proposta da Rasulo e Gissoni, che definisce il coefficiente di afflusso come media pesata tra quello valutato in un'area impermeabile (priva di fenomeni di infiltrazione) e in un'area permeabile, secondo la seguente tabella⁴⁰.

Tempo di ritorno (anni)	α_{permeab}	$\alpha_{\text{impermeab}}$
< 2	0 ÷ 0.15	0.60 ÷ 0.75
2 ÷ 10	0.10 ÷ 0.25	0.65 ÷ 0.80
> 10	0.15 ÷ 0.30	0.70 ÷ 0.90

Tabella 2-9: Valori suggeriti dei coefficienti di afflusso per le aree permeabili e impermeabili in funzione del tempo di ritorno

La (2.60), corredata dalla tabella 2-9, non tiene conto della durata della pioggia, delle condizioni termoidrometriche e del grado di umidità del suolo, e presuppone che la copertura vegetale e la rugosità del suolo rimangano immutabili. Tiene, invece, indirettamente conto dell'intensità della pioggia in quanto questa cresce al crescere del tempo di ritorno (cfr. Capitolo 1).

⁴⁰ Cfr. RASULO, GISSONI [1997]



2.5.2 Il Curve Number

Il *Soil Conservation Service* (SCS) degli Stati Uniti ha messo a punto e divulgato un metodo empirico per determinare il *runoff*.

L'andamento dell'altezza di pioggia che alimenta il *runoff* (h_D), viene rappresentato mediante la curva empirica in figura 2.24, che esprime h_D in funzione di h (altezza di pioggia).

Dalla figura 2-24 si evince che:

- h_D si mantiene nullo per valori di h minori di h_0 , a prescindere dall'intensità di pioggia, il che vuol dire che l'intensità di pioggia non influisce sulla formazione dei deflussi;
- h_D tende ad un andamento rettilineo, inclinato di 45° rispetto all'asse orizzontale, il che vuol dire che dopo un'altezza di pioggia pari ad h_I si ha $i_D = i$;
- l'andamento empirico della curva è tale che risulti:

$$\frac{F}{S} = \frac{h_D}{h - h_0} \quad (2.61)$$

con F = ritenzione relativa all'altezza di pioggia h ;

S = massima ritenzione.

La curva 2-24 è empirica, non considerando, infatti, l'interazione reale tra i fenomeni di trasformazione dell'afflusso meteorico al suolo, più attentamente analizzati in figura 2-23. In realtà la curva dovrebbe tendere ad un andamento rettilineo certamente meno inclinato di 45° (a meno che il suolo non sia impermeabile, ovvero vi sia affioramento della falda) e la massima ritenzione dovrebbe tendere ad infinito, al tendere di h ad infinito.

Considerando che $F = (h - h_0) - h_D$, la (2.61) diventa:

$$(h - h_0)^2 - h_D(h - h_0) = h_D \cdot S$$

ovvero:

$$h_D = \frac{(h - h_0)^2}{S + (h - h_0)} \quad (2.62)$$

Durante la validazione del metodo empirico, il *Soil Conservation Service*, ha verificato, per piccole parcelle sperimentali, che $h_0 = 0.2 \cdot S$. A tale conclusioni si è giunti eseguendo una regressione lineare, visualizzata su uno *scatterplot* bilogaritmico rappresentante le coppie $\text{Log}(h)$ e $\text{Log}(h_0)$ (cfr. figura 2-25).

La figura 2-25 mostra un'ampia dispersione, che il *Soil Conservation Service* giustifica con la difficoltà di valutazione indiretta di h_0 , dovuta a tre motivi principali: la difficoltà di determinare l'inizio effettivo della pioggia a causa della velocità di spostamento della meteora e la bassa densità di copertura della rete pluviometrica; la difficoltà di stimare l'inizio effettivo del *runoff*, a causa del deflusso diretto canalizzato e dei tempi di corivazione; la impossibilità di determinare in che misura il *runoff* sia provocato da scaturigini sorgentizie, deflussi ipodermici, affioramenti di falda, o qualsivoglia fenomeno non direttamente legato alla pioggia misurata.

La (2.62) diventa, pertanto:

$$h_D = \frac{(h - 0,2S)^2}{h + 0,8S} \quad (2.63)$$

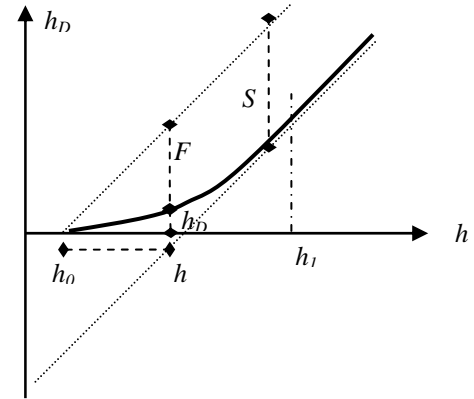


Figura 2-24:

Relazione empirica del SCS tra l'afflusso meteorico h e il *runoff* h_D



Il *Soil Conservation Service* ha proposto degli abachi in cui sono riportati i diagrammi della (2.63), per diversi valori di S . Per rendere, però, lineare l'interpolazione tra le curve, la variabile S è stata trasformata e sostituita da un altro parametro, chiamato *curve number* (CN):

$$CN = \frac{1000}{S + 10},$$

ovvero

$$S = \frac{1000}{CN} - 10$$

La (2.63) diventa:

$$h_D = \frac{\left[h - 2 \left(\frac{100}{CN} - 1 \right) \right]^2}{h + 8 \left(\frac{100}{CN} - 1 \right)} \quad (2.64)$$

La (2.64) è diagrammata nelle figure (2.26.a) e (2.26.b).

Il valore di S , e quindi di CN , dipende dal tipo di suolo, dal suo grado di umidità iniziale e dalla sua destinazione d'uso.

Il suolo viene classificato in quattro gruppi, in funzione delle capacità di infiltrazione:

- **Suolo A:** a basso potenziale di *runoff*, con un tasso d'infiltrazione elevato, anche quando è completamente bagnato; è costituito principalmente da sabbie o ghiaie di notevole spessore, con drenaggio da buono a eccessivo.
- **Suolo B:** con un tasso d'infiltrazione moderato quando è completamente bagnato; è di spessore moderatamente elevato o elevato, con drenaggio da moderatamente buono a buono e con granulometria da moderatamente fine a moderatamente grossolana.
- **Suolo C:** con un tasso d'infiltrazione basso quando è completamente bagnato; è principalmente caratterizzato da un substrato che impedisce il moto discendente dell'acqua, o da una tessitura da moderatamente fine e fine.
- **Suolo D:** ad alto potenziale di *runoff*, con un tasso d'infiltrazione bassissimo quando è completamente bagnato; è costituito principalmente da argille con un alto potenziale di rigonfiamento, ovvero da uno strato superficiale di argilla, ovvero da un substrato superficiale pressoché impermeabile, ovvero è caratterizzato da una falda a giorno.

Per quanto riguarda il contenuto di umidità del suolo si fa riferimento all'*antecedent moisture condition* (AMC), che è funzione dell'altezza di pioggia caduta negli ultimi 5 giorni (cfr. tabella 2-10).

Un suolo $AMC-I$ ha un potenziale di *runoff* minimo; è particolarmente asciutto, da permettere un'aratura o una coltivazione soddisfacente.

Un suolo $AMC-II$ è nella condizione media.

Un suolo $AMC-III$ ha un potenziale di *runoff* massimo; è praticamente saturato dalle piogge precedenti.

Una volta suddiviso il territorio a seconda del tipo di suolo e una volta fissata la categoria AMC , si esegue un'ulteriore, più particolareggiata suddivisione del territorio, in funzione della destinazione d'uso del suolo.

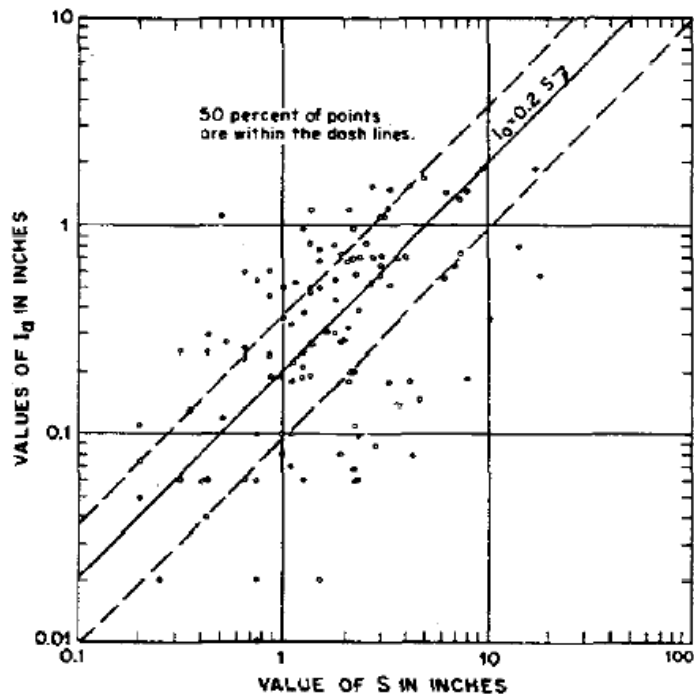


Figura 2-25: Scatterplot di h_0 e h misurati in diverse parcelle



Per suolo rurale è possibile assegnare il valore di *CN* in base alla tabella 2-11, mentre per suolo urbanizzato si deve fare riferimento alla tabella 2-12. Entrambe le tabelle restituiscono il *CN* per i quattro gruppi di suolo e nella condizione di umidità media (AMC-II).

AMC	Altezza di precipitazione antecedente di 5 giorni			
	Stagione di riposo		Stagione vegetativa	
	[inches]	[mm]	[inches]	[mm]
I	< 0,5	< 12,7	< 1,4	< 35,6
II	0,5 ÷ 1,1	12,7 ÷ 27,9	1,4 ÷ 2,1	35,6 ÷ 53,3
III	> 1,1	> 27,9	> 2,1	> 53,3

Tabella 2-10: Determinazione dell'AMC in funzione della precipitazione cumulata fino a cinque giorni prima ($i_{in} = 25,4mm$).

Land use	Cover Treatment or practice	Hydrologic condition	Hydrologic soil group			
			A	B	C	D
Maggese	a solchi dritti	----	77	86	91	94
Colture a solchi	a solchi dritti	Poor (cattiva)	72	81	88	91
	a solchi dritti	Good (buona)	67	78	85	89
	a reggipoggio	Poor	70	79	84	88
	a reggipoggio	Good	65	75	82	86
	a regg. e terrazze	Poor	66	74	80	82
	a regg. e terrazze	Good	62	71	78	81
Grani piccoli	a solchi dritti	Poor	65	76	84	88
	a solchi dritti	Good	63	75	83	87
	a reggipoggio	Poor	63	74	82	85
	a reggipoggio	Good	61	73	81	84
	a regg. e terrazze	Poor	61	72	79	82
	a regg. e terrazze	Good	59	70	78	81
Legumi semi-nati folti o prati in rotazione	a solchi dritti	Poor	66	77	85	89
	a solchi dritti	Good	58	72	81	85
	a reggipoggio	Poor	64	75	83	85
	a reggipoggio	Good	55	69	78	83
	a regg. e terrazze	Poor	63	73	80	83
	a regg. e terrazze	Good	51	67	76	80
Pascoli		Poor	68	79	86	89
		Fair (discreta)	49	69	79	84
		Good	39	61	74	80
	a reggipoggio	Poor	47	67	81	88
	a reggipoggio	Fair	25	59	75	83
	a reggipoggio	Good	6	35	70	79
Prati		Good	30	58	71	78
Boschi		Poor	45	66	77	83
		Fair	36	60	73	79
		Good	25	55	70	77
Aziende agricole		----	59	74	82	86
Strade sterrate		----	72	82	87	89
Strade pavimentate		---	74	84	90	92

Tabella 2-11: Valori di *CN* per diverse combinazioni di suolo e di copertura rurale, con AMC-II e $h_0 = 0.2S$



TIPO DI COPERTURA		CLASSE DEL SUOLO			
		A	B	C	D
Aree residenziali					
Area media dei lotti	% di area impermeabile				
1/8 di acro o meno	65	77	85	90	92
1/4 di acro	38	61	75	83	87
1/3 di acro	30	57	72	81	86
1/2	25	54	70	80	85
1 acro	20	51	68	79	84
Parcheggi pavimentati, tetti, viali d'accesso		98	98	98	98
Strade urbane ed extraurbane					
Pavimentate, a dorso di mulo e con fognatura		98	98	98	98
In ghiaia		76	85	89	91
Sterrate		72	82	87	89
Aree commerciali e professionali (impermeabili per l'85%)		89	92	94	95
Distretti industriali (impermeabili per il 72%)		81	88	91	93
Spazi aperti, prati, parchi, campi da golf, cimiteri, etc.					
In buone condizioni: copertura erbosa sul 75% o più		39	61	74	80
In discrete condizioni: copertura erbosa sul 50-70%		49	69	79	84

Tabella 2-12: Valori di CN per diverse combinazioni di suolo e di copertura urbanizzata, con AMC-II e $h_0=0.2S$

Nell'ipotesi in cui l'AMC è diversa dalla condizione media, il valore di CN , estrapolato dalle tabelle 2-11 e 2-12, viene sostituito dal suo corrispondente, per AMC-I e AMC-III, (cfr. tabella 2-13).

Il valore di CN che corrisponde alle categorie AMC-I e AMC-II può essere comunque ricavato per mezzo delle seguenti formulazioni approssimate:

$$CN(I) = \frac{4,2 \cdot CN(II)}{10 - 0,058 \cdot CN(II)}$$

$$CN(III) = \frac{23 \cdot CN(II)}{10 + 0,13 \cdot CN(II)}$$

È appena il caso di ricordare che il metodo del CN non tiene conto dell'intensità di pioggia e del fatto che due piogge di uguale altezza complessiva, possono svilupparsi in intervalli di tempo diversi, con intensità diverse. Poiché l'intensità di pioggia gioca un ruolo fondamentale per i fenomeni di infiltrazione, occorre applicare il metodo proposto dal *Soil Conservation Service* con opportuna cautela.



1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
CN for condi- tion II	CN for conditions I III		S values*	Curve* starts where P =	CN for condi- tion II	CN for conditions I III		S values*	Curve* starts where P =
			(inches)	(inches)				(inches)	(inches)
100	100	100	0	0	60	40	78	6.67	1.33
99	97	100	.101	.02	59	39	77	6.95	1.39
98	94	99	.204	.04	58	38	76	7.24	1.45
97	91	99	.309	.06	57	37	75	7.54	1.51
96	89	99	.417	.08	56	36	75	7.86	1.57
95	87	98	.526	.11	55	35	74	8.18	1.64
94	85	98	.638	.13	54	34	73	8.52	1.70
93	83	98	.753	.15	53	33	72	8.87	1.77
92	81	97	.870	.17	52	32	71	9.23	1.85
91	80	97	.989	.20	51	31	70	9.61	1.92
90	78	96	1.11	.22	50	31	70	10.0	2.00
89	76	96	1.24	.25	49	30	69	10.4	2.08
88	75	95	1.36	.27	48	29	68	10.8	2.16
87	73	95	1.49	.30	47	28	67	11.3	2.26
86	72	94	1.63	.33	46	27	66	11.7	2.34
85	70	94	1.76	.35	45	26	65	12.2	2.44
84	68	93	1.90	.38	44	25	64	12.7	2.54
83	67	93	2.05	.41	43	25	63	13.2	2.64
82	66	92	2.20	.44	42	24	62	13.8	2.76
81	64	92	2.34	.47	41	23	61	14.4	2.88
80	63	91	2.50	.50	40	22	60	15.0	3.00
79	62	91	2.66	.53	39	21	59	15.6	3.12
78	60	90	2.82	.56	38	21	58	16.3	3.26
77	59	89	2.99	.60	37	20	57	17.0	3.40
76	58	89	3.16	.63	36	19	56	17.8	3.56
75	57	88	3.33	.67	35	18	55	18.6	3.72
74	55	88	3.51	.70	34	18	54	19.4	3.88
73	54	87	3.70	.74	33	17	53	20.3	4.06
72	53	86	3.89	.78	32	16	52	21.2	4.24
71	52	86	4.08	.82	31	16	51	22.2	4.44
70	51	85	4.28	.86	30	15	50	23.3	4.66
69	50	84	4.49	.90					
68	48	84	4.70	.94	25	12	43	30.0	6.00
67	47	83	4.92	.98	20	9	37	40.0	8.00
66	46	82	5.15	1.03	15	6	30	56.7	11.34
65	45	82	5.38	1.08	10	4	22	90.0	18.00
64	44	81	5.62	1.12	5	2	13	190.0	38.00
63	43	80	5.87	1.17	0	0	0	infinity	infinity
62	42	79	6.13	1.23					
61	41	78	6.39	1.28					

*For CN in column 1.

Tabella 2-13: Valori di CN per AMC-I e AMC-III, corrispondenti a quelli valutati per AMC-II, in ipotesi di $h_0=0.2S$

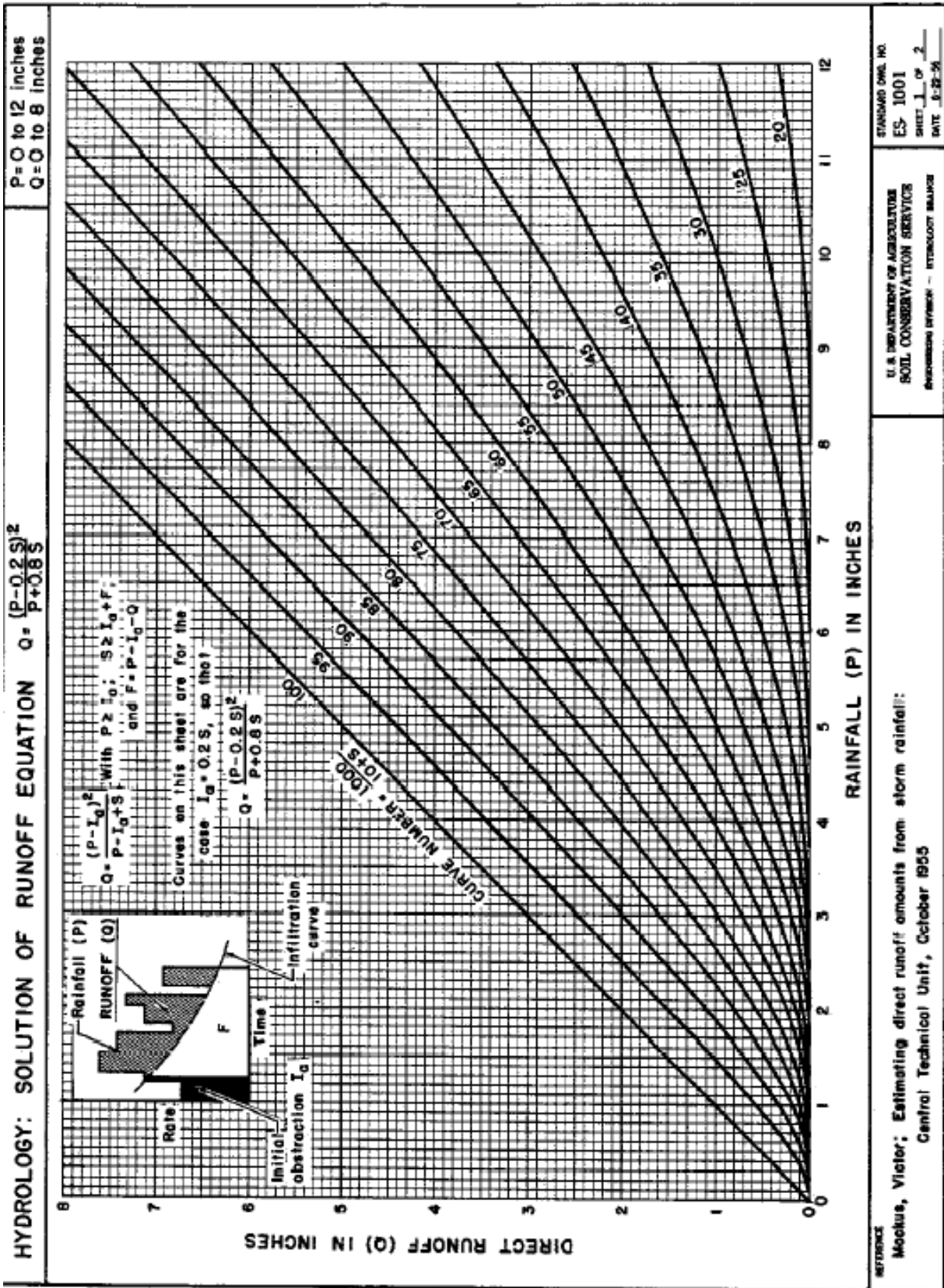


Figura 2-26-a: Relazione tra afflusso meteorico e runoff in funzione di CN (dettaglio) $1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$

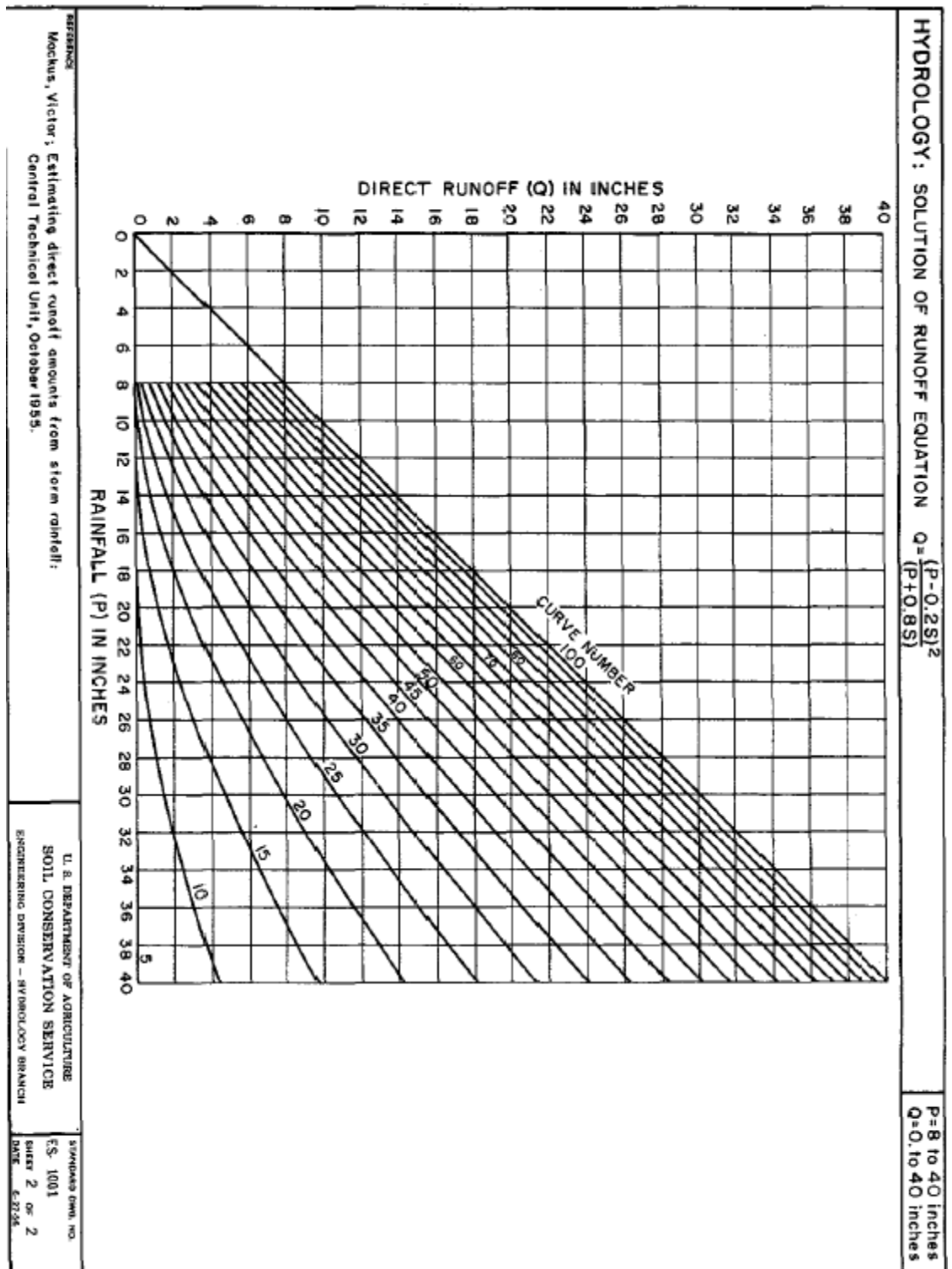


Figura 2-2-6-b: Relazione tra afflusso meteorico e runoff in funzione di CN : 1 in = 25,4 mm

Capitolo 3

Il bacino idrografico

I corsi d'acqua naturali sono alimentati sia dal deflusso indiretto che da quello diretto. Quest'ultimo, in particolare, può essere alimentato da un deflusso canalizzato, da un deflusso superficiale e da un deflusso ipodermico.

Il deflusso canalizzato avviene con velocità dell'ordine di $10^1 \div 10^2$ cm/s, mentre il deflusso superficiale avviene con velocità dell'ordine di $10^0 \div 10^1$ cm/s. In entrambi i casi si può sempre individuare una porzione di superficie terrestre su cui la pioggia, trasformandosi in deflusso diretto (soprattutto quello di tipo canalizzato e superficiale) va ad alimentare i volumi d'acqua che passano attraverso una ben definita sezione fluviale. Tale porzione di territorio, che fa riferimento al solo deflusso diretto, prende il nome di **bacino idrografico** e la sezione fluviale di attraversamento prende il nome di **sezione di chiusura**.

Per individuare un bacino idrografico occorre innanzitutto fissarne la sezione di chiusura, dopodiché si delimita quella porzione di territorio in cui, tracciando da ogni punto la linea di massima pendenza, questa passa attraverso la sezione di chiusura. La linea perimetrale che racchiude tale porzione di territorio prende il nome di **spartiacque superficiale**.

Esistono anche casi in cui il deflusso diretto converge al centro di una conca. In questo caso il bacino, che alimenta i volumi d'acqua che si dirigono verso questo punto centrale, è caratterizzato da uno spartiacque superficiale chiuso su se stesso. Tale tipo di bacino si chiama **bacino idrografico chiuso**.

Il deflusso diretto che avviene all'interno dei bacini idrografici è fortemente influenzato da alcune caratteristiche peculiari. Il deflusso diretto canalizzato dipende in particolar modo dalla **caratterizzazione geomorfologica fluviale**, mentre il deflusso diretto superficiale dipende in particolar modo dalla **caratterizzazione morfometrica del bacino**.

La caratterizzazione geomorfologica fluviale deriva dalla sintesi descrittiva di un processo fisico-chimico che causa prima un sollevamento della crosta terrestre e poi una modellazione del rilievo ad opera dell'azione disgregatrice ed erosiva dell'aria e dell'acqua. In particolare, per azione disgregatrice si intende quella chimica – termica, mentre per azione erosiva si intende quella meccanica.

Ai fini dello studio delle piene appare molto più importante la caratterizzazione morfometrica del bacino, che avviene attraverso la quantificazione di alcuni parametri tra i quali i più importanti sono: i parametri planimetrici, i parametri di rilievo, i parametri di pendenza, i parametri di organizzazione del reticolo fluviale, i parametri dinamici.



I PARAMETRI PLANIMETRICI DI BACINO

Tre sono i parametri planimetrici che caratterizzano un bacino idrografico (cfr. Figura 3-1).

L'**area** (**A**) è data dall'area della proiezione orizzontale del bacino; si misura generalmente in km^2 . Il **perimetro** (**P**) è la lunghezza dello spartiacque superficiale; si misura generalmente in km . La **lunghezza** (**L**) è data dalla lunghezza dell'asta fluviale principale del bacino.

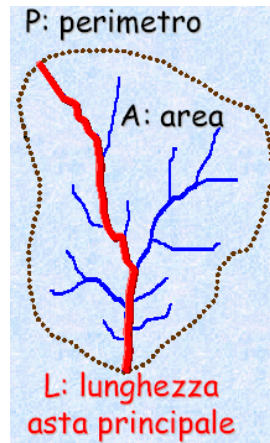


Figura 3-1:
Rappresentazione geometrica dei parametri planimetrici di bacino

LA CARATTERIZZAZIONE DEI RILIEVI DI BACINO

La caratterizzazione dell'andamento altimetrico di un bacino avviene attraverso la **curva ipsografica** (cfr. Figura 3-2), per ottenere la quale occorre fare riferimento alle curve di livello. Ad ogni curva di livello si fa corrispondere un punto che ha come ascissa l'area della porzione di bacino che si trova sopra tale curva di livello, e come ordinata la quota rappresentativa della curva di livello. L'unione di tali punti determina la curva ipsografica.

Le quote in ordinata possono essere tanto assolute che relative alla quota della sezione di chiusura del bacino idrografico.

Dalla curva ipsografica è possibile risalire ad alcuni parametri caratteristici del rilievo di bacino.

Si consideri la retta $z = z^*$, tale che l'area sottesa a tale retta sia equivalente all'area sottesa alla curva ipsografica. Il valore di z per cui si verifica ciò prende il nome di **altezza media** di bacino e si indica con z_{media} .

Si consideri l'ordinata del punto la cui ascissa è pari alla metà dell'area di bacino. Tale ordinata rappresenta l'**altezza mediana** e si indica con $z_{mediana}$.

La differenza tra la quota del punto più alto di bacino e la quota della sezione di chiusura prende il nome di **rilievo del bacino** e si indica con Δz .

Tutte queste misure di lunghezza generalmente sono espresse in m .

La curva ipsografica può essere anche adimensionalizzata riportando in ascissa i rap-

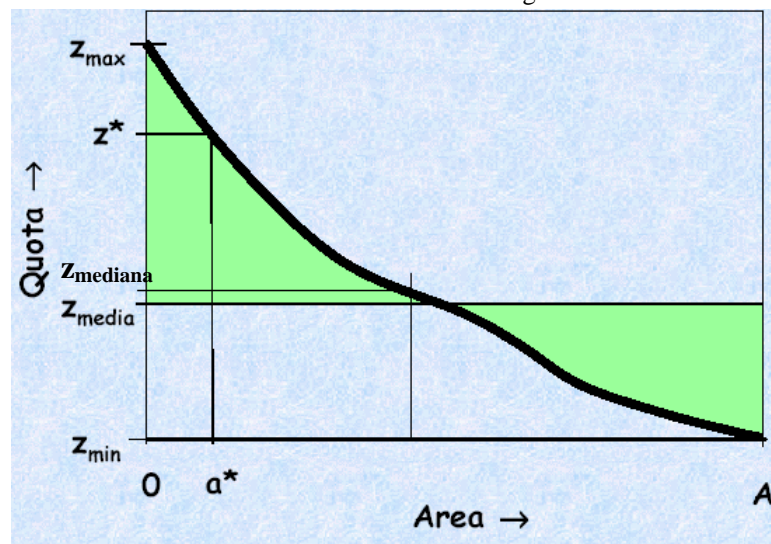


Figura 3-2: Curva ipsografica di bacino

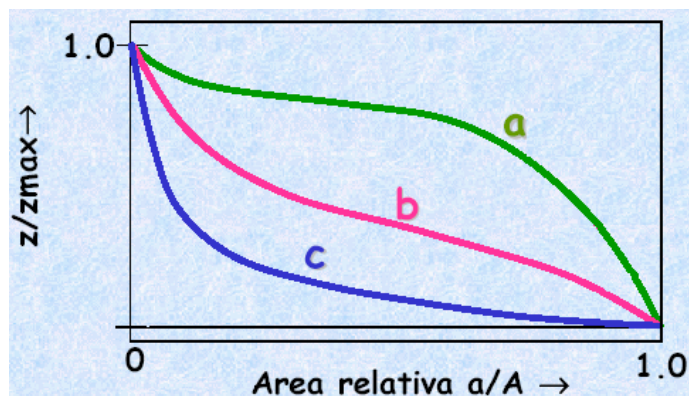


Figura 3-3:
Curva ipsografica di bacino adimensionalizzata



porti tra le aree parziali e quella del bacino e in ordinata il rapporto tra la quota intermedia e quella del punto più alto del bacino.

L'area sottesa alla curva ipsografica rappresenta il volume solido che potrebbe essere eroso e trasportato a valle della sezione di chiusura. Una curva ipsografica, come quella in Figura 3.3.a, è rappresentativa di un bacino idrografico giovane ad elevata potenzialità erosiva; una curva ipsografica, come quella in Figura 3.3.b, è rappresentativa di un bacino idrografico maturo, a media potenzialità erosiva; una curva ipsografica, come quella in Figura 3.3.c, è rappresentativa di un bacino idrografico vecchio, con modesta potenzialità erosiva.

I PARAMETRI DI PENDENZA DI BACINO

Di un bacino idrografico è particolarmente interessante conoscere la **pendenza media**. Esistono diversi metodi di calcolo della pendenza media.

Un primo metodo è quello di *Alvard-Horton*¹ (Cfr. Figura 3-4). In questo metodo, si misurano prima le pendenze delle fasce di territorio prese tra due curve di livello. A tal fine si misura la lunghezza delle due curve di livello contigue e si calcola il valore medio della lunghezza l_i . Si misura la distanza in più punti tra le due curve di livello e si calcola la distanza media d_i .

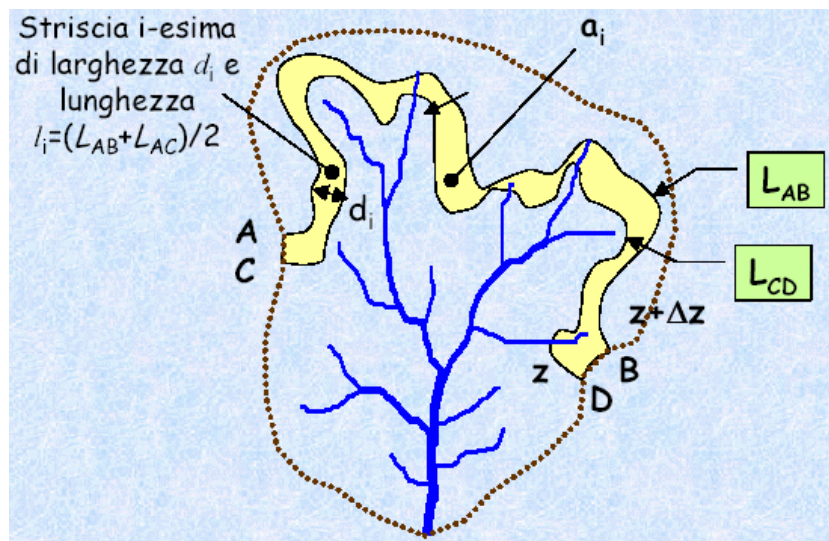


Figura 3-4:

Rappresentazione delle grandezze utili all'applicazione del metodo Alvard-Horton

$$i_i = \frac{\Delta z}{d_i} = \frac{\Delta z \cdot l_i}{d_i \cdot l_i} = \frac{\Delta z \cdot l_i}{a_i}$$

con a_i pari all'area compresa tra le due curve di livello.

Reiterando il calcolo per le altre coppie di curve di livello contigue, e ponendo con A l'area dell'intero bacino, si calcola la pendenza media di bacino mediante la media pesata delle pendenze *i-me*:

$$i_m = \sum_i i_i \frac{a_i}{A} = \frac{\Delta z}{A} \sum_i l_i = \frac{\Delta z \cdot L}{A}$$

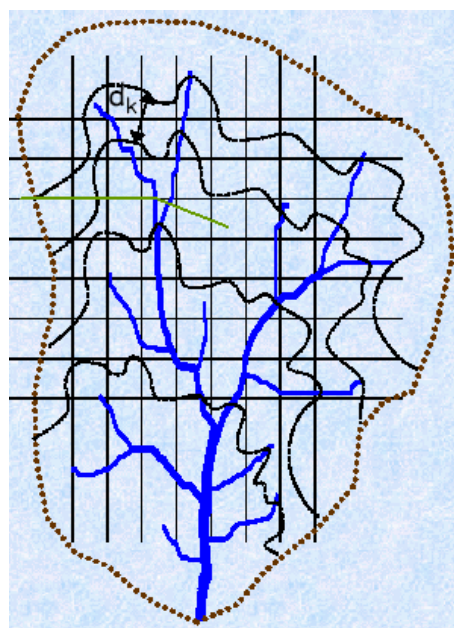


Figura 3-5:

Rappresentazione grafica del metodo del reticolo

¹ Cfr. HORTON, 1914



In cui L è pari alla somma delle lunghezze di tutte le curve di livello ricadenti nel bacino idrografico.

Un secondo metodo di valutazione della pendenza media è quello del reticolo, consistente nel sovrapporre un reticolo a maglie quadrate alla cartografia di bacino (cfr. figura 3-5). In corrispondenza di ogni nodo i del reticolo interno al bacino si misura la minima distanza d_i tra le due curve di livello più vicine. Indicando con Δz la differenza di quota tra tali curve di livello, la pendenza media in prossimità del nodo i -mo della griglia è data da:

$$i_i = \frac{\Delta z}{d_i}$$

Reiterando la misura per tutti gli N nodi del reticolo interni al bacino, si calcola la pendenza media di bacino mediante la media aritmetica delle pendenze i -me:

$$i_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N i_i$$

E' ovvio che la precisione di calcolo aumenta all'aumentare del grado di infittimento del reticolo.

Esistono anche parametri di pendenza più semplici da calcolare. Tra questi vi è la **pendenza media dell'asta fluviale**, pari al rapporto tra il rilievo del bacino e la lunghezza del bacino. Vi è anche il **rapporto di rilievo**, pari al rapporto tra il rilievo dello spartiacque superficiale (ovvero il valore medio del rilievo di tutti i punti dello spartiacque superficiale nei confronti della sezione di chiusura del bacino) e la lunghezza di bacino.

IL RETICOLO FLUVIALE

L'insieme degli alvei entro cui scorre l'acqua di superficie prende il nome di **reticolo idrografico**. Questo può essere modellato come una rete di **tronchi** che possono avere origine o da una sorgente o da una giunzione di due tronchi. Ogni tronco termina in un'altra giunzione o alla sezione di chiusura del bacino. Ogni tronco può essere caratterizzato da un **ordine**, che ne indica la vicinanza o meno dalla sorgente. Tutti i tronchi che hanno origine da sorgente sono del primo ordine. Due o più tronchi confluenti dello stesso ordine generano un tronco di ordine superiore. Se si hanno, invece, due o più tronchi convergenti di diverso ordine, il tronco che loro generano ha ordine pari al massimo ordine dei tronchi affluenti.

Si definisce **ordine di bacino** l'ordine del tronco fluviale a cui appartiene la sezione di chiusura.

Un parametro particolarmente interessante che caratterizza il reticolo fluviale è la **densità di drenaggio**. Questa è data dal rapporto tra la lunghezza totale del reticolo idrografico del bacino e l'area di bacino. Si indica con D e si misura in km/km^2 .

L'esperienza idrologica ha portato a definire le seguenti leggi sulla rete idrografica.

La **legge dei numeri dei corsi d'acqua** afferma che in un bacino il rapporto tra il numero dei corsi d'acqua di un certo ordine e il numero dei corsi d'acqua di un ordine superiore si mantiene all'incirca costante. Tale rapporto, chiamato anche con il nome di **rapporto di biforcazione**, è normalmente compreso tra 3 e 5.

La **legge delle lunghezze dei corsi d'acqua** afferma che in un bacino il rapporto tra la lunghezza media dei corsi d'acqua di un certo ordine e la lunghezza media dei corsi d'acqua di un ordine superiore è all'incirca costante. Tale rapporto, che prende il nome di **rapporto delle lunghezze dei corsi d'acqua**, è normalmente compreso tra 1,5 e 3,5.

La **legge delle aree** afferma che il rapporto tra l'area media dei bacini dei corsi d'acqua di un certo ordine e l'area media dei bacini dei corsi d'acqua di un ordine inferiore è circa costante. Tale rapporto, che prende il nome di **rapporto delle aree dei bacini**, è normalmente compreso tra 3 e 6.



Particolarmente interessanti sono stati, inoltre, gli studi eseguiti da *Leopold* e *Maddock*² sulla geometria idraulica della sezione degli alvei. I due studiosi osservarono le proprietà idrauliche dei corsi d'acqua mettendo in relazione la velocità della corrente w , la profondità della lama d'acqua h , l'ampiezza b della sezione al pelo libero e la portata Q (cfr. Figura 3-6).

Essi trovarono due tipologie di relazioni: una, detta *at-site*, tra le caratteristiche della sezione idraulica in un sito fluviale al variare della portata; l'altra, detta *equal-frequency*, tra le caratteristiche delle sezioni idrauliche in diversi siti fluviali lungo la rete idrografica per una portata distribuita in maniera equiprobabile.

Tali relazioni sono sintetizzate nel seguente sistema di 5 equazioni:

$$\begin{cases} w = i \cdot Q^m \\ b = j \cdot Q^n \\ h = k \cdot Q^o \\ i \cdot j \cdot k = 1 \\ m + n + o = 1 \end{cases}$$

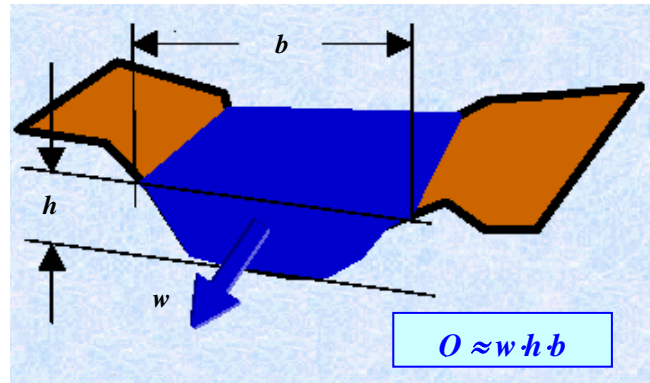


Figura 3-6:
Geometria idraulica degli alvei studiata da Leopold e Maddock

Nella Figura 3-7 sono evidenziate le rette di regressione lineare (in grassetto) che *Leopold* e *Maddock* hanno trovato riportando i valori *at-site* su un diagramma bilogaritmico. Essi hanno dedotto che *at-site* risulta:

$$m = 0,34 \quad n = 0,26 \quad o = 0,40$$

Nella stessa figura sono anche evidenziate le rette di regressione lineare (sottili) che *Leopold* e *Maddock* hanno trovato riportando i valori *equal-frequency* su un diagramma bilogaritmico. Essi hanno dedotto che *equal-frequency* risulta:

$$m = 0,10 \quad n = 0,50 \quad o = 0,40$$

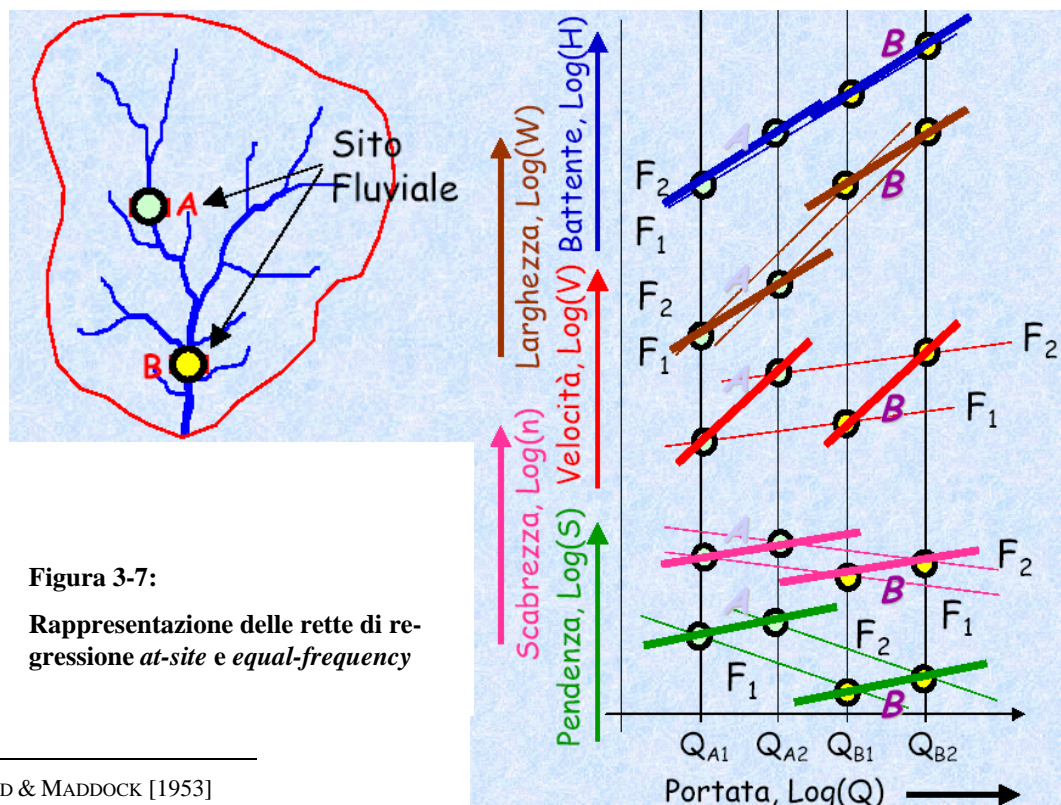


Figura 3-7:
Rappresentazione delle rette di regressione *at-site* e *equal-frequency*

² Cfr LEOPOLD & MADDOCK [1953]



I PARAMETRI DINAMICI DI BACINO

Si supponga che una ipotetica goccia di pioggia, cadendo sul bacino, possa raggiungere, attraverso il solo deflusso diretto superficiale e canalizzato, la sezione di chiusura. Il tempo che impiegherebbe tale goccia a raggiungere la sezione di chiusura del bacino prende il nome di **tempo di corrivazione**.

Le linee che uniscono i punti del bacino con uguale tempo di corrivazione prendono il nome di **isocorrive**. La conoscenza di tali linee consente di risalire alla curva tempi di corrivazione-aree del bacino, che fa corrispondere a un dato valore del tempo di corrivazione, l'area totale comprendente tutti i punti del bacino caratterizzati da tempi di corrivazione non superiori a quello considerato (cfr Figura 3-8).

Per tracciare le isocorrive si può ricorrere a diversi metodi. Uno di essi è quello proposto da *Viparelli*³, che considera le corrive coincidenti con le isoipse, in base all'ipotesi che il tempo di corrivazione di un punto qualsiasi sia proporzionale alla

ghezza del percorso compiuto dalla particella d'acqua e che questa a sua volta sia proporzionale alla differenza tra la quota altimetrica del punto e quella della sezione di chiusura del bacino. Il metodo di *Viparelli* consente di ricavare la curva Area-Tempi di corrivazione, conservando la forma della curva ipsografica e sostituendo alla quota z il tempo di corrivazione t_c .

Il tempo di corrivazione relativo al punto del bacino più lontano dalla sezione di chiusura (vale a dire quel punto dello spartiacque superficiale in cui ha origine l'asta fluviale della rete idrografica) prende il nome di **tempo di corrivazione del bacino**.

Esistono diverse formule empiriche per la valutazione del tempo di corrivazione del bacino.

La formula di *Giandotti*⁴ stima il tempo di corrivazione T_c (in ore), in funzione dell'area del bacino A (in chilometri quadri) della lunghezza del bacino L (in chilometri) e dell'altezza media del bacino rispetto alla sezione di chiusura z_{media} (in metri):

$$T_c = \frac{4\sqrt{A} + 1,5L}{0,8\sqrt{z_{media}}} \quad (3.1)$$

La formula di *Kirpich*⁵ stima il tempo di corrivazione T_c (in ore), in funzione della lunghezza del bacino L (in metri) e della pendenza media di bacino i_m :

$$T_c = 0,000325 L^{0,77} \cdot i_m^{-0,385} \quad (3.2)$$

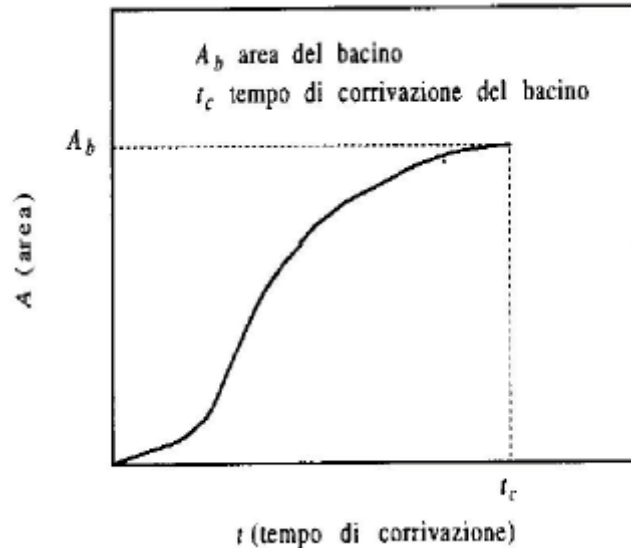


Figura 3-8: Curva Area-Tempi di corrivazione

³ Cfr. VIPARELLI, 1961

⁴ Cfr. GIANDOTTI, 1934 e 1940

⁵ Cfr. KIRPICH, 1940



Poiché *Kirpich* ricavò la formula per bacini rurali del Tennessee con pendenze pari al 3÷10%, il tempo di corrivazione fornito dalla formula deve essere ragguagliato moltiplicandolo per 0,4 se l'acqua scorre non canalizzata su superfici d'asfalto o di cemento, ovvero per 0,2 se scorre in canali di cemento.

La formula del *Soil Conservation Service*⁶ stima il tempo di corrivazione T_c (in ore), in funzione della lunghezza del bacino L (in metri), del *Curve Number* e della pendenza media del bacino espressa in percentuale i_m :

$$T_c = 0,00227 L^{0,8} \cdot \left(\frac{1000}{CN} - 9 \right)^{0,7} i_m^{-0,5} \quad (3.3)$$

Negli ultimi tempi i modelli del territorio sono disponibili non solo in forma cartacea, ma anche in forma digitale, nei formati più disparati. Ciò consente di utilizzare dei software di calcolo che facilitano la determinazione e aumentano la precisione di calcolo di molti parametri caratteristici del bacino. Per quanto riguarda i tempi di corrivazione di ogni singolo punto del bacino si può fare riferimento alle traiettorie reali di massima pendenza che giungono alla sezione di chiusura, al numero di traiettorie che convergono prima di giungere alla sezione di chiusura, e ovviamente alle loro lunghezze e pendenze medie. Tali potenzialità di calcolo sono oggi oggetto di numerose applicazioni scientifiche per l'individuazione di metodi automatici di valutazione dei tempi di corrivazione e del tempo di corrivazione del bacino.

⁶ Cfr SOIL CONSERVATION SERVICE, 1975

Capitolo 4

La previsione delle piene mediante l'analisi statistica delle misure di portata¹

Lo studio dei deflussi superficiali fluviali avviene sostanzialmente per tre motivi: il primo è legato alla necessità di conoscere i volumi annui d'acqua che passano attraverso una determinata sezione idraulica in un determinato periodo di tempo, per utilizzi antropici; il secondo è legato alla necessità di conoscere le portate minime di deflusso, per razionalizzare l'utilizzo dell'acqua, ovvero tutelare l'ecosistema e l'ambiente fluviale e periferico; infine vi è il motivo legato alla necessità di prevedere la periodicità delle piene e gli effetti che esse hanno sul territorio periferico, per la tutela dal rischio di inondazione delle aree antropizzate.

In ognuno dei tre casi lo studio si basa sulla misurazione di due grandezze caratteristiche: i tiranti e le portate. Da tali misurazioni è possibile estrapolare, come si fa per le piogge, leggi matematiche in grado di fornire un accettabile livello di controllo sul fenomeno del deflusso superficiale.

Anche in questo caso, come per le piogge, si procede per tre fasi:

1. la misurazione dei dati precisa e omogenea;
2. l'analisi esplorativa dei dati di tipo statistico – analitico;
3. l'interpretazione statistico – analitica con conseguente determinazione delle leggi matematiche di controllo.

4.1 La misura dei tiranti e delle portate

La misura del tirante o altezza idrometrica avviene attraverso uno strumento chiamato **idrometro**.

Esistono diversi tipi di idrometri, tra cui il più semplice è costituito da un'asta graduata, disposta per lo più verticalmente, chiamata **asta idrometrica**. In genere l'asta ha la prima tacca ad una profondità che dovrebbe rimanere sempre immersa nell'acqua, anche quando il livello idrico è eccezionalmente basso. Per consentire che le misure di livello siano sempre positive, a tale tacca si fa corrispondere il cosiddetto **zero idrometrico**.

¹ Propedeutico alla migliore comprensione di questo capitolo è il Capitolo F in Appendice, riguardante l'idraulica fluviale in alvei a sezione stazionaria.



L'ultima tacca dell'asta, invece, dovrebbe essere disposta ad un'altezza tale da essere visibile anche durante le piene eccezionali.

In genere lo zero idrometrico viene fissato rispetto ad un caposaldo topografico, posto al sicuro dalle piene, così che, in caso di distruzione dell'idrometro, si possa facilmente provvedere alla sua sostituzione, posizionando il nuovo strumento in maniera identica e precisa a quello andato distrutto.

Le aste idrometriche sono in genere fissate nelle sezioni idrauliche dov'è valida l'ipotesi di stazionarietà delle caratteristiche geometriche e di scabrezza dell'alveo. In questa maniera è possibile associare in maniera univoca l'area della sezione bagnata e il perimetro bagnato alle diverse altezze idrometriche misurate. Inoltre sarebbe auspicabile, per i motivi che si vedranno in seguito, legati all'uso della scala di deflusso, che gli idrometri siano ubicati in quelle sezioni dove ad una piccola variazione di portata corrisponda una significativa variazione di livello idrico. In alcuni casi può risultare che la lettura dei tiranti bassi possa avvenire più comodamente in una determinata sezione, mentre per la lettura dei tiranti alti si presta meglio un'altra sezione. In tal caso possono essere fissati due idrometri: uno per la lettura dei tiranti bassi, l'altro per la lettura dei tiranti alti.

La lettura delle aste idrometriche avviene con cadenza giornaliera (generalmente a mezzogiorno), tranne che nei casi eccezionali di piena, allorquando le letture vengono infittite.

Gli idrometri muniti di apparecchio di registrazione delle altezze d'acqua prendono il nome di **idrometrografi**. Questi sono costituiti da un sensore di livello, capace di trasmettere ad un apparecchio di registrazione analogico o digitale il livello idrometrico misurato².

A differenza delle altezze idrometriche, le portate sono più difficili da misurare. L'unico metodo diretto di misura delle portate consiste nel raccogliere l'acqua che defluisce attraverso una sezione e nel rapportarne il volume con l'intervallo di tempo impiegato a raccogliarlo. Tale metodo viene utilizzato raramente e solamente nel caso di piccolissime sorgenti o corsi d'acqua.

Un altro metodo di misura diretta è quello che si avvale di appositi manufatti di sbarramento del corso d'acqua. Tali manufatti sono muniti di luce a battente o a stramazzo per consentire all'acqua di defluire a valle (cfr. Capitolo J in Appendice), e con essi è possibile risalire alla portata defluente dalla semplice conoscenza del battente idrico che sovrasta la luce, secondo le ben note formulazioni della foronomia idraulica.

Difficilmente, però, i due metodi sopra descritti sono applicabili, sia per difficoltà tecniche, sia per gli alti costi di realizzazione e di impatto fluviale degli sbarramenti. Per questi motivi i metodi più utilizzati per la misura delle portate sono quelli indiretti.

Il più utilizzato dei metodi indiretti si basa sulla misura della velocità media della corrente e sulla moltiplicazione di questa per l'area della sezione trasversale in cui è stata misurata.

Il calcolo della velocità media avviene tramite la misurazione della velocità puntuale della corrente in più punti della sezione, opportunamente distribuiti. Esistono allo scopo strumenti di rilevamento delle velocità di tipo meccanico ed elettronico. I primi sono costituiti da **mulinelli**, mentre i secondi possono essere **tubi di Pitot con celle di pressione, anemometri a film caldo, velocimetri doppler con laser e velocimetri doppler ad ultrasuoni**.³

Le misure di velocità devono essere fatte in sezioni in cui i filetti fluidi siano pressoché paralleli e con la stessa direzione del moto. Per tale motivo sono da evitare sezioni con rocce sporgenti, vegetazione arbustiva, banchi di sabbia. Qualora le circostanze lo richiedano, sarebbe opportuno ripulire l'alveo nei pressi della sezione

² Per approfondire le conoscenze sugli idrometrografi più utilizzati, leggere il capitolo G in Appendice.

³ Per approfondire le conoscenze sui misuratori di velocità più utilizzati, leggere il capitolo H in Appendice.



di misura. È ovvio che per sezioni idriche particolarmente grandi, le irregolarità della sezione idrica diventano insignificanti e ininfluenti sull'andamento di gran parte dei filetti fluidi.

Quando le portate defluenti sono molto piccole, occorre deviarle in canali molto stretti e lisci, in cui effettuare le misure di velocità in maniera più adeguata. Tali interventi di alterazione del deflusso devono essere eseguiti a monte o a valle della stazione di misura idrometrica, a seconda che la corrente sia lenta o veloce. Interventi di questo tipo possono rendere la misura della portata di un piccolo corso d'acqua più costosa di quella di un grande fiume.

Una volta scelta la sezione di misura della portata, occorre pianificare le misure di velocità e il rilievo topografico della sezione dell'alveo. Si prescelgono all'uopo delle verticali di campionamento. Lungo ogni verticale si determina la profondità dell'alveo e si eseguono, a distanza regolare, le misure di velocità in più punti, a diversa profondità. L'esperienza vuole che il campionamento delle velocità prescindano dalle dimensioni della sezione, e venga eseguito lungo 5÷10 verticali, con 5÷10 punti di rilevamento per ogni verticale. Le verticali devono essere infittite in caso di variazioni significative della sezione e, quindi, in special modo in prossimità delle sponde. Le distanze verticali tra un punto di campionamento e l'altro devono ridursi in vicinanza del fondo, in quanto è proprio nei pressi del fondo che si hanno variazioni più sensibili della velocità.

Le misure di velocità possono essere eseguite in quattro modi differenti, a seconda delle dimensioni della sezione e della velocità della corrente.

Un primo tipo di misura, adatto per corsi d'acqua poco profondi e velocità di corrente bassa, è detta **misura a guado**. Le verticali di misura vengono contrassegnate su una corda disposta trasversalmente alla direzione della corrente e tesa tra le due sponde del corso d'acqua. L'operatore non deve assolutamente disturbare, con la sua presenza, la corrente di deflusso.

Quando le caratteristiche del corso d'acqua non consentono di eseguire misure a guado, occorre fare ricorso alla **misura da passerella o da ponte** (indicando con passerella un attraversamento fluviale pedonale poco distante dal pelo libero e generalmente realizzato *ad hoc* per le misure di velocità).

Quando non si dispone di una passerella o di un ponte, si può eseguire la **misura con teleferica**. Questa è costituita da un sistema di cavi, argani e pulegge vincolati alle due sponde del corso d'acqua e che consentono la traslazione orizzontale lungo la sezione fluviale dello strumento misuratore, ovvero, in casi particolari, del carrello su cui esegue le misure l'operatore. In assenza di operatore la teleferica è in grado di traslare anche verticalmente lo strumento di misura (Cfr. Figura 4-1).

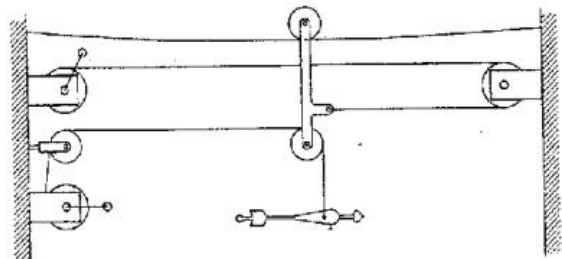


Figura 4-1:

Teleferica per le misure con il mulinello [Roche, 1963]

L'alternativa alla teleferica è la **misura con natante**, opportunamente ancorato al cavo teso tra le due sponde della sezione, in cui si vogliono eseguire le misure. Quando la larghezza dell'alveo è tale da non consentire la predisposizione di un cavo teso lungo tutta la sezione, il natante viene ancorato al fondo e, per eseguire le misure lungo le verticali prestabilite, in mancanza di tacche sul cavo, si può utilizzare un GPS (*Geo Positioning System*) ad alta risoluzione, ovvero un DGPS (*Differential Geo Positioning System*).

Ogni misura deve durare un intervallo di tempo tale da consentire la restituzione di una velocità media puntuale associabile a quella di trasporto. Generalmente 30" costituiscono un intervallo di tempo accettabile.

Le misure puntuali, oltre a consentire la valutazione della velocità media lungo ogni verticale e, più in generale, nella sezione di misura, consentono di risalire alle isotachie. Se quest'ultima informazione non è neces-



saria, al fine di accorciare i tempi di campionamento, può risultare più pratica la **misura integrale della velocità media sulla verticale**. Quest'ultima si ottiene come valore medio della velocità rilevata dallo strumento di misura mentre viene fatto salire (o scendere) lungo la stessa verticale con una velocità costante dell'ordine di 1÷5 cm/s.

Qualora occorre risparmiare tempo, si può eseguire anche la **misura della velocità a 0,4h**. Questa consiste nel rilevare la velocità della corrente ad una profondità pari a 0,4 volte il tirante idrico h alla verticale di riferimento. La teoria del moto turbolento, così come affrontata nel sottoparagrafo F.6.2, indica, infatti, che la velocità media turbolenta lungo una verticale è approssimativamente identica a quella misurabile ad una distanza dal fondo pari al 40% del tirante (cfr. Figure F.35 e F.36).

La conoscenza della distribuzione della velocità in una sezione idraulica deve essere finalizzata alla determinazione della velocità media della sezione.

Nel caso di misure velocimetriche su più verticali, in più punti di ogni verticale, esistono due metodi di calcolo della velocità media. Un primo metodo consiste nel tracciare, per interpolazione/unione dei punti misura, le curve rappresentanti le distribuzioni verticali delle velocità lungo ogni verticale (per sezioni di misura geometricamente regolari può essere più affidabile l'interpolazione dei punti misura, mentre per sezioni di misura irregolari è l'unione dei punti misura ad essere più attendibile). Da queste curve si estrapolano i valori medi delle velocità per ogni verticale, dati dal rapporto tra l'area A_i compresa tra la curva di velocità alla verticale i -ma e l'asse delle ordinate, e il tirante idrico H . Il valore medio della velocità per ogni verticale è, invece, già disponibile se si utilizza il metodo di misura integrale della velocità media sulla verticale, ovvero il metodo di misura della velocità a $0,4h$. I valori medi delle velocità per ogni verticale vengono riportati su un piano avente per ascissa la larghezza del corso d'acqua nella sezione di misura e per ordinata la velocità. Il rapporto tra l'area A , sottesa al diagramma di interpolazione/unione di tali valori medi di velocità, e la larghezza L del canale, restituisce la velocità media della sezione.

Un altro metodo di misura della velocità media fa riferimento alle isotachie e può essere applicato solo se si dispone di misure puntuali su più verticali. Si considera, poi, un piano che ha per ascissa le aree e per ordinata la velocità. Per ogni isotachia si riporta su tale piano il punto rappresentativo, caratterizzato da un'ascissa pari all'area racchiusa dall'isotachia, e da un'ordinata pari alla velocità che contraddistingue l'isotachia. L'unione di tutti i punti definisce una curva decrescente, che all'ascissa nulla fa corrispondere la massima velocità della sezione e all'ordinata nulla fa corrispondere l'area della sezione bagnata. Dividendo l'area sottesa da tale diagramma per l'area della sezione bagnata, si determina la velocità media della corrente. Poiché la velocità media della sezione di misura, moltiplicata per l'area della stessa sezione, restituisce la portata di deflusso (Cfr. la (F.2)), l'area sottesa coincide con la portata che attraversa la sezione.

Quando la corrente da misurare è molto turbolenta, con sviluppo di vortici e vivace agitazione dell'acqua, i metodi di misura fino ad ora illustrati si dimostrano inefficaci. Si può ricorrere, allora, ad un metodo che sfrutta proprio la capacità di mescolamento della corrente. È il **metodo chimico di misura della velocità media** (Cfr. Figura 4-2). Esso si basa sul posto che se si versa con portata costante q una soluzione concentrata C di un prodotto chimico in un corso d'acqua, è possibile risalire alla portata d'acqua defluen-

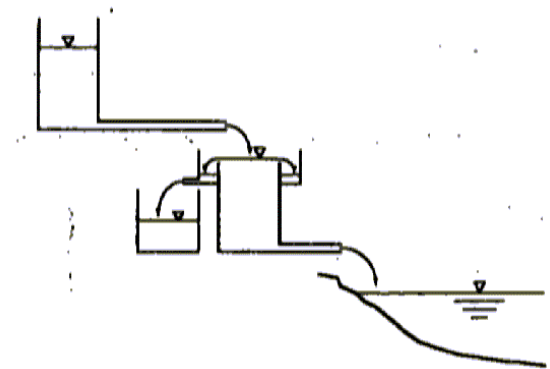


Figura 4-2:

Dispositivo a sfioro per l'immissione a portata costante della soluzione chimica concentrata per la misura delle portate



te Q , a partire dalla misura della concentrazione c della stessa soluzione rilevata in un campione d'acqua prelevato sufficientemente a valle del punto di drogaggio, per consentire alla soluzione concentrata di diluirsi completamente e uniformemente. Infatti, per il principio di conservazione della massa, il carico chimico in ingresso $q \cdot C$ deve essere uguale al carico chimico in uscita $Q \cdot c$, e quindi:

$$Q = \frac{C}{c} q$$

Il prodotto chimico comunemente utilizzato è il bicromato di sodio. Per accertarsi che alla sezione di prelievo la concentrazione del prodotto chimico sia costante, si eseguono campionamenti in più punti e in più istanti di tempo.

Per conoscere la concentrazione c si ricorre al metodo colorimetrico, consistente nel versare nel campione d'acqua prelevato un reagente che ne provoca una colorazione che aumenta di intensità all'aumentare della concentrazione di bicromato di sodio. Il campione viene fatto passare attraverso un colorimetro, che misura il grado di assorbimento di un fascio luminoso, che attraversa il liquido e restituisce il valore di concentrazione c incognito, che consente di ricavare la portata Q .

Il metodo chimico è applicabile solo in caso di corrente priva di apporti o perdite laterali, in assenza di dispersione della sostanza chimica utilizzata per la misura (per infiltrazione o per deposito in aree di laminazione).

I metodi sopra descritti sono difficilmente adottabili durante una piena. In tal caso potrebbe essere utilizzato il **metodo di misura della velocità media con galleggianti**. Il metodo richiede un tratto fluviale rettilineo in cui si dispongono quattro picchetti A, B, C e D (Cfr. Figura 4-3). Le misure richiedono l'impiego contemporaneo di due persone, che si dispongono ai due picchetti A e B . L'osservatore che si trova al picchetto A (a monte) dà un segnale quando un oggetto, preso a riferimento, che galleggia sulla superficie del fiume, si trova nel punto a , sulla linea AD . L'osservatore che si trova al picchetto B (a valle), con un cronometro misura il tempo τ_1 impiegato dall'oggetto a passare dal punto a al punto b , che si trova sulla linea BD . Misura, poi, il tempo τ_2 che lo stesso oggetto impiega per passare dal punto a al punto c , che si trova sulla linea BC .

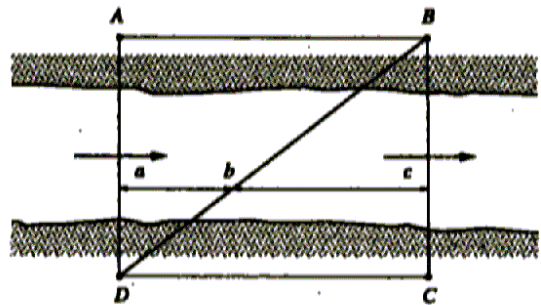


Figura 4-3:

Disposizione dei picchetti con il metodo del galleggiante

La distanza dalla sponda della linea di corrente su cui viaggia l'oggetto galleggiante è ricavabile in base alla similitudine dei due triangoli ABD e abd , da cui:

$$aD = AD \frac{ab}{AB} \quad (4.1)$$

Assumendo la velocità costante, si ha che le distanze percorse sono proporzionali ai tempi di percorrenza, per cui:

$$\frac{ab}{ac} = \frac{ab}{AB} = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

Sostituendo ab nella (4.1), si ha:

$$aD = AD \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (4.2)$$



Alla distanza dalla riva pari ad aD la velocità media della corrente è pari a: $W_{aD} = AB/\tau_2$.

Calcolando la velocità media della corrente a distanze diverse dalla riva, si può rappresentare la curva di unione/interpolazione, dalla quale ricavare la velocità media della corrente. Questa, poi, viene ragguagliata secondo i coefficienti in Tabella 4-1, in quanto rappresentativa degli strati superficiali del corso d'acqua e non di tutta la sezione.

Caratteristiche del corso d'acqua	$W/W_{superficie}$
Velocità basse	0,80
Pendenze deboli, fiumi di media grandezza	0,85
Pendenze medie, fiumi di media grandezza	0,90÷0,95
Grandi fiumi	0,95
Velocità forti, profondità maggiori di 4m	1,00
Velocità medie, fiumi di montagna	1,05

Tabella 4-1:

Valori del rapporto tra la velocità media e la velocità media superficiale della corrente (Roche, 1963)

Dal paragrafo F.5 si evince che nell'ipotesi di moto permanente, nota che sia l'altezza idrometrica, si risale per associazione univoca alla portata d'acqua che defluisce attraverso la sezione. La legge di associazione univoca prende il nome di **scala di deflusso**.

Occorre a tal proposito ricordare che in ipotesi di moto permanente, ad ogni portata corrispondono sempre due tiranti idrici, uno valido per deflussi supercritici e uno valido per deflussi subcritici (cfr. Figura F-2). Solo in condizioni idrauliche critiche, alla stessa portata corrispondono due tiranti idrici coincidenti e pari all'altezza idrometrica critica. È necessario, pertanto, costruire scale di deflusso in corrispondenza di sezioni in cui le condizioni di deflusso possano rimanere permanentemente lente o veloci con il mutare delle condizioni al contorno.

La costruzione delle scale di deflusso avviene misurando *una tantum* la portata che defluisce attraverso una sezione di controllo, allorquando l'altezza idrometrica della corrente, misurata nella stessa o diversa sezione idraulica, assume un determinato valore. Nel caso in cui l'altezza idrometrica venga misurata in una sezione differente da quella in cui viene rilevata la portata, occorre verificare che non vi siano significative immissioni o perdite d'acqua tra le due sezioni, e che le stesse siano abbastanza vicine da poter assumere che, in ipotesi di moto vario, la differenza di portata sia comunque trascurabile.

Considerando la (F.38), alla luce della (F.2), in sezioni compatte, ovvero prive di golene laterali, si può scrivere:

$$Q = \chi(h) \cdot A(h) \cdot \sqrt{J \cdot R(h)}$$

ovvero:

$$Q = a \cdot h^b \quad (4.3)$$

o anche:

$$\ln Q = \ln a + b \cdot \ln h \quad (4.4)$$



che è un'espressione lineare nella variabile indipendente $\ln(h)$ e nella variabile dipendente $\ln(Q)$.

Per semplificare le notazioni si pone: $\ln(Q) = Y$; $\ln(a) = A$; $\ln(h) = X$, per cui la (4.4) diventa:

$$Y = A + b \cdot X \quad (4.5)$$

Misurando n coppie di valori $(h_i; Q_i)$, ovvero $(X_i; Y_i)$, si può determinare la legge di correlazione lineare (4.5), da cui dedurre la (4.3)⁴.

Poiché la misura delle portate durante le piene è molto difficile, si potrebbe prolungare la retta di interpolazione (4.5) per valori di portate superiori a quelle misurate. La proiezione deve essere eseguita tenendo conto che a tiranti idrici via via più elevati, il canale potrebbe allargarsi al punto tale (golene) da rendere inverosimili (sottovalutate) le portate restituite dalla scala di deflusso.

Poiché gli alvei naturali non sono mai del tutto stabili, occorre aggiornare periodicamente le scale di deflusso.

4.2 I dati idrometrici e di portata

Le osservazioni idrometriche e di portata sono state gestite per lungo tempo dal Servizio Idrografico e Mareografico Italiano, prima che le funzioni e l'operatività tecnica venisse trasferita alle singole Regioni d'Italia. I dati idrometrici e di portata sono annualmente raccolti negli **Annali idrologici – Parte II**. Tale pubblicazione consta di quattro sezioni:

- la sezione A, contenente dati di sintesi sugli afflussi meteorici;
- la sezione B, contenente un elenco delle caratteristiche funzionali delle stazioni idrometriche, e due tabelle sull'idrometria: la *tabella delle osservazioni idrometriche giornaliere*, con le altezze idrometriche meridiane, rilevate cioè direttamente all'idrometro da parte dell'osservatore oppure dedotte in corrispondenza del mezzogiorno dallo spoglio dei diagrammi di stazioni fornite di apparecchio registratore; la *tabella dei massimi incrementi delle altezze idrometriche*, con i due valori annui più elevati dell'escursione dell'altezza idrometrica in intervalli di tempo di 1, 6 e 12 ore consecutive;
- la sezione C, contenente portate e bilanci idrologici, schematizzati attraverso tabelle, che per ogni stazione riportano: a) le caratteristiche della stazione, con l'indicazione delle altezze idrometriche e delle portate, massime e minime, relative al periodo di osservazione; b) le portate medie giornaliere; c) gli elementi caratteristici mensili e annui, dell'anno e del precedente periodo di osservazione; d) le portate medie giornaliere corrispondenti a valori caratteristici delle durate espresse in giorni; e) la scala numerica delle portate;
- la sezione D, consentente informazioni sulla freatimetria.

Tutte le informazioni della *Parte II* degli *Annali Idrologici* sono poi sintetizzate nella pubblicazione dei **Dati caratteristici dei corsi d'acqua italiani**.

⁴ Leggere a tal proposito il paragrafo A.6 in appendice.



Nel caso di dati registrati da un idrometrografo, è possibile analizzare la curva che rappresenta le altezze idrometriche registrate in un determinato intervallo di tempo. Da questa curva è possibile estrapolare il pletogramma corrispondente (Figura 4-4), su cui è possibile fare alcune considerazioni.

Innanzitutto si osserva che il pletogramma, in assenza di eventi piovosi, assume un andamento decrescente AB , a caratterizzare quella **fase di esaurimento** del fiume, in cui le portate derivano solo dai deflussi sotterranei generati da precipitazioni verificatisi precedentemente.

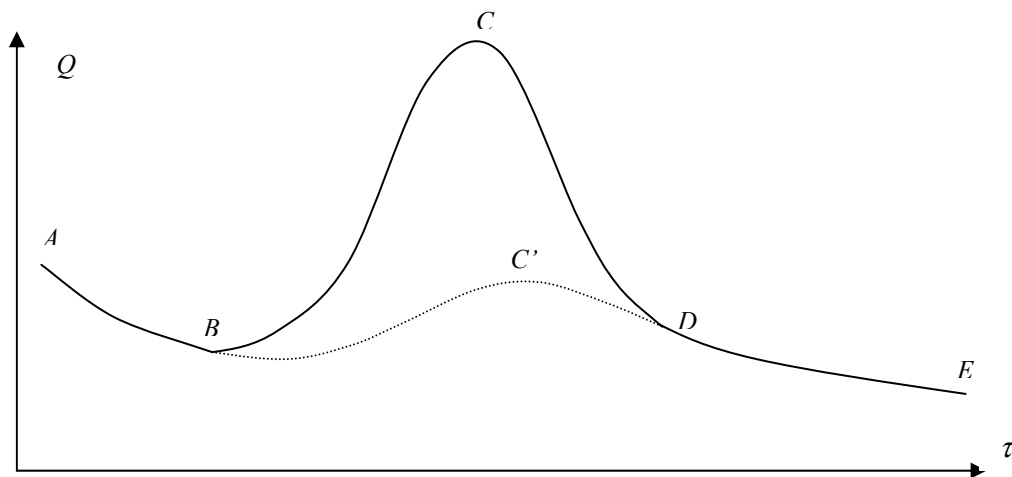


Figura 4-4: Pletogramma esemplificativo di piena

Col sopraggiungere di una meteora, le portate registrate crescono rapidamente e il pletogramma si impenna, fino a raggiungere il colmo C . Il tratto ascendente prende il nome di **fase di concentrazione**.

A seguito del colmo la curva decresce fino a che non si raggiunge il punto D , in cui l'apporto superficiale si esaurisce completamente. Il tratto discendente prende il nome di **fase di recessione**.

In realtà il pletogramma di piena non è solo alimentato dal deflusso superficiale, ma anche da quello sotterraneo. Per tale motivo, volendo distinguere dalla portata di deflusso totale quella afferente il solo apporto sotterraneo, si potrebbe considerare un pletogramma per alimentazione sotterranea, che raggiunge il suo colmo C' in un istante di tempo sicuramente più ritardato rispetto a quello in cui viene raggiunto il colmo C .

Se il pletogramma da deflusso superficiale è rappresentato dalla curva BCD , il pletogramma da deflusso sotterraneo è rappresentato dalla curva $ABC'DE$.

Il tratto DE raffigura la nuova fase di esaurimento, cui è soggetto il fiume, a seguito dell'evento meteorico. Si noti come il punto iniziale D della curva di esaurimento, a seguito dell'evento meteorico, sia più alto di quello B finale della curva di esaurimento precedente.

Se il pletogramma $ABCDE$ è ricavabile dalla registrazione diretta di un fenomeno di piena, il pletogramma $ABC'DE$ ha andamento semplicemente qualitativo.

A tal proposito *Horton* ha distinto quattro tipi di pletogrammi, in relazione agli apporti superficiali e sotterranei dati ai deflussi. Il primo tipo si ha per piogge di entità molto modesta su terreni ad alta capacità di infiltrazione (Figura 4-5-a): in questi casi l'acqua viene completamente assorbita dal terreno, senza alimentare il deflusso superficiale. Il secondo tipo si ha per piogge di entità media su terreni ad alta capacità di infiltrazione (Figura 4-5-b): in questi casi l'acqua viene completamente assorbita dal terreno e il deflusso superficiale è alimentato esclusivamente dall'apporto sotterraneo. Il terzo tipo si ha per piogge battenti su terreni a bassa capacità di infiltrazione (Figura 4-5-c): in questi casi l'acqua alimenta il deflusso superficiale, che è alimentato quasi esclusivamente dagli apporti superficiali. Il quarto tipo si ha per piogge abbondanti su terreni ad alta capacità di



infiltrazione (Figura 4-5-d): in questi casi il deflusso superficiale è alimentato sia dall'apporto superficiale che da quello sotterraneo.

Nella fase di concentrazione e di recessione, il livello idrico del fiume potrebbe superare quello della falda e determinare l'alimentazione della stessa, mediante un deflusso sotterraneo orientato non più verso il fiume ma verso il sottosuolo. In questo caso il pletogramma qualitativo dei deflussi alimentati dal sottosuolo si modificherebbe così come rappresentato in Figura 4-6, in cui il punto C' si scinderebbe in un punto di minimo C'^{min} e in un punto di massimo C'^{max} .

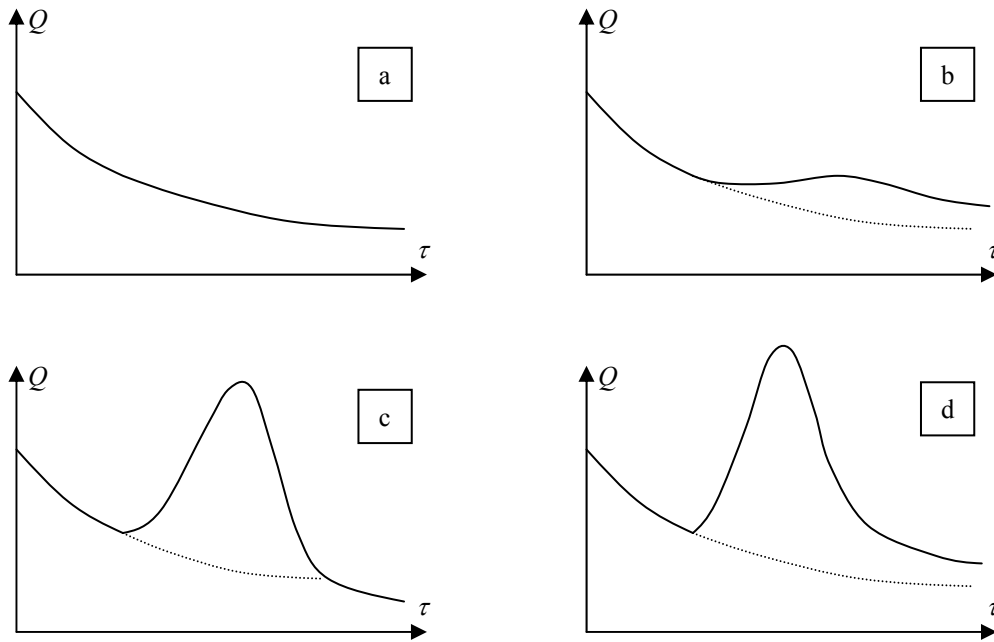


Figura 4-5:

Pletogrammi di Horton, in relazione all'intensità di pioggia e alla capacità di infiltrazione del terreno

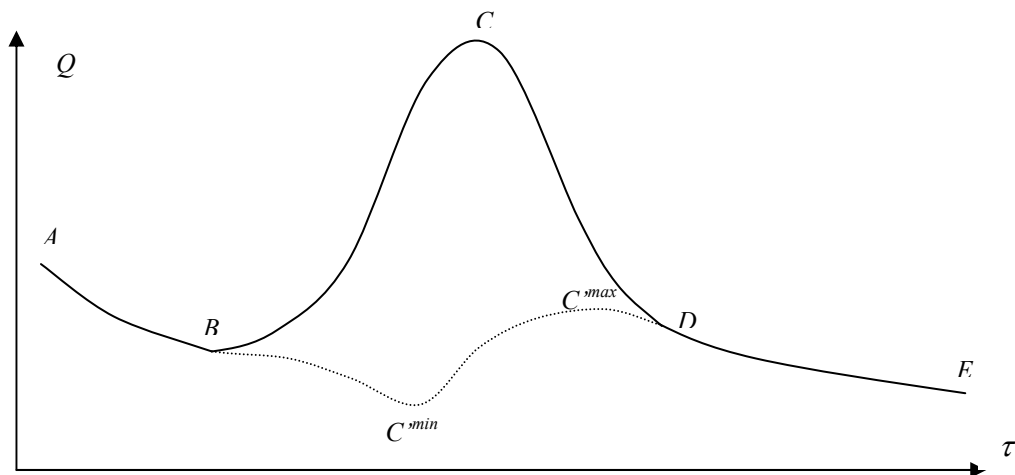


Figura 4-6: Pletogramma esemplificativo di piena con apporti sotterranei negativi

I procedimenti esistenti in letteratura per distinguere il deflusso provocato da alimentazione superficiale da quello provocato da alimentazione sotterranea sono per lo più di tipo empirico.



Un primo metodo consiste nel tracciare una linea orizzontale BB' , che separi il deflusso alimentato dal sottosuolo da quello alimentato dalla superficie (Figura 4-7).

Un secondo metodo consiste nel tracciare una retta BB'' , in cui B'' è il punto di ascissa pari al tempo stimato di esaurimento del deflusso superficiale (Figura 4-7).

Un terzo metodo consiste nel prolungare la curva di esaurimento iniziale fino al punto C' , che ha la stessa ascissa del colmo del pletogramma C . Da C' la curva comincia a salire fino a unire il punto B'' , individuato alla stessa maniera del metodo precedente (Figura 4-7).

I procedimenti empirici appena descritti servono a separare i deflussi alimentati dalla pioggia per via dello scorrimento superficiale e i deflussi alimentati dalle falde. Qualora quest'ultimi risultassero molto grandi, la scelta del procedimento di separazione diverrebbe particolarmente importante. Se invece l'aliquota di deflusso alimentata dalle falde è trascurabile rispetto al colmo di piena, la suddivisione delle componenti superficiali e sotterranee risulterebbe praticamente inutile (Figura 4-7).

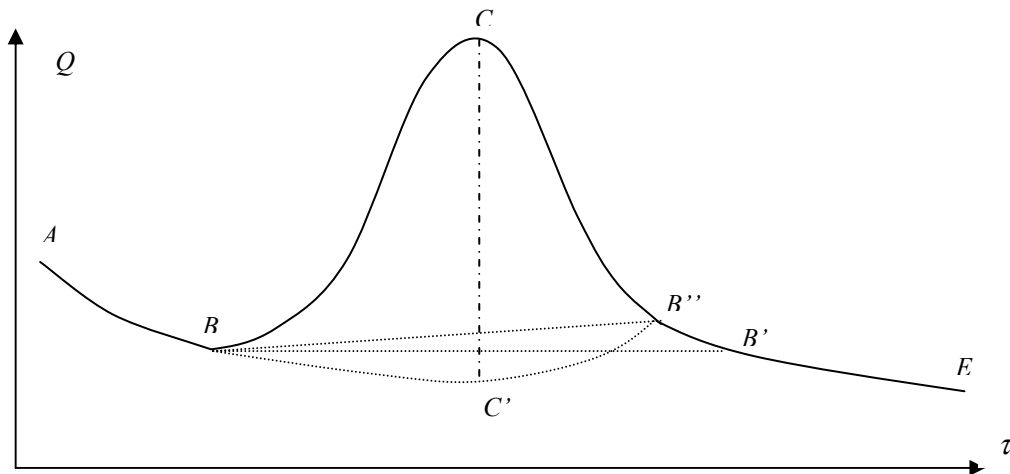


Figura 4-7: Metodi grafici empirici per la distinzione degli apporti superficiali da quelli sotterranei, per la formazione del deflusso di piena

Il pletogramma rappresentativo del deflusso fluviale alimentato dal solo scorrimento sotterraneo, individua quello che in letteratura scientifica si chiama anche **deflusso di base**. La differenza tra il pletogramma totale e quello di base è il **deflusso di pioggia**.

Se il deflusso di pioggia ha andamento fortemente subordinato al tipo di evento meteorico, il deflusso di base, caratteristico dei fenomeni di esaurimento, può essere affrontato teoricamente, ipotizzando che la portata di esaurimento q dipenda dal volume d'acqua V immagazzinato nell'acquifero, che alimenta il corso d'acqua.

Dausse⁵ ha ipotizzato che la relazione tra la portata di esaurimento e il volume di immagazzinamento sia data dalla seguente espressione di potenza:

$$q(\tau) = \alpha \cdot V(\tau)^n \quad (4.6)$$

L'equazione di continuità vuole che:

$$\frac{dV(\tau)}{d\tau} + q(\tau) = 0 \quad (4.7)$$

⁵ DAUSSE [1842]



Sostituendo la (4.6) nella (4.7) si ha:

$$\frac{d\left(\frac{q(\tau)}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}}}{d\tau} + q(\tau) = 0 \quad \text{ovvero,} \quad \frac{dq(\tau)}{d\tau} + n\alpha^{\frac{1}{n}}q(\tau)^{\frac{2n-1}{n}} = 0 \quad (4.8)$$

che è un'equazione differenziale non lineare, la cui soluzione è:

$$q(\tau) = q_0 \cdot \left[1 + \alpha^{\frac{1}{n}}(n-1) \cdot q_0^{\frac{n-1}{n}} (\tau - \tau_0) \right]^{\frac{n}{1-n}} \quad (4.9)$$

Allorquando $n = 1$, la (4.8) diventa un'equazione differenziale lineare, la cui soluzione è:

$$q(\tau) = q_0 \cdot e^{-\alpha(\tau - \tau_0)} \quad (4.10)$$

Quest'ultima equazione è la formula universalmente nota di *Boussinesq*, valida per i cosiddetti **serbatoi lineari**, per cui la (4.6) si specializza in:

$$q(\tau) = \alpha \cdot V(\tau)$$

ovvero la portata di deflusso di base è proporzionale al volume sotterraneo invasato utile all'alimentazione del deflusso superficiale.

L'ipotesi di serbatoio lineare sotterraneo raramente si può applicare per gli acquiferi.

4.3 L'elaborazione statistica delle misure idrometriche e di portata per la previsione delle piene⁶

L'elaborazione statistica dei dati idrometrici e di portata consente di prevedere, con una certa probabilità di successo, la frequenza con cui accadono i fenomeni di piena, in funzione della loro intensità di accadimento.

A differenza dei dati pluviometrici, che sono caratterizzati da serie storiche pluridecennali, i dati afferenti alle altezze idrometriche e alle portate di deflusso sono caratterizzati da serie storiche molto più ridotte e discontinue, a causa soprattutto dalla difficoltà di ripristinare gli idrometri e di tarare le scale di deflusso a seguito di eventi alluvionali. Per tale motivo l'analisi statistica riferita ad una sezione fluviale può essere basata su osservazioni esclusivamente eseguite su tale sezione, ovvero su osservazioni eseguite anche su altre sezioni di corsi d'acqua. Nel primo caso si parla di **analisi statistica locale (at site)**, mentre nel secondo caso si parla di **analisi statistica regionale**.

In entrambi i casi occorre individuare le distribuzioni di probabilità che meglio interpretano le distribuzioni di frequenza dei dati osservati. Le distribuzioni di probabilità possono essere caratterizzate da un numero di parametri variabile. Il numero di parametri serve a individuare univocamente la posizione e la forma della distribuzione di probabilità. Il minimo numero di parametri necessario è due, per la determinazione della posizione fissa e della dispersione dei dati; un terzo parametro è necessario qualora occorra definire l'asimmetria della distribuzione; un quarto parametro è necessario qualora occorra definire la curtosi della distribuzione, e così via dicendo.

⁶ Propedeutico alla lettura di questo sottoparagrafo è il capitolo A in appendice sull'*analisi esplorativa dei dati*.



A causa della scarsa disponibilità di dati riferiti ad un'unica sezione, nell'analisi statistica locale si utilizzano distribuzioni di probabilità a due parametri, mentre nell'analisi statistica regionale, possono essere utilizzate anche distribuzioni di probabilità a più di due parametri.

4.3.1 Analisi statistiche locali

Le analisi statistiche locali si applicano soltanto ad una sola serie di osservazioni e i risultati raggiunti valgono solo per quella sezione a cui appartiene la serie di osservazioni.

I dati che vengono presi a riferimento sono le massime altezze idrometriche annue e le massime portate annue registrate. Entrambe le grandezze possono non fare riferimento ai valori massimi reali, in quanto generalmente provengono da una misura giornaliera eseguita ad un determinato orario.

Le analisi statistiche locali necessitano di una serie di osservazioni sufficientemente grande (dell'ordine di almeno qualche decina di anni). I dati vengono statisticamente analizzati facendo ricorso a distribuzioni di probabilità a due parametri. Quelle che meglio approssimano la distribuzione di frequenza dei massimi valori sono la *distribuzione Lognormale a due parametri*, la *distribuzione Gamma a due parametri (con $\mu = 0$)*, la *distribuzione di Gumbel* e la *distribuzione di Fréchet a due parametri*.

Tra queste distribuzioni quella di Fréchet è anche nota come **distribuzione del valore estremo del secondo tipo**. La CDF ha la seguente formulazione:

$$F(y) = e^{-\left(\frac{y}{u}\right)^k} \quad \text{per } k > 2.$$

La media e la varianza della distribuzione di Fréchet sono dati dalle seguenti formulazioni:

$$\mu = u \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{k}\right) \qquad \sigma^2 = u^2 \cdot \left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{k}\right) \right]$$

Applicando i metodi dei momenti o quello della massima verosimiglianza o ancora le carte di probabilità, è possibile determinare i parametri che caratterizzano i vari tipi di distribuzione appena citati. Per verificare quale delle distribuzioni meglio si adatti alle osservazioni si eseguono i test di adattamento.

Individuata la distribuzione di probabilità biparametrica che meglio interpreta il fenomeno dei massimi annuali, si esegue la verifica della **condizione di separazione**.⁷ Questa consiste nel partizionare la serie di osservazioni in più sottoserie, e calcolare, per ciascuna sottoserie, il coefficiente di asimmetria. Estrae casualmente dalla distribuzione di probabilità assegnata alla serie lo stesso numero di campioni, di pari numerosità, si calcolino anche per essi i valori del coefficiente di asimmetria. Qualora la varianza dei coefficienti di asimmetria osservati risulta essere maggiore della varianza dei coefficienti di asimmetria derivati dalla distribuzione di probabilità scelta, vuol dire che gli *outlier* delle osservazioni non sono mere casualità, e pertanto occorre considerare una distribuzione di probabilità in cui si possa controllare anche l'asimmetria, in modo da interpretare meglio tali *outlier*. Controllare l'asimmetria vuol dire necessariamente considerare distribuzioni di probabilità triparametriche. Stesso controllo può essere eseguito sulla varianza delle curtosi, per verificare l'opportunità di considerare distribuzioni tetraparametriche. In quest'ultimi casi, come già detto in precedenza, non si può fare a meno di affrontare l'analisi statistica in maniera regionale.

Comunque, ai fini pratici, qualora si voglia fare riferimento a tempi di ritorno dello stesso ordine di grandezza delle serie temporali, le distribuzioni di probabilità biparametriche possono sufficientemente appros-

⁷ Cfr. MATALAS ET ALII, 1975.



simare la distribuzione dei massimi annuali idrometrici e di portata. Per tempi di ritorno più alti, invece, si rischia di sottostimare i valori massimi annuali.

4.3.2 Analisi statistiche regionali

Il ricorso alle analisi statistiche regionali diventa necessario se si verifica almeno una delle seguenti condizioni:

- non esistono misure di portata nella sezione idrica di riferimento,
- non esiste una serie storica locale sufficientemente numerosa,
- sussiste la condizione statistica di separazione.

La regionalizzazione statistica richiede l'analisi congiunta dei dati idrometrici o di portata di più sezioni fluviali, appartenenti anche a fiumi e, quindi, bacini idrografici differenti. La regionalizzazione statistica deve essere sempre validata, nel senso che occorre verificare che l'errore che si commette adoperando contemporaneamente dati di diverse stazioni di misura, sia decisamente inferiore all'errore che si commette eseguendo analisi statistiche su un campione locale di piccola numerosità. Tale verifica viene eseguita mediante i test di adattamento.

La regionalizzazione statistica può essere eseguita secondo due metodi fondamentali: il metodo parametrico e il metodo della portata indice.

IL METODO PARAMETRICO

Il **metodo parametrico** consiste nell'assumere lo stesso tipo di legge probabilistica per un'intera regione, variando i valori dei parametri in funzione delle caratteristiche fisiche del bacino idrografico, definito dalla sezione di chiusura in cui si vogliono prevedere le piene. I parametri di bacino, che sovente vengono considerati come variabili indipendenti da cui far dipendere i parametri della distribuzione di probabilità sono l'area del bacino idrografico (A) e l'altitudine media del bacino rispetto al livello del mare (z_m):⁸

$$Q(T) = f(y(A, z_m), T)$$

in cui y è la variabile aleatoria della distribuzione di probabilità Y .

IL METODO DELLA PORTATA INDICE

Il **metodo della portata indice**, consiste nel rendere adimensionali le portate, dividendole per un valore di riferimento, chiamato **portata indice**, che caratterizza la sezione in cui si stanno eseguendo le previsioni di piena. La portata indice, generalmente coincidente con la portata media ($\mu(Q)$), viene poi moltiplicata per un fattore variabile con il tempo di ritorno (T), secondo una legge chiamata **legge di crescita** ($w(T)$), caratterizzata da una particolare distribuzione di probabilità:

$$Q(T) = \mu(Q) \cdot w(T)$$

La prima applicazione in Italia del metodo della portata indice è dovuta a Fuller⁹ e Tonini¹⁰. Il primo elaborò i massimi annuali delle portate medie giornaliere di 300 corsi d'acqua appartenenti a diverse regioni del

⁸ Alcuni metodi parametrici sono stati proposti nelle seguenti pubblicazioni: LAZZARI [1967], LAZZARI [1968], TONINI ET ALII [1971], CANUTI E MOISELLO [1980], NATALE E FENAROLI [1988]. Un excursus antologico è presentato in MOISELLO [1998].

⁹ FULLER [1914]

¹⁰ TONINI [1939]



mondo, adimensionalizzando ciascuna portata per il valore medio della corrispondente serie storica locale (portata indice).

Ipotizzando che le diverse serie storiche di portate adimensionali così ottenute possano considerarsi appartenenti ad una medesima popolazione, *Fuller* applicò un'analisi regionale mondiale, su un unico campione.

Ordinando in maniera crescente tutti gli N valori del campione, *Fuller* ha considerato tanti sottocampioni C_m costituiti da tutte quelle portate indice di valore non inferiore all' m -mo. Per ognuno di tale sottocampione ha determinato il valore medio q_m a cui ha associato un tempo di ritorno $T = N/m$.

Eseguendo delle analisi di regressione statistica *Fuller* trovò la seguente legge:

$$q_m = 1 + 0,8 \log \left(\frac{N}{m} \right) \quad \text{ovvero} \quad q_T = 1 + 0,8 \log T \quad (4.11)$$

La (4.11) rappresenta la funzione empirica di crescita, che deve essere moltiplicata per la portata indice, per restituire la portata massima annuale con tempo di ritorno T :

$$Q_T = \bar{Q} \cdot q_T \quad (4.12)$$

in cui \bar{Q} rappresenta il valore medio dei massimi annuali delle portate medie giornaliere nella sezione di studio.

Fuller trovò una relazione empirica per la determinazione di \bar{Q} , funzione di un coefficiente di piena C_p (fattore geomorfoclimatico caratteristico del bacino idrografico) e dell'area A del bacino idrografico:

$$\bar{Q} = C_p \cdot A^{0,80}$$

Così la (4.12) diventa:

$$Q_T = C_p \cdot A^{0,80} \cdot (1 + 0,8 \log T) \quad (4.13)$$

Le (4.12) e (4.13) restituiscono non la portata che mediamente viene uguagliata o superata ogni T anni, ma la media di tutte le portate che possono superare quest'ultima. Pertanto la Q_T della (4.12) e (4.13) è sicuramente più grande di quella che verrebbe determinata dai tradizionali metodi statistici.

Fuller ricavò anche la formula empirica di determinazione della portata al colmo, ovvero la massima portata registrata nell'arco di ogni anno:

$$Q_T^{colmo} = Q_T \cdot (1 + 2,66 \cdot A^{-0,3}) \quad (4.14)$$

Tonini ha eseguito le stesse elaborazioni di *Fuller* circoscrivendole al territorio italiano e trovando le seguenti formulazioni più precise di Q_T e Q_T^{colmo} .

$$Q_T = C_p \cdot A^{0,80} \cdot (1 + 1,18 \log T) \quad (4.15)$$

$$Q_T^{colmo} = Q_T \cdot (1 + 68 \cdot A^{-0,5}) \quad (4.16)$$

Nella Tabella 4-2 sono riportati i coefficienti C_p rilevati dal *Tonini* per i corsi d'acqua campani più importanti.



Corso d'acqua	Stazione idrometriche	Superficie del Bacino (km ²)	Coefficiente di piena C _p
<i>Volturno</i>	Ponte Annibale	5'542	0.91
<i>Tanagro</i>	Polla	659	0.73
<i>Calore Lucano</i>	Ponte Tenuta di Persano	673	3.52
<i>Sele</i>	Scafa di Persano	2'428	1.10

Tabella 4-2: Coefficienti di piena dei corsi d'acqua campani più importanti rilevati dal Tonini [MAIONE, 1981]

Altre applicazioni del metodo delle portate indice consistono nell'associare alla legge di crescita w una determinata distribuzione di probabilità. La letteratura scientifica ha più volte proposto per l'Italia distribuzioni asintotiche.

Le distribuzioni asintotiche biparametriche più utilizzate sono la distribuzione **lognormale**¹¹, la **Extreme Value type 1 (EV1)** o distribuzione di **Gumbel**¹², la **Extreme Value type 2 (EV2)** o distribuzione di **Frechet** (presentata nel sottoparagrafo 4.3.1). Vi è poi la **Generalized Extreme Value (GEV)**. Quest'ultima ha la seguente espressione:

$$F(y) = e^{\frac{k(y-\varepsilon)}{a^k} - 1} \quad \text{per } k \neq 0 \text{ e } a > 0$$

$$F(y) = e^{-e^{-\alpha(y-\varepsilon)}} \quad \text{per } k = 0 \text{ e } 1/\alpha > 0$$

La *GEV* si specializza nella *EV1* per $k=0$, mentre si specializza nella *EV2* per $k>0$. Per $k<0$ la *GEV* si specializza nella **Extreme value type 3 (EV3)**, che è limitata superiormente e che non riveste, quindi, grande interesse nello studio dei massimi idrologici.

Nelle analisi statistiche regionali, però, le distribuzioni biparametriche hanno una certa tendenza a sotto-stimare le portate o le altezze idrometriche con tempi di ritorno molto grandi, per cui assumono maggiore capacità interpretativa dei fenomeni di piena le distribuzioni di probabilità con più di due parametri. La più nota è la distribuzione tetraparametrica *TCEV*¹³.

La distribuzione *TCEV* è capace di interpretare alcune piene straordinariamente elevate osservate nel passato e sparse sul territorio nazionale, attraverso l'**approccio gerarchico**, ovvero basato sulla considerazione che esistono zone geografiche sempre più ampie, che possono considerarsi omogenee nei confronti dei parametri statistici della distribuzione, man mano che l'ordine dei momenti, per la valutazione di tali parametri, aumenta. L'omogeneità è comunque di carattere statistico, nel senso che la varianza spaziale del parametro considerato è trascurabile rispetto alla varianza campionaria. Quest'ultima, infatti, aumenta per quei parametri di ordine elevato, allorquando i campioni *at site* sono di bassa numerosità.

I valori di tre dei quattro parametri caratteristici della curva di crescita *TCEV* determinati in Italia sono riportati nella tabella 1-3.

Attraverso diversi studi¹⁴ su stazioni sottese a bacini di superficie inferiore a 3000 km², sono state individuate nel territorio italiano già tre zone idrometriche omogenee: la zona alpina, quella appenninica (Sicilia inclusa) e quella Ligure-Sarda.

¹¹ Cfr. sottoparagrafo A.3.8 in appendice

¹² Cfr. sottoparagrafo A.3.9 in appendice

¹³ Cfr. paragrafo 1.6

¹⁴ Cfr. FIORENTINO ET ALII [1987], ROSSI & VILLANI [1994]



La regione Campania risulta rientrare nella zona omogenea appenninica e per essa è stata constatata anche un'unica sottozona omogenea, per cui si ha¹⁵:

$$\Lambda_* = 0,350 \quad \Theta_* = 2,654 \quad \Lambda_1 = 13,11$$

Le (1.16) e (1.17) si specializzano in:

$$F(W) = e^{-13,11e^{-3,901W} - 0,9229e^{-1,47W}} \quad (4.17)$$

$$w_T = -0,567 + 0,6803 \ln T \quad (4.18)$$

La w_T rappresenta la legge di crescita da moltiplicare per la portata indice $\mu(Q)$ – quarto parametro della TCEV – pari al valore medio del massimo annuale della portata. Tale valore medio è caratterizzato da una forte variabilità dipendente da fattori geomorfoclimatici.

Esistono in letteratura diversi approcci modellistici per la determinazione di $\mu(Q)$, che possono essere essenzialmente ricondotti a due casistiche:

- a) approcci empirici;
- b) approcci concettuali.

L'approccio di tipo empirico fa ricorso, in genere, a modelli di regressione multipla lineari, in campo logaritmico, mentre gli approcci concettuali fanno ricorso ai modelli di trasformazione afflussi-deflussi, di cui si parlerà nel prossimo capitolo.

4.3.3 Portate massime giornaliere e portate al colmo

Generalmente le elaborazioni statistiche vengono eseguite sulle **portate massime giornaliere**. Queste sono le massime portate medie giornaliere che vengono registrate ogni anno (tabella b della sezione C della Parte II degli Annali Idrologici). È molto raro poter disporre delle massime misure di piena (**altezza idrometrica di colmo** e **portate di colmo**) giornaliere.

Esistono, però, in letteratura formule che relazionano le portate massime giornaliere alle portate di colmo. Il primo tipo di relazione storicamente sviluppato è stato quello di *Fuller* valido per tutto il mondo, ripreso successivamente da *Tonini* per l'Italia. Tali formule sono state già illustrate nel sottoparagrafo precedente e sono le (4.14) e la (4.16).

*Cotecchia*¹⁶ ha proposto, invece, le seguenti formule:

$$\begin{aligned} Q_T^{colmo} &= 32 \cdot A^{0,313} Q_T && \text{per bacini con superficie } A > 120 \div 150 \text{ km}^2 \\ Q_T^{colmo} &= 16 \cdot A^{0,19} Q_T && \text{per bacini con superficie } A < 120 \div 150 \text{ km}^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Formule più specifiche sono state proposte per regioni più circoscritte d'Italia.

In una determinata stazione di misura e in un determinato anno, siano Q^{colmo} e Q le portate al colmo e la massima giornaliera misurate. Si può scrivere:

$$Q^{colmo} = R \cdot Q$$

¹⁵ ROSSI & VILLANI [1994]

¹⁶ COTECCHIA [1965]



Varie indagini hanno mostrato che R e Q , per una stessa stazione di misura della portata, sono variabili aleatorie indipendenti, per cui la distribuzione delle portate al colmo è caratterizzata dai seguenti parametri di posizione e di dispersione:

$$\begin{aligned}\mu(Q^{colmo}) &= \mu(R) \cdot \mu(Q) \\ \sigma^2(Q^{colmo}) &= \sigma^2(R) \cdot [\sigma^2(Q) + \mu^2(Q)] + \mu^2(R) \cdot \sigma^2(Q)\end{aligned}\quad (4.21)$$

Nel caso di più stazioni di misura le variabili aleatorie R e Q non sono più indipendenti, in quanto per piccoli bacini, cui corrispondono valori piccoli di Q , si hanno portate al colmo più alte e, quindi, valori di R più elevati.

Ad ogni modo, per risolvere le (4.21) occorre risalire al valore medio e alla varianza delle portate massime giornaliere registrate ogni anno: $\mu(Q)$ e $\sigma^2(Q)$.

Per determinare la media e la varianza di R si può ricorrere alla formula empirica proposta da *Canuti e Moisélo*¹⁷, che relazionano tali parametri statistici a grandezze caratteristiche di bacino come:

- l'area A (km²);
- l'altitudine media z_m rispetto al livello del mare (m);
- lo scarto quadratico medio del massimo annuale della portata media giornaliera specifica $\sigma(q)$, in cui q è il rapporto tra il massimo annuale della portata media giornaliera e l'area di bacino (m³/(s·km²));
- la media del massimo annuale della portata media giornaliera specifica $\mu(q)$;
- l'indice di consistenza delle aree lacuali i_l , pari al rapporto delle aree di bacino non ricoperte da laghi e l'area totale del bacino.

Le formule sono:

$$\begin{aligned}\mu(R) &= 14,7 \cdot A^{-0,103} \cdot z_m^{-0,172} \cdot \sigma(u)^{0,114} \cdot i_l^{0,779} \\ \sigma(R) &= 111,9 \cdot A^{-0,314} \cdot z_m^{-0,400} \cdot \sigma(u)^{0,333} \cdot i_l^{2,076}\end{aligned}\quad \text{per } A > 100 \text{ km}^2 \quad (4.22)$$

e

$$\begin{aligned}\mu(R) &= 13,530 \cdot z_m^{-0,212} \cdot \mu(u)^{-0,211} \cdot \sigma(u)^{0,335} \\ \sigma(R) &= 17,337 \cdot z_m^{-0,334} \cdot \mu(u)^{-0,631} \cdot \sigma(u)^{0,836}\end{aligned}\quad \text{per } A < 100 \text{ km}^2 \quad (4.23)$$

da cui si evince che i due parametri statistici di R decrescono con l'area del bacino (infatti all'aumentare dell'area di bacino aumentano gli effetti di laminazione, per cui le portate al colmo sono più vicine a quelle medie giornaliere), con l'altitudine media sul livello mare (molto probabilmente per il diverso regime pluviometrico e il diverso tipo di copertura) e con la media del massimo annuale della portata media giornaliera specifica, mentre aumentano con l'aumentare della deviazione standard del massimo annuale della portata media giornaliera specifica, e dell'indice di consistenza lacuale (infatti al ridursi delle superfici lacuali si ha una riduzione delle laminazioni delle piene).

Le (4.22) e (4.23) consentono di calcolare le (4.21). Ipotizzando che Q e R abbiano distribuzione lognormale¹⁸ a due parametri, si deduce che anche Q^{colmo} ha una distribuzione lognormale a due parametri, per cui è possibile risalire alla portata al colmo Q_T^{colmo} per un determinato periodo di ritorno T .

¹⁷ CANUTI, MOISELO [1987]

¹⁸ Ibidem



Purtroppo si è ipotizzato fino adesso che R non dipenda dal tempo di ritorno. In realtà non è così ed occorre ragguagliare la portata Q_T^{colmo} moltiplicandolo per un coefficiente c . Tale coefficiente, per bacini di area superiore a 100 chilometri quadri, è così formulato:

$$c = a \cdot T^b$$

con a e b riportati in tabella 4-3, mentre per bacini di area inferiore a 100 chilometri quadri c è riportato in tabella 4-4.

Compartimento	a	b
Bolzano, Trento e Venezia	1,038	-0,0009
Parma	0,938	-0,0102
Bologna	0,955	-0,0169
Genova	0,944	0,0185
Pisa	0,979	-0,0372
Roma	0,895	0,0040
Pescara	1,044	0,0003
Napoli	0,881	-0,0176
Bari	1,038	-0,0369
Catanzaro	1,017	0,0148
Palermo	1,364	-0,0222
Cagliari	0,931	0,0496

Tabella 4-3: Valori di a e b per bacini con area superiore a 100 km²

T (anni)	10	20	50	100	200	500	1000
C	1,069	1,080	1,100	1,117	1,136	1,164	1,187

Tabella 4-4: Valori del coefficiente c per bacini con area inferiore a 100 km²

4.3.4 La previsione dei pletogrammi di piena

In alcune applicazioni di ingegneria idraulica fluviale è necessario conoscere il pletogramma di piena che si potrebbe configurare con un determinato periodo di ritorno.

I pletogrammi di piena sono caratterizzati dalle seguenti grandezze:

τ_i = l'istante di tempo in cui inizia il pletogramma di piena (coincidente con l'istante di tempo in cui il pletogramma ha il punto di minimo, ovvero con l'istante di tempo in cui dalla curva di esaurimento si innesca la curva di concentrazione);

τ_f = l'istante di tempo in cui si esaurisce il pletogramma di piena (lo si fa coincidere con quell'istante di tempo cui corrisponde la stessa portata registrata all'istante τ_i);

Q^{colmo} = portata registrata al colmo;

$\Delta\tau^{colmo}$ = intervallo di tempo in cui si sviluppa la fase di concentrazione del pletogramma di piena (noto anche come **tempo di concentrazione** o **tempo di picco**);

V = volume dell'onda di piena (coincidente con l'integrale della portata tra gli istanti di tempo τ_i e τ_f , ovvero con l'area sottesa alla curva del pletogramma di piena).



La misura nel tempo delle portate defluenti in una determinata sezione può consentire la costruzione di tanti pletogrammi. Per consentirne un'analisi integrata, *Commons*¹⁹ propose di adimensionalizzare i pletogrammi nei tempi e nelle portate, ponendo:

$$\tau^* = \frac{\tau - \tau_i}{\Delta \tau^{colmo}}$$

$$Q^* = \frac{Q \cdot \Delta \tau^{colmo}}{V} \quad (4.24)$$

I pletogrammi resi adimensionali dalle trasformazioni (4.24) vengono riportati nel piano τ^*, Q^* , e da essi si ricava il **pletogramma adimensionalizzato medio**.

Fissato un determinato tempo di ritorno, si definisce la portata al colmo dell'onda di piena Q^{colmo} , con i metodi statistici visti ai sottoparagrafi precedenti.

Per la seconda delle (4.24) si ha la seguente formulazione:

$$\Delta \tau^{colmo} = \frac{Q^{*colmo} \cdot V}{Q^{colmo}}$$

per risolvere la quale è necessario conoscere, oltre a Q^{colmo} , anche V .

Si esegue, allora, un'analisi di regressione tra le portate al colmo e i volumi di piena registrati durante i vari eventi. Tale analisi restituisce una curva che consente di assegnare ad un valore prefissato di Q^{colmo} un determinato valore del volume di piena V .

Una volta noti V e, quindi $\Delta \tau^{colmo}$, dalle (4.24) si ricostruisce il pletogramma di piena voluto:

$$\tau - \tau_i = \tau^* \cdot \Delta \tau^{colmo}$$

$$Q(\tau - \tau_i) = \frac{Q^* \cdot V}{\Delta \tau^{colmo}}$$

Tale pletogramma ha una portata al colmo e tempo di concentrazione corrispondenti alle piene con i tempi di ritorno assegnati, ed ha una forma che si rifà al pletogramma “medio” di piena.

Una procedura più recentemente proposta per la determinazione del pletogramma di progetto è quella di ricostruzione dei pletogrammi sintetici di piena. Questi possono essere calcolati direttamente rifacendosi alle registrazioni storiche degli onde di piena, ovvero possono essere stimati in base alla registrazione storica delle portate di colmo o alla loro deduzione con i metodi di trasformazione degli afflussi in deflussi (come descritti al paragrafo successivo).

Il concetto di **pletogramma sintetico di piena** nasce grazie all'analisi statistica delle registrazioni continue delle portate fluviali. Alla stessa stregua con cui si deducono le piogge massime di breve durata (cfr. paragrafo 1.4), si fa scorrere una finestra temporale mobile di ampiezza D sull'asse dei tempi e si valuta l'area sottesa al pletogramma $Q(\tau)$, nell'intervallo temporale $[\tau_0; \tau_0 + D]$, per ogni valore di τ_0 . Tale area rappresenta l'integrale della funzione $Q(\tau)$ nell'intervallo temporale $[\tau_0; \tau_0 + D]$ e fisicamente rappresenta il volume d'acqua complessivamente passato attraverso la sezione fluviale di misura, nell'intervallo di tempo $[\tau_0; \tau_0 + D]$. Per ogni anno viene individuato il valore di τ_0 a cui si riferisce il massimo volume misurato (ovvero il massimo integrale misurato). Il rapporto tra tale volume e D rappresenta la massima portata media \bar{Q}_D registrata in un intervallo temporale D , nell'arco di un anno di osservazioni (cfr. figura 4-8). In termini matematici:

¹⁹ COMMONS [1942]



$$\bar{Q}_D = \max \left(\frac{1}{D} \int_{\tau_0}^{\tau_0+D} Q(\tau) d\tau \right)$$

Per ciascuna durata D , una volta individuato l'istante di tempo τ_0 a cui fa riferimento la massima portata media misurata, si definisce anche la posizione assunta dal picco. All'uopo, a partire da τ_0 , si calcola l'intervallo temporale d in cui il pletogramma raggiunge il valore massimo. Il rapporto tra d e D è compreso tra 0 e 1, viene indicato con r e viene chiamato **posizione del picco** (cfr. figura 4-8):

$$r = \frac{d}{D}; \quad 0 \leq r \leq 1$$

L'analisi statistica delle massime portate medie per assegnate durate D consente di costruire le **curve di riduzione dei colmi di piena**, con le stesse procedure adottate per la definizione delle curve segnalatrici di probabilità pluviometrica (cfr. sottoparagrafo 1.5.1). Le curve di riduzione esprimono le massime portate medie $\bar{Q}_D(T)$ di durata D che si possono verificare con un determinato periodo di ritorno T (cfr. figura 4-9)²⁰. Anche la posizione del picco viene analizzata statisticamente in funzione di D , definendo una curva polinomiale di regressione, dei valori medi di r , che non dipende dal tempo di ritorno.

La curva di riduzione dei colmi di piena è anche nota in letteratura scientifica con il termine *Flood Duration Frequency (FDF)* e, insieme alla curva di regressione del coefficiente di picco, consente di ricostruire il pletogramma sintetico di piena per un determinato periodo di ritorno. I passaggi da seguire sono i seguenti²¹:

1. Si definisce il tempo di ritorno T e la durata D_f da assegnare all'onda di piena;
2. Si determina, sulla curva di riduzione dei colmi di piena relativa al tempo di ritorno T , il valore $\bar{Q}_0(T)$ (ovvero il valore della portata che la curva segnala all'intersezione con l'asse delle portate);
3. Il volume di piena da attribuire ad una durata D_f sufficientemente lunga da essere rappresentativa della durata dei fenomeni di piena, si accumula in parte prima del picco e in parte dopo il picco.

In particolare il volume che si accumula prima del picco è pari a:

$$r_{D_f} \cdot \bar{Q}_{D_f} \cdot D_f$$

mentre il volume che si accumula dopo il picco è pari a:

$$(1 - r_{D_f}) \cdot \bar{Q}_{D_f} \cdot D_f$$

Per una generica durata D , inferiore a D_f , si ha:

$$\int_{-r_D \cdot D}^0 Q(\tau) d\tau = r_D \cdot \bar{Q}_D \cdot D \quad \text{e} \quad \int_0^{(1-r_D) \cdot D} Q(\tau) d\tau = (1 - r_D) \cdot \bar{Q}_D \cdot D$$

Differenziando per D si hanno le seguenti espressioni:

$$Q(\tau^* = -r_D D) = \frac{\frac{d}{dD}(r_D \cdot \bar{Q}_D \cdot D)}{\frac{d}{dD}(r_D \cdot D)} \quad \text{per} \quad -r_{D_f} \cdot D_f \leq \tau^* \leq 0 \quad \text{e}$$

$$Q(\tau^* = (1 - r_D) D) = \frac{\frac{d}{dD}((1 - r_D) \cdot \bar{Q}_D \cdot D)}{\frac{d}{dD}((1 - r_D) \cdot D)} \quad \text{per} \quad 0 \leq \tau^* \leq (1 - r_{D_f}) \cdot D_f$$

che consentono di ricavare il pletogramma sintetico di piena (cfr. figura 4-10).

Il pletogramma sintetico di piena, riferito ad un determinato periodo di ritorno T , ha una forma tale che, per ogni durata D , la massima portata media di piena che si deduce da esso con la nota formulazione:

$$\bar{Q}_D = \max \left(\frac{1}{D} \int_{\tau_0}^{\tau_0+D} Q(\tau) d\tau \right)$$

²⁰ Cfr. NERC, 1975

²¹ Cfr. Mignosa P., 2000



coincide con la massima portata media di piena riportata dalla curva di riduzione dei colmi di piena, riferita al tempo di ritorno T .

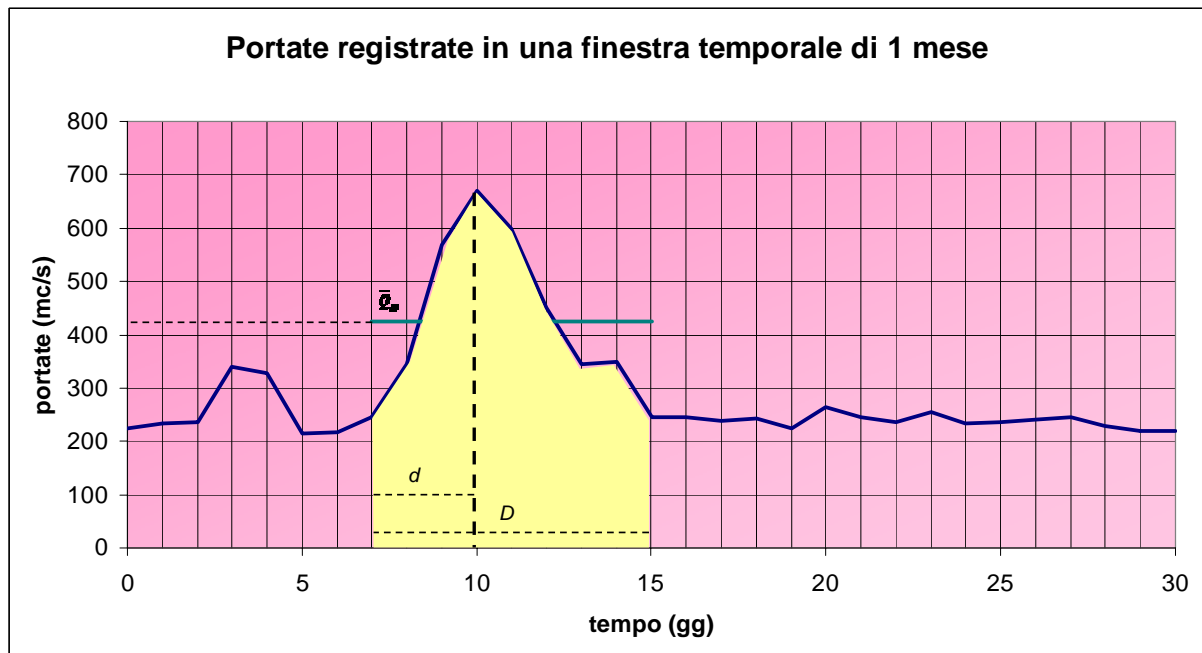


Figura 4-8: Esempio di campionamento dei valori \bar{Q}_D e r a partire dalle onde storiche

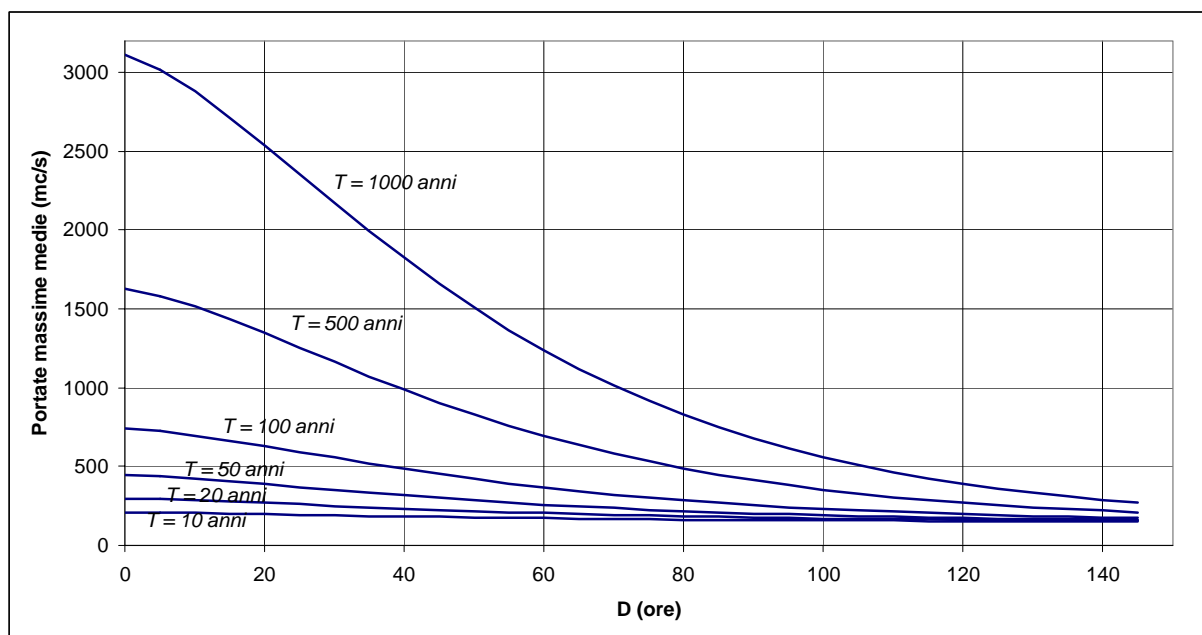


Figura 4-9: Esempio di andamento tipo delle curve di riduzione dei colmi di piena

Qualora non si disponga di un adeguato numero di misurazioni in continuo di portate fluviali nella sezione d'interesse o comunque nelle immediate vicinanze, occorre procedere alla stima delle curve di riduzione dei colmi di piena.



Se è nota la distribuzione di probabilità delle portate al colmo Q_0 , in funzione del tempo di ritorno T , è possibile fare riferimento al **rapporto di riduzione** ε_D definito come segue²²:

$$\varepsilon_D(T) = \frac{\bar{Q}_D(T)}{Q_0(T)}$$

Dalle misure di portata eseguite in diverse stazioni idrometriche, il *NERC* ha evidenziato che ε_D non dipende dal tempo di ritorno. In particolare tutte le formulazioni di ε_D presentate in letteratura hanno evidenziato che esso è indipendente dal tempo di ritorno nei casi in cui il coefficiente di variazione di \bar{Q}_D si mantenga costante al variare di D . Ciò accade nei grandi bacini, ma non nei piccoli bacini, dove purtroppo il coefficiente di variazione di \bar{Q}_D diminuisce con D^{23} . In ogni caso, ipotizzando ε_D indipendente da T , si può anche scrivere:

$$\varepsilon_D = \frac{\mu(\bar{Q}_D)}{\mu(Q_0)} \quad (4.25)$$

Nella (4.25) il valore di $\mu(Q_0)$ può essere noto dagli annali statistici, ovvero può essere dedotto dai metodi di trasformazione degli afflussi in deflussi (cfr. capitolo successivo). La determinazione di ε_D , invece, deve avvenire mediante analisi regionale, elaborando i dati continui di portata disponibili, e definendo una formulazione di tipo multiregressivo che leghi il rapporto di riduzione a caratteristiche geomorfoclimatiche dei bacini.

Di particolare rilievo per le applicazioni idrologiche risultano essere le seguenti tre formulazioni, elaborate rispettivamente dal *NERC*²⁴, da *Fiorentino*²⁵ e da *Bacchi e Brath*²⁶.

$$\varepsilon_D = (1 + b \cdot D)^{-c} \quad (4.26)$$

$$\varepsilon_D = \frac{k}{D} \left[1 - e^{-\frac{D}{k}} \right] \quad (4.27)$$

$$\varepsilon_D = \sqrt{\frac{\theta}{2D} \left[2 + e^{-\frac{4D}{\theta}} - \frac{3\theta}{4D} \left(1 - e^{-\frac{4D}{\theta}} \right) \right]} \quad (4.28)$$

La formulazione (4.26) ben si adatta nei casi in cui le portate di deflusso devono essere dedotte indirettamente mediante i modelli di trasformazione afflussi-deflussi (cfr. Capitolo successivo). Infatti è stato possibile verificare, che i parametri b e c possono essere espressi in maniera ben approssimata dalle seguenti espressioni²⁷:

²² NERC, 1975

²³ Ballarin C et Alii, 2001

²⁴ NERC, 1975

²⁵ Fiorentino, 1985

²⁶ Bacchi & Brath, 1990

²⁷ Fiorentino et Alii, 1990



$$\frac{1}{b} = \frac{2 \cdot \tau_L}{1 - \frac{n}{2}} ; \quad c = n$$

in cui: τ_L = tempo di ritardo del bacino idrografico (cfr. paragrafo 5.1);

n = esponente della curva di possibilità pluviometrica (cfr. sottoparagrafo 1.5.1)

Per quanto riguarda la formulazione (4.27), il parametro k ha le dimensioni di un tempo. Per esso, facendo riferimento ad alcuni bacini dell'Italia centrosettentrionale, è stata trovata la seguente espressione semplificata in funzione della lunghezza L dell'alveo a monte della sezione di interesse²⁸:

$$k = 0,424 \cdot L^{1,05}$$

Infine, per quanto riguarda la formulazione (4.28), per il parametro θ , rappresentante la **scala temporale di fluttuazione delle piene**, è stata trovata una formula monomia, in funzione della sola lunghezza L dell'alveo a monte della sezione di interesse, sulla base delle misure continue di portata registrate per alcuni fiumi dell'Italia centrosettentrionale²⁹:

$$\theta = 0,0953 \cdot L^{1,21}$$

Dal confronto delle (4.27) e (4.28) con i valori misurati localmente del rapporto di riduzione, si è constatato che la (4.27) conduce a sovrastimare il rapporto di riduzione nel campo delle brevi durate di pioggia e a sottostimare lo stesso rapporto nel campo delle maggiori durate di pioggia. L'espressione (4.28), invece, descrive in maniera mediamente più accurata gli andamenti sperimentali, riuscendo a rappresentare anche il flesso tipico dei bacini di grande superficie³⁰.

Nota che sia la ε_D , è possibile dedurre $\bar{Q}_D(T)$ in funzione di $Q_0(T)$.

Per definire la posizione del picco r_D , si può fare riferimento alle seguenti espressioni³¹, ricavate sempre in riferimento ad alcuni bacini dell'Italia centrosettentrionale, e rispettivamente applicabili nei casi in cui si utilizzino la (4.27) e la (4.28):

$$r_D = 0,184 + \frac{0,374}{1,33 + \left(\frac{D}{k}\right)^{1,25}} \quad (4.29)$$

$$r_D = 0,190 + \frac{0,929}{3,35 + \left(\frac{D}{\theta}\right)^{1,20}} \quad (4.30)$$

I pletogrammi sintetici ottenuti dall'elaborazione diretta delle portate sono stati confrontati con i pletogrammi sintetici dedotti mediante le (4.27), (4.29) e le (4.28), (4.30)³². Il confronto ha evidenziato la tendenza che hanno le (4.27) e (4.29) a restituire pletogrammi sintetici che sovrastimano le portate centrali (che sono le più importanti ai fini della progettazione di opere di difesa idraulica del territorio) e sottostimano le portate estreme. Tali effetti si riducono al crescere dell'estensione dei bacini. I pletogrammi provenienti dall'applicazione delle (4.28) e (4.30) hanno, invece, mostrato di riprodurre in modo mediamente più accurato l'andamento complessivo delle onde sintetiche ottenute dalla procedura diretta.

²⁸ Ballarin et Alii, 2001

²⁹ Ibidem

³⁰ Ibidem

³¹ Ibidem

³² Ibidem

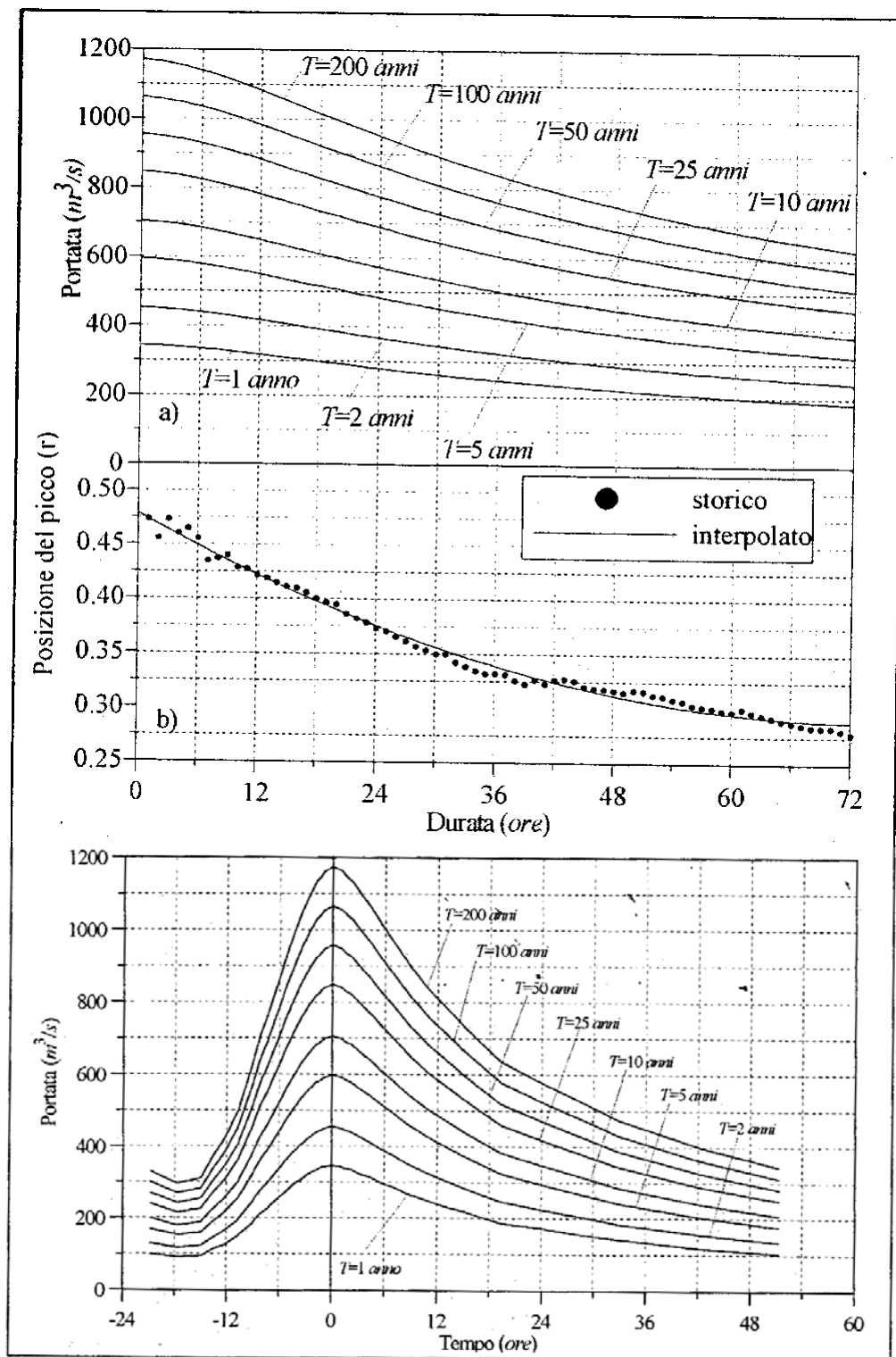


Figura 4-10: Curve di riduzione dei colmi di piena (A), posizione media del picco (B) e ple-togrammi sintetici relativi alla stazione idrometrografica di Ponte Bacchello [MIGNOSA (2000)]

Capitolo 5

La trasformazione degli afflussi meteorici in deflussi di piena¹

Il monitoraggio dei deflussi per la valutazione statistica delle piene richiede un'osservazione delle altezze idrometriche e un aggiornamento delle scale di deflusso continue nel tempo. Spesso le stazioni di misura devono essere ristrutturate a seguito di alluvioni eccezionali. In buona parte delle sezioni di misura, la scala di deflusso deve essere controllata ogni anno. Ciò comporta una serie di costi logistici e di gestione che scoraggiano l'installazione di numerosi misuratori di portate.

Inoltre, la serie storica delle portate misurate deve essere associata al bacino idrografico di riferimento in condizioni idrogeologiche e idrologiche costanti. Un incendio o una modifica della regimentazione delle acque superficiali all'interno di un bacino modificano la risposta del bacino stesso agli eventi meteorici. In questi casi la serie storica dei deflussi misurati in precedenza può non essere più significativa.

Questi motivi inducono a sostituire, almeno nei piccoli bacini idrografici, la stima diretta delle portate di piena con la stima indiretta. Quest'ultima è basata su modelli matematici di trasformazione degli afflussi meteorici in deflussi fluviali.

Dal punto di vista della modellazione matematica, il bacino idrografico può essere considerato come un sistema soggetto ad un ingresso variabile nel tempo e nello spazio, che è l'intensità di pioggia $i(x, y, \tau)$. L'uscita del sistema è variabile solo nel tempo ed è data dalla portata $q(\tau)$, che defluisce attraverso la sezione di chiusura del bacino. Le caratteristiche geopedologiche e geomorfologiche del bacino, infine, costituiscono le variabili di stato del sistema, distribuite nello spazio e nel tempo. Descritto in questo modo, il modello matematico del bacino idrografico può essere considerato un **modello matematico distribuito nello spazio**. L'implementazione di tale tipo di modello, però, non può avvenire in un dominio spaziale continuo, ragion per cui si ricorre alla discretizzazione del territorio mediante una griglia a maglie generalmente quadrate. Ogni elemento della griglia rappresenta una colonna di suolo, con proprie caratteristiche geopedologiche e geomorfologiche uniformi, soggetto ad un ingresso uniforme di acqua piovana. L'uscita può essere monodimensionale, se si vuole fare riferimento solo alla portata superficiale che defluisce nel tempo dalla cella. L'uscita può essere anche pluridimensionale, nel caso si voglia fare riferimento anche agli scambi di portate sotterranee. In ogni caso ogni cella della griglia può essere modellata mediante un **modello matematico concentrato nello spazio**. Discretizzare un bacino significa suddividerlo in sottosistemi (celle) con variabili di stato uniformi. Tali sottosistemi devono poi essere caratteriz-

¹ Propedeutico alla migliore comprensione di questo capitolo è il Capitolo I in Appendice, riguardante i fondamenti della modellazione matematica.



zati da una funzione di stato dipendente dalla e dagli scambi laterali d'acqua. La complessa definizione dei modelli matematici distribuiti dei bacini idrografici ha comportato lo sviluppo di soluzioni alternative, molto più semplici, caratterizzate da **modelli matematici globali (o concentrati)**. Questi modelli sono caratterizzati da ingresso variabile solo nel tempo, che è l'intensità di pioggia $i(\tau)$, che viene posta pari al valore medio spaziale della distribuzione della pioggia in tutto il bacino.

$$i(\tau) = \frac{1}{A_{\text{bacino}}} \int_{A_{\text{bacino}}} i(x, y, \tau) dx \cdot dy$$

L'uscita del sistema è sempre la portata $q(\tau)$, che defluisce attraverso la sezione di chiusura del bacino. Le caratteristiche geopedologiche e geomorfologiche del bacino, invece, sono considerate uniformi su tutto il territorio, e servono a calibrare un'unica funzione di stato.

5.1 Classificazione dei modelli matematici di trasformazione

È possibile definire due tipologie di classificazione dei modelli matematici di trasformazione degli afflussi in deflussi.

Una prima tipologia considera la complessità strutturale del modello e individua le tre seguenti classi.

Modelli sintetici (a scatola chiusa)

Sono modelli statici (Cfr. paragrafo I.1) in cui non vengono simulati i meccanismi idrologici di bacino e pertanto sono caratterizzati dalla sola funzione d'uscita, che associa alla pioggia d'ingresso il deflusso in uscita. Sono modelli in cui la funzione di transizione di stato non viene in alcun modo considerata.

Modelli concettuali

Sono modelli che si basano su un sistema di natura differente da quello in esame, che però è governato da un'identica funzione d'uscita. In tali modelli la funzione di transizione di stato è semplificata e consente di formulare in maniera agevolata la funzione d'uscita. Sono modelli che in genere fanno riferimento ad un insieme di serbatoi e canali opportunamente combinati tra loro.

Modelli a simulazione particolareggiata

Sono modelli che simulano in maniera più o meno particolareggiata tutti i meccanismi idrologici di bacino, attraverso il ricorso a sottomodelli che possono essere a loro volta di tipo sintetico, concettuale o fisicamente basato. Il modello matematico fisicamente basato, in particolare, è quel modello basato su un sistema che simula effettivamente i diversi meccanismi che intervengono nelle fenomenologie studiate. In tale modello la funzione di transizione di stato può essere più o meno complicata in funzione del grado di dettaglio con cui vengono descritti i fenomeni fisici del modello.

Una seconda tipologia di classificazione considera i tipi di fenomeno simulati dal modello e individua le seguenti due classi:



Modelli completi

Sono modelli a simulazione continua, concepiti per rappresentare il comportamento del bacino idrografico in tutte le possibili situazioni meteorologiche.

Modelli ad equivalenza limitata

Sono modelli che simulano il comportamento del bacino solo in particolari condizioni meteorologiche. Tra tali modelli si annoverano i **modelli di piena**, che sono oggetto della trattazione del presente capitolo.

La modellazione matematica della formazione dei deflussi di piena avviene mediante il ricorso all'integrale di convoluzione (cfr. capitolo I.8 in appendice):

$$y(\tau^*) = \int_{\tau_1}^{\tau^*} k(\tau_0) \cdot r(\tau^* - \tau_0) \cdot d\tau_0$$

in cui al segnale di uscita si sostituisce la portata di deflusso $q(\tau)$ dalla sezione di chiusura del bacino e alla funzione $k(\tau_0)$ si sostituisce l'intensità di pioggia $i(\tau_0)$:

$$q(\tau) = \int_{\tau_1}^{\tau} i(\tau_0) \cdot r(\tau - \tau_0) \cdot d\tau_0 \quad (5.1)$$

Tale equazione rappresenta il pletogramma di piena che attraversa la sezione di chiusura del bacino idrografico. A differenza del pletogramma ricostruito con il metodo illustrato nel paragrafo 4.3.4, che si ricava dall'osservazione diretta delle portate, la (5.1) definisce il pletogramma ricostruito in maniera indiretta, ovvero tramite il ricorso ad modello concettuale di trasformazione degli afflussi in deflussi.

La risposta impulsiva $r(\tau - \tau_0)$, nelle applicazioni idrologiche, prende il nome di **pletogramma unitario istantaneo** (*Instantaneous Unit Hydrograph I.U.H.*), in quanto rappresenta il pletogramma alla sezione di chiusura in seguito ad una pioggia impulsiva di altezza unitaria e durata infinitesima.

Nel caso idrologico la funzione **I.U.H.** è non negativa.

In pratica, per applicare la (5.1), si può anche suddividere la durata della meteora in un numero finito di intervalli temporali uguali ($\Delta\tau$), ad ognuno dei quali si associa il valore medio dell'altezza di pioggia misurata in quell'intervallo di tempo. La (5.1) viene discretizzata ed assume la seguente formulazione:

$$q(k) = \sum_{j=1}^k i(j) \cdot r(k - j + 1) \cdot \Delta\tau \quad (5.2.a)$$

che, come è facile verificare, è equivalente a:

$$q(k) = \sum_{j=1}^k i(k - j + 1) \cdot r(j) \cdot \Delta\tau \quad (5.2.b)$$

Il pletogramma unitario istantaneo nella realtà dovrebbe avere un insieme di definizione limitato sia inferiormente che superiormente. La lunghezza di tale intervallo di definizione viene anche chiamata **tempo di base** τ_b . La modellazione matematica concettuale, però, potrebbe anche generare *I.U.H.* con intervallo di definizione non limitato superiormente (tempo di base infinito).

È appena il caso di far notare che l'*I.U.H.* è a tutti gli effetti la funzione di densità di probabilità del tempo di residenza di una goccia d'acqua nel bacino, per cui il prodotto $r(\tau) \cdot d\tau$ rappresenta la probabilità che il tempo di residenza risulti compreso tra τ e $\tau + d\tau$. Il momento del primo ordine rispetto all'origine della distri-



buzione di probabilità I.U.H., rappresenta la media della stessa distribuzione, ovvero il tempo medio di permanenza nel bacino, meglio noto come **tempo di ritardo**, o **tempo di lag** (τ_L):

$$\tau_L = [r]_0^{\infty} = \int_0^{\infty} r(\tau) \cdot \tau \cdot d\tau \quad (5.3)$$

Nelle pratiche applicazioni spesso si ricorre ad un modello matematico in cui le portate di pioggia sono costanti e pari a $i \cdot A$, con i pari all'intensità di pioggia e A pari all'area del bacino idrografico. Supponendo che la pioggia inizi all'istante $\tau = 0$ e finisca all'istante $\tau = T_p$, la portata in uscita all'istante generico τ è data da:

$$q(\tau) = \int_0^{T_p} i \cdot A \cdot r(\tau - \tau_0) \cdot d\tau_0 = i \cdot A \int_0^{T_p} r(\tau - \tau_0) \cdot d\tau_0 = i \cdot A \int_{\tau-T_p}^{\tau} r(t) \cdot dt \quad (5.4)$$

In Figura 5-1 sono evidenziate le aree che rappresentano l'integrale $\int_{\tau-T_p}^{\tau} r(t) \cdot dt$ rispettivamente per $\tau < T_p$, per $\tau > T_p$ e per $\tau > \tau_B > T_p$ (con τ_B pari al tempo di base della risposta impulsiva).

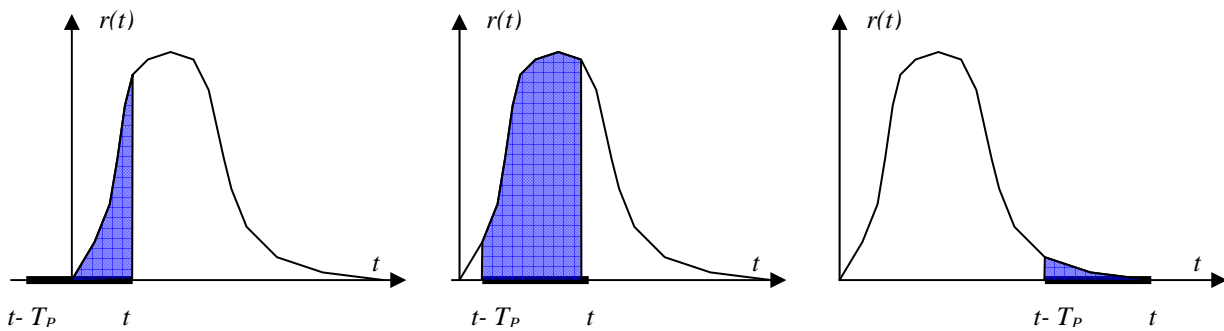


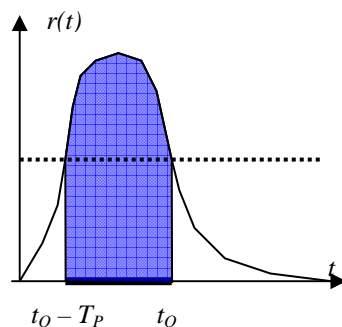
Figura 5-1: Rappresentazione dell'integrale di $r(t)$ nell'intervallo temporale compreso tra $t-T_p$ e t .

Il massimo della funzione (5.4) lo si ha per un valore di $\tau = \tau_Q$ sicuramente compreso nell'intervallo $[T_p, \tau_B]$. È facile verificare dalla Figura 5.2, che il valore di τ_Q deve essere tale che:

$$r(\tau_Q) = r(\tau_Q - T_p) \quad (5.5)$$

È appena il caso di far rilevare che all'aumentare di T_p aumenta il valore dell'integrale: $\int_{\tau_Q-T_p}^{\tau_Q} r(t) \cdot dt$

per cui la massima portata di deflusso la si ha per piogge di durata pari al tempo di base della risposta impulsiva. Per piogge di durata maggiore al tempo di base, la portata massima di deflusso rimane costante per tutto l'intervallo di tempo compreso tra il tempo di base dell'I.U.H. e la fine della pioggia.



**Figura 5-2:
Individuazione dell'area massima sottesa alla curva $r(t)$, in un intervallo temporale pari a T_p**



5.2 I modelli sintetici di piena

5.2.1 Il metodo di Sherman

Il metodo di *Sherman* è il primo metodo sintetico di piena di cui storicamente si ha notizia. Fu sviluppato nel 1932, a seguito di osservazioni eseguite sul comportamento di bacini pilota, durante e dopo piogge nette di intensità pressoché costante e di durata trascurabile rispetto alla durata dell'onda di piena.

Per tali eventi di pioggia *Sherman* discretizzò l'asse dei tempi, ponendo come unità di discretizzazione la durata $\tau_{pioggia}$ dell'evento meteorico. In questo modo la durata della meteora può essere sempre considerata pari a 1.

Indicando con i l'intensità media dell'evento meteorico e applicando la (5.2.a) si ha:

$$q(1) = i \cdot r(1)$$

$$q(2) = i \cdot r(2)$$

...

$$q(n) = i \cdot r(n)$$

Misurando per diverse meteore i valori di $q(j)$ e i , si calibra il pletogramma unitario istantaneo:

$$r(1) = q(1) / i$$

$$r(2) = q(2) / i$$

...

$$r(n) = q(n) / i$$

e si ricostruisce l'*I.U.H.*, coincidente con il pletogramma di piena (cfr. Figura 5-3).

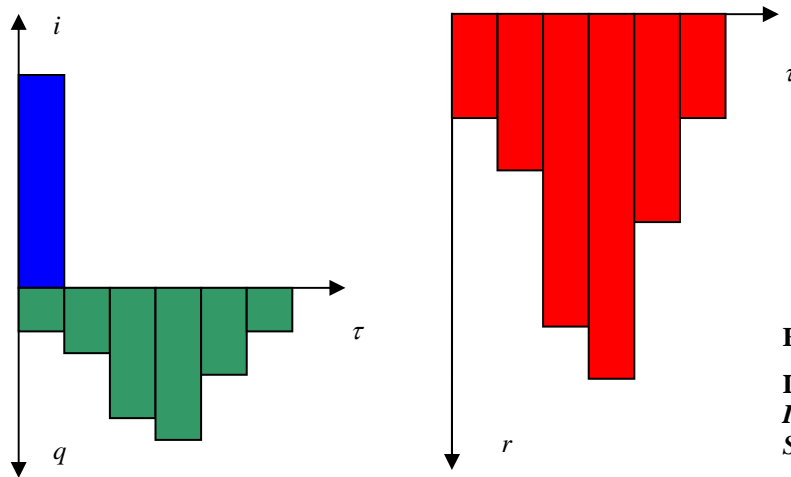


Figura 5-3:

**La determinazione della
I.U.H. con il metodo di
*Sherman***

5.2.2 Il metodo della curva S

Tale metodo è applicabile per piogge molto lunghe e di intensità pressoché costante, in modo da poterle modellare come piogge di durata illimitata.

Indicando con i l'intensità media dell'evento meteorico e applicando la (5.1) si ha:

$$q(\tau) = i \int_0^{\tau} r(\tau - \tau_0) \cdot d\tau_0$$

Derivando rispetto al tempo si ha:



$$\frac{dq(\tau)}{d\tau} = i \cdot r(\tau)$$

da cui:

$$r(\tau) = \frac{1}{i} \frac{dq(\tau)}{d\tau}$$

L'I.U.H. viene calibrato sulla base delle osservazioni sperimentali, tramite i valori misurati di i e $q(\tau)$. Ha generalmente una forma ad S (cfr. Figura 5-4).

Nelle pratiche applicazioni, una volta determinata la curva ad S, questa viene traslata orizzontalmente ad intervalli prefiniti di tempo, affinché si possa ottenere, sommando le ordinate delle curve S traslate lungo l'asse dei tempi, il pletogramma di piena unitario. Questo, poi, viene moltiplicato per l'altezza media di pioggia dell'evento meteorico di durata illimitata che si vuole simulare (Cfr. Figura 5-5).

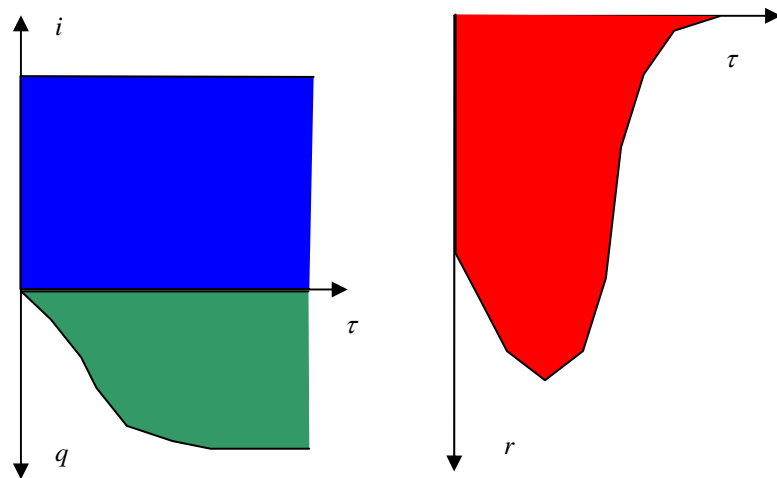


Figura 5-4:

La determinazione della I.U.H. con il metodo della curva ad S

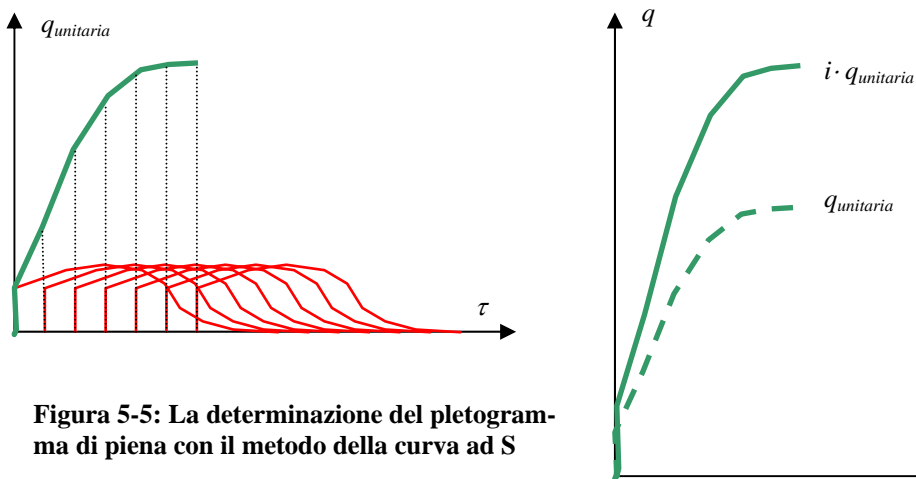


Figura 5-5: La determinazione del pletogramma di piena con il metodo della curva ad S

5.2.3 Il metodo dei minimi quadrati

Si supponga di avere la possibilità di conoscere sia l'afflusso che giunge su un bacino idrografico durante una meteora, sia il deflusso alla sezione di chiusura. Le misure nel tempo siano discretizzate in intervalli di tempo regolari.

Sia:



$$q(k) = \sum_{i=1}^k p(k-i+1) \cdot r(i) \cdot \Delta\tau$$

la legge del deflusso del modello matematico che si vuole adottare per ricostruire il fenomeno di piena, in cui p rappresenta la portata di pioggia. Di tale legge l'unica incognita è la funzione r . Di essa occorre conoscere i valori e la durata.

Sia $q^*(k)$ la portata misurata nel k -mo intervallo di tempo $\Delta\tau$, in seguito ad un evento meteorico.

L'errore di modellazione al k -mo intervallo temporale è pari a:

$$\varepsilon(k) = q(k) - q^*(k)$$

e può essere negativo o positivo. Al fine di rendere sempre positivo l'errore se ne considera il valore quadratico:

$$\varepsilon^2(k) = [q(k) - q^*(k)]^2$$

Si supponga che l'intervallo di tempo compreso tra l'inizio delle meteora e la fine del deflusso sia suddiviso in D intervalli temporali $\Delta\tau$. Si definisce **scarto quadratico medio** tra le portate previste dal modello e le portate misurate la quantità:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D \varepsilon^2(k) = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D [q(k) - q^*(k)]^2 = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D \left[\sum_{i=1}^k p(k-i+1) \cdot r(i) \cdot \Delta\tau - q^*(k) \right]^2$$

La combinazione dei valori $r(1), \dots, r(D)$ che minimizza lo scarto quadratico medio è deducibile annullando le derivate parziali di ε^2 rispetto a $r(1), \dots, r(D)$. In realtà la durata dell'*I.U.H.* è certamente inferiore a $D \cdot \Delta\tau$, e pertanto ci si aspetta che i valori terminali $r(D), r(D-1), \dots$ siano nulli.

Si può verificare che:

$$\frac{d\varepsilon^2}{dr(j)} = \frac{2}{D} \sum_{k=1}^D \left[\sum_{i=1}^k p(k-i+1) \cdot r(i) \cdot \Delta\tau - q^*(k) \right] \cdot p(k-j+1) \cdot \Delta\tau = 0 \quad \forall j \in [1, 2, \dots, D]$$

Poiché $p(k-j+1) = 0 \quad \forall k < j$, si può scrivere:

$$\frac{d\varepsilon^2}{dr(j)} = \frac{2}{D} \sum_{k=j}^D \left[\sum_{i=1}^k p(k-i+1) \cdot r(i) \cdot \Delta\tau - q^*(k) \right] \cdot p(k-j+1) \cdot \Delta\tau = 0$$

ovvero:

$$\Delta\tau \sum_{k=j}^D p(k-j+1) \cdot \sum_{i=1}^k p(k-i+1) \cdot r(i) = \sum_{k=j}^D q^*(k) \cdot p(k-j+1) \quad \forall j \in [1, 2, \dots, D] \quad (5.6)$$

La (5.6) può anche essere scritta come segue:

$$\Delta\tau \sum_{i=1}^D \left(\sum_{k=j}^D p(k-i+1) \cdot p(k-j+1) \right) \cdot r(i) = \sum_{k=j}^D q^*(k) \cdot p(k-j+1) \quad (5.7)$$

in cui è evidente la relazione matriciale: $\underline{A} \cdot \underline{r} = \underline{b}$, con:

\underline{A} matrice ($D \times D$) costituita dall'elemento generico all' i -ma riga e j -ma colonna: $\Delta\tau \sum_{i=1}^D \left(\sum_{k=j}^D p(k-i+1) \cdot p(k-j+1) \right)$
 \underline{r} vettore ($D \times 1$) costituito dalle incognite del sistema
 \underline{b} vettore ($D \times 1$) dei termini noti costituito dall'elemento generico j -mo: $\sum_{k=j}^D q^*(k) \cdot p(k-j+1)$



La soluzione del sistema di D equazioni lineari in D incognite restituisce i valori $r(1), \dots, r(D)$ della I.U.H.. In genere si pone $\Delta\tau = 1$. Infine occorre ricordare che quando nella (5.7) si ha $k < j$, consegue che $p(k-j+1)=0$.

5.3 I modelli concettuali di piena

Anche per i modelli concettuali di piena si ricorre alla modellazione matematica e al I.U.H.. Prima, però, di trattare tali modelli con il ricorso alla teoria dei segnali, si presentano i modelli concettuali cui storicamente si è fatto più riferimento.

5.3.1 Il metodo cinematico o della corrivazione

Si consideri un bacino idrografico caratterizzato da un tempo di corrivazione pari a T_C . Si suddivida il bacino attraverso n isocorrive equidistanziate temporalmente: t_1, t_2, \dots, t_n , con $t_n = T_C$.

Si consideri un evento meteorico di durata $t_i < T_C$. Tale evento può essere estrapolato dalla curva di probabilità pluviometrica riferita ad un determinato periodo di ritorno T . Data l'altezza di pioggia $h(t_i, T)$ appartenente alla curva di probabilità pluviometrica, si risale all'intensità di pioggia $i(t_i, T)$ e la si ragguaglia in funzione dell'ampiezza del bacino oggetto di studio. Dopo un intervallo di tempo pari a $t_1 < t_i$ si accumulerà nella sezione di chiusura del bacino tutta l'acqua di corrivazione che è caduta su quella porzione di sottobacino compresa tra l'isocorriva di t_1 e la sezione di chiusura. Tale portata è data da:

$$Q_1 = \alpha \cdot i_r(t_i, T) \cdot A_1$$

dove α è il coefficiente di afflusso (Cfr. sottoparagrafo 2.5.1), i_r è l'intensità di pioggia ragguagliata in funzione dell'area dell'intero bacino e A_1 rappresenta l'area di quella porzione di bacino compresa tra l'isocorriva t_1 e la sezione di chiusura.

Dopo un intervallo di tempo pari a t_2 , tale che $t_1 < t_2 < t_i$, nella sezione di chiusura del bacino si accumulerà tutta l'acqua di corrivazione che è caduta su quella porzione di sottobacino compresa tra l'isocorriva di t_2 e la sezione di chiusura. Tale portata è data da:

$$Q_2 = \alpha \cdot i_r(t_i, T) \cdot A_2$$

dove A_2 rappresenta l'area di quella porzione di bacino compresa tra l'isocorriva t_2 e la sezione di chiusura.

È ovvio che $Q_2 > Q_1$.

Quindi, dopo un intervallo di tempo pari a $t_i > t_2$ si accumulerà nella sezione di chiusura del bacino tutta l'acqua di corrivazione che è caduta su quella porzione di sottobacino compresa tra l'isocorriva di t_i e la sezione di chiusura, ovvero:

$$Q_i = \alpha \cdot i_r(t_i, T) \cdot A_i$$

dove A_i rappresenta l'area di quella porzione di bacino compresa tra l'isocorriva t_i e la sezione di chiusura.

Si ha, pertanto: $Q_i > Q_2 > Q_1$



Dopo un intervallo di tempo t_{i+1} si accumulerà nella sezione di chiusura del bacino tutta l'acqua di corrivazione che è caduta su quella porzione di sottobacino compresa tra l'isocorriva di t_{i+1} e l'isocorriva t_i . Tale portata è data da:

$$Q_{i+1} = \alpha \cdot i_r(t_i, T) \cdot (A_{i+1} - A_i)$$

dove A_{i+1} rappresenta l'area di quella porzione di bacino compresa tra l'isocorriva t_{i+1} e la sezione di chiusura.

Si ipotizzi che la differenza $(A_{i+1} - A_i)$ sia maggiore di A_i e che pertanto risulti:

$$Q_{i+1} < Q_i$$

In realtà l'ipotesi appena fatta potrebbe anche non verificarsi. Nel caso in esame si assume valida. In tal modo si può concludere che la massima portata di deflusso per un evento meteorico di durata $t_i < T_C$ si abbia al termine dello scroscio, ovvero dopo un intervallo di tempo dall'inizio dello scroscio pari a t_i .

Si consideri adesso un evento meteorico di durata t_j , tale che $t_i < t_j < T_C$. Anche per tale evento, nell'ipotesi precedentemente formulata, la massima portata di deflusso si ha al termine dell'evento meteorico stesso ed è pari a:

$$Q_j = \alpha \cdot i_r(t_j, T) \cdot A_j$$

Si è già visto che il coefficiente di afflusso varia al variare dell'intensità e della durata della pioggia. Ciò comporta incertezza nel valutare se per una pioggia di durata t_i il coefficiente di efflusso sia maggiore o minore rispetto ad una pioggia di durata t_j . Si può ipotizzare per semplicità che α sia costante. Inoltre, se all'aumentare della durata delle piogge diminuisce l'intensità, è anche vero che aumenta l'area compresa tra l'isocorriva riferita alla durata della pioggia e la sezione di chiusura del bacino. Poiché è molto frequente in natura che l'aumento dell'area incida molto di più della riduzione dell'intensità delle piogge, si ipotizza sempre valida tale condizione e si scrive:

$$Q_j > Q_i \quad \forall j > i$$

Con le stesse ipotesi sopra menzionate si ha che per un evento meteorico di durata pari al tempo di corrivazione del bacino, la massima portata di deflusso è:

$$Q_T = \alpha \cdot i_r(T_C, T) \cdot A_{bacino}$$

e quindi:

$$Q_T > Q_j > Q_i$$

Per piogge di durata superiore al tempo di corrivazione l'area di massimo contributo alla corrivazione non può comunque superare A_{bacino} . È anche vero, però, che per tali piogge l'intensità è sicuramente minore di quella riferita alla pioggia di durata pari a T_C . Pertanto, nelle ipotesi sopra definite, il massimo deflusso associato a tali piogge è sicuramente inferiore a quello provocato da una pioggia di durata pari al tempo di corrivazione.

Pertanto: il massimo deflusso alla sezione di chiusura di un bacino idrografico si ha per piogge di durata pari al tempo di corrivazione del bacino.

Tale asserzione, a cui si è arrivati con ipotesi non sempre valide, ma la cui probabilità di verificarsi è ragionevolmente alta, dà per l'appunto il nome al cosiddetto **metodo della corrivazione** o **cinematico**, la cui formulazione generale è:



$$Q(T) = \alpha \cdot i_r(T_C, T) \cdot A_{\text{bacino}} \quad (5.8)$$

in cui: $Q(T)$ è la portata di piena riferita ad un tempo di ritorno pari a T ;

$i_r(T_C, T)$ è l'intensità di pioggia ragguagliata in funzione del bacino idrografico su cui incide, riferita ad eventi meteorici di durata pari a T_C e con tempo di ritorno pari a T .

α è il coefficiente di efflusso, da calibrare per ogni bacino (di cui si è già dato qualche metodo di valutazione nel sottocapitolo 2.5.1).

È facile osservare che il metodo razionale implicitamente ammette anche che:

- la pioggia efficace concorra unicamente alla formazione del deflusso alla sezione di chiusura,
- ogni singola goccia di pioggia si muova sulla superficie del bacino, seguendo un percorso immutabile, che dipende solo dalla posizione del punto di caduta,
- la velocità di ogni singola goccia non è influenzata dalla presenza delle altre gocce (l'aumento dello spessore del velo idrico non incide nella riduzione della resistenza al moto).

Si capisce, allora, che lo stato del sistema "bacino", così come modellato concettualmente con il metodo di corrivazione, è caratterizzato da una sola variabile costante nel tempo: la velocità con cui le singole gocce di pioggia raggiungono la sezione di chiusura.

Qualora non si volessero applicare le ipotesi semplificative, secondo cui:

- 1) la differenza $(A_{i+1} - A_i)$ sia maggiore di A_i ,
- 2) il coefficiente di efflusso α non dipenda dalla durata della pioggia,
- 3) l'aumento dell'area incida molto di più della riduzione dell'intensità delle piogge,

occorre verificare, per piogge di diversa durata (senza scostarsi molto dal tempo di corrivazione del bacino), la risposta del sistema, per poi considerare la durata di pioggia che massimizza il deflusso.

Vale la pena, a questo punto, considerare che il metodo cinematico, in assenza delle ipotesi semplificative, può essere utilizzato anche ipotizzando una meteora distribuita in maniera omogenea solo tra una isocoriva e l'altra e non necessariamente in tutto il bacino.

Facendo riferimento alla teoria dei segnali, il metodo cinematico presuppone che la portata di pioggia che cade su un elemento di bacino dA all'istante τ , dopo il tempo di corrivazione t , concorre, nell'istante $\tau + t$, alla formazione di una portata di deflusso pari a:

$$dq(\tau + t) = \alpha \cdot i_r(\tau) \cdot dA, \quad \text{o, che è lo stesso:} \quad dq(\tau) = \alpha \cdot i_r(\tau - t) \cdot dA$$

Per il principio di sovrapposizione degli effetti, valido proprio per la linearità del modello, la portata totale al tempo τ sarà data dalla somma dei contributi provenienti dalle singole aree dA del bacino, caratterizzate da un tempo di corrivazione non superiore al tempo trascorso dall'inizio della pioggia.

Si consideri una pioggia istantanea all'istante τ di intensità i tale che $\alpha \cdot i_r$ sia unitaria. L'acqua piovuta sulla fascia elementare di bacino dA , caratterizzata da un tempo di corrivazione pari a t , giungerà alla sezione di chiusura all'istante $\tau + t$. Ciò vuol dire che la risposta impulsiva r del sistema "bacino" all'istante $\tau + t$ è data da:

$$dr(\tau + t) = \alpha \cdot i_r(\tau) \cdot dA(t) \quad \text{o, che è lo stesso:} \quad dr(\tau) = \alpha \cdot i_r(\tau - t) \cdot dA(t)$$

dove la notazione $dA(t)$ sta ad indicare l'area della striscia elementare di bacino caratterizzata da un tempo di corrivazione pari a t .

Integrando nei confronti delle strisce elementari di tutte le isocorive si ha la formulazione dell'I.U.H.:

$$r(\tau) = \int_{A_{\text{bacino}}} \alpha \cdot i_r(\tau - t) \cdot dA(t)$$

Discretizzando, si ha che dopo un intervallo di tempo $\Delta\tau$ dall'evento impulsivo di pioggia,



$$r(\Delta\tau) = \alpha \cdot i_r \cdot \Delta A(\Delta\tau) = \alpha \cdot i_r \cdot L(\Delta\tau) \cdot \Delta s,$$

dove $\Delta A(\Delta\tau)$ è la striscia corrispondente all'isocoriva $\Delta\tau$, che può essere espressa come prodotto della lunghezza $L(\Delta\tau)$ dell'isocoriva per lo spessore elementare Δs .

Le strisce isocorive superiori danno apporto di pioggia nullo.

Dopo un intervallo di tempo dall'evento impulsivo di pioggia pari a $2\Delta\tau$, la prima striscia isocoriva ha già esaurito il suo apporto nel precedente intervallo di tempo, per cui:

$$r(2\Delta\tau) = i \cdot \Delta A(2\Delta\tau) = i \cdot L(2\Delta\tau) \cdot \Delta s.$$

Le strisce isocorive superiori danno apporto di pioggia nullo.

Poiché si è supposto che l'intensità istantanea di pioggia $\alpha \cdot i_r$ sia unitaria, ponendo $\Delta s = 1$, si ha che:

$$r(\Delta\tau) = L(\Delta\tau);$$

$$r(2\Delta\tau) = L(2\Delta\tau);$$

...

Quindi:

$$r(\tau) = L(\tau) \quad (5.9)$$

Il diagramma di $L(\tau)$ è facilmente deducibile dalla geometria del bacino, una volta noto il tempo di corrivazione dello stesso e una volta nota la curva ipsografica. Basta infatti misurare la lunghezza delle curve di livello e associarle il rispettivo tempo di corrivazione (Cfr. Figura 5-6).

In ogni caso il tempo di base della funzione r coincide con il tempo di corrivazione del bacino.

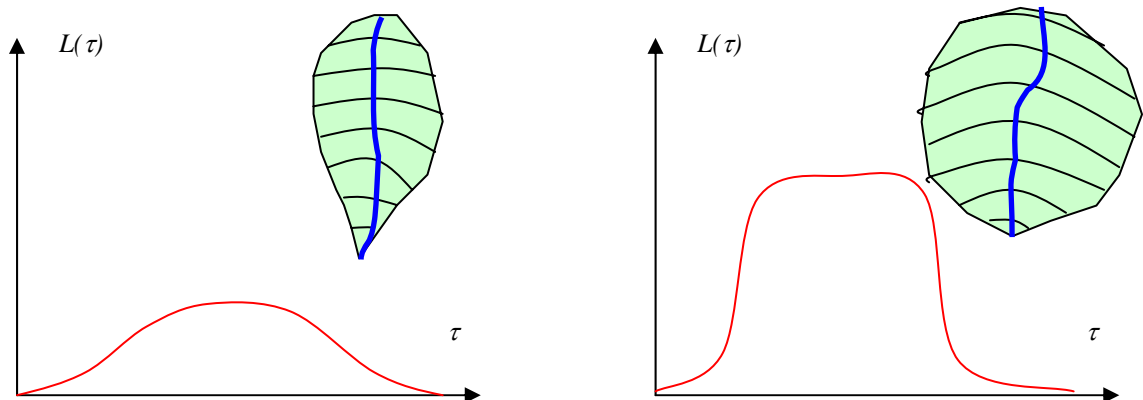


Figura 5-6: Rappresentazione qualitativa di due I.U.H., per un bacino allungato (a) e per un bacino allargato (b)

5.3.2 Il metodo di Giandotti

Il metodo di Giandotti² si basa sulle stesse ipotesi del metodo cinematico, ed è, rispetto a quest'ultimo, più completo in quanto stima oltre la portata di piena anche il volume di piena e la portata media di piena.

Premesso che la meteora critica di un bacino ha durata pari al tempo di corrivazione T_C dello stesso, una volta stabilito il tempo di ritorno T a cui fare riferimento, si determina il valore dell'altezza di pioggia ridotta $h_r(T_C, T)$. Ebbene, il volume di pioggia che complessivamente si riversa nel bacino è pari a: $h_r(T_C, T) \cdot A_{\text{bacino}}$.

Il volume di piena che, invece, defluisce attraverso la sezione di chiusura del bacino è:

² GIANDOTTI [1934]



$$V(T) = \alpha \cdot h_r(T_C, T) \cdot A_{\text{bacino}} \quad (5.10)$$

con α pari al coefficiente di afflusso.

La durata dell'onda di piena può essere espressa come multiplo di T_C , ovvero con la seguente notazione: $\lambda \cdot T_C$, con $\lambda > 1$. Pertanto la portata media di deflusso, durante l'onda di piena può essere espressa nel seguente modo:

$$Q_{\text{media}}(T) = \frac{\alpha \cdot h_r(T_C, T) \cdot A_{\text{bacino}}}{\lambda \cdot T_C} \quad (5.11)$$

A sua volta la portata di piena può essere espressa come multiplo della portata media, mediante la seguente espressione:

$$Q(T) = \gamma \cdot Q_{\text{media}}(T) \quad (5.12)$$

Il Visentini³ ha fornito i valori dei coefficienti α , λ e γ in funzione dell'ampiezza del bacino idrografico. Tali valori sono elencati in Tabella 5.1 e Tabella 5.2

$A_{\text{bacino}} \text{ (km}^2\text{)}$	γ
< 300	10
300 ÷ 1000	8
> 1000	6

Tabella 5-1: Coefficiente γ [Visentini, 1938]

$A_{\text{bacino}} \text{ (km}^2\text{)}$	α	λ
< 500	0.50	4.0
500 ÷ 1000	0.40	4.5
10'00 ÷ 8000	0.30	5.0
80'00 ÷ 20000	0.25	5.5
> 20000	0.20	6.0

Tabella 5-2: Coefficienti α e λ [Visentini, 1938]

5.3.3 Il metodo dell'invaso

Il metodo dell'invaso presuppone che l'afflusso efficace si distribuisca sempre in due componenti non nulle: la prima concorrente ad alimentare il fenomeno dell'invaso, la seconda ad alimentare il fenomeno del deflusso nella sezione di chiusura del bacino imbrifero.

Se sul bacino si abbattesse un evento meteorico di durata t e tempo di ritorno T , con intensità costante $i(t, T)$, supponendo che il coefficiente di afflusso sia costante e pari ad α , si potrebbe scrivere che:

$$\alpha \cdot i(\tau) \cdot A_{\text{bacino}} \cdot d\tau = q(\tau) \cdot d\tau + dV(\tau) \quad (5.13)$$

in cui: $q(\tau)$ = portata che defluisce attraverso la sezione di chiusura del bacino

$V(\tau)$ = volume d'acqua invasato dal bacino.

³ VISENTINI [1938]



La (5.13) prevede, al contrario del metodo razionale, che la pioggia efficace in parte alimenti il volume d'invaso.

Per istanti di tempo τ superiori alla durata della pioggia, la (5.13) si specializza in:

$$q(\tau) \cdot d\tau + dV(\tau) = 0 \quad (5.14)$$

Per semplificare il modello, si suppone che il bacino abbia un **funzionamento autonomo** (il deflusso verso valle non viene mai rigurgitato) e un **funzionamento sincrono** (i canali d'impluvio del bacino hanno in ogni istante lo stesso grado di riempimento).

In tali ipotesi, peraltro ideali, si ha:

$$V(\tau) = \mu \cdot \omega(\tau) \quad (5.15)$$

$$q(\tau) = a \cdot \omega^b(\tau) \quad (5.16)$$

in cui: $\omega(\tau)$ = area bagnata della sezione di chiusura del bacino idrografico

a, b, μ = costanti caratteristiche del bacino idrografico.

La (5.15) specifica che il volume di invaso aumenta linearmente con l'area bagnata della sezione di chiusura del bacino. La (5.16) altro non è che la scala di deflusso del canale alla sezione di chiusura del bacino. Le (5.15) e (5.16) rappresentano la funzione di transizione di stato delle due variabili di stato V e q del sistema "bacino". Si semplifica la (5.16) rendendola lineare (ovvero ponendo $b = 1$), per cui dalle (5.15) e (5.16), si ricava che:

$$\omega(\tau) = \frac{V(\tau)}{\mu} = \frac{q(\tau)}{a}$$

Indicando con V^{\max} il massimo volume invasabile dal bacino in corrispondenza di una portata al colmo di piena pari a q^{\max} , si ha:

$$\mu = \frac{V^{\max}}{\omega^{\max}}$$

$$a = \frac{q^{\max}}{\omega^{\max}}$$

da cui:

$$\frac{V(\tau)}{V^{\max}} \omega^{\max} = \frac{q(\tau)}{q^{\max}} \omega^{\max}$$

e quindi:

$$V(\tau) = \frac{V^{\max}}{q^{\max}} q(\tau)$$

Il rapporto V^{\max}/q^{\max} ha le dimensioni di un tempo e per semplicità lo si può indicare con K . Si ha così:

$$V(\tau) = K \cdot q(\tau) \quad (5.17)$$

che rappresenta la relazione lineare tra il volume invasato e la portata defluente.

Differenziando la (5.17) si ha:



$$dV(\tau) = K \cdot dq(\tau)$$

e sostituendo nelle (5.15) e (5.16):

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} d\tau = q(\tau) \cdot d\tau + K \cdot dq(\tau) \quad (5.18)$$

$$q(\tau) \cdot d\tau + K \cdot dq(\tau) = 0 \quad (5.19)$$

Dall'equazione differenziale (5.18), valida durante la pioggia, si ricava che:

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} = q(\tau) + K \cdot \frac{dq(\tau)}{d\tau}$$

Moltiplicando ambo i membri per $e^{\frac{\tau}{K}}$, si ha:

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot e^{\frac{\tau}{K}} = q(\tau) \cdot e^{\frac{\tau}{K}} + K \cdot \frac{dq(\tau)}{d\tau} \cdot e^{\frac{\tau}{K}}$$

ovvero:

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot e^{\frac{\tau}{K}} = \frac{d}{d\tau} \left[K \cdot e^{\frac{\tau}{K}} \cdot q(\tau) \right]$$

e quindi:

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot e^{\frac{\tau}{K}} \cdot d\tau = d \left[K \cdot e^{\frac{\tau}{K}} \cdot q(\tau) \right]$$

Integrando si ha:

$$\alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot \int_0^{\tau} e^{\frac{\tau^*}{K}} \cdot d\tau^* = K \cdot e^{\frac{\tau}{K}} \cdot q(\tau) - K \cdot e^{\frac{\tau}{K}} \cdot q(0)$$

da cui, ponendo $q(0) = 0$:

$$q(\tau) = \frac{\alpha \cdot i \cdot A_{bacino}}{K} \cdot \int_0^{\tau} \frac{e^{\frac{\tau^*}{K}}}{e^{\frac{\tau}{K}}} \cdot d\tau^* = \frac{\alpha \cdot i \cdot A_{bacino}}{K} \cdot \int_0^{\tau} e^{\frac{\tau^* - \tau}{K}} \cdot d\tau^* = \frac{\alpha \cdot i \cdot A_{bacino}}{K} \cdot K \cdot \int_{\frac{\tau}{K}}^0 e^{\frac{\tau^* - \tau}{K}} \cdot d\left(\frac{\tau^* - \tau}{K}\right) = \alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot \left[e^{\frac{\tau^* - \tau}{K}} \right]_{\frac{\tau}{K}}^0$$

Quindi:

$$q(\tau) = \alpha \cdot i \cdot A_{bacino} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{K}} \right) \quad (5.20)$$

La funzione (5.20) descrive la portata durante la pioggia.

Dall'equazione differenziale (5.19), valida dopo la pioggia, si ha:

$$K \cdot \frac{1}{q(\tau)} dq(\tau) = -d\tau$$

Ponendo pari a t la durata della meteora e integrando si ha:

$$K \cdot \int_{q_{\max}}^q \frac{1}{q^*(\tau)} dq^*(\tau) = - \int_t^{\tau} d\tau^*$$

ovvero:

$$K \cdot [\ln q^*(\tau)]_{q_{\max}}^q = -[\tau^*]_t^{\tau}$$

da cui:

$$K \cdot \ln \frac{q(\tau)}{q_{\max}} = -(\tau - t)$$



e quindi:

$$q(\tau) = q_{\max} \cdot e^{-\frac{\tau-t}{K}} \quad (5.21)$$

che è valida per $\tau > t$.

Le funzioni (5.20) e (5.21) sono diagrammate in Figura 5-7, da cui si evince che la massima portata di piena si ha solo al termine della pioggia.

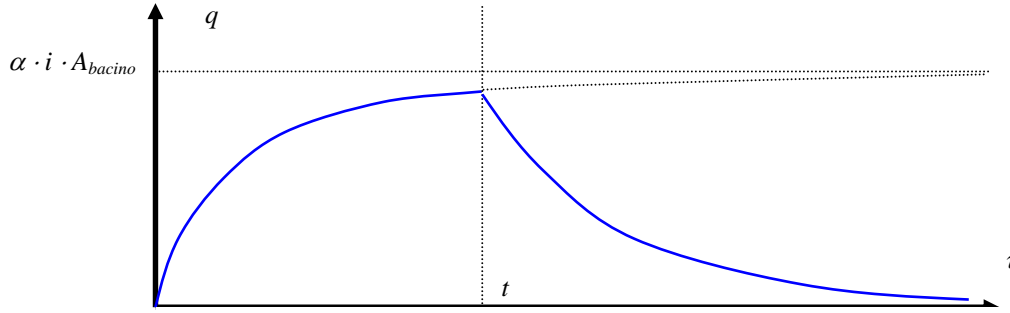


Figura 5-7: Distribuzione del deflusso nel tempo, applicando il metodo dell'invaso

Applicando il metodo dell'invaso, quindi, la portata di piena si ha proprio al termine della pioggia, ed è pari a:

$$Q = q_{\max} = \alpha \cdot i \cdot A_{\text{bacino}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right) \quad (5.22)$$

che è la (5.19) con $\tau = t$ (durata della pioggia).

Parametri applicativi del metodo dell'invaso sono:

- il **rapporto di riduzione della portata al colmo**: $\varepsilon = \frac{q_{\max}}{\alpha \cdot i \cdot A_{\text{bacino}}} = \left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right)$
- il **coefficiente di invaso del bacino**: $\varepsilon = \frac{V_{\max}}{\alpha \cdot i \cdot A_{\text{bacino}} \cdot t}$

Dalla (5.19) si osserva che:

$$q(\tau) = \int_0^{\tau} \alpha \cdot i \cdot A_{\text{bacino}} \frac{e^{-\frac{\tau-\tau^*}{K}}}{K} \cdot d\tau^*$$

e per la (5.1) si deduce che l'I.U.H. del metodo dell'invaso è la funzione:

$$r(\tau - \tau^*) = \frac{e^{-\frac{\tau-\tau^*}{K}}}{K} \quad \text{ovvero} \quad r(\tau) = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K} \quad (5.23)$$

Si è già visto che il parametro K ha le dimensioni di un tempo e che fisicamente rappresenta il rapporto tra il volume invasato e la portata defluente in ogni istante di tempo.

Dalla Figura 5-8 si deduce che è anche un indice della rapidità di decadimento della risposta idrologica del bacino e pertanto, al crescere di K aumenta l'effetto di laminazione del bacino.

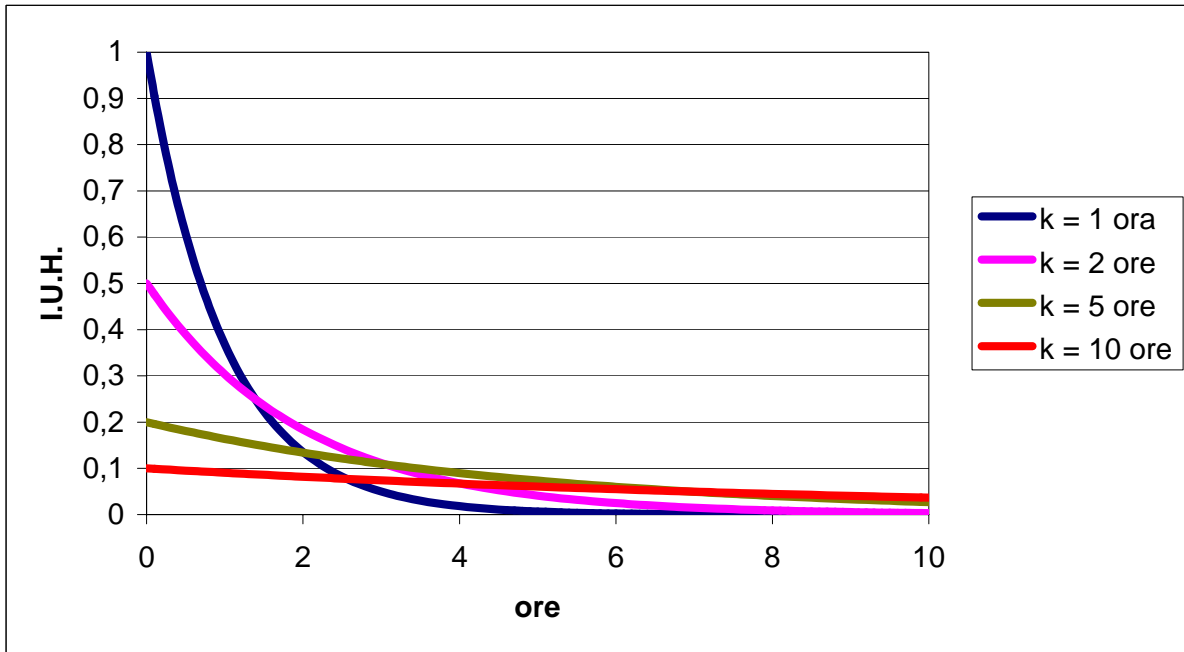


Figura 5-8: Rappresentazione del I.U.H. del metodo dell'invaso, per diversi valori di K

Applicando la definizione di tempo di ritardo si ha:

$$\tau_L = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{K}} \cdot \tau \cdot d\tau = K \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{K}} \cdot \frac{\tau}{K} \cdot d\frac{\tau}{K} = K$$

per cui il coefficiente K rappresenta il tempo di ritardo del bacino.

5.3.4 Il metodo di Clark

Un modello concettuale di bacino idrografico intermedio tra quello della corrivazione e quello dell'invaso fu proposto da Clark⁴, in base ad un modello di bacino costituito da un sistema di canali lineari confluenti in un serbatoio lineare.

Si considerino due sistemi, S_1 e S_2 , caratterizzati rispettivamente dalle funzioni I.U.H.: r_1 e r_2 . Il primo sistema sia sottoposto ad un impulso di Dirac all'istante $\tau = 0$. L'I.U.H. corrispondente sarà $r_1(\tau)$. Si supponga che il sistema S_2 sia in serie al primo. In tal caso $r_1(\tau)$ diventa l'ingresso al sistema S_2 , per cui:

$$r_{1,2}(\tau) = \int_0^{\tau} r_1(t) \cdot r_2(\tau - t) \cdot dt \quad (5.24)$$

Per la (5.24), considerando le (5.9) e (5.23), nel modello di Clark si ha:

$$r(\tau) = \int_0^{\tau} L(t) \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt \quad \forall \tau \leq T_C \quad (T_C = \text{tempo di corrivazione del bacino}) \quad (5.25.a)$$

e

⁴ Cfr. CLARK, 1945.



$$r(\tau) = \int_0^{T_c} L(t) \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt + \int_{T_c}^{\tau} L(t) \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt = \int_0^{T_c} L(t) \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt \quad \forall \tau > T_c \quad (5.25.b)$$

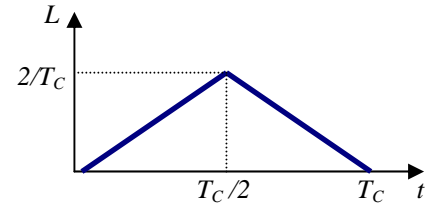
La (5.25.b) si semplifica perché $L(t) = 0$ quando $t > T_c$.

Le (5.25.a) e (5.25.b) sono difficilmente integrabili, per via della funzione $L(t)$, non esprimibile in genere con una espressione matematica. Diversi autori hanno allora proposto delle forme semplificate della funzione $L(t)$. La più nota forma semplificata è quella triangolare proposta da O'Kelly⁵.

Questi ha ipotizzato che la funzione $L(t)$ sia un triangolo isoscele, con base pari al tempo di corrvazione T_c e con area unitaria. Per tale motivo l'altezza di tale triangolo è pari a $2/T_c$.

La funzione $L(t)$ assume, quindi, la seguente formulazione:

$$\begin{cases} L(t) = \frac{4}{T_c^2} t & t \leq T_c/2 \\ L(t) = \frac{4}{T_c} \left(1 - \frac{t}{T_c}\right) & t > T_c/2 \end{cases}$$



5.3.5 Il metodo di Nash⁶

Il **metodo di Nash** concepisce il bacino idrografico come un sistema di n serbatoi in serie, caratterizzati dallo stesso valore di K .

Supponendo che due sistemi S_1 e S_2 siano degli invasi lineari con lo stesso parametro K , si ha:

$$r_{1,2}(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{e^{-\frac{t}{K}}}{K} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K^2} \int_0^{\tau} e^{\frac{t}{K}} \cdot e^{\frac{t}{K}} \cdot dt = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K^2} \int_0^{\tau} dt = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K^2} \tau$$

Se si considera un terzo invaso lineare S_3 , caratterizzato da una *I.U.H.* con identico valore di K , si ha:

$$r_{1,2,3}(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{e^{-\frac{t}{K}}}{K^2} \cdot \tau \cdot \frac{e^{-\frac{\tau-t}{K}}}{K} \cdot dt = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K^3} \int_0^{\tau} \tau \cdot dt = \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{K^3} \frac{\tau^2}{2}$$

In generale, per n serbatoi lineari caratterizzati dallo stesso valore di K si ha:

$$r_{Nash}(\tau) = \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{(n-1)! K} \quad (5.26)$$

In Figura 5-9 è rappresentata la variazione della (5.26) al variare di K e n .

Rinunciando allo schema concettuale della cascata di serbatoi, il modello può essere ricondotto ad un modello sintetico in cui $n \in \mathcal{R}^+$:

$$r_{\Gamma}(\tau) = \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{\Gamma(n) \cdot K} \quad (5.27)$$

⁵ Cfr. O'KELLY, 1955

⁶ Cfr. NASH, 1960



con $\Gamma(n) = \int_0^n x^{n-1} \cdot e^{-x} dx$ rappresentante la **funzione gamma completa**, che gode della seguente proprietà:

$$\Gamma(n) = (n-1)! \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

La risposta impulsiva (5.27) rappresenta la **funzione di densità di probabilità gamma a due parametri**. Perché la (5.27) non perda di significato fisico, tendendo ad infinito al tendere di τ a 0, occorre che il parametro n sia non inferiore ad 1.

Applicando la definizione di tempo di ritardo si ha:

$$\tau_L = \int_0^\infty \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{\Gamma(n) \cdot K} \cdot \tau \cdot d\tau = nK$$

Inoltre il momento del secondo ordine rispetto all'origine dei tempi, che rappresenta la dispersione dell'I.U.H., è dato da:

$$[r]_0^2 = \int_0^\infty \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{\Gamma(n) \cdot K} \cdot \tau^2 \cdot d\tau = nK^2$$

Si deduce che all'aumentare di n e K il baricentro dell'I.U.H. si sposta verso destra e la forma dell'I.U.H. si appiattisce. Sia lo spostamento verso destra del baricentro che l'appiattimento della risposta impulsiva sono indicatori di un effetto di laminazione del bacino via via più grande.

La derivata della (5.21) uguaglia lo zero all'istante di tempo $\tau_P = (n-1) \cdot K$, chiamato **tempo di picco**, in quanto rappresenta il tempo in cui l'I.U.H. assume il massimo valore r_P .

$$r_P = (n-1)^{n-1} \cdot \frac{e^{-(n-1)}}{\Gamma(n) \cdot K}$$

Si consideri una pioggia di intensità i costante, di durata t , ricadente su un bacino di area A_{bacino} . La portata di colmo, per le (5.5) e (5.26), la si ha all'istante τ_Q , tale che:

$$\left(\frac{\tau_Q}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau_Q}{K}}}{(n-1)K} = \left(\frac{\tau_Q - t}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau_Q - t}{K}}}{(n-1)K}, \text{ ovvero: } \left(\frac{\tau_Q}{K}\right)^{n-1} = \left(\frac{\tau_Q - t}{K}\right)^{n-1} \cdot e^{\frac{t}{K}}, \text{ da cui:}$$

$$\tau_Q = (\tau_Q - t) \cdot e^{\frac{t}{K(n-1)}} \quad \text{e quindi:}$$

$$\tau_Q = \frac{t}{1 - e^{-\frac{t}{K(n-1)}}} \quad (5.28)$$

In tal modo, la portata al colmo, per le (5.26) e (5.27), è data da:

$$Q = i \cdot A_{bacino} \cdot \int_{\tau_Q - t}^{\tau_Q} \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{(n-1)K} \cdot d\tau \quad Q = i \cdot A_{bacino} \cdot \int_{\tau_Q - t}^{\tau_Q} \left(\frac{\tau}{K}\right)^{n-1} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{K}}}{\Gamma(n) \cdot K} \cdot d\tau$$

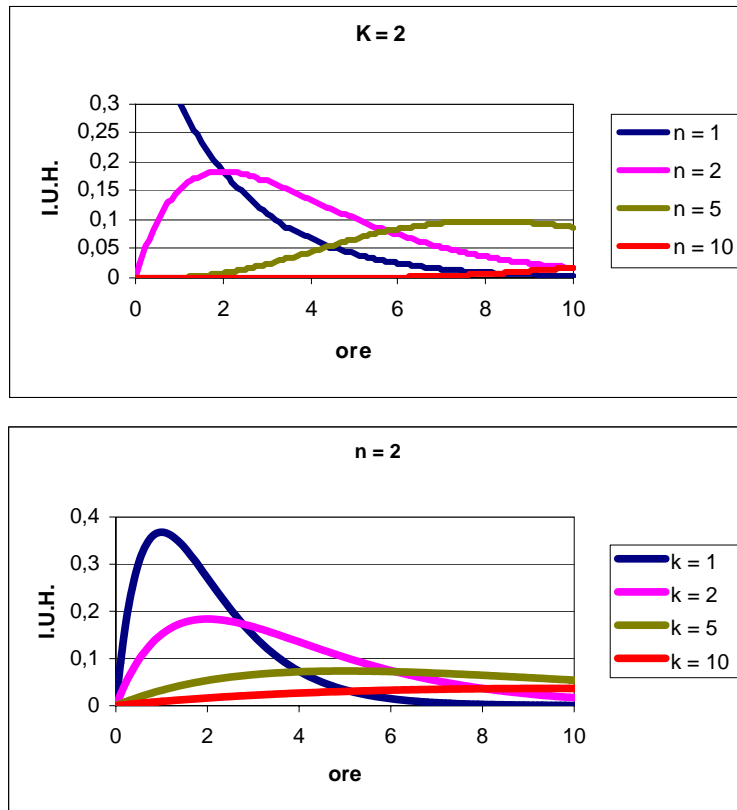


Figura 5-9:

Influenza dei valori dei parametri K e n sulla forma della $I.U.H.$ di Nash

5.3.6 Il metodo geomorfologico

Rodriguez-Iturbe e Valdes,⁷ alla fine degli anni settanta del secolo scorso, hanno indagato sulle relazioni che legano il fenomeno della trasformazione afflussi-deflussi con le caratteristiche geomorfologiche del bacino.

Tale approccio riveste particolare importanza nella letteratura scientifica in quanto consente di pervenire ad una valutazione, sia pure orientativa, dei parametri della risposta impulsiva idrologica che risultano indispensabili per la calibrazione del metodo di Nash, anche nel caso di bacini privi di registrazioni di dati idropluviometrici.

Gli Autori hanno definito un automa caratterizzato da un numero di stati pari all'ordine N di bacino, aumentato di una unità. Ogni goccia d'acqua interna al bacino, si dice che appartiene allo stato i -mo, solo se si trova in un corso d'acqua di ordine i o se sta correndo sul terreno in direzione di un corso d'acqua di ordine i . Qualsiasi goccia che ha attraversato la sezione di chiusura, appartiene allo stato $N+1$. A seconda della geomorfologia del bacino, il grafo della transizione di stato, può contenere archi unenti lo stato i -mo con lo stato $i+1$ -mo, $i+2$ -mo, ecc. In base all'automa descritto, Rodriguez-Iturbe e Valdés hanno mostrato come si costruisce l' $I.U.H.$ geomorfologico ($G.I.U.H.$), in funzione del grafo di transizione di stato e della probabilità con cui, dopo un determinato intervallo di tempo τ , una goccia si trovi a dover cambiare stato.

Si definisce probabilità di transizione dallo stato i allo stato $i+j$ $p(i \rightarrow i+j)$ il rapporto tra il numero di corsi d'acqua di ordine i che terminano nei corsi d'acqua di ordine $i+j$ e il numero totale di corsi d'acqua di ordine i . Tale probabilità, con opportune ipotesi semplificative, viene ricondotta, da Rodriguez-Iturbe e Valdés, al rapporto di biforcazione R_B (Cfr. Capitolo 3).

⁷ Cfr. RODRIGUEZ-ITURBE E VALDÉS, 1979



Inoltre si definisce probabilità che una goccia d'acqua appartenga allo stato i -mo $p(i)$ il rapporto tra l'area complessiva dei bacini riferiti ai corsi d'acqua di ordine i e l'area complessiva del bacino idrografico. Tale probabilità, sempre con opportune ipotesi semplificative, viene ricondotta, da *Rodriguez-Iturbe* e *Valdés*, ad una funzione del rapporto di biforcazione R_B e del rapporto delle aree dei bacini R_A (Cfr. Capitolo 3).

Il tempo medio di permanenza di una goccia d'acqua nello stato i -mo è data invece dal rapporto tra la lunghezza media dei corsi d'acqua di ordine i e la velocità dell'acqua, ipotizzata omogeneamente distribuita nello spazio. Anche per tale parametro, con opportune ipotesi semplificative, *Rodriguez-Iturbe* e *Valdés*, hanno dedotto l'esistenza di una funzione che lo esprime in base alla velocità media w dell'acqua e al rapporto delle lunghezze dei corsi d'acqua R_L (Cfr. Capitolo 3).

Rodriguez-Iturbe e *Valdés* hanno verificato che la struttura matematica della *G.I.U.H.* è alquanto complessa e dipendente, in qualche misura, anche dall'ordine N del bacino idrografico. Per questo motivo ne hanno proposto un'approssimazione di tipo triangolare, il cui picco è caratterizzato dalle seguenti coordinate:

$$\tau_p = 1,584 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0,55} \cdot R_L^{-0,38} \frac{L_N}{w} \quad (5.29)$$

$$r_p = 0,364 \cdot R_L^{0,43} \frac{w}{L_N} \quad (5.30)$$

con le lunghezze espresse in metri e i tempi in secondi.

Nelle (5.29) e (5.30) L_N indica la lunghezza del corso d'acqua principale del bacino idrografico di riferimento, di ordine N , mentre w è la velocità media di deflusso dell'acqua all'interno del bacino (può essere anche valutata dividendo L_N per il tempo di corrivazione del bacino, ovvero approssimata a quella dedotta per bacini morfologicamente e altimetricamente simili).

Successivamente *Rosso*⁸ ha mostrato che l'approssimazione del *G.I.U.H.* con una funzione gamma (cfr. sottoparagrafo A.3.5 in appendice), sia migliore di quella triangolare. In questo modo ha potuto dimostrare che la *G.I.U.H.* può essere assimilata alla *I.U.H.* generalizzata di *Nash* (5.26), i cui parametri caratteristici n e k sono dati dalle seguenti espressioni:

$$n = 3,29 \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^{0,78} \cdot R_L^{0,07} \quad (5.31)$$

$$K = 0,70 \left(\frac{R_A}{R_B R_L} \right)^{0,48} \frac{L_N}{w} \quad (5.32)$$

5.3.6 La stima dei parametri di un modello concettuale mediante il metodo dei momenti

I modelli concettuali richiedono la calibrazione dei propri parametri: il tempo di base per il metodo della corrivazione, K per il metodo dell'invaso lineare, il tempo di base e K per il metodo di Clark, K e n per il metodo di Nash.

⁸ Cfr. ROSSO, 1994



Per calibrare il proprio modello *Nash*⁹ propose di applicare il metodo dei momenti, molto utilizzato per definire i parametri delle distribuzioni di probabilità in statistica. Applicando le diverse formulazioni riportate in Appendice A, al sottoparagrafo A.2.3, si ottengono le relazioni indicate nella Tabella 5.3.

Metodo concettuale	Parametri
Corrivazione	$media(r) = [r]_0^I = TempoBase$
Invaso lineare	$media(r) = [r]_0^I = K$
Clark	$media(r) = [r]_0^I = TempoBase + K \quad dev.st(r) = [r]_{[r]_0^I}^2 = K^2$
Nash	$media(r)[r]_0^I = n \cdot K \quad dev.st(r) = [r]_{[r]_0^I}^2 = n \cdot K^2$

Tabella 5-3: Definizione dei parametri dei modelli concettuali con il metodo dei momenti

⁹ Cfr. NASH, 1960

Capitolo 6

Gli interventi di mitigazione del rischio idraulico: concetti di base.

L'utilizzo delle tecniche di mitigazione del rischio idraulico nella difesa del territorio dalle inondazioni avviene in maniera sistematica e metodologica, seguendo un iter di approfondimento conoscitivo e risolutivo, che parte dalla semplice percezione dell'eventualità che un determinato suolo possa essere interessato da piene fluviali, fino a giungere agli approfondimenti di studio ed eventualmente ad interventi di mitigazione.

La **percezione** del rischio idraulico si manifesta quando ci si trova in prossimità di un corso d'acqua o di un vallone. Non sempre si può avere la percezione del reale rischio di alluvionamento e, pertanto, occorre **identificarne** l'importanza, considerando tutte le componenti utili a **prevedere** l'eventualità e la frequenza con cui le inondazioni possano verificarsi.

Eseguita la **valutazione** del rischio di alluvionamento, si decide se è il caso di ricorrere ad **interventi di mitigazione** del rischio idraulico, che possono essere di due tipi: di **preannuncio** o di **prevenzione**. I primi sono interventi mirati alla convivenza controllata con il rischio idraulico e consentono la mobilitazione di determinati beni e delle stesse persone, in occasione degli eventi di piena. I secondi sono interventi mirati alla riduzione delle inondazioni e dell'esposizione di beni e persone. Non è raro il ricorso ad interventi di preannuncio a tergo di interventi di prevenzione.

6.1 *L'identificazione del rischio idraulico*

La conferma più diretta della percezione di un eventuale rischio di alluvionamento, in una determinata zona, proviene dalla documentazione e dalle testimonianze degli effetti che le piene passate hanno avuto sul territorio. Tali informazioni sono in genere di tipo qualitativo, ma servono ad avere un'idea piuttosto chiara delle zone inondabili.

Le informazioni sulle piene storiche sono un buon punto di partenza, certamente non sufficiente, però, ad identificare in maniera adeguatamente consapevole il rischio di alluvionamento di un'area. Infatti gli eventi di piena possono comunque colpire anche zone in cui, storicamente, non si hanno notizie di inondazione. I motivi sono sostanzialmente legati:

- alla impossibilità di disporre della documentazione storica di tutte le inondazioni avvenute;



- alle modificazioni d'uso del suolo, di tipo locale e diffuso, di cui le più importanti sono rappresentate dai cambiamenti delle pratiche agricole e dalla trasformazione urbana;
- alle opere di ingegneria di servizio alla rete idrografica, per l'utilizzo e lo smaltimento delle risorse idriche, nonché per la regimentazione delle acque di pioggia. In particolare tali interventi tendono a modificare tre caratteristiche idrauliche della rete idrica scolante naturale:
 1. l'**ufficiosità idraulica**, ovvero la capacità idrovetttrice o di smaltimento idrico degli alvei naturali, la cui sezione in genere viene ristretta, o la cui configurazione viene trasformata in canalizzazione coperta, o il cui corso naturale viene deviato;
 2. la **conducibilità della rete idrografica**, con tempi di concentrazione dell'idrogramma di piena che vengono ridotti a causa della realizzazione di arginature e rettificazioni degli alvei naturali in zone montane;
 3. il **regime di piena**, con opere di sbarramento capaci di laminare le piene modeste, inducendo negli insediamenti a valle un falso senso di sicurezza, che viene poi drammaticamente confutato dagli eventi estremi.

Rimanendo nell'ambito delle opere di ingegneria idraulica, un ruolo delicato ricoprono gli interventi di smaltimento delle acque pluviali, in quanto modificano la ripartizione tra l'acqua di infiltrazione e l'acqua di deflusso superficiale, nonché i tempi di corrivazione. In particolare l'urbanizzazione delle aree rurali comporta che i sistemi di fognatura aumentino la quantità di pioggia efficace e il deflusso superficiale, che viene convogliato anche più rapidamente al recettore finale (vallone o fiume), per via delle canalizzazioni artificiali. Anche gli attraversamenti stradali e ferroviari sui fiumi sono da guardare con particolare attenzione, in quanto possono ostruire il trasporto di materiale galleggiante di tipo vegetale (rinsecchito o sradicato dalla corrente stessa e noto sotto il nome di *woody debris*).

6.2 La valutazione del rischio idraulico

Per valutare in maniera oggettiva il rischio idraulico, occorre innanzitutto individuarne una definizione univoca. Il *Decreto del Presidente del Consiglio dei Ministri n.180 del 29 settembre 1998* si rifà sostanzialmente alla definizione di Varnes¹. Il **rischio idraulico** è l'entità del danno atteso in una data area e in un certo intervallo di tempo, in seguito al verificarsi di un particolare evento calamitoso di tipo idraulico. Esso può essere espresso come prodotto di tre fattori numerici:

- la **pericolosità** o *natural hazard* è il primo fattore di rischio e rappresenta la probabilità che ha l'evento calamitoso di verificarsi; tale probabilità spesso si esprime attraverso un tempo di ritorno. Il *DPCM 180/1998* considera diverse tipologie di eventi alluvionali:
 1. le colate detritiche, le piene repentine, le alluvioni di conoide nei bacini idrografici montani;
 2. le piene nei corsi d'acqua maggiori;
 3. le piene con potenziale dissalveamento, con deposito di materiale alluvionale o di sostanze inquinanti nei corsi d'acqua di valle o di pianura.

¹ VARNES [1984]



Lo stesso *DPCM* ripartisce la pericolosità idraulica secondo i seguenti tre livelli di probabilità di accadimento, espresse in tempi di ritorno T :

1. eventi ad alta probabilità di inondazione, con $T = 20 \div 50$ anni;
 2. eventi a moderata probabilità di inondazione, con $T = 100 \div 200$ anni;
 3. eventi a bassa probabilità di inondazione, con $T = 300 \div 500$ anni.
- l'**esposizione** è il secondo fattore di rischio ed è il valore degli elementi esposti all'evento calamitoso; gli elementi possono essere persone, beni localizzati e patrimonio ambientale e devono essere espressi in termini monetari o numerici;
 - la **vulnerabilità** è l'ultimo fattore di rischio ed è prodotta dal grado di perdita funzionale e fisica degli elementi esposti; essa dipende sia dall'entità dell'evento calamitoso che dalla capacità dell'elemento esposto a sopportare le sollecitazioni esercitate dall'evento.

Il citato *DPCM* definisce quattro classi di rischio idraulico, secondo la seguente classificazione:

- R1: **Rischio moderato**, con danni sociali, economici e al patrimonio ambientale di tipo marginale;
- R2: **Rischio medio**, con possibili danni minori agli edifici, alle infrastrutture e al patrimonio ambientale, che non pregiudicano l'incolumità delle persone, l'agibilità degli edifici e la funzionalità delle attività economiche;
- R3: **Rischio elevato**, con possibili problemi per l'incolumità delle persone, danni funzionali agli edifici e alle infrastrutture con conseguente inagibilità degli stessi, interruzione delle attività socio-economiche e danni rilevanti al patrimonio ambientale;
- R4: **Rischio molto elevato**, con possibile perdita di vite umane e lesioni gravi alle persone, danni gravi agli edifici, alle infrastrutture e al patrimonio ambientale, distruzione delle attività socio-economiche.

Per poter valutare la pericolosità degli eventi alluvionali, in funzione dei tempi di ritorno, si può in linea generale fare ricorso ai metodi presentati nei Capitoli 4 e 5 e che vengono nel seguito ripresi per discutere sul loro campo di applicazione, che viene sinteticamente rappresentato nel diagramma in Figura 6-1

6.2.1 La valutazione delle piene tramite l'analisi statistica delle misure di portata.

L'analisi statistica di una o più serie storiche di dati sulle portate fluviali costituisce senza dubbio il metodo di valutazione delle piene che consente di raggiungere il migliore compromesso tra l'affidabilità dei risultati e la facilità di impostazione e calibrazione del modello di previsione.

Com'è riportato nel capitolo 4, le analisi statistiche dei dati idrometrici possono essere di tipo locale o di tipo regionale e possono condurre a risultati esprimibili con una formula parametrica o con una formula che utilizza una portata indice. Le analisi di tipo locale, però, possono essere utilizzate per periodi di ritorno dello stesso ordine di grandezza della serie storica delle portate misurate.

Per quanto riguarda l'analisi di tipo regionale, occorre dire che solo il metodo della portata indice è avallato da un completo supporto teorico, anche se è applicabile solo nell'ipotesi di *autosomiglianza statistica*, secondo cui la distribuzione di probabilità del massimo annuale della portata al colmo rinormalizzata rispetto al valore della portata indice (la portata media) non varia al variare dell'ubicazione della sezione di misura o di interesse. Tale ipotesi è verificabile in molti casi applicando il concetto di *invarianza statistica di scala* della portata



al colmo Q rispetto all'area A del bacino idrografico. Tale ipotesi consente di assimilare la portata di piena ad un campo aleatorio $Q(A)$, per il quale, in una specifica zona omogenea, risulta:

$$\begin{aligned}\mu(Q(\alpha A)) &= [Q(\alpha A)]_0^1 = \alpha [Q(A)]_0^1 = \alpha \mu(Q(A)) \\ \sigma(Q(\alpha A)) &= [Q(\alpha A)]_{\alpha\mu}^2 = \alpha^2 [Q(A)]_{\mu}^2 = \alpha^2 \sigma^2(Q(A)) \\ a(Q(\alpha A)) &= [Q(\alpha A)]_{\alpha\mu}^3 / \sigma^3(Q(\alpha A)) = [Q(A)]_{\mu}^3 / \sigma^3(Q(A)) = a(Q(A))\end{aligned}$$

con μ , σ e a pari rispettivamente alla media, alla deviazione standard e all'asimmetria della distribuzione di probabilità di Q . Si esegue infine un test di ipotesi per verificare la validità dell'assunzione dell'invarianza statistica di scala.

Il metodo parametrico utilizzato nell'analisi statistica regionale ha la pecca oramai riconosciuta di scarsa capacità di estrapolazione. Infatti si basa sull'extrapolazione, da una determinata distribuzione di probabilità, del quantile che fa riferimento al periodo di ritorno prefissato. I parametri della distribuzione di probabilità (che possono essere due o tre) vengono in genere espressi, mediante tecniche di regressione, solo in funzione dell'area del bacino idrografico A e dalla sua quota media rispetto al livello del mare z_m . In questo modo, il metodo parametrico esprime la portata al colmo di piena Q relativa al periodo di ritorno T secondo la seguente formulazione:

$$Q(T) = f(\text{distrib. Prob. } (A, z_m), T)$$

La calibrazione della funzione di distribuzione di probabilità f si basa sulla minimizzazione del seguente scarto quadratico:

$$\sum_{i=1}^N Q_{i,T} - f[\text{distrib. prob.}(A(i), z_m(i)), T]$$

in cui $Q_{i,T}$ rappresenta la portata prevista per il sito di misura i -mo (su un totale di N presenti nella regione omogenea), per un periodo di ritorno T -ennale. Ovviamente $Q_{i,T}$ è un valore stimato locale, che richiede il ricorso ad una distribuzione di probabilità biparametrica, la cui capacità interpretativa è altamente incerta per tempi di ritorno di ordini di grandezza superiore alla durata della serie storica locale delle misure. Ciò induce ad avere una certa diffidenza nei confronti del metodo parametrico.

6.2.2 La valutazione delle piene mediante i metodi concettuali di trasformazione degli afflussi in deflussi.

I metodi concettuali di trasformazione degli afflussi in deflussi impongono l'ipotesi molto restrittiva di **isofrequenza**, secondo cui la portata al colmo con periodo di ritorno T -ennale è causata solo dalla pioggia con intensità T -ennale di durata pari al **tempo di risposta** del bacino idrografico (coincidente con il tempo di base τ_B della risposta impulsiva del bacino stesso).

La formula generale dei metodi concettuali è:

$$Q(T) = \alpha \cdot \rho \cdot m \cdot A \cdot i(\tau_B, T)$$

in cui A è l'area del bacino idrografico e i è l'intensità di pioggia media puntuale prevista per un evento meteorico di durata τ_B con tempo di ritorno pari a T .



Il coefficiente α rappresenta il **fattore di rifiuto del terreno** e dipende dalle caratteristiche idrologiche del terreno stesso, dalla sua copertura vegetale e dall'uso del suolo cui esso è soggetto, dall'intensità e dalla durata dell'afflusso meteorico e infine dal contenuto d'acqua iniziale. Nel capitolo 2 è illustrata la tecnica di valutazione di α basata sul meccanismo fisico non lineare della riduzione della velocità di infiltrazione del terreno (**ruscellamento hortoniano**). Esiste, in realtà, anche un'altra tecnica di valutazione di α basata anch'essa su un meccanismo fisico non lineare: quello del sollevamento della falda freatica nel terreno e di aumento della superficie satura (**ruscellamento dunniano**²), che non trova ancora largo impiego per la valutazione del fattore di rifiuto, di cui sono invece disponibili studi approfonditi sul meccanismo di tipo hortoniano sia in Italia (*coefficiente di afflusso*) che negli Stati Uniti (*Curve Number Method*)³.

Il coefficiente ρ rappresenta il **fattore di ragguaglio pluviometrico**, legato alla variabilità spaziale delle piogge. Dipende dall'area del bacino e dalla durata della precipitazione, ma ultimi sviluppi scientifici inducono a considerare anche la dipendenza dalla forma e dall'evoluzione del campo di pioggia, nonché dalla interazione tra orografia e campo di pioggia⁴.

Il coefficiente m rappresenta il **fattore di dispersione idrografica** e dipende dal modello concettuale adottato per valutare il fenomeno di piena. Ad esempio, per il metodo cinematico e il metodo dell'invaso lineare, che sono i più utilizzati nella pratica progettuale, i valori del fattore di dispersione idrografico sono rispettivamente 1 e $1 - \exp(-\tau_B/K)$.

6.2.3 La valutazione delle piene mediante i metodi geomorfoclimatici

Negli ultimi anni, per svincolarsi dall'ipotesi di isofrequenza dei metodi concettuali, sono stati sviluppati i cosiddetti **metodi geomorfoclimatici**, che all'uso delle caratteristiche stocastiche delle piogge uniscono quello delle caratteristiche fisiche del bacino. Poiché i metodi geomorfoclimatici richiedono una descrizione non omogenea delle caratteristiche fisiche del bacino, si prestano ad essere inclusi nella branca dei **modelli distribuiti nello spazio**.

Quando si vuole determinare la distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria in funzione di altre variabili aleatorie, la cui distribuzione di probabilità è nota, nel gergo statistico si dice che la derivazione della funzione aleatoria incognita viene risolta in maniera forte.

Quando è sufficiente conoscere i valori dei momenti statistici di una variabile aleatoria in funzione di altre variabili aleatorie, la cui distribuzione di probabilità è nota, si dice invece che la derivazione della funzione aleatoria incognita viene risolta in maniera debole.

La conoscenza della distribuzione di probabilità delle portate al colmo di piena in funzione della distribuzione spaziale delle caratteristiche fisiche del bacino, nonché di un determinato regime pluviometrico, richiederebbe la derivazione in maniera forte della funzione aleatoria dei colmi di piena, ma ciò comporterebbe sviluppi analitici assai complessi. Per tale motivo nella pratica applicazione ci si accontenta di conoscere i momenti statistici del colmo di piena, risolvendo in maniera debole il problema.

La prima operazione da eseguire per l'applicazione del metodo geomorfoclimatico è quella di discretizzare il bacino idrografico mediante una griglia ad elementi rettangolari. L'esperienza ha dimostrato che ottimi risultati si ottengono con celle di ampiezza pari a circa 5 Ha. Il bacino così discretizzato viene cimentato da un regime virtuale di piogge, mediante un modello generatore poissoniano a impulsi rettangolari esponenziali, che re-

² Da DUNNE T., autore di ricerche sui fenomeni di affioramento delle falde durante le piogge, e la cui pubblicazione di riferimento è *Field studies of hillslope flow processes*, ed. Kirby M.J., Hillslope Hydrology, J. Wiley & Sons, N.Y. (1978).

³ Cfr. Paragrafo 2.5

⁴ Cfr. il Sottoparagrafo 1.5.2



stituisce piogge di diverse durate, a cui vengono assegnate le intensità corrispondenti al loro periodo di ritorno. Ad ogni evento di pioggia si applica il coefficiente di ragguaglio areale. Ogni cella del bacino discretizzato restituisce una risposta idrologica in funzione della capacità di rifiuto del terreno che la caratterizza, mediante l'implementazione, ad esempio, del metodo americano del *Curve Number*. Infine si applica a tutto il bacino il fattore di dispersione idrografica, scegliendo dai vari modelli concettuali disponibili in letteratura. Analizzando i valori di portate al colmo derivate dall'applicazione del modello e correlando gli stessi valori restituiti durante le piogge di durata t e di intensità puntuale i , si ottengono le seguenti espressioni della media e della deviazione standard di $Q(t,i)^5$:

$$\mu(Q) \approx i \cdot A \cdot \frac{h}{h+S} \cdot \left\{ \left[1 - (1+k^2) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} - k^2 \cdot \frac{t}{\tau_L} \left(1 + \frac{t}{2\tau_L} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right] \left[1 + 3k^2 \left(1 - \frac{h}{h+S} \right)^2 \right] + k \left(2 - \frac{h}{h+S} \right) \left[\left(1 + \frac{t}{\tau_L} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} - 1 \right] \right\}$$

$$\sigma(Q) \approx i \cdot A \cdot k \cdot \frac{h}{h+S} \cdot \left\{ \sqrt{\left[1 + 3k^2 \left(1 - \frac{h}{h+S} \right)^2 \right] \left[\left(1 + \frac{t}{\tau_L} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} - 1 \right]^2} + \right.$$

$$\left. \sqrt{2 \left(2 - \frac{h}{h+S} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right) \left[1 + 3k^2 \left(1 - \frac{h}{h+S} \right)^2 \right] \left[\left(1 + \frac{t}{\tau_L} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_L}} - 1 \right] + 3 \left(2 - \frac{h}{h+S} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right)^2} \right\}$$

in cui: A è l'area del bacino, S è il valore medio a scala di bacino della massima ritenzione potenziale del terreno (valutabile tramite il *Curve Number*), mentre τ_L è il tempo di ritardo o di *Lag* del bacino a seguito dell'evento meteorico di durata t e intensità i , funzione del modello concettuale di trasformazione degli afflussi in deflussi utilizzato nel metodo geomorfoclimatico.

Per ricavare la distribuzione di probabilità della portata al colmo massima annuale, in base alla quale viene calcolata la portata *T-ennale*, si assume che la cronologia dei nubifragi sia descritta da un processo poissoniano, per cui se ν rappresenta il numero medio di nubifragi all'anno, il periodo di ritorno di un assegnata portata Q risulta espresso dalla relazione:

$$T = \frac{1}{1 - e^{-\nu[1-F(Q)]}}$$

in cui F rappresenta la funzione di distribuzione di probabilità di Q , caratterizzata dai parametri $\mu(Q)$ e $\sigma(Q)$ sopra esplicitati. La scelta della funzione F (in genere di tipo biparametrico) avviene in base agli studi regionali di piena. Le distribuzioni più frequentemente adottate, per i soddisfacenti risultati, sono la *EV1* e la *EV2* ⁶.

6.2.4 La simulazione continua

L'ultima frontiera degli studi e delle ricerche volte a prevedere le piene causate da eventi meteorologici eccezionali è quella che si avvale di un monitoraggio delle piogge, da cui estrapolare tutte le informazioni relative alla frequenza con cui si verificano, all'intensità e alla durata. Con tali metodi evoluti di valutazione delle piene, non si parla più di evento meteorico critico, ma di scenario idrologico climatico critico, che è quello scenario caratterizzato dalle diverse combinazioni di eventi piovosi sistematicamente disposti uno in seguito all'altro, che

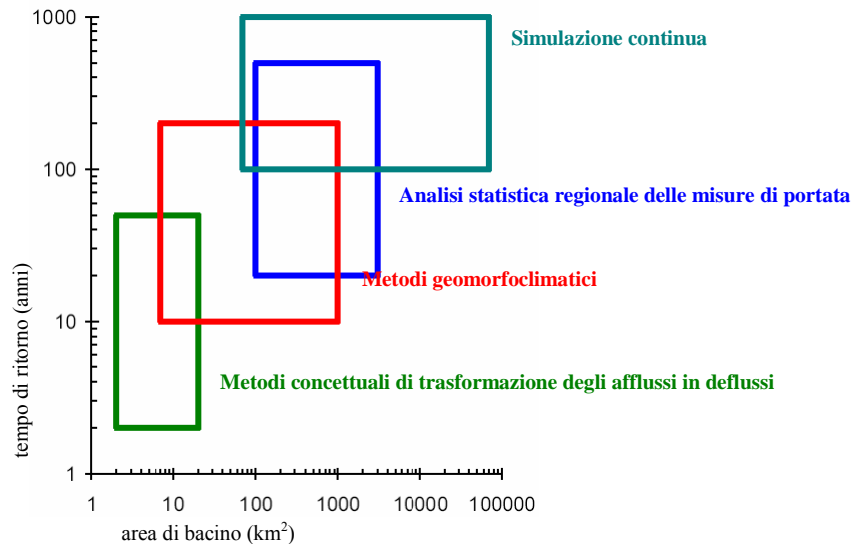
⁵ Cfr. R. Rosso [1996]

⁶ Cfr. il Sottoparagrafo 4.3.2



hanno una prefissata probabilità di verificarsi, e che applicati al bacino idrografico in esame, vengono trasformati in un determinato numero di deflussi, da cui occorre estrapolare quello di maggiore portata.

La simulazione continua è ancora in fase embrionale, attesa la difficoltà oggettiva di simulazione stocastica del campo delle precipitazioni.



6-1: Campi di applicazione ideali dei metodi di previsione delle piene (R. ROSSO [1996])

6.2.5 La valutazione delle aree inondabili

La valutazione delle aree inondabili può essere condotta con diversi metodi di approssimazione. I modelli utilizzati nella pratica applicazione possono essere classificati in funzione della loro capacità a simulare le correnti in condizioni di moto permanente o gradualmente variato. Vengono anche classificati in funzione della loro capacità a simulare le correnti secondo un'unica direzione di moto (quella longitudinale) o secondo due direzioni (quella longitudinale e quella trasversale orizzontale).

Per quanto riguarda la capacità dei modelli a simulare le componenti di moto di una corrente, si ha la seguente classificazione.

I modelli di simulazione delle piene monodimensionali possono essere utilizzati per verificare la capacità di un alveo a contenere una determinata portata di piena. Richiedono l'inserimento della geometria e della scabrezza media dell'alveo in maniera discreta, ovvero tramite una successione di alvei cilindrici le cui direttrici sono rappresentate dalle sezioni trasversali caratteristiche dei vari tratti. Tali sezioni devono essere modellate geometricamente da una sponda arginale all'altra. I modelli monodimensionali simulano un livello idrico orizzontale all'interno della sezione.

I modelli di simulazione delle piene monodimensionali a reticolo sono simili al precedente tipo di modelli, ma riescono a simulare l'interazione tra più alvei che si intersecano, imponendo che nei nodi di congiungimento degli alvei il livello idrico sia lo stesso (il più alto) per le due sezioni convergenti. Ovviamente anche tali tipi di modelli simulano un livello idrico orizzontale all'interno della sezione.

I modelli di simulazione delle piene quasi bidimensionali sono un'evoluzione dei modelli monodimensionali a reticolo, in quanto consentono di simulare l'intersezione tra due alvei, senza imporre la stessa lama d'acqua alle due sezioni convergenti. La continuità nei nodi viene garantita simulando lo scambio d'acqua tra la sezione convergente a tirante più alto e la sezione convergente a tirante più basso, mediante un dispositivo virtu-



ale scolmatore. In questo modo un alveo con golene può essere modellato mediante tre canali paralleli uniti in un numero discreto di punti da canali trasversali, che simulano il livello idrico diverso lungo la sezione trasversale dell'alveo. Tali tipi di modelli richiedono un accurato studio preliminare dello schema idraulico più confacente al territorio perfluviale, al fine di rendere quanto più verosimile il fenomeno dell'invaso laterale e restituire un'appropriata simulazione degli allagamenti delle aree perfluviali.

I **modelli di simulazione delle piene bidimensionali** implementano, mediante il metodo delle differenze finite o degli elementi finiti, le equazioni di *de Saint Venant*, sviluppate secondo la direzione longitudinale al moto (s) e la direzione trasversale orizzontale al moto (r). Indicando con:

- $q_s(s, r, \tau)$ la componente, lungo la direzione longitudinale del moto, della portata elementare che attraversa il prisma verticale di coordinate (s, r) , all'istante di tempo τ ;
- $q_r(s, r, \tau)$ la componente, lungo la direzione trasversale orizzontale del moto, della portata elementare che attraversa il prisma verticale di coordinate (s, r) , all'istante di tempo τ ;
- $h(s, r, \tau)$ la quota del pelo libero nel punto di coordinate (s, r) , all'istante di tempo τ , misurata rispetto alla quota di fondo alveo;
- $z(s, r, \tau)$ l'altezza del prisma verticale nel punto di coordinate (s, r) , all'istante di tempo τ ($z \leq h$);
- χ il coefficiente di Chézy (Cfr. F.37);
- g l'accelerazione gravitazionale;
- γ il peso specifico dell'acqua
- $\tau_{xx}(s, r, \tau), \tau_{xy}(s, r, \tau), \tau_{yy}(s, r, \tau)$ le componenti dello sforzo tangenziale che tengono conto della turbolenza e del profilo verticale della velocità;

la (F.10) si specializza in:

$$\frac{\partial q_s(s, r, \tau)}{\partial s} + \frac{\partial q_r(s, r, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial h(s, r, \tau)}{\partial \tau} = 0$$

mentre la (F.34) si scompone nelle seguenti equazioni dell'energia: una valida lungo l'asse s e l'altra lungo l'asse r .

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q_r(s, r, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{q_r^2(s, r, \tau)}{z(s, r, \tau)} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_r(s, r, \tau) \cdot q_s(s, r, \tau)}{z(s, r, \tau)} \right) + g \cdot z(s, r, \tau) \frac{\partial h(s, r, \tau)}{\partial s} + \frac{g \cdot q_r(s, r, \tau) \cdot \sqrt{q_r^2(s, r, \tau) + q_s^2(s, r, \tau)}}{\chi^2 z^2(s, r, \tau)} + \\ & - \frac{g}{\gamma} \left[\frac{\partial}{\partial s} (z(s, r, \tau) \cdot \tau_{ss}(s, r, \tau)) + \frac{\partial}{\partial r} (z(s, r, \tau) \cdot \tau_{rr}(s, r, \tau)) \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q_s(s, r, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_s^2(s, r, \tau)}{z(s, r, \tau)} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{q_r(s, r, \tau) \cdot q_s(s, r, \tau)}{z(s, r, \tau)} \right) + g \cdot z(s, r, \tau) \frac{\partial h(s, r, \tau)}{\partial r} + \frac{g \cdot q_s(s, r, \tau) \cdot \sqrt{q_r^2(s, r, \tau) + q_s^2(s, r, \tau)}}{\chi^2 z^2(s, r, \tau)} + \\ & - \frac{g}{\gamma} \left[\frac{\partial}{\partial r} (z(s, r, \tau) \cdot \tau_{rr}(s, r, \tau)) + \frac{\partial}{\partial s} (z(s, r, \tau) \cdot \tau_{ss}(s, r, \tau)) \right] = 0 \end{aligned}$$

Il termine della turbolenza è rappresentato dagli sforzi tangenziali che compaiono nelle due equazioni di de Saint Venant.

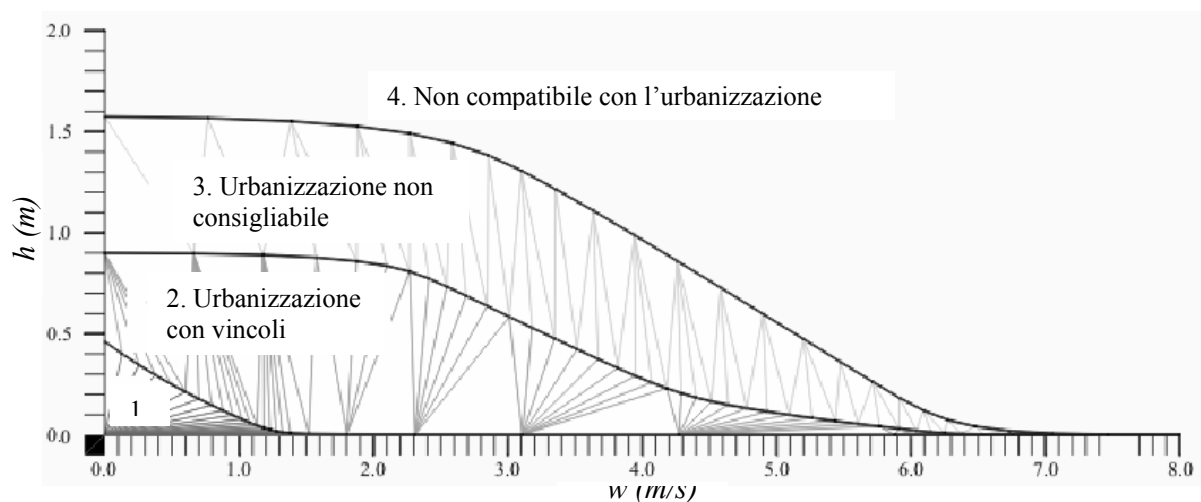
Il grosso vantaggio del modello bidimensionale rispetto a quello quasi bidimensionale è che la rappresentazione del campo di moto non richiede il ricorso ad alcuna schematizzazione iniziale, ma solo la conoscenza della geometria e della scabrezza dell'area (non più schematizzabile mediante una rete di canali cilindrici, ma da configurare mediante un modello digitale del terreno). Di contro, il modello bidimensionale richiede parecchio tempo di elaborazione (circa 10 volte superiore a quello dei modelli quasi bidimensionali), nonché un'accurata valutazione delle caratteristiche di scabrezza.



I modelli bidimensionali si dicono semplificati, qualora trascurino i termini d'inerzia convettiva (**modelli di simulazione delle piene bidimensionali di tipo iperbolico**) o tutti i termini d'inerzia (**modelli di simulazione delle piene bidimensionali di tipo parabolico**). Essi sono preferibili ai modelli bidimensionali completi, qualora occorre valutare soltanto le aree allagabili e le velocità medie della corrente, ma non il campo di moto.

I modelli quasi bidimensionali e bidimensionali semplificati consentono di valutare a quali condizioni idrauliche possono essere sottoposti gli insediamenti e le infrastrutture antropiche in seguito ad una piena critica, caratterizzata da un determinato periodo di ritorno. Le condizioni idrauliche da conoscere per individuare uno stato di alluvionamento critico possono essere ricondotte a due variabili di stato: il tirante idrico h e la velocità media w della corrente nella zona inondata.

Il diagramma rappresentato in Figura 6-2 può essere utile per valutare i possibili danni che possono essere provocati dalle esondazioni fluviali.



6-2: Indicazioni di massima sugli effetti delle inondazioni sulle urbanizzazioni (ACER, 1988)

Laddove i valori (h, w) appartengono al campo 4 di incompatibilità con l'urbanizzazione, significa che le condizioni idrauliche possono condurre a perdite di vite umane e danni gravi alle strutture. Qualora i valori della coppia (h, w) dovessero ricadere nel campo 3, potrebbe essere compromessa l'incolumità delle persone e potrebbero verificarsi danni funzionali alle strutture, se vi è assenza di strutture predisposte a resistere alle sollecitazioni dell'inondazione. Se, invece, h e w definiscono una coppia ricadente nel campo 2, non dovrebbe essere pregiudicata l'incolumità delle persone e si possono al massimo riscontrare danni minori alle strutture, qualora sussistano accorgimenti costruttivi in grado rispettivamente di consentire una facile e immediata evacuazione dell'area inondabile e di difendere le infrastrutture dalle sollecitazioni dell'inondazione. Nel campo 1 l'inondazione non dovrebbe provocare alcun danno significativo alle strutture, né compromettere l'incolumità delle persone, compresi i bambini e i disabili accompagnati.

In ogni caso, qualora ci si trovi nei campi 1 e 2, ed è necessario incrementare l'urbanizzazione dell'area inondabile, occorre valutare se i nuovi ingombri causino una variazione della coppia di valori (h, w) tale da passare nel campo 3. In tal caso è consigliabile realizzare solo opere pubbliche o di interesse pubblico non altrimenti localizzabili. Qualora un ingombro di progetto dovesse provocare il passaggio al campo 4, sarebbe opportuno non realizzarlo.



6.3 La mitigazione del rischio idraulico

Gli interventi di preannuncio e di prevenzione per la mitigazione del rischio idraulico possono essere sostanzialmente riconducibili a due classi distinte: quella degli **interventi non strutturali** e quella degli **interventi strutturali**. Gli interventi strutturali sono quelli che agiscono sulla struttura fisica del bacino e del corso d'acqua, modificandola. Tutti gli altri interventi di mitigazione sono detti non strutturali. Entrambi i tipi di intervento, poi, possono essere suddivisi in **attivi** e **passivi**.

Gli **interventi non strutturali attivi** sono attività di controllo e monitoraggio diretto sul territorio, in Italia di competenza precipua della Protezione Civile. Gli **interventi non strutturali passivi** consistono, invece, in provvedimenti cautelativi e preventivi di pianificazione e di copertura assicurativa; in Italia sono definiti dalle Autorità di bacino, dalle Regioni e dalle Province.

Gli **interventi strutturali attivi** tendono ad abbattere i colmi di piena, mentre gli **interventi strutturali passivi** tendono ad aumentare la capacità idrovetrice dei corsi d'acqua.

La Tabella 6-1 riassume tutti i tipi di interventi di mitigazione del rischio idraulico conosciuti in letteratura, ordinandoli secondo uno schema che non deve essere però rigidamente interpretato, in quanto serve solamente a dare un'idea di massima degli effetti che le diverse misure di mitigazione del rischio idraulico hanno nei confronti degli eventi eccezionali di piena.

TIPOLOGIE DI INTERVENTI PER LA MITIGAZIONE DEL RISCHIO IDRAULICO		ATTIVI		PASSIVI
NON STRUTTURALI		Monitoraggio idropluviometrico e idrologico per il preannuncio delle piene. Manutenzione ordinaria degli alvei e delle opere idrauliche già realizzate.		Norme d'uso del territorio Copertura assicurativa
STRUTTURALI	<i>Puntuali</i>	Opere di ritenuta	Scolmatori Diversivi	Arginature Ricalibrature
	<i>Diffusi</i>	Sistemazioni vegetali		

Tabella 6-1: Classificazione degli interventi di mitigazione del rischio idraulico

Nei paragrafi che seguono sono esposti i concetti generali di alcuni degli interventi di mitigazione del rischio idraulico richiamati nella Tabella 6-1, rimandando ai capitoli 7, 8 e 9 per una più esauriente descrizione dei più importanti interventi strutturali puntuali.

6.4 Il monitoraggio idropluviometrico e idrologico per il preannuncio delle piene

Il monitoraggio idropluviometrico e idrologico per il preannuncio delle piene ha lo scopo di diminuire temporaneamente e per un intervallo di tempo quanto più limitato possibile (durata della piena) l'esposizione al rischio in una determinata zona inondabile. La riduzione dell'esposizione può avvenire o delocalizzando i beni



esposti (persone e alcuni beni mobili) o realizzando opere provvisorie di difesa idraulica. Entrambi i tipi di soluzione devono essere realizzati in funzione del tempo disponibile di preannuncio.

Il monitoraggio idropluviometrico per la previsione delle piene consiste in un sistema di modelli in grado di restituire la portata di piena in un tratto fluviale d'interesse, a partire dal monitoraggio in tempo reale delle piogge cadenti sul bacino idrografico di pertinenza.

Il monitoraggio idrologico per la previsione delle piene consiste in un semplice modello in grado di restituire la portata di piena in una sezione fluviale d'interesse, a partire dal monitoraggio in tempo reale delle portate misurate in una sezione fluviale molto più a monte della sezione d'interesse.

I due metodi possono essere alternativi o complementari, per rendere più efficiente la previsione della piena critica.

In Italia il monitoraggio idropluviometrico in particolare è oggetto di un massiccio intervento di potenziamento, oltre che di ristrutturazione delle competenze. L'art. 92 del D.Lvo. 112/1998 ha trasferito alle Regioni tutte le competenze sulla gestione ordinaria e il potenziamento delle reti di monitoraggio idropluviometrico, mentre la L. 267/1998 e la L. 365/2000 hanno di fatto avviato un vasto programma di potenziamento delle stesse reti di monitoraggio.

Il potenziamento del monitoraggio idropluviometrico è giustificato soprattutto quando esiste una forte antropizzazione di un'area a rischio di inondazione e qualsiasi intervento strutturale risulterebbe dispendioso e comunque poco risolutivo. Si ricorre al monitoraggio anche quando il valore degli elementi esposti è ridotto (e quindi tale da non richiedere forti investimenti nella difesa idraulica di tipo strutturale) o gli elementi stessi sono in gran parte facilmente delocalizzabili in poco tempo. Il monitoraggio e il preannuncio delle piene si pone comunque come strumento di ulteriore tutela del sistema antropico dalle inondazioni, anche quando tale sistema è ben protetto da idonei interventi strutturali, che, in ogni caso, si limitano solo a mitigare il rischio, senza mai annullarlo.

6.4.1 Il monitoraggio idropluviometrico

L'architettura del sistema di preannuncio delle piene in base al monitoraggio delle piogge può essere schematizzato secondo la tassonomia in figura 6-3.

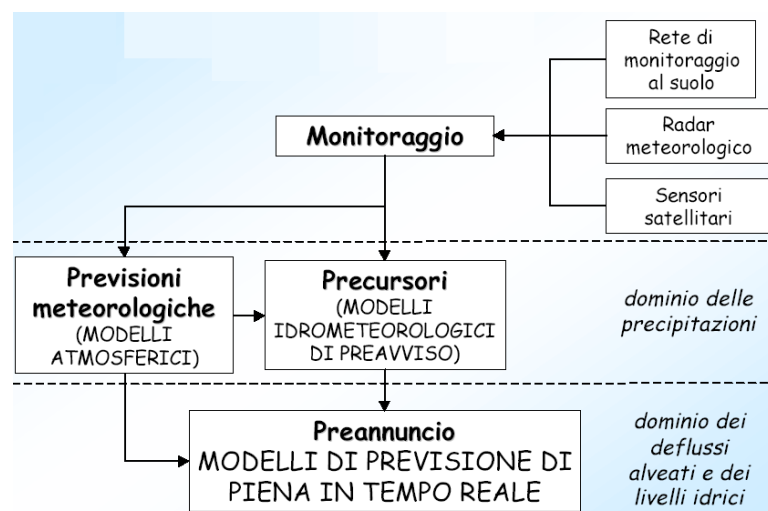


Figura 6-3: Architettura di un sistema di monitoraggio e preannuncio delle piene



Il monitoraggio può avvenire mediante tecniche tradizionali di misura puntuale a terra delle piogge (**telepluviografi**). In questo caso occorre prevedere l'utilizzo di modelli che trasformino le altezze di pioggia puntuali telemisurate in una congrua distribuzione spaziale della portata pluviale che incombe sul bacino idrografico monitorato. Tali modelli possono rifarsi ai metodi illustrati nel Capitolo 1.

Oltre alle tecniche di misura massica di acqua piovana, si stanno ultimamente sviluppando e raffinando tecnologie di misura **radar da terra**, nonché tecnologie **remote sensing**, basate su sensori remoti aerotrasportati, che sono entrambe in grado di fornire, previa opportuna calibrazione, direttamente la distribuzione spaziale delle precipitazioni che incombono sul bacino idrografico monitorato.

I **radar** (*radio detection and ranging*) sono dispositivi di misura attivi, nel senso che misurano la potenza di un'onda elettromagnetica da loro stessi trasmessa. La misura dell'intensità di pioggia viene eseguita mediante una legge che la esprime in funzione della riflettività radar Z e che è stata per la prima volta sviluppata da *Marshall & Palmer*⁷. Quando un radar emette un impulso elettromagnetico, questo attraversa una serie di volumi elementari di aria. Nell'attraversare un determinato volume costituito da una certa percentuale d'acqua sotto forma di gocce, la potenza P_r del segnale riflesso dallo stesso volume, che giunge al radar, può essere espressa mediante la seguente formula semplificata:

$$P_r = \frac{C_r \cdot Z \cdot L_a}{R^2}$$

in cui:

C_r = Costante caratteristica del radar;

Z = Riflettività del volume attraversato dall'impulso radar;

L_a = Fattore di attenuazione della potenza dell'impulso;

R = Distanza tra il radar e il volume attraversato dall'impulso.

Se C_r e L_a sono parametri noti, e se R è legato linearmente al ritardo con cui l'impulso trasmesso viene ricevuto dal radar, la riflettività Z deve essere calibrata in funzione della quantità di gocce presenti nel volume d'aria attraversato dal segnale radar. *Marshall & Palmer* individuarono, per definire Z , la seguente espressione:

$$Z = \int_V D^6 \cdot N(D) \cdot dD \quad (6.1)$$

in cui:

D = diametro delle gocce;

$N(D)$ = distribuzione del diametro delle gocce;

V = volume attraversato dall'impulso radar.

Gli stessi autori hanno definito, poi, anche la legge di distribuzione $N(D)$:

$$N(D) = N_0 \cdot e^{-\lambda D}$$

in cui suggeriscono di porre:

$$N_0 = 8000 \text{ m}^3/\text{mm}$$

$$\lambda = 4,1 \cdot R^{-0,21} \text{ mm}^{-1}$$

⁷ Cfr. MARSHALL & PALMER [1948].



In questo modo la (6.1) può essere scritta nella seguente forma:

$$Z = a \cdot i^b \quad (6.2)$$

dove i rappresenta l'intensità di pioggia (mm/h) e a , b rappresentano due costanti da calibrare in funzione dell'evento temporalesco. Per piogge convettive associate a fronti di aria fredda, risulta, in media, che $a=230$ e $b=1,2$. Per piogge temporalesche associate a convezione locale, risulta, in media, che $a=400$ e $b=1,3$.

Le tipologie di radar da terra utilizzabili nel campo del monitoraggio meteorologico di preallarme sono diverse e nel seguito sono elencate in funzione della complessità tecnologica crescente.

- **Radar a singola polarizzazione:** trasmette impulsi microonde polarizzati con lunghezza d'onda compresa tra 1 e 20 cm. In particolare il radar si dice a **banda K**, se trasmette con lunghezza d'onda di 1 cm, a **banda X**, se trasmette con lunghezza d'onda di 3 cm, a **banda C**, se trasmette con lunghezza d'onda di 5 cm, a **banda S**, se trasmette con lunghezza d'onda di 10 cm, a **banda L**, se trasmette con lunghezza d'onda di 20 cm. In funzione del ritardo e della potenza del segnale riflesso è possibile dedurre la distanza e la quantità d'acqua condensata presente in un determinato volume dell'atmosfera.
- **Radar a doppia polarizzazione:** trasmette alternativamente impulsi in polarizzazione verticale e orizzontale. In questo modo le gocce d'acqua vengono intercettate lungo due dimensioni geometriche e ciò consente di risalire con maggiore precisione al volume d'acqua condensato in un determinato volume d'atmosfera.
- **Radar doppler:** è capace di elaborare la variazione di frequenza dell'onda riflessa rispetto all'onda trasmessa. In realtà, a prescindere dall'effetto doppler, si ha già una riduzione della frequenza nel segnale riflesso, a causa della perdita di potenza. A tale variazione di frequenza si unisce quella che si verifica quando le particelle di pioggia contenute nel volume di controllo si muovono in direzione non ortogonale al fascio radar trasmesso. La componente di velocità delle gocce rispetto alla direzione del fascio trasmesso modifica la frequenza del segnale riflesso. Ciò consente di risalire alla velocità di caduta della pioggia, che è un'informazione supplementare rispetto a quelle dei precedenti tipi di radar. I radar doppler possono essere a singola o a doppia polarizzazione.

I radar consentono di restituire immagini riportanti il valore dell'intensità di pioggia, con una risoluzione spaziale dell'ordine del km^2 (Figura 6-4).

Nell'utilizzare i radar da terra per la previsione in tempo reale delle piene fluviali occorre comunque tenere conto di alcuni limiti funzionali di tali dispositivi di misura. I radar, ad esempio, misurano le gocce di pioggia contenute nell'atmosfera ad una determinata distanza dal suolo (generalmente 1 km) e non tengono conto della effettiva possibilità che queste raggiungano il suolo, senza sfuggire al vento e all'evaporazione. Tuttavia il radar può anche sottostimare la pioggia che effettivamente cade al suolo, allorquando questa si sviluppi a bassa quota. Un altro limite delicato dei radar da terra è legato alla relazione non univoca tra la riflettività e l'intensità di pioggia. La legge (6.2), infatti, deve essere ogni volta calibrata, in quanto i coefficienti a e b sono particolarmente sensibili ai regimi climatici. Per questo motivo una rete pluviometrica di terra diventa l'unico mezzo di calibrazione di tali coefficienti. Il raggio d'azione dei radar da terra, inoltre, risente molto della potenza di trasmissione dei loro segnali e dell'orografia della zona circostante. Nei migliori dei casi non supera i $250 \div 300$ Km, per informazioni di tipo qualitativo, mentre non supera i 100 Km, per informazioni di tipo quantitativo.

Al contrario dei radar terrestri, le tecnologie *remote sensing*, che sono generalmente montate su satelliti orbitanti attorno alla Terra, riescono a rilevare aree di dimensione continentale con strumenti di potenza davvero contenuta. I dati idrometeorologici telerilevati rappresentano valori medi spaziali misurati in celle di territorio che generalmente sono ampi non meno di $1 Km^2$.



I sensori montati a bordo dei satelliti possono essere attivi, in grado cioè di emettere onde e registrarne la parte riflessa che ritorna al sensore, e possono essere passivi, in grado cioè di misurare l'intensità delle onde emesse dalla Terra.

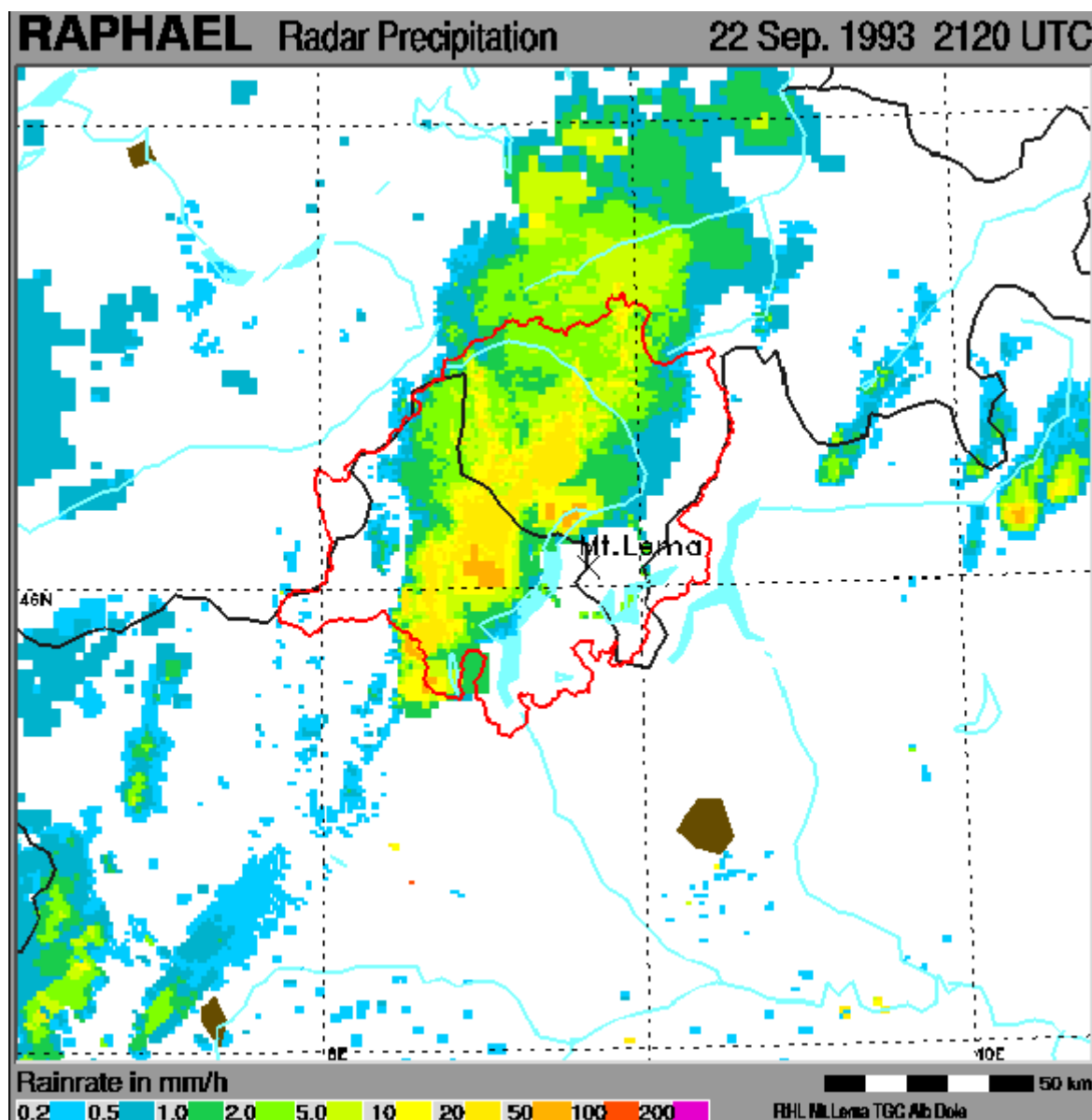


Figura 6-4: Immagine di una meteora mediante il radar di Monte Lema il giorno 22 settembre 1993 alle ore 21:20

I sensori più comuni a bordo dei satelliti sono:

- il **fotometro**, che è un dispositivo ottico o elettromagnetico (elettrofotometro), che consente di misurare l'intensità dell'energia elettromagnetica nel campo del visibile;
- l'**interferometro**, che è uno strumento ottico in grado di decomporre un raggio luminoso nelle sue componenti blu, verde e rosso;
- il **radiometro**, che è uno strumento elettromagnetico che misura l'intensità di una radiazione elettromagnetica in una particolare banda dello spettro elettromagnetico (radiometro all'infrarosso, radiometro a microonde, ...);



- lo **spettrometro**, che è un dispositivo elettromagnetico capace di misurare la distribuzione spettrale dell'energia elettromagnetica, dopo il passaggio delle onde attraverso un prisma a dispersione o un reticolo a diffrazione o un filtro d'interferenza;
- lo **scatterometro**, che è un radiometro a microonde di tipo attivo, in grado di misurare l'intensità degli impulsi radar riflessi dal terreno, in funzione dell'angolo di incidenza, e di restituire la rugosità superficiale dei materiali.

I sensori remoti sono montati sia su **satelliti geostazionari** che su **satelliti polari**. I primi viaggiano con una velocità angolare uguale a quella terrestre, attorno all'asse di rotazione della Terra. Consentono il rilevamento continuo di una stessa zona della Terra. I satelliti polari ruotano attorno ad un'orbita ellittica che contiene l'asse di rotazione terrestre. In tal modo essi passano sopra i due poli e scandiscono la superficie terrestre con strisciate che vanno dal basso verso l'alto o viceversa.

In Figura 6-5 sono riportate le aree di interesse dei maggiori sistemi satellitari geostazionari per il monitoraggio meteorologico.

Un satellite geostazionario che attualmente fornisce informazioni idrometeorologiche per l'Europa e l'Africa è il **Meteosat 7**, gestito dal consorzio **EUMETSAT** (*EUropean organisation for the exploitation of METeorological SATellite*)⁸. Il satellite, a 36'000 km di quota, rileva in continuo e campiona i dati ogni mezz'ora, trasmettendoli alla stazione di *Darmsadt*, in Germania, che li rielabora e li restituisce secondo tre canali: quello del visibile (**VIS2**), quello dell'infrarosso (**IR2**) e quello del vapore acqueo (**WV1**). La sovrapposizione dell'immagine visibile (purtroppo disponibile solo di giorno, in presenza di irraggiamento solare) con quella all'infrarosso (che consente di discernere visivamente le superfici più calde da quelle più fredde) restituisce un'immagine cosiddetta bispettrale, che consente di determinare il tipo di nubi e i fenomeni in atto. Le immagini, suddivise in settori (C1D, B1, D1, ...) sono attualmente disponibili su internet (Figura 6-6) con risoluzione di 2,5 km al nadir per il canale Visibile e di 5 km al nadir per il canale Infrarosso.

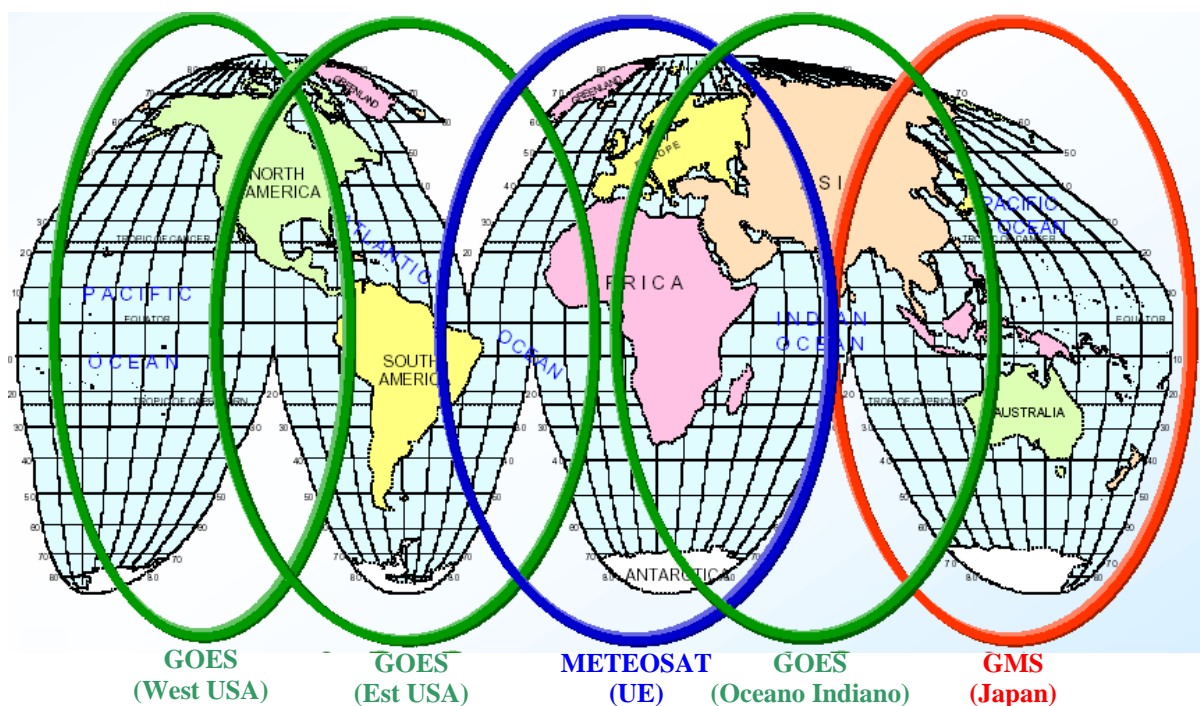


Figura 6-5: Principali satelliti geostazionari per il monitoraggio meteorologico

⁸ Il Consorzio EUMETSAT gestisce attualmente tre satelliti METEOSAT orbitanti: il METEOSAT 5, il METEOSAT 6 (oggetto di alcune anomalie) e il METEOSAT 7.



Figura 6-6: Quadro sinottico delle immagini Meteosat 7

Una tecnica speditiva per dedurre le intensità di pioggia in tempo reale da un'immagine Meteosat è quella denominata **NAW** (dalle iniziali degli autori che l'hanno proposta⁹), plausibile solo per temporali di tipo convettivo tropicale e non per temporali di tipo frontale. In pratica la tecnica NAW utilizza l'immagine bispettrale, da cui è in grado di rilevare contemporaneamente due informazioni: l'area nuvolosa e la distribuzione della temperatura sulla sua superficie superiore. In base a tali informazioni le nuvole vengono divise in tre zone. Una prima zona, pari al 10% della totale copertura nuvolosa, deve essere localizzata laddove le temperature sono più fredde: tale zona è denominata **I1** e le si associa un'intensità media della pioggia pari a 8 mm/h . Una seconda zona, pari al 40% della totale copertura nuvolosa, deve essere localizzata laddove le temperature rimanenti sono più fredde: tale zona è denominata **I2** e le si associa un'intensità media della precipitazione pari a 2 mm/h . Infine vi è una terza zona, pari al rimanente 50% della totale copertura nuvolosa, che è la più calda e a cui non si associa alcuna pioggia.

Un altro sistema di satelliti geostazionari per il monitoraggio idropluviometrico è l'**MSG** (Meteosat Second Generation). L'**MSG-1** è già in orbita dal 2002 e opera in parallelo al Meteosat 7. L'**MSG-2** è in orbita dal 2003. Il sistema MSG è in grado di restituire immagini a bassa ed elevata risoluzione (1 km^2 al nadir), con frequenza rispettivamente di 15 e 5 minuti. I canali di rappresentazione delle immagini sono 12, tra cui vi è la visualizzazione della radiazione termica emessa dalla terra e dall'atmosfera, la visualizzazione dell'altezza delle nubi e delle loro temperature, la visualizzazione dei vettori del vento.

I satelliti polari utilizzati per la meteorologia sono di proprietà statunitense e sono i **NOOA**. Per le previsioni meteorologiche vengono utilizzati solo due canali radiometrici: quello visibile (canale 2) e quello infrarosso (canale 4).

I dati pluviometrici raccolti in tempo reale da un monitoraggio di terra di tipo tradizionale o radar o da un monitoraggio satellitare possono essere utilizzati direttamente all'interno di un modello matematico di trasformazione afflussi-deflussi, per ricavare l'andamento dell'idrogramma di piena fino all'orizzonte temporale di preannuncio. Il risultato di tali applicazioni, però, non contempla l'evoluzione futura del fenomeno piovoso, in quanto ipotizza il cessare della pioggia dall'istante dell'ultima misura fino all'orizzonte temporale di preannuncio. Per tale motivo, soprattutto quando l'orizzonte temporale di preannuncio deve essere di diverse ore, occorre ricorrere ad opportuni modelli matematici di previsione della pioggia futura. Quest'ultimi possono essere classificati in tre tipologie.

⁹ Cfr. NEGRI ET ALII [1984]



I **modelli meteorologici numerici fisicamente basati** si basano sulla risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali, descriventi la conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, in riferimento ad un volume di controllo di una ben definita porzione di atmosfera. Questi modelli possono avere un volume di controllo esteso a tutta la troposfera e in tal caso sono chiamati **GCM** (*Global Circulation Model*), ovvero un volume di controllo più ristretto e in tal caso sono chiamati **LAM** (*Limited Area Model*). Tali modelli sono nel complesso di modesta affidabilità, in quanto necessitano di osservazioni molto puntuali e frequenti, per consentire di calibrare e validare i parametri del modello per la rappresentazione esplicita delle nubi con una elevata risoluzione spaziale.

I **modelli meteorologici di nowcasting** (previsioni a brevissima scadenza) hanno trovato spazio nella previsione meteorologica nel momento in cui sono state sviluppate tecniche di interpretazione quantitativa delle immagini radar terrestri e satellitari. In pratica si prevede la posizione futura della meteora supponendo che questa trasli con velocità costante lungo la stessa direzione. La conoscenza quantitativa della pioggia derivante dall'analisi delle immagini consente di stabilire la distribuzione delle piogge con un'ottima approssimazione, fino ad una o al massimo due ore di ritardo. Tali modelli possono essere utilizzati anche in maniera integrata con i modelli numerici fisicamente basati. Infatti l'output dei modelli numerici fisicamente basati può servire da input per determinare la velocità del vento nelle ore future, oppure l'output dei modelli di *nowcasting* può servire da input per la calibrazione e validazione dei modelli numerici fisicamente basati.

I **modelli meteorologici di tipo statistico** utilizzano l'analisi statistica delle osservazioni di pioggia a terra, sulla base delle precedenti precipitazioni registrate. Sono modelli in grado di valutare la probabilità che un determinato evento meteorico concentrato e di grande intensità superi una certa durata. Gli approcci stocastici più diffusi sono quello del modello lineare autoregressivo a media mobile e quello delle reti neurali.

6.4.2 Il monitoraggio idrologico

Oltre alle tecniche di preannuncio di tipo meteorologico, esistono anche tecniche di preannuncio di tipo idrologico, basate su modelli di propagazione di un'onda di piena misurata in una sezione a monte dell'area da salvaguardare. L'applicabilità di questa tecnica di monitoraggio e previsione è assai rara, richiedendo infatti:

- 1) che la sezione *M* di misura sia sufficientemente distante dalla sezione *I* di interesse, al fine di prevedere con congruo anticipo (dell'ordine di ore) l'eventuale esondazione nella sezione di interesse;
- 2) che l'interbacino idrografico compreso tra il bacino della sezione *I* e quello della sezione *M* dia un contributo d'acqua al tratto fluviale *MI* trascurabile rispetto alle portate registrate nella sezione di misura.

Le circostanze 1 e 2 non si verificano spesso contemporaneamente, a meno che il tronco *MI* non sia ubicato in una zona valliva, in cui il contributo d'acqua dell'interbacino risulta essere più ridotto e ritardato rispetto alle portate misurate in *M* e alla celerità dell'onda di piena. La combinazione delle due circostanze si verifica anche quando le piogge sono concentrate nel solo bacino idrografico definito dalla sezione di misura. In ogni caso il monitoraggio idrologico è difficilmente fattibile in bacini idrografici di estensione inferiore alle migliaia di chilometri quadrati.

Il monitoraggio idrologico viene svolto mediante il ricorso a modelli concettuali detti **modelli idrologici**, che non rispettano rigorosamente le leggi della continuità e della conservazione dell'energia, come avviene, invece, per i **modelli idraulici**, che si basano sulla soluzione di equazioni differenziali¹⁰. Se i modelli idraulici non richiedono taratura, in quanto le grandezze sono fisicamente definite, i modelli idrologici devono essere calibrati e sono applicabili solo nel campo di variazione dei valori utilizzati nella taratura. Tuttavia i modelli idro-

¹⁰ Cfr. i paragrafi F.9 e F.10 in Appendice



logici sono preferibili a quelli idraulici, in quanto quest'ultimi richiedono una conoscenza dettagliata della geometria e della scabrezza di un corso d'acqua, che nella natura si presenta in maniera complessa ed eterogenea. Lo svantaggio di una minore accuratezza e generalità dei risultati dei modelli idrologici è ampiamente bilanciato dalla facilità di raccolta dei dati necessari alla loro esecuzione, consistenti in un semplice campione di misure di portate.

Nel seguito si propongono due modelli idrologici sviluppati nell'ambito di diversi progetti di monitoraggio delle piene.

METODO MUSKINGUM

Il metodo *Muskingum* è stato sviluppato da *Mc Carthy* nel 1938, per l'*U.S. Corps of Engineers*, per lo studio della propagazione delle onde di piena nel fiume *Muskingum*, affluente dell'*Ohio*. *Mc Carthy* ha supposto che l'onda di piena si propaghi in maniera cinematica, in modo da accettare la relazione biunivoca tra le portate misurate nelle sezioni *M* e *I* e i rispettivi tiranti. Se ci si trovasse in ipotesi di moto permanente, il volume invaso dall'alveo nel tratto *MI* sarebbe proporzionale al tirante in *I* e *M* e quindi alla portata Q_I o Q_M . Indicando con k tale coefficiente di proporzionalità, dalle dimensioni di un tempo, si potrebbe scrivere:

$$V_{MI} = k \cdot Q_I = k \cdot Q_M$$

In realtà durante la propagazione dell'onda di piena, il moto non è permanente, per cui il volume invaso nel tratto dell'alveo *MI* è proporzionale ad una media pesata di Q_I e Q_M . Indicando con x il fattore di peso della portata in ingresso dalla sezione *M*, si ha:

$$V_{MI} = k \cdot [x \cdot Q_M + (1-x) \cdot Q_I]$$

con $0 < x < 1$.

A tale equazione *Mc Carthy* ha affiancato l'equazione differenziale di continuità, ottenendo il sistema seguente:

$$\begin{cases} Q_M(\tau) - Q_I(\tau) = \frac{dV_{MI}(\tau)}{d\tau} \\ V_{MI}(\tau) = k \cdot [x \cdot Q_M(\tau) + (1-x) \cdot Q_I(\tau)] \end{cases} \quad (6.3)$$

Il sistema (6.3) viene praticamente risolto facendo ricorso al metodo delle differenze finite, secondo cui:

$$\begin{cases} \frac{Q_M(\tau) + Q_M(\tau + \Delta\tau)}{2} - \frac{Q_I(\tau) + Q_I(\tau + \Delta\tau)}{2} = \frac{V_{MI}(\tau + \Delta\tau) - V_{MI}(\tau)}{\Delta\tau} \\ V_{MI}(\tau) = k \cdot [x \cdot Q_M(\tau) + (1-x) \cdot Q_I(\tau)] \end{cases}$$

e quindi:

$$Q_I(\tau + \Delta\tau) = \frac{x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot Q_M(\tau) + \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot Q_M(\tau + \Delta\tau) - \frac{1 - x - \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot Q_I(\tau) \quad (6.4)$$



Nelle condizioni iniziali caratterizzate dal solo deflusso di base (con $\tau = 0$) si ha un moto permanente. In genere si pone $Q_M(0) = Q_I(0) = Q_0$. Pertanto la (6.4) si può scrivere nella seguente maniera:

$$\Delta Q_I(\tau + \Delta\tau) + Q_0 = \frac{x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot [\Delta Q_M(\tau) + Q_0] + \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot [\Delta Q_M(\tau + \Delta\tau) + Q_0] - \frac{1 - x - \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot [\Delta Q_I(\tau) + Q_0] \quad (6.5)$$

con ΔQ pari al surplus dell'onda di piena.

Esplicitando la (6.5) si ha:

$$\begin{aligned} \Delta Q_I(\tau + \Delta\tau) + Q_0 &= \frac{x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_M(\tau) + \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_M(\tau + \Delta\tau) - \frac{1 - x - \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_I(\tau) + \\ &+ \left[\frac{x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} + \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} - \frac{1 - x - \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \right] \cdot Q_0 \end{aligned}$$

Il termine in parentesi quadra è uguale a 1, per cui:

$$\Delta Q_I(\tau + \Delta\tau) = \frac{x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_M(\tau) + \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_M(\tau + \Delta\tau) - \frac{1 - x - \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_I(\tau) \quad (6.6)$$

che riconduce il calcolo nella sezione d'interesse al solo surplus di portata rispetto a quella in condizioni iniziali di moto permanente.

Sempre nelle condizioni iniziali, con moto permanente, si ha che $\Delta Q_M(\tau) = \Delta Q_I(\tau) = 0$, per cui la (6.6) si specializza in:

$$\Delta Q_I(\tau + \Delta\tau) = \frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \cdot \Delta Q_M(\tau + \Delta\tau)$$

Poiché al primo step di calcolo deve essere $\Delta Q_M(\tau + \Delta\tau) > 0$, per ottenere un valore non negativo di $\Delta Q_I(\tau + \Delta\tau)$, com'è lecito attendersi, occorre che sia:

$$\frac{-x + \frac{\Delta\tau}{2k}}{1 - x + \frac{\Delta\tau}{2k}} \geq 0$$

Il denominatore a primo membro è sempre positivo. Il numeratore è invece positivo quando:

$$\Delta\tau \geq 2k \cdot x \quad (6.7)$$

Quindi il passo temporale da utilizzare per risolvere con il metodo delle differenze finite il sistema (6.3) dipende dai parametri k e x .

Il parametro x , anche se in teoria è compreso tra 0 e 1, non può assumere valori superiori a 0,5, in quanto provocherebbe, l'indesiderata amplificazione dell'onda di piena nella sezione I (calcolo instabile). Per riprodurre gli effetti di laminazione, pertanto, occorre che $0 < x \leq 0,5$.

Quando $x = 0,5$ e $\Delta\tau = 2k \cdot x$, la (6.6) si specializza in:

$$\Delta Q_I(\tau + \Delta\tau) = \Delta Q_M(\tau)$$

secondo cui l'onda di piena a valle è identica e precisa a quella di monte (onda cinematica), e si riproduce dopo un intervallo di tempo $\Delta\tau = k$. Quindi k rappresenta il tempo di propagazione dell'onda di piena nel tratto MI .



La taratura del modello *Muskingum* consiste nel definire i valori di k e x , attraverso diverse misure contemporanee delle portate Q_M e Q_I . Si impone la minimizzazione dello scarto quadratico medio tra le portate misurate e quelle calcolate nella sezione I , vincolando i parametri k ed x al seguente modo:

$$k > 0$$

$$0 < x \leq 0,5$$

Calcolando i parametri k e x per diverse onde di piena, nello stesso tratto fluviale MI , si ottengono valori differenti di taratura, in quanto la modalità di propagazione di un'onda di piena dipende dalla celerità e dalla velocità di attenuazione del colmo, oltre che dalle caratteristiche del corso d'acqua (variabili stagionalmente o a seguito di ogni alluvione) e dai tiranti iniziali (in base ai quali possono variare le forze che si oppongono al moto). Per questo motivo occorre utilizzare con la dovuta cura la coppia di parametri più adatta a simulare la propagazione di una determinata onda di piena, al fine di prevedere con maggiore sicurezza la portata al colmo.

Per molti corsi d'acqua $x \in [0,3 ; 0,5]$, assumendo valori più bassi nel caso il corso d'acqua MI possa essere assimilato ad un sistema di serbatoi in serie (a diffusività pronunciata).

In alcuni casi i valori dei parametri k e x possono imporre un incremento temporale $\Delta\tau$ troppo grande, e indurre alla sottostima della portata al colmo (Cfr. figura F-39 in Appendice). Si può immaginare, allora, di suddividere il corso d'acqua in n tronchi caratterizzati dallo stesso parametro x e dal parametro di propagazione dell'onda pari a k/n . In questo modo si abbatte $\Delta\tau$ di n volte.

METODO DELL'INVASO (METODO FANTOLI DE MARCHI)

Il metodo dell'invaso è stato sviluppato dagli idraulici italiani *Fantoli e De Marchi*¹¹, supponendo che l'onda di piena si propaghi in maniera cinematica, in modo da accettare la relazione biunivoca tra le portate misurate nelle sezioni M e I e i rispettivi tiranti. Definendo con Δs_{MI} la lunghezza del tratto fluviale, compreso tra le sezioni M e I , e con A_I l'area bagnata della sezione d'interesse I , il metodo ipotizza che il volume V_{MI} invaso nel tratto MI sia proporzionale al volume $\Delta s_{MI} \cdot A_I$. Indicando con k il coefficiente di proporzionalità, si ha:

$$V_{MI}(\tau) = k \cdot A_I(\tau) \cdot \Delta s_{MI}$$

Affiancando l'equazione differenziale di continuità:

$$Q_M(\tau) - Q_I(\tau) = \frac{dV_{MI}(\tau)}{d\tau}$$

e facendo ricorso al metodo delle differenze finite, si ottiene il sistema seguente:

$$\begin{cases} \frac{Q_M(\tau) + Q_M(\tau + \Delta\tau)}{2} - \frac{Q_I(\tau) + Q_I(\tau + \Delta\tau)}{2} = \frac{V_{MI}(\tau + \Delta\tau) - V_{MI}(\tau)}{\Delta\tau} \\ V_{MI}(\tau) = k \cdot A_I(\tau) \cdot \Delta s_{MI} \end{cases} \quad (6.8)$$

e quindi:

$$Q_I(\tau + \Delta\tau) + 2k \frac{\Delta s_{MI}}{\Delta\tau} A_I(\tau + \Delta\tau) = Q_M(\tau) + Q_M(\tau + \Delta\tau) - Q_I(\tau) + 2k \frac{\Delta s_{MI}}{\Delta\tau} A_I(\tau) \quad (6.9)$$

¹¹ Cfr. FANTOLI [1925] e DE MARCHI [1945]



In coerenza con la citata ipotesi cinematica, A_I viene sostituita dalla portata derivata dalla scala di deflusso della sezione d'interesse: $Q_I = a \cdot A_I^b$ (con $b > 1$)¹². La (6.9) si riscrive, pertanto, nel seguente modo:

$$Q_I(\tau + \Delta\tau) + 2k \frac{\Delta s_{MI}}{\Delta\tau} \left[\frac{1}{a} Q_I(\tau + \Delta\tau) \right]^{\frac{1}{b}} = Q_M(\tau) + Q_M(\tau + \Delta\tau) - Q_I(\tau) + 2k \frac{\Delta s_{MI}}{\Delta\tau} \left[\frac{1}{a} Q_I(\tau) \right]^{\frac{1}{b}} \quad (6.10)$$

che, data la sua non linearità, può essere risolta solo per successive iterazioni.

Il metodo dell'invaso lineare, rispetto al metodo *Muskingum*, si basa su un calcolo più complesso delle portate di piena, ma ha il pregio di richiedere una taratura più semplice, legata alla determinazione del solo parametro k , adimensionale. La determinazione di k avviene mediante la minimizzazione dello scarto quadratico medio tra le portate misurate e quelle calcolate con la (6.10) nella fase preliminare di calibrazione. Anche in questo caso ogni onda di piena utilizzata per la calibrazione del metodo può determinare valori diversi di k , per gli stessi motivi già accennati alla descrizione del metodo *Muskingum*.

Se l'alveo di lunghezza Δs_{MI} fosse prismatico e la corrente caratterizzata da un pelo libero sempre parallelo al fondo dell'alveo, il volume invaso nel tratto fluviale MI sarebbe: $A_I \cdot \Delta s_{MI}$. In realtà per gli alvei naturali l'area della sezione I è più grande dell'area media del tratto MI . Ciò indurrebbe ad aspettarsi un valore del coefficiente k positivo ma inferiore a 1. È anche vero, però, che lungo i tratti fluviali si possono verificare fenomeni di allagamento di aree vaste, da cui l'acqua ritorna in alveo solo molto tempo più tardi. Vi è anche la diffusione dell'onda di piena, che induce un abbattimento del colmo una volta che l'onda stessa raggiunge la sezione I . Quest'ultime considerazioni indurrebbero ad aspettarsi un valore del coefficiente k superiore a 1.

Nelle applicazioni del metodo si è trovato sempre un valore di k superiore a 1 e comunque mai superiore a 2.

6.5 Le norme d'uso del territorio

I provvedimenti legislativi a favore della tutela dal rischio idraulico e più in generale idrogeologico sono stati quasi sempre emanati in Italia a seguito di eventi naturali calamitosi. Non a caso la prima Commissione parlamentare di studio, ovvero la **Commissione De Marchi**, venne costituita proprio dopo le alluvioni del 1966. La Commissione concluse i propri lavori con proposte molto interessanti, tra cui quella che stabiliva la necessità di inquadrare la pianificazione e la gestione del territorio a livello di "bacino" (non inteso in senso stretto di bacino idrografico, ma come un insieme di più bacini idrografici), come logica conseguenza del rispetto dell'unità dei sistemi ambientali, con particolare riguardo alla difesa del suolo e alla qualità delle acque. Individuò a tal proposito 12 grossi bacini a livello nazionale.

Il lavoro della Commissione non ebbe alcun seguito immediato, fino a che nel 1989, sulla base del principio di unitarietà della gestione del territorio a livello di "bacino", fu emanata la legge 183, sulla difesa del suolo. La legge ha istituito 6 **Autorità di bacino** di rilievo nazionale: il Po, il Tevere, l'Arno, l'Adige, l'Alto Adriatico e il Liri-Garigliano-Volturno e 18 Autorità di bacino interregionali (ora diventate 13), mentre ha delegato alle Regioni l'individuazione di ulteriori Autorità di bacino di rilievo regionale. Ogni Autorità di bacino ha l'obbligo di redigere il Piano di bacino.

¹² Cfr. a tal proposito la Figura F-42 in Appendice.



Il provvedimento legislativo che ha consentito alle Autorità di Bacino di essere operative è la L.253/1990. Seguì la L.493/1993, per la redazione dei **Piani di bacino** mediante il ricorso a stralci funzionali e territoriali, corredati da misure di salvaguardia immediatamente vincolanti e da un'adeguata programmazione di interventi.

Nonostante l'esistenza di tali leggi, mancavano gli strumenti normativi e le indicazioni minime a cui le Autorità di bacino dovevano fare riferimento per un'adeguata pianificazione e regolamentazione delle possibili attività antropiche sul territorio. Solo a seguito dei gravi eventi idrogeologici di Sarno nel maggio 1998, Cervinara nel dicembre 1999, Soverato nel settembre 2000, Piemonte nell'ottobre 2000, Liguria ottobre - novembre 2000, vi è stato un notevole impulso, sia nelle attività di pianificazione e programmazione di bacino, sia sotto il profilo di un maggiore impegno finanziario nel settore. Si ricordano a tal proposito il D.l. 180/98, convertito nella L.267/1998, promulgata a seguito della frana di Sarno, e il D.l. 275/2000, convertito nella L.365/2000, promulgata a seguito dell'alluvione di Soverato.

Oggi nella quasi totalità del territorio italiano vigono i Piani per l'Assetto Idrogeologico del territorio (detti anche PAI), che individuano le aree a rischio da frana e a rischio da inondazione secondo le quattro classi di rischio R1, R2, R3 e R4. Per ognuna di queste aree vigono norme di salvaguardia, che possono variare da piano a piano.

6.6 *Le sistemazioni vegetali*

Nel capitolo 2 è stato evidenziato come la percentuale di acqua piovana che concorre al deflusso superficiale venga ridotta dalla presenza della vegetazione, che espleta una duplice azione di trattenuta: quella di intercezione e quella di evapotraspirazione. Delle due, quella che ha effetti benefici più rilevanti nei confronti della riduzione dei deflussi di piena è l'intercezione, che è significativa all'inizio dell'evento piovoso, e si riduce, fino quasi ad annullarsi, per piogge di parecchie ore. Pertanto la vegetazione incide positivamente sulla diminuzione dei deflussi causati da piogge di breve durata. Il capitolo 5 riporta in diverse occasioni che le piogge critiche di un determinato bacino idrografico sono quelle che hanno una durata approssimativamente pari al tempo di corrivazione del bacino stesso. Si deduce, quindi, che adeguate coperture vegetali possono ridurre in maniera sensibile le portate di piena nei piccoli bacini idrografici, ovvero quelli montani. La mitigazione delle portate di piena da parte della vegetazione, però, non gode della proprietà di sovrapposizione degli effetti, nel senso che un bacino costituito da più sottobacini ricoperti da vegetazione, ha, rispetto a questi, un tempo di corrivazione più elevato ed è caratterizzato da afflussi critici di durata più lunga e molto probabilmente meno suscettibili all'intercezione vegetale. Quanto premesso giustifica la constatazione dell'efficacia delle coperture vegetali per bacini idrografici non superiori ai 50 Km².

Quando si intende sistemare con vegetazione un bacino il cui suolo sia nudo e spoglio, o quando si intende preservare lo strato vegetale già presente, occorre sempre tenere conto degli effetti che la vegetazione può avere sulla regimentazione dell'acqua piovana e sulla stabilità dei versanti. Se la copertura vegetale non garantisce un'adeguata regolazione delle acque piovane, queste tendono a raggiungere più difficilmente il reticolo idrografico, dovendo percorrere tragitti tortuosi e poco pendenti, che facilitano i fenomeni di infiltrazione, con conseguente alimentazione della falda sotterranea. Questo fenomeno, se dal lato idraulico appare benefico, in quanto diminuisce ancor di più l'aliquota d'acqua piovana che va ad alimentare il reticolo idrografico, dal punto di vista geotecnico può innescare fenomeni di instabilità dovuti all'innalzamento della falda o alla formazione di falde



sospese. Per tali motivi, in caso di terreni instabili, o potenzialmente instabili occorre sempre far precedere le sistemazioni vegetali da adeguati interventi di regimentazione delle acque (fossi di guardia, cunettoni, drenaggi, ecc.). Quando la copertura vegetale interessa quasi esclusivamente le sponde dei ruscelli e dei valloni, ne rallenta la corrente e favorisce il deposito in alveo del materiale lapideo sciolto dilavato dai versanti. In questo modo la sezione idrica utile del reticolo idrografico tende a ridursi, ed aumentano i rischi di esondazione, oltre che di dissesto localizzato lungo i valloni, diventati depositi instabili di roccia sciolta. Occorre sempre tenere conto di questi effetti indesiderati quando si decide di sistemare con vegetazione le sponde instabili di alvei montani, al fine di rinforzarle con l'azione di ancoraggio dell'apparato radicale.

Le tecniche di piantumazione utilizzabili nelle sistemazioni vegetali sono diverse. Si può ricorrere tanto a vegetazione erbacea, quanto a vegetazione arborea, quest'ultima a carattere arbustivo¹³ o ceduoabile¹⁴. Le sistemazioni a bosco sono da preferire a quelle erbose, per la maggiore capacità di ritenzione idrica da parte degli arbusti e degli alberi. In una sistemazione con vegetazione arborea, occorre utilizzare solo le specie adeguate alla zona fitoclimatica in cui si interviene. In Italia ne esistono 6, il cui nome si richiama più o meno vagamente alla specie di riferimento.

1. **Lauretum caldo:** Costituisce la fascia dal livello del mare fino a circa 300 metri di altitudine, sostanzialmente lungo le coste delle regioni meridionali (fino al basso Lazio sul versante tirrenico e fino al Gargano su quello adriatico), incluse Sicilia e Sardegna. Questa zona è botanicamente caratterizzata dalla cosiddetta macchia mediterranea, ed è un habitat del tutto favorevole alla coltivazione degli agrumi.
2. **Lauretum freddo:** Si tratta di una fascia intermedia, tra il Lauretum caldo e le zone montuose appenniniche più interne, nelle regioni meridionali già citate; ma questa fascia si spinge anche più a nord lungo le coste della penisola (abbracciando l'intero Tirreno e il mar Ligure a occidente e spingendosi fino alle Marche sull'Adriatico) interessando il territorio dal livello del mare fino ai 700-800 metri di altitudine sull'Appennino; inoltre si riferisce ad alcune aree ridotte influenzate dal clima dei grandi bacini lacustri prealpini (soprattutto il lago di Garda). Dal punto di vista botanico questa zona è fortemente caratterizzata dalla coltivazione dell'olivo ed è l'habitat tipico del leccio.
3. **Castanetum:** Riguarda sostanzialmente l'intera pianura Padana incluse le fasce prealpine e si spinge a sud lungo l'Appennino, restringendosi sempre più verso le estreme regioni meridionali; a parte la superficie pianiziale che si spinge fino al livello del mare lungo la costa dell'alto Adriatico (dalla Romagna all'Istria), questa fascia è generalmente compresa tra le altitudini di 300-400 metri e 900 metri nell'Italia settentrionale (la quota aumenta progressivamente verso sud col diminuire della latitudine). Questa zona dal punto di vista botanico è compresa tra le aree adatte alla coltivazione della vite (*Vitis vinifera*) e quelle adatte al castagno; è l'habitat ottimale delle latifoglie decidue, in particolare delle querce.
4. **Fagetum:** Si tratta di una fascia che interessa sostanzialmente il territorio montuoso compreso fra le Prealpi e le Alpi lungo tutto il perimetro della pianura Padana e si spinge a sud lungo gli Appennini restringendosi sempre più al diminuire della latitudine, fino a interessare solo le cime (monti della Sila, Pollino) nell'estremo lembo meridionale; questa fascia va generalmente dalle altitudini di 800-900 metri fino ai 1500 metri nell'Italia settentrionale, mentre nelle regioni meridionali arriva fino al limite della vegetazione arborea. Botanicamente questa zona è caratterizzata dai boschi di faggi e carpini, spesso misti agli abeti.

¹³ L'arbusto è una pianta perenne legnosa di altezza limitata (in genere tra 1 e 5 m), con più fusti aventi origine da un ceppo comune e ramoso fin dal basso.

¹⁴ La vegetazione ceduoabile è quella che può essere sottoposta a tagli periodici, a intervalli più o meno lunghi, eseguiti alla base di alberi di latifoglio (castagno, quercia, faggio, ecc.), agamici (ovvero che si riproducono asessualmente) e con spiccata attitudine pollonifera (a germogliare) dopo il taglio.



5. **Picetum:** E' la fascia montana, quasi esclusivamente alpina, che si estende tra i 1400-1500 metri e i 2000 metri di altitudine. Dal punto di vista botanico questa zona è caratterizzata dai boschi di conifere, non solo abeti, ma anche larici e pini.
6. **Alpinetum:** Rappresenta la fascia alpina estrema, compresa tra i 1700 metri e il limite della vegetazione arborea (che varia dai 1800 metri ai 2200 metri). Si tratta di una zona comunque caratterizzata da una vegetazione arborea piuttosto rada, costituita perlopiù da larici e da alcuni tipi di pino, che verso l'alto assumono portamento essenzialmente prostrato (*Pinus mugo*).

Per maggiore chiarezza in Figura 6-7 è riportata la distribuzione delle sei zone fitoclimatiche italiane.

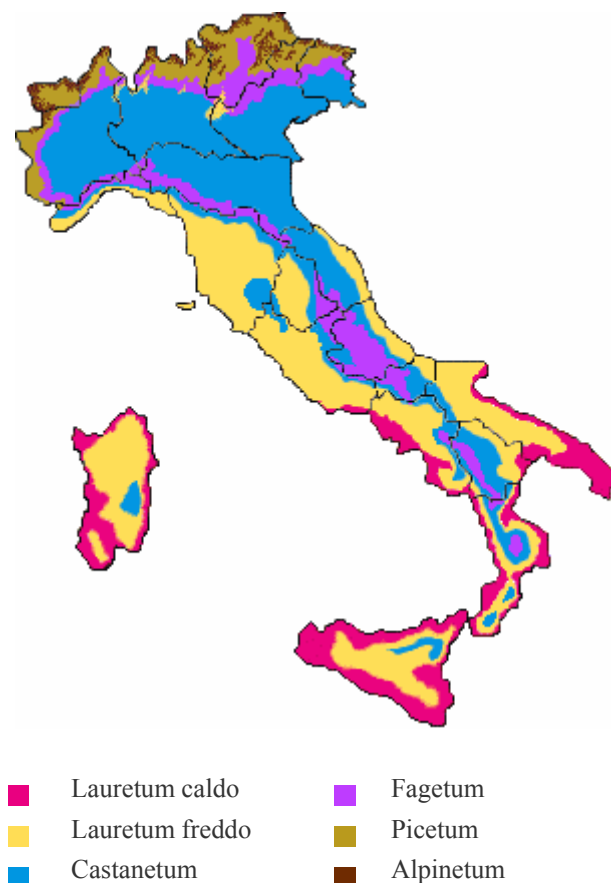


Figura 6-7: Mappa delle zone fitoclimatiche in Italia

Per quanto riguarda la vegetazione arborea arbustiva, in Italia trova largo impiego la ginestra di Spagna (in Figura 6-8), mentre per quanto riguarda la vegetazione arborea ceduoabile i più utilizzati sono la robinia (in Figura 6-9), l'ontano napoletano (in Figura 6-10) e l'eucalipto (in Figura 6-11), la cui zona fitoclimatica è il *Lauretum*. Nelle zone caldo-aride l'epoca più adatta per la piantagione è quella autunnale, per le maggiori disponibilità idriche nel periodo autunno-inverno e per la temperatura non eccessivamente rigida. Solo l'abete americano, specie esotica a rapido accrescimento,



Figura 6-8: Ginestra di Spagna



dà risultati migliori se è messo a dimora nel periodo di pre-ripresa vegetativa. L'unico limite di questa pianta è che la sua zona fitoclimatica è solo quella del *Castagnelum*.

Le sistemazioni erbose offrono una capacità di ritenzione idrica e di stabilizzazione dei versanti sicuramente più bassa rispetto alle sistemazioni boschive. Tuttavia risultano essere l'unica soluzione preferenziale alle quote superiori ai limiti altimetrici di formazione dei boschi. In ogni caso la cotica erbosa esercita, come i boschi, una considerevole azione antidilavante, riducendo la velocità d'impatto sul suolo delle gocce di pioggia, e in alcuni casi l'apparato radicale molto profondo può praticare un'azione stabilizzante per i versanti. Di riflesso si ottiene comunque un beneficio idraulico consistente nella riduzione delle portate solide impegnanti la rete idrica, e quindi delle portate complessive di piena. In quest'ottica, gli effetti favorevoli idraulici derivanti dalla riduzione dell'apporto solido nel reticolo idrografico, si affiancano a quelli favorevoli di ordine geotecnico, cui più direttamente mirano quegli interventi strutturali "di sistemazione dei bacini idrografici".

Il punto debole principale delle sistemazioni vegetali è la vulnerabilità agli incendi. Per quanto riguarda le sistemazioni erbose vi è anche il pericolo che possano essere oggetto di un esercizio irrazionale del pascolo. La suscettibilità agli incendi dei boschi è da guardare con più attenzione per via dei lunghi tempi di rigenerazione. La presenza nel bosco di superfici di pascolo o di fasce boscate costituite da piante arboree a difficile combustione (come l'ontano napoletano, la cui foglia è scarsamente combustibile), può limitare in maniera significativa l'estendersi di eventuali incendi.

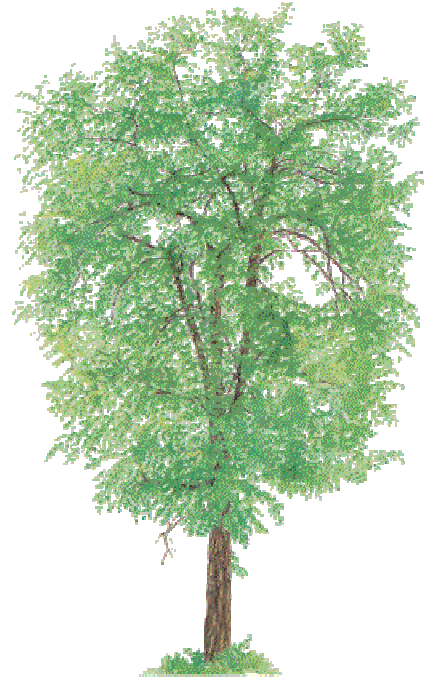


Figura 6-9: Robinia



Figura 6-10: Ontano napoletano



Figura 6-11: Eucalipto



6.7 Arginature e ricalibature

Gli interventi strutturali puntuali di tipo passivo hanno come scopo quello di aumentare la capacità idrovetttrice di un corso d'acqua, lungo un determinato tratto. Sono interventi realizzati generalmente nelle zone di fondo valle, in prossimità dello sbocco al mare, in quanto non consentono alle portate in transito di essere laminate, e provocano il conseguente aumento dei tiranti di colmo di piena immediatamente a valle.

Le **arginature** sono manufatti in rilevato disposti lateralmente al corso d'acqua. Agiscono solo in occasione di portate superiori ad un determinato valore di soglia. È preferibile realizzarle ad una congrua distanza dall'alveo di magra, al fine di consentire un minimo di laminazione (Figura 6-12).

Le **ricalibrature degli alvei** sono interventi che modificano la geometria, la scabrezza e la pendenza dell'alveo. Le **ricalibrature geometriche** consistono essenzialmente in uno scavo laterale di allargamento dell'alveo di magra. È preferibile realizzare un primo scavo su entrambi i lati per contenere le piene modeste, e poi un secondo scavo, meno profondo, ma più largo, per contenere con maggiore capacità le piene maggiori, consentendo anche un minimo di laminazione (Figura 6-13). Le **ricalibrature di scabrezza** sono finalizzate alla riduzione delle resistenze che le pareti dell'alveo possono offrire al moto, al fine di consentire alte velocità di deflusso e, quindi, tiranti idrici più bassi. In genere consistono in interventi di manutenzione periodica di decespugliamento lungo le sponde o nelle aree golenali (Figura 6-14). Le **ricalibrature di pendenza** mirano ad aumentare le pendenze al corso d'acqua, provocando in tal modo un'abbattimento dei tiranti idrici. Sono realizzate lungo i tratti meandriiformi, mediante il ricorso a **drizzagni**, ovvero canali rettilinei e, quindi, più pendenti, del corso d'acqua originario (Figura 6-15). A differenza delle arginature, le ricalibrature degli alvei sono sempre attive e per tale motivo modificano immediatamente i regimi di trasporto solido e di sedimentazione. Le arginature, invece alterano tali regimi solo quando sono attive. In ogni caso la fattibilità e il dimensionamento degli interventi di difesa passivi devono tenere conto delle ripercussioni sugli equilibri morfologici di bacino, soprattutto se sono interventi previsti molto lontani dallo sbocco a mare.

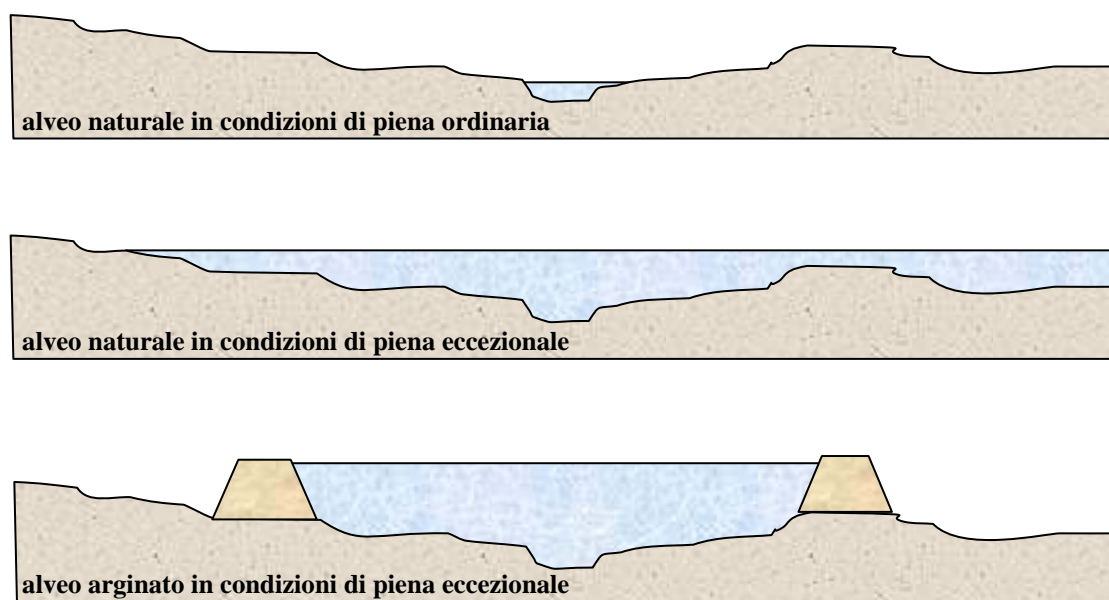


Figura 6-12: Azione mitigatrice del rischio idraulico da parte delle arginature

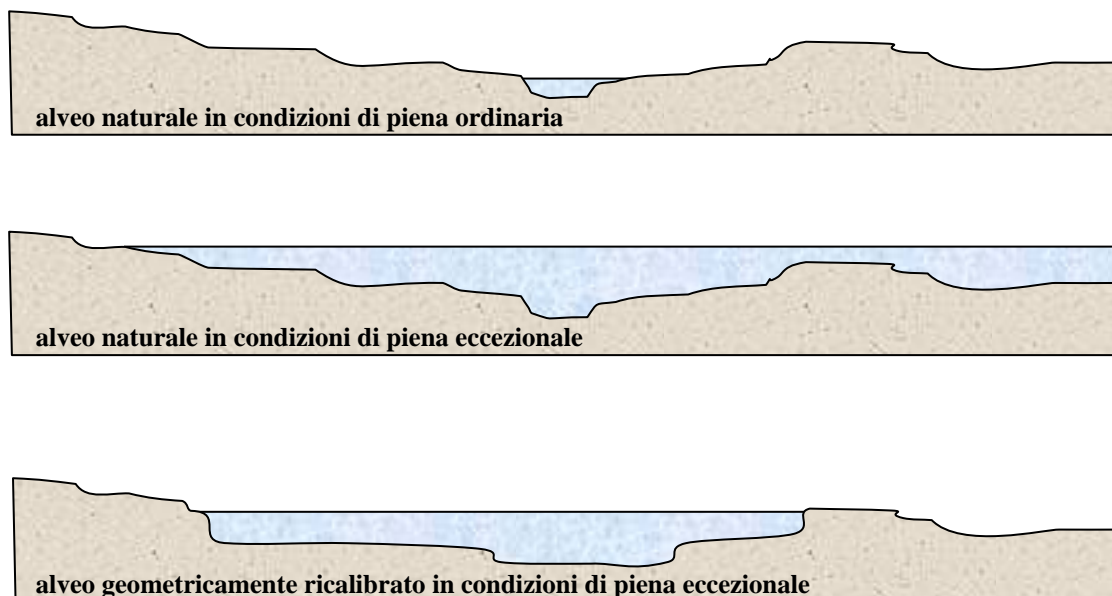


Figura 6-13: Azione mitigatrice del rischio idraulico da parte di una ricalibratura geometrica

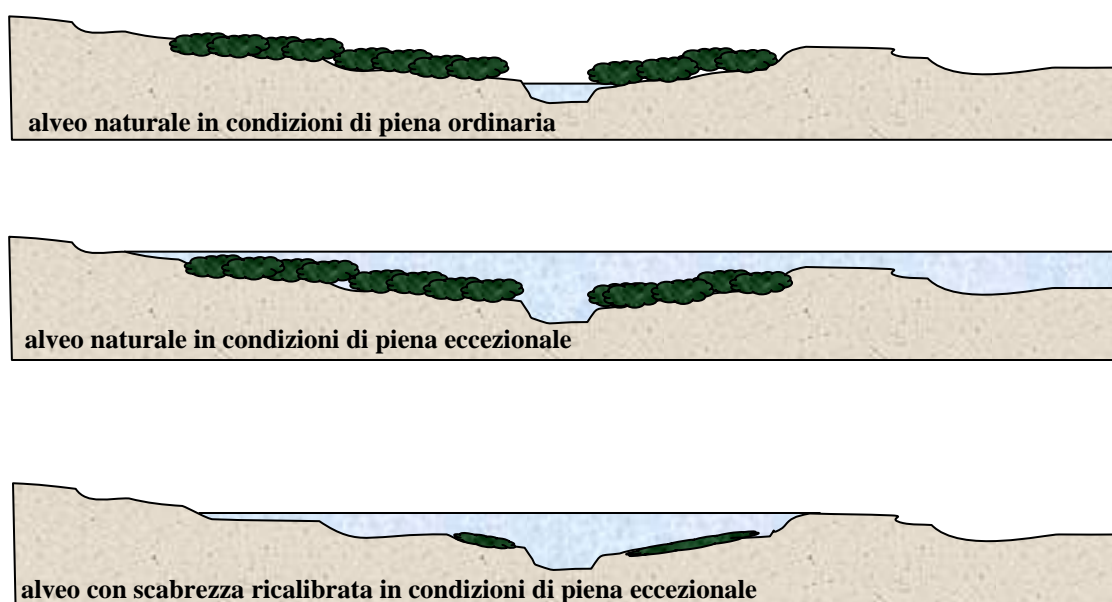


Figura 6-14: Azione mitigatrice del rischio idraulico da parte di una ricalibratura di scabrezza

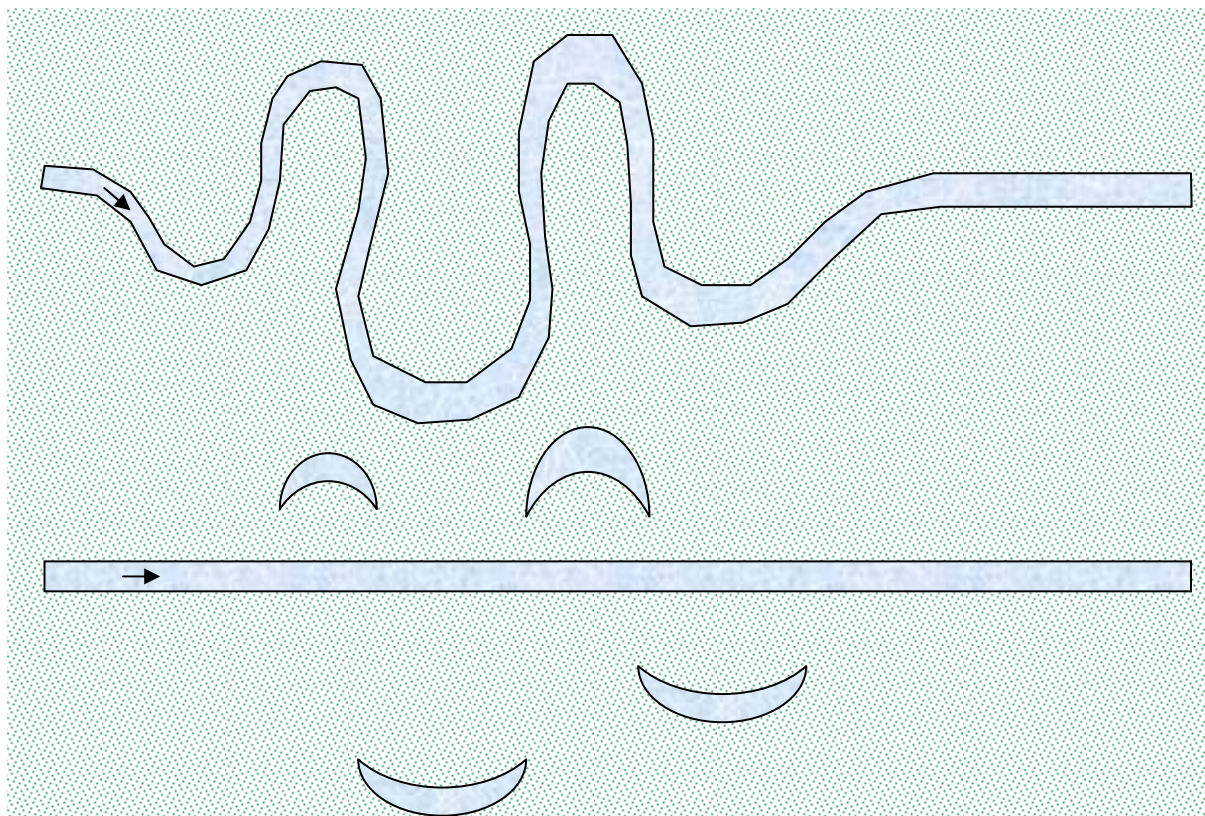


Figura 6-15: Ricalibratura di pendenza - drizzagno

6.8 *Diversivi e scolmatori*

I **diversivi** sono dei canali ad imbocco diretto sul corso d'acqua, che consentono la derivazione continua di una determinata frazione della portata fluviale. Quando non vi sono piene, hanno la funzione principale di deviare una determinata frazione d'acqua fluviale per scopi agricoli (e in tal caso l'acqua deviata alimenta un sistema di canalizzazioni rurali) o naturalistici (per l'alimentazione di un laghetto). L'acqua deviata in genere viene restituita al fiume in zone più a valle, meno vulnerabili.

Gli **scolmatori** sono canali ad imbocco controllato (generalmente con soglie tracimabili), che derivano dal corso d'acqua una determinata frazione di portata, solo nel caso in cui il fiume debba convogliare una portata superiore ad un determinato valore di soglia. A differenza dei diversivi, hanno funzione esclusivamente di mitigazione del rischio alluvionale e deviano le acque in zone ad allagamento controllato, oppure più a valle del corso d'acqua, in zone meno vulnerabili.

Sia i diversivi che gli scolmatori possono essere progettati esclusivamente per aumentare localmente la capacità idrovettrice dell'alveo naturale. In tal caso possono essere considerati interventi di tipo passivo. Se sono utilizzati per allagare in maniera controllata determinate aree, abbattano il colmo di piena, e, in tal caso, possono essere considerati dei veri e propri interventi di tipo attivo. Ciò giustifica il motivo per cui nella Tabella 6-1 i diversivi e gli scolmatori sono interposti tra gli interventi più propriamente passivi e attivi.



6.9 Opere di ritenuta

Per limitare le piene dei corsi d'acqua si può ricorrere anche a grosse **capacità di ritenuta** (d'acqua), che favoriscano il cosiddetto fenomeno di **laminazione**, ovvero di abbattimento del colmo dell'onda di piena. Per tali motivi queste tipologie di interventi prendono il nome di **invasi o serbatoi di laminazione**. La versatilità d'impiego di tali invasi induce quasi sempre a realizzarli anche per scopi diversi da quelli meramente legati alla laminazione delle piene.

Nelle zone montane gli invasi di laminazione hanno lo scopo principale di creare una riserva d'acqua da utilizzare per scopi energetici (produzione di energia idroelettrica), ma anche agricoli, civili o industriali. Prendono anche il nome più appropriato di **invasi o serbatoi di regolazione** (Figura 6-16), per la loro principale predisposizione a regolare, nel corso dell'anno idrologico, le portate provenienti da fiumi a regime incostante. Data l'orografia delle zone montane, tali serbatoi hanno uno sviluppo altimetrico che prevale su quello planimetrico. Sono sempre in linea al corso d'acqua e si riempiono tramite uno sbarramento del fiume. Lo sbarramento possiede luci di scarico sul fondo e luci a stramazzo di troppo pieno sulla sommità. La base degli stramazzi coincide con la **quota di massima regolazione**, ovvero quella che consente l'accumulo del massimo volume necessario per le attività idroelettriche, agricole, ecc.. Lo sbarramento raggiunge comunque una quota ben superiore a quella di massima regolazione, in quanto deve consentire l'accumulo di un volume aggiuntivo dovuto a quelle piogge che si possono verificare proprio quando è stata già raggiunta la quota di massima regolazione. Il surplus di volume che viene messo a disposizione all'interno del serbatoio di regolazione è quello compreso tra la quota di massima regolazione e la **quota di massimo invaso**. Quest'ultima deve essere mantenuta inferiore alla **quota di coronamento dell'invaso**, e per tale motivo, quando gli sfioratori di piena risultano essere insufficienti a smaltire le portate in ingresso, si fa ricorso agli organi di scarico sul fondo dello sbarramento, il cui funzionamento a battente è più efficiente di quello a stramazzo. Fino a che non viene raggiunta la quota di massimo invaso, il serbatoio di regolazione funge anche da invaso di laminazione, mentre nel momento in cui viene raggiunta la quota di massimo invaso e occorre regolare gli organi di scarico in modo tale che la portata uscente sia non inferiore a quella entrante, il serbatoio di regolazione esaurisce il suo effetto di laminazione sulle piene.

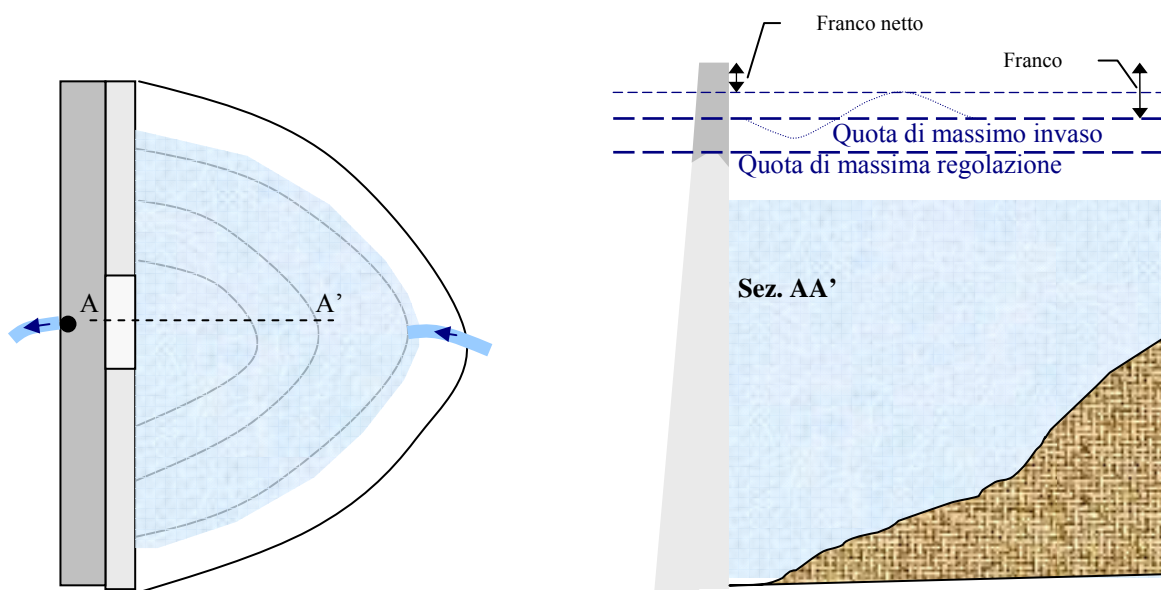


Figura 6-16: Serbatoio di regolazione



Nelle zone vallive gli invasi sono realizzati principalmente per laminare le piene, ma possono essere utilizzati anche per altri scopi, i più comuni dei quali sono la creazione di aree umide (parchi fluviali), la realizzazione di vasche per la fitodepurazione delle acque e di vasche di ricarica degli acquiferi (in zone alluvionali disposte su uno strato argilloso profondo). Tali invasi si chiamano anche **casse d'espansione** (Figura 6-17), e in genere entrano in funzione solo per portate superiori a quelle progettate per il loro innesco. A causa dell'orografia delle zone vallive, tali serbatoi hanno uno sviluppo planimetrico che prevale su quello altimetrico. Possono essere realizzati in linea o in derivazione al corso d'acqua. Le **casse d'espansione in linea** (*in stream*) sono cimentate mediante il rigurgito provocato da un'opera trasversale realizzata in alveo, in genere una briglia o una traversa munita di luci a stramazzo o a battente, che controllano la portata effluente in funzione del livello idrico nella cassa. Le **casse d'espansione in derivazione** (*off stream*) sono ubicate su porzioni di territorio che si sviluppano parallelamente all'alveo, in generale aree di pertinenza fluviale, alle quali sono idraulicamente connesse attraverso soglie sfioranti, sifoni o altri sistemi idraulici collocati nel corpo arginale, di cui il fiume deve essere necessariamente dotato. La realizzazione delle casse d'espansione richiede, quindi, molto spesso il ricorso alle arginature, sia per confinare le aree allagabili, sia per consentire il funzionamento in derivazione. In alcuni casi si fa anche ricorso a canali diversivi (spesso usati per alimentare con continuità le aree umide, le vasche per la fitodepurazione e di ricarica degli acquiferi) o a canali scolmatori, per consentire la connessione idraulica con casse d'espansione non attigue al fiume. L'ampio spettro di interventi necessari al funzionamento delle casse d'espansione richiede, quindi, una buona conoscenza, da parte del progettista, del complesso di tutte le tecniche di realizzazione degli interventi strutturali puntuali per la mitigazione del rischio idraulico.

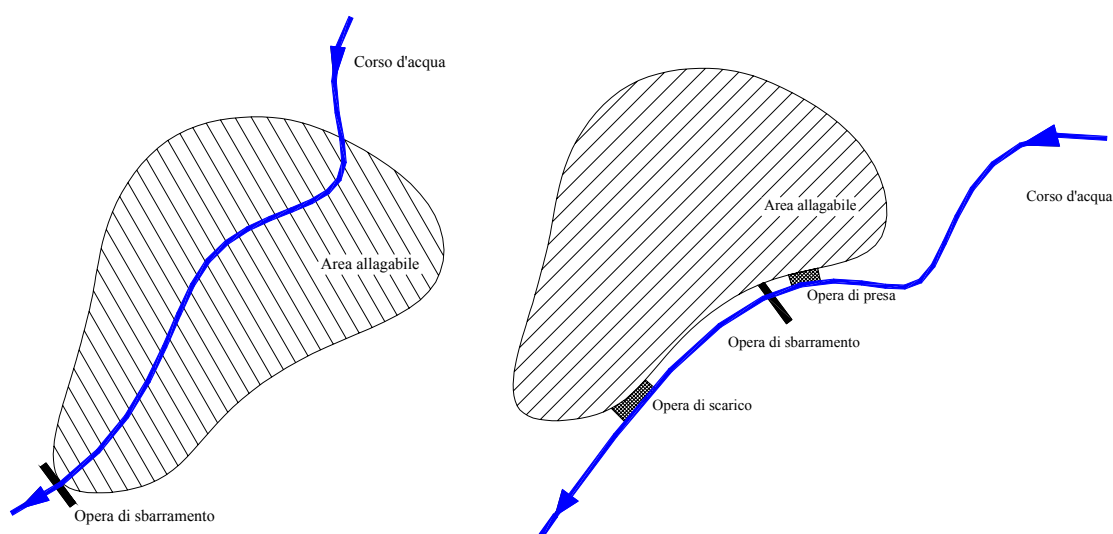


Figura 6-17: Casse d'espansione in linea (a sinistra) e in derivazione (a destra)

Capitolo 7

Le arginature

Le arginature sono rilevati in terra costruiti lungo le sponde di un fiume, per aumentarne la capacità idrovettrice. L'altezza di tali rilevati viene definita in fase progettuale, affinché risulti non inferiore ai tiranti provocati da una determinata portata di progetto. Esistono due tipologie di arginature: in froldo e a rigetto (figure 7-1-b e 7-1-c).

Le **arginature in froldo** si realizzano direttamente sulle sponde dell'alveo di piena ordinaria (ovvero quell'alveo capace di contenere le piene caratterizzate da tempi di ritorno dell'ordine di qualche anno). Sono fortemente esposte all'erosione e poiché sono frequentemente a contatto con l'acqua, sono di difficile ispezione. Per questi motivi, qualora sia possibile disporre di ampi spazi perifluviali, si fa ricorso alle arginature a rigetto.

Le **arginature a rigetto** sono realizzate mediante l'allontanamento ("rigetto") di uno o entrambi gli argini ad una congrua distanza dall'alveo di piena ordinaria. La fascia perifluviale, che separa l'alveo di piena ordinaria dagli argini, prende il nome di **golena** e viene allagata solo in occasione delle piene superiori a quella ordinaria. Il complesso dell'alveo di piena ordinaria e della golena prende il nome di **alveo di piena**. Le arginature a rigetto possono essere realizzate con il ricorso ad un unico sistema arginale, costituito dagli **argini maestri**, delimitanti l'alveo di piena, ovvero con il ricorso a un doppio sistema arginale, che, agli argini maestri, accoppia gli **argini secondari o golenali**, costituiti da rilevati più bassi di quelli maestri e disposti all'interno della golena (figura 7-1-d). Gli argini secondari servono ad aumentare la capacità dell'alveo di piena ordinaria, rendendo più rara l'inondazione delle aree golenali comprese tra gli argini secondari e gli argini maestri. Queste aree sono chiamate anche **golene difese** e vengono allagate solo in caso di piene eccezionali e comunque inferiori a quelle di progetto. In questo modo le aree golenali difese possono essere destinate ad usi di particolare pregio naturalistico o agricolo. Con il ricorso agli argini secondari, le golene difese, quando sono cimentate dalle piene eccezionali, funzionano da veri e propri canali scolmatori (figura 7-1-e), almeno fino a quando la piena si ritira o aumenta al punto tale da creare un'unica sezione di deflusso, coincidente con quella dell'alveo di piena (figura 7-1-f).

Ogni argine è caratterizzato da due scarpate o paramenti (Figura 7-2). La **scarpata interna (paramento interno)** è quella esposta alla corrente fluviale di piena, mentre al lato opposto si ha la **scarpata esterna (paramento esterno)**. La parte superiore piana dell'argine è detta **sommità arginale** o **coronamento**.

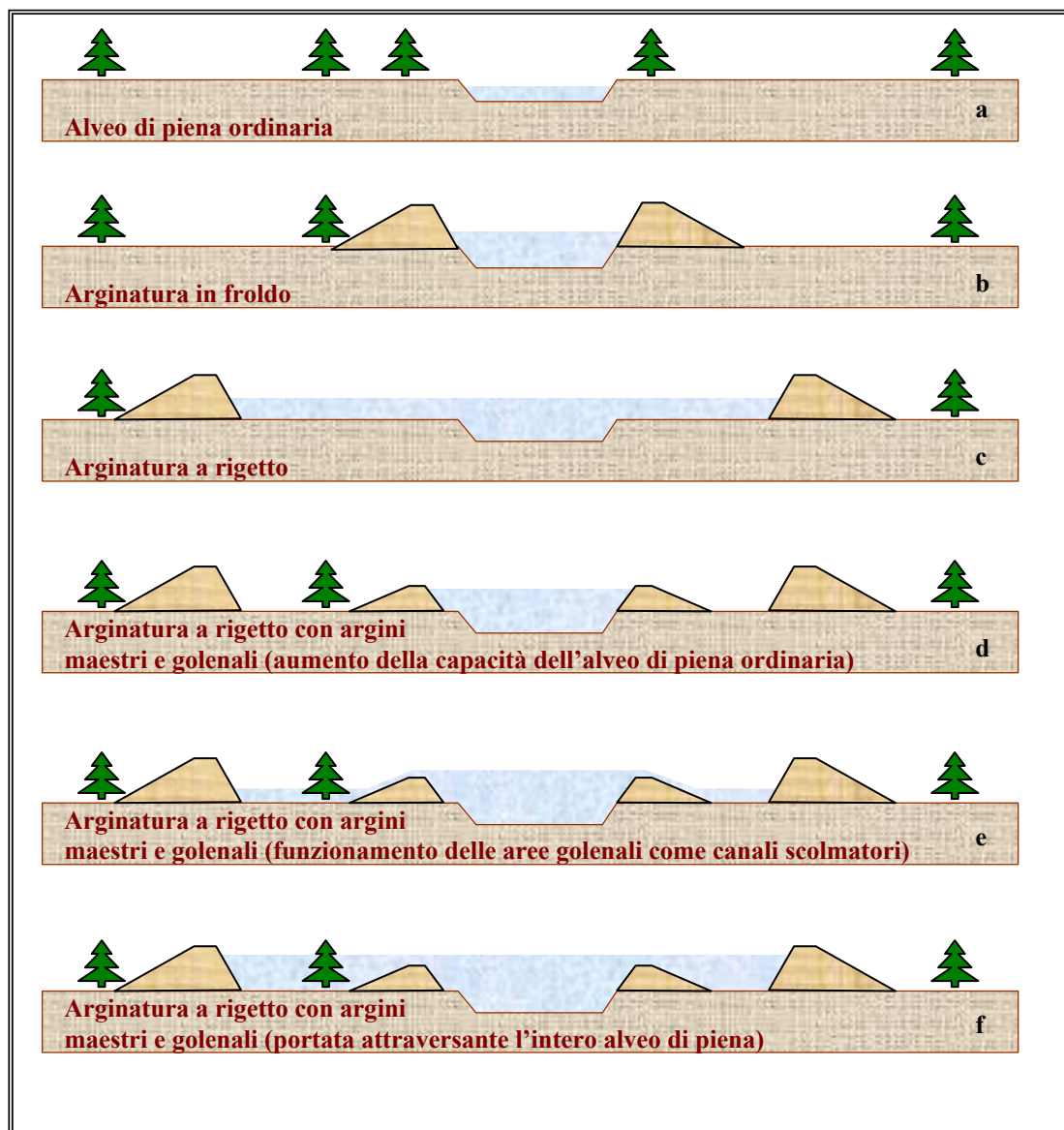


Figura 7-1: Tipologie di arginature

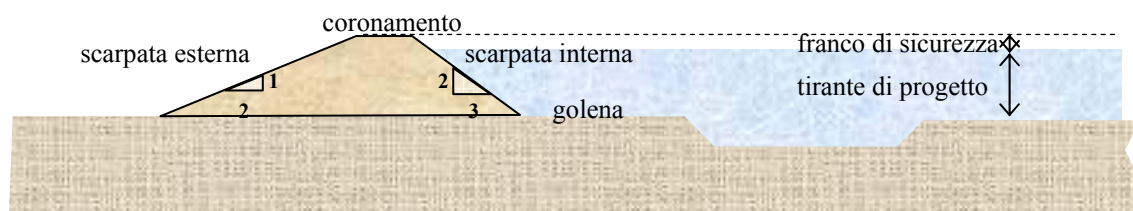


Figura 7-2: Rappresentazione di un argine in terra



7.1 **Materiale costruttivo delle arginature**

Il materiale costruttivo delle arginature è la roccia sciolta. Il motivo fondamentale di tale scelta è legato sostanzialmente a problemi di ordine geotecnico, a causa della bassa resistenza ed elevata comprimibilità dei suoli d'impasto, che sono, come accade in genere lungo i corsi d'acqua vallivi, di natura alluvionale. Una struttura in calcestruzzo armato, di per sé esile e rigida, imprimerebbe al terreno di fondazione carichi concentrati molto forti e mal tollererebbe le forti deformazioni di quest'ultimo. Un rilevato in terra, oltre a garantire una notevole deformabilità e capacità di tollerare cedimenti differenziali, consente anche di raggiungere un'idonea impermeabilità e resistenza. Non solo, in molti casi un argine in terra dona un aspetto paesaggistico più gradevole di quello che offrirebbe una struttura in conglomerato cementizio. Gli argini in terra hanno anche una spiccata elasticità di adattamento alla morfologia locale e trasmettono al terreno d'impasto sollecitazioni relativamente ridotte, attesa l'elevata dimensione areale dell'impronta d'appoggio.

Le rocce sciolte utilizzabili per la costruzione degli argini, e in generale per tutti i rilevati in materiali sciolti, non devono alterarsi chimicamente con il tempo. Per questo motivo sono da escludere le terre contenenti forti concentrazioni di materiale organico o di sali solubili (come il gesso). Le argille consistenti, per la lavorazione speciale che richiedono, sono spesso sostituite da rocce sciolte più facilmente lavorabili.

La terra da costruzione viene ricavata da cave superficiali poste in prossimità dell'alveo, o prelevata dalle stesse golene (quando sono previste). Con il prelievo da golene si raggiunge il triplice scopo di abbattere i notevoli costi di trasporto del materiale solido, i costi di acquisto (la roccia sciolta asportata da suolo demaniale costa molto di meno di quella prelevata da una cava privata) e di ampliare la sezione di piena (calibratura geometrica), mediante il livellamento del suolo golenale.

Una volta individuate le località di prelievo dei terreni da costruzione, si esegue uno studio, che viene perfezionato a mano a mano che si avanza nello stato progettuale, e che prevede le seguenti conoscenze¹:

- a) la stima del volume disponibile, che deve risultare convenientemente più elevato del fabbisogno di progetto;
- b) l'accertamento della qualità e omogeneità della terra;
- c) la misura della composizione granulometrica, della plasticità e del contenuto d'acqua;
- d) le quote, le distanze di trasporto, il piano di coltivazione, la circolazione idrica, le opere di drenaggio, le piste di accesso, gli espropri e il risanamento ambientale;
- e) le caratteristiche meccaniche e di compattamento del materiale da costruzione (con sperimentazioni in laboratorio e *in situ*);
- f) i vincoli normativi e amministrativi sul prelievo del materiale da costruzione.

Come si avrà modo di vedere più avanti, gli argini possono essere realizzati con terreno omogeneo (**argini omogenei**), con più tipi di terreno (**argini zonati**) e con l'aggiunta di diaframmi e taglioni.

Qualora si decidesse di realizzare un argine omogeneo, il terreno da utilizzare deve garantire il giusto compromesso tra un'adeguata resistenza meccanica e un'idonea tenuta idraulica.

I terreni a grana grossa hanno angolo di attrito interno che cresce al crescere della densità relativa². Esso assume, in genere, valori compresi tra i 25° e i 45°. Gli stessi terreni hanno un coefficiente di permeabilità f

¹ Cfr. JAPPELLI [2003]

² La **densità relativa** dei terreni a grana grossa è data dal seguente rapporto: $D_r = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}$, in cui e_{\max} ed e_{\min} sono l'indice di porosità massima e minima che caratterizza un determinato tipo di terreno, mentre e rappresenta l'indice di porosità a cui si trova il terreno (ed è compreso tra e_{\min} ed e_{\max}).



compreso tra 10^{-5} e 10^{-2} cm/s³. I terreni a grana fine hanno angolo di attrito interno che decresce al crescere dell'indice di plasticità⁴. Esso assume, in genere, valori compresi tra i 10° e i 30° . Gli stessi terreni hanno un coefficiente di permeabilità f compreso tra 10^{-9} e 10^{-5} cm/s⁵. A differenza dei terreni a grana grossa, i terreni a grana fine sono soggetti al fenomeno della **consolidazione**, che è quel processo transitorio di deformazione compreso tra la deformazione nulla in condizioni non drenate (a carico appena applicato) e la deformazione in condizioni drenate (ovvero al raggiungimento di una condizione idraulica di equilibrio al contorno). Il periodo transitorio della consolidazione può anche essere assunto di durata infinita.

Da quanto appena detto si deduce che, per la realizzazione dei rilevati arginali, dal punto di vista della stabilità, è da preferire l'uso di un terreno a grana grossa, mentre dal punto di vista della tenuta idraulica è da preferire l'uso di un terreno a grana fine. Facendo riferimento alla classificazione delle terre UNI 1006⁶, l'esperienza italiana, per argini omogenei, suggerisce di utilizzare roccia sciolta di tipo A₆ e A₇, ovvero terre composte da una frazione superiore al 35% di granelli con diametro equivalente inferiore a 0,075 mm. Sono terre che consentono di raggiungere il giusto compromesso tra le esigenze statiche e quelle di tenuta e sono anche classificate come terre limo-argillose, caratterizzate da un indice di plasticità inferiore a 10 e da un coefficiente di permeabilità che in media rientra tra 10^{-4} e 10^{-6} cm/s.

Alcune soluzioni progettuali, come si vedrà più avanti, possono richiedere anche l'utilizzo di materiali sciolti selezionati, talvolta prodotti appositamente in impianti di frantumazione, con notevoli proprietà geotecniche di resistenza e permeabilità/impermeabilità. Ad esempio, qualora il terreno di fondazione delle arginature dovesse risultare meccanicamente mediocre, può essere sostituito, fino ad una determinata profondità, da uno **scanno** di sabbia (Cfr. Figura 7-3-a). Qualora la terra da utilizzare per il rilevato arginale dovesse essere poco impermeabile, sul paramento interno può essere sistemato un **manto di tenuta** in argilla (Cfr. Figura 7-3-b). Per drenare l'acqua che penetra nell'argine, prima che questa raggiunga il paramento esterno, possono essere realizzati dei **filtri drenanti** ghiaiosi (Cfr. Figura 7-13).

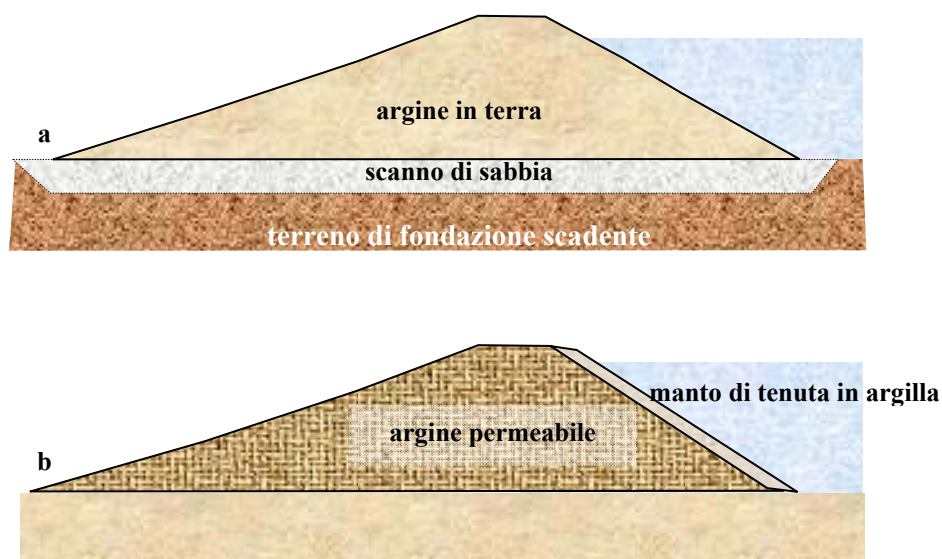


Figura 7-3: Uso di terre selezionate negli argini

³ Cfr. Paragrafo D.2 in Appendice.

⁴ L'indice di plasticità dei terreni a grana fine è dato dalla seguente differenza: $I_p = w_L - w_P$, dove w_L indica il contenuto ponderale d'acqua massimo per la deformabilità del materiale, mentre w_P indica il contenuto ponderale d'acqua minimo per la deformabilità del materiale.

⁵ Cfr. Paragrafo D.2 in Appendice.

⁶ Cfr. PELLEGRINO & AVERSA (2003)



Se non si ha disponibilità di materiali sciolti adeguati per la realizzazione di un argine omogeneo, si utilizzano in maniera combinata differenti tipologie di terre. Nella Figura 7-4 sono riportate le composizioni granulometriche dei materiali utilizzati negli argini zonati.

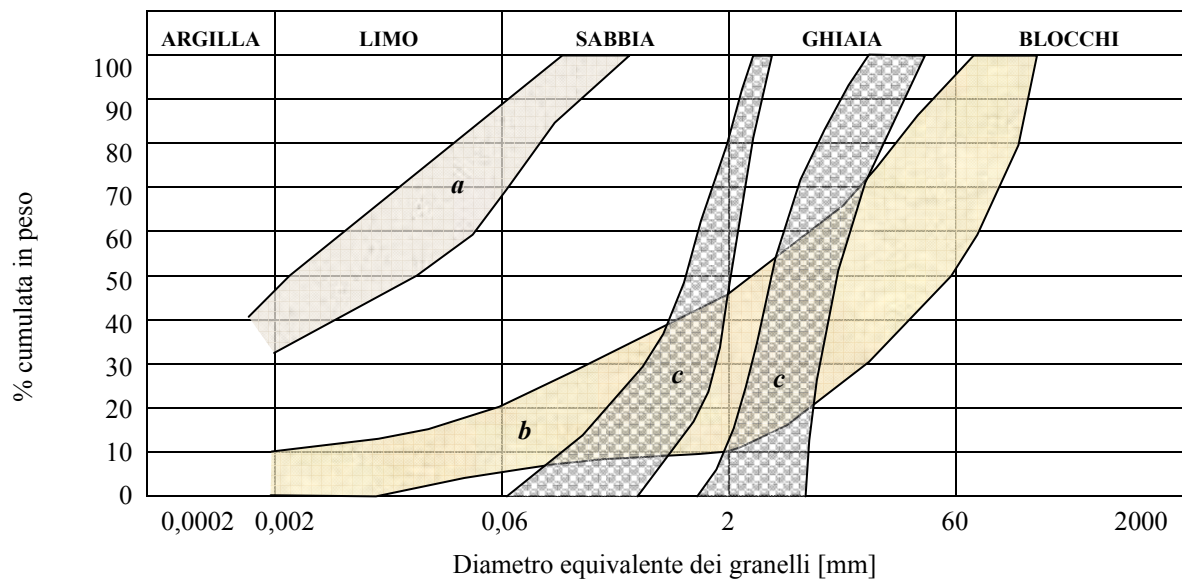


Figura 7-4: Composizione granulometrica dei terreni utilizzati per la realizzazione di un argine zonato:
a) limi per il nucleo; b) alluvioni di fondovalle per i fianchi; c) ghiaie per filtri e dreni.

Le scarpate arginali interne devono essere opportunamente rivestite per proteggerle soprattutto dall'azione erosiva esercitata dalla corrente idrica, mentre le scarpate arginali esterne devono essere protette dalla sola azione dilavante dell'acqua meteorica. I tipi di rivestimenti più utilizzati sono quelli vegetali e di conglomerato cementizio o bituminoso. A questi si stanno aggiungendo materiali tecnologicamente più recenti, che sono i geosintetici.

In particolare i **rivestimenti a verde** sono utili per la protezione dal dilavamento meteorico. Consistono generalmente in:

- **semina** di opportuni miscugli di erbe graminacee e leguminose su terreno preventivamente preparato o concimato;
- **zollatura** di erbe provenienti da altri luoghi (tale intervento è di tipo immediato);
- **piantumazione di stoloni di gramigna** (qualora la natura del terreno non permetta la crescita naturale dell'erba).

7.2 Progettazione delle arginature

La realizzazione delle arginature può avvenire *ex novo*, per rialzo o per ringrosso. In ogni caso occorre farla precedere da un adeguato iter progettuale di approfondimento, che dalla proposta preliminare muove fino al progetto esecutivo, mediante un'analisi via via più precisa e dettagliata degli aspetti geotecnici e idraulici, che occorre tenere in conto per la corretta realizzazione e il perfetto funzionamento dell'opera.



7.2.3 Progettazione preliminare

La progettazione preliminare di un'arginatura richiede una fase iniziale di indagini di tipo:

1. idrologico, per la determinazione della portata di piena di progetto;
2. topografico o cartografico, per individuare il disegno più opportuno degli assi arginali;
3. catastale, per verificare la destinazione d'uso delle aree perfluviali;
4. geotecnico, mediante indagini di campo sia sui terreni di fondazione degli argini, che sui terreni appartenenti a quelle aree individuate, mediante ricognizioni, come potenziali località da cui poter prelevare i materiali da costruzione.

Successivamente alle indagini preliminari si definisce in primo luogo la lunghezza dei rilevati arginali e la loro altezza. Quest'ultima deve tenere conto della piena di progetto, definita sulla base di opportuni studi idrologici, e caratterizzata da un determinato periodo di ritorno T . Deve essere anche ben definita la tipologia di arginatura da adottare (in froldo o a rigetto, in funzione della disponibilità di spazio perfluviale), nonché deve essere precisata l'eventualità di impiegare, per usi antropici e naturalistici, le golene (con eventuale ricorso ad argini golenali). L'altezza degli argini può essere inizialmente stabilita mediante il ricorso all'ipotesi semplificativa di moto uniforme, con portata pari a quella di progetto Q_T , sezione tipo, scabrezza e pendenza uniformi e pari a quelli medi del tratto da arginare.

L'ingombro della sezione trasversale degli argini deve tenere conto:

- 1) della stabilità dei versanti dei rilevati;
- 2) della tenuta idraulica dei rilevati;
- 3) della deformabilità dei rilevati e del terreno di fondazione.

Prevedendo di utilizzare terreni $A_6 - A_7$ per la realizzazione dell'arginatura, la stabilità del rilevato può essere garantita assegnando una pendenza cautelativa al paramento interno non superiore a 2/3 (Cfr. figure 7-2 e 7-5-a). Per quanto riguarda la tenuta idraulica dell'argine, onde evitare che, con la piena di progetto, la falda affiori sul lato campagna dell'argine o dal piè di banca, la pendenza da assegnare preventivamente al paramento esterno deve essere non superiore a 1/2 (cfr. figure 7-2 e 7-5-a). L'affioramento della falda provocherebbe, infatti, la formazione di vere e proprie risorgenze localizzate, chiamate **fontanazzi**. I fontanazzi possono anche verificarsi a piè di banca, qualora l'arginatura è prevista su un terreno di fondazione particolarmente permeabile. In quest'ultimo caso i fontanazzi sono sintomo di un altro fenomeno, che è quello del **sifonamento**. Le risorgenze, siano esse sulla scarpata esterna dell'argine o al piè di banca, sono comunque pericolose perché favoriscono l'allontanamento dal rilevato o dal suolo di fondazione della frazione fine di terreno, che viene mobilitata dai moti di filtrazione. Si consente, così, la formazione di meati via via più grandi e tali da diventare dei veri e propri canalicoli, dove, durante le piene, la velocità di filtrazione è così elevata da favorire l'asportazione di granelli sempre più grandi. La conseguenza di tali meccanismi idrodinamici è la rottura del rilevato arginale.

Per affrontare il problema della tenuta idraulica di un argine, in sede di progetto preliminare, è possibile fare riferimento a due casistiche fondamentali: quella dell'argine su suolo permeabile e quella dell'argine su suolo impermeabile. Supponendo, in condizioni conservative, che la corrente di piena di progetto sia permanente e che il corpo arginale sia omogeneo, le condizioni di equilibrio idrodinamico nei due casi sono rappresentate dalle **reti idrodinamiche a maglie quadrate** delle Figure 7-5-a e 7-5-b.

Gli argini sono spesso realizzati su suoli alluvionali vallivi, la cui elevata permeabilità consente di utilizzare lo schema idrodinamico della Figura 7-5-a, in cui la piezometrica (coincidente con la linea di flusso superficiale) può essere mantenuta, in condizioni di equilibrio, al di sotto del paramento esterno e del piè di banca. Ciò richiede un coronamento abbastanza largo e una pendenza piuttosto dolce della scarpata esterna. Utilizzando terreni di tipo $A_6 - A_7$, la piezometrica relativa ad una ipotetica corrente di piena stazionaria può essere grossolanamente disegnata come una retta con pendenza compresa tra 1/7 e 1/5. Di conseguenza, per assicurare alla pie-



zometrica una profondità di almeno $0,80 \div 1,00$, il paramento esterno assume una pendenza che in genere non è superiore a $1/2$.

Quando l'argine è realizzato su suoli impermeabili (Cfr. Figura 7-5-b), la linea piezometrica relativa ad una ipotetica corrente di piena stazionaria, in condizioni di equilibrio, inevitabilmente viene a giorno lungo la scarpata esterna. In realtà il moto vario della piena potrebbe non consentire alla falda di raggiungere la scarpata esterna. Nelle more di una verifica più accurata in sede di progetto definitivo, si possono assegnare alla sezione trasversale dell'argine le pendenze illustrate in Figura 7-5-a.

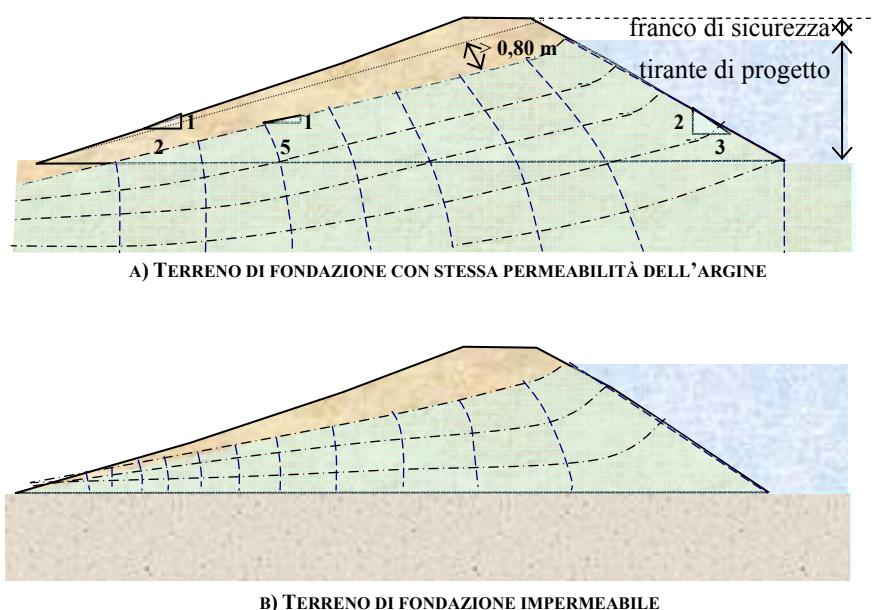


Figura 7-5: La linea piezometrica in condizioni di massima piena e in ipotesi di moto permanente (rilevato arginale omogeneo)

Non sempre è possibile disporre di terre idonee *in situ* o comunque nelle immediate vicinanze. A volte si dispone di terre a granulometria estremamente fine, molto più spesso si dispone di terre a grana grossa. Nel caso di terre prevalentemente argillose, occorre disegnare le scarpate arginali con pendenze sicuramente minori di $2/3$ (con ingombri maggiorati). Nel caso più comune in cui si dispone prevalentemente di sabbie ghiaiose o ghiaie, occorre prevedere argini zonati, realizzati con terre poco impermeabili, a cui è necessario aggiungere manti, nuclei o setti impermeabili. Generalmente, quando il suolo perifluviale è molto poroso, l'impermeabilizzazione dell'argine potrebbe risultare poco efficace ai fini della tenuta idraulica, a causa dei processi di filtrazione che si verificherebbero attraverso il terreno d'imposta, con formazione di fenomeni di sifonamento. Occorre, quindi, rimandare alla progettazione definitiva la verifica della necessità di intervenire anche sulla circolazione sotterranea.

Note le geometrie e gli ingombri arginali (caratterizzati da sezioni trasversali trapezoidali), è possibile avere un'idea precisa dell'ordine di grandezza dei costi di realizzazione e di gestione, e confrontarli con i benefici attesi dalla mitigazione del rischio da alluvionamento.

7.2.3 Progettazione definitiva

La progettazione definitiva delle arginature deve essere preceduta e accompagnata da uno studio geotecnico accurato e dettagliato, per la caratterizzazione meccanica di massima sia dei terreni di fondazione che di



quelli appartenenti alle località individuate, in sede di progettazione preliminare, per l'asportazione dei materiali da costruzione.

Occorre poi stabilire con maggiore precisione le quote arginali. A tal proposito si modella il corso d'acqua come successione di tratti cilindrici, per i quali occorre disegnare le direttrici tipo (sezioni tipo) e stabilire la scabrezza. Si riproducono le singolarità (salti, attraversamenti fluviali, improvvisi restringimenti o allargamenti, ecc.) e si calcola il profilo della corrente in condizioni di moto permanente, con portata pari a quella del colmo di piena. Le sezioni provviste di golena, in particolare, possono essere modellate con i metodi illustrati nei sottoparagrafi F.5.1 e F.5.2 in Appendice. La verifica del funzionamento idraulico delle arginature non deve essere limitata al solo tratto in cui si prevede di intervenire. Infatti occorre verificare gli effetti a valle, per via della riduzione della laminazione che l'arginatura induce all'onda di piena. Questa verifica potrebbe essere necessaria fino allo sbocco al mare. Poiché, in genere, l'arginatura è prevista lungo i fiumi vallivi, in corrente lenta (e quindi regolamentata dalle condizioni di valle), occorre anche verificare gli effetti dell'arginatura a monte della stessa, in quanto potrebbe provocare rigurgiti di proporzioni indesiderate. Per la valutazione dell'influenza dell'intervento arginale a monte e a valle, si può calcolare il profilo idrico della corrente al colmo di piena in condizioni di moto permanente, conservando la geometria originaria dell'alveo. Si esegue un nuovo calcolo adottando le nuove geometrie, che le arginature di progetto impongono al corso d'acqua. Si confrontano i due profili di corrente (nelle condizioni di moto permanente) e si verifica se il profilo di progetto aumenti la pericolosità idraulica a monte e a valle del tratto d'intervento. Qualora i tiranti di stato di fatto e di progetto siano significativamente differenti nelle sezioni estreme di valle e/o di monte del tratto studiato, occorre allungarlo ulteriormente più a valle e/o a monte ed eseguire una nuova verifica. Il ricorso all'ipotesi di moto permanente, pur non rispettando la reale evoluzione dei fenomeni di piena, è conservativa e semplifica i calcoli.

A seguito delle verifiche sopra citate e una volta nota la quota di colmo per la piena di progetto, occorre prevedere una sommità arginale maggiorata di un **franco di sicurezza** rispetto al colmo di piena. Tale franco è in genere compreso tra 80 cm e 1 m (Cfr. Figura 7-2).

Si è già detto che il rilevato arginale ha sezione trasversale di forma trapezia. Al fine di ridurre gli effetti erosivi dovuti alla corrivazione dell'acqua piovana sui paramenti, si usa interrompere le pendenze ogni $3 \div 4$ metri di quota. Pertanto, laddove l'altezza di coronamento prevista dal calcolo idraulico è superiore ai 4 metri, si deve ricorrere a rilevati arginali composti, in sezione trasversale, da una sovrapposizione di più trapezi, interrotti, lungo le scarpate, da banchine aventi lieve pendenza verso l'esterno (1/20), per garantire lo scolo delle acque piovane (cfr. figura 7-6). La denominazione usuale delle banchine interne ed esterne è riportata in figura 7-6. La sommità arginale e le banchine hanno una larghezza minima di $3 \div 4$ metri, per consentire il passaggio dei mezzi meccanici necessari per la costipazione e la manutenzione dell'argine. Il coronamento e le banchine esterne possono essere anche destinate al traffico veicolare, e per tale motivo possono essere progettate e realizzate con larghezze anche superiori ai 4 metri. *Da Deppo e Datei*⁷ consigliano di realizzare eventuali strade aperte al traffico veicolare sulla banca o sottobanca, e mai sulla sommità arginale. In questo modo, in condizioni di emergenza, si può realizzare agevolmente e repentinamente sulla sommità arginale un piccolo rialzo sul lato del fiume (**soprasoglio**), mediante aratura del terreno posto sulla stessa sommità arginale. Ovviamente le banchine disposte sulla scarpata interna dell'argine possono essere allargate per consentire una laminazione più spinta dell'onda di piena.

Il disegno progettuale definitivo dell'arginatura deve essere redatto anche in funzione delle verifiche di sicurezza necessarie a garantire il soddisfacimento di determinati requisiti funzionali. A tal proposito il progettista deve fissare i cosiddetti **stati limite**, che possono essere classificati in:

⁷ Cfr DA DEPPO & DATEI (2003)



- **stati limite ultimi:** tracimazione attraverso il coronamento dell'argine, cedimento strutturale del complesso argine-terreno di fondazione;
- **stati limite di esercizio:** fessurazione dell'eventuale manto impermeabile o cedimento della zona impermeabile, formazione di fontanazzi, deformazioni accentuate (tali da non consentire l'utilizzo di eventuali carreggiate disposte lungo le banchine esterne o il coronamento dell'argine).

Per ogni stato limite il progettista esegue le verifiche di stabilità, di deformabilità (anche in funzione del ritiro e del rigonfiamento delle argille, che si prevede di utilizzare), di tenuta idraulica e di erosione idraulica del paramento interno.

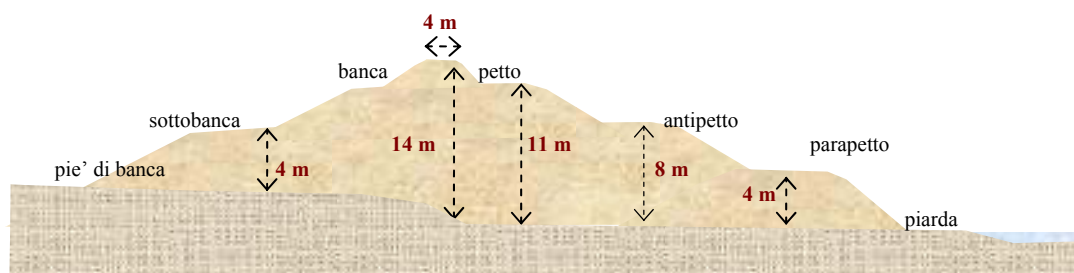


Figura 7-6: Rilevato arginale con banchine

LE VERIFICHE DI STABILITÀ, DI DEFORMAZIONE, DI TENUTA E DI EROSIONE

La verifica di stabilità degli argini deve tenere conto degli stati di tensione efficace, di pressione neutra e di deformazione del terreno di fondazione e del rilevato. Particolare attenzione bisogna volgere ai processi di consolidazione del rilevato arginale ed eventualmente del terreno di fondazione.

Il calcolo delle tensioni e delle deformazioni nel rilevato arginale è in genere eseguito con il ricorso al metodo delle differenze finite. Nei calcoli conviene fare riferimento a tre momenti critici della vita dell'opera, alla stessa stregua delle dighe in terra, per le quali il *Regolamento Dighe* (L. 584/1994) prevede la verifica in condizioni di fine costruzione, di esercizio estremo e di svaso.

Le verifiche di stabilità e di deformazione a fine costruzione devono tenere conto che, molto probabilmente, il rilevato arginale non ha raggiunto ancora un

ragionevole grado di consolidazione e, pertanto, occorre calcolare le tensioni neutre ed effettive e le deformazioni in funzione del tempo (espresso in anni). L'avanzamento dei processi di consolidazione rende il manufatto più stabile, ma le deformazioni potrebbero non garantire più la funzionalità dell'argine (formazione di fessure, abbassamento del coronamento al di sotto della quota di sicurezza, ecc.). Per ridurre le conseguenze negative della

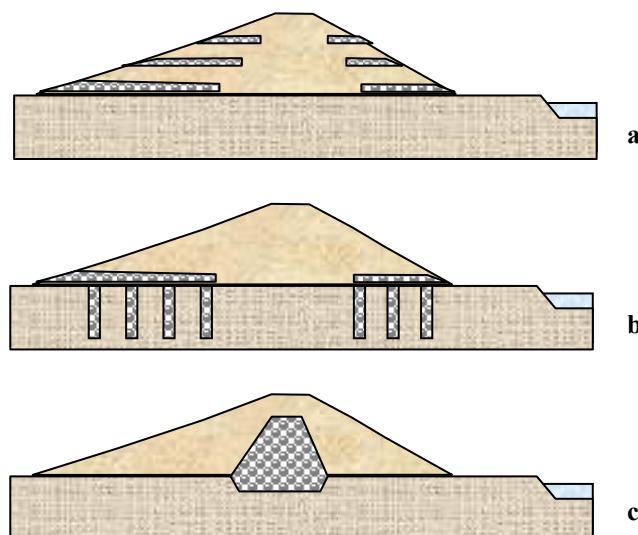


Figura 7-7: Utilizzo dei dreni per ridurre i tempi di consolidamento negli argini



consolidazione, si può fare ricorso a tecniche di accelerazione della stessa, in modo che gran parte delle deformazioni possano essere controllate e ridotte in fase di costruzione dell'arginatura. Si utilizzano, allo scopo, tappeti orizzontali drenanti (Figura 7-7-a), dreni verticali in fondazione (Figura 7-7-b), nuclei centrali drenanti (Figura 7-7-c).

Le **verifiche di stabilità e di deformazione al colmo dell'onda di piena** devono tenere conto del regime delle pressioni neutre che si instaurano all'interno dell'argine, quando il tirante raggiunge la quota di progetto.

Nel caso in cui l'argine poggia su un terreno permeabile, per semplificare i calcoli si può fare riferimento inizialmente alla condizione di moto permanente, che, pur essendo inverosimile, è tuttavia conservativa. In questo modo, per il tracciamento della linea piezometrica, possono essere utilizzati i metodi di *Pavlovsky* e di *Casagrande*, suggeriti per le dighe in terra, e specificate al sottoparagrafo 7.3.1. È opportuno che la verifica di stabilità sia fatta in condizioni di terreno non ancora consolidato, o quantomeno in condizioni di consolidazione simili a quelle ipotizzate nella verifica a fine costruzione. A differenza delle dighe, infatti, che possono entrare in funzione in maniera controllata, solo a seguito del raggiungimento di un adeguato grado di consolidazione, gli argini possono essere impegnati da una piena fluviale anche poco tempo dopo la loro realizzazione.

La **verifica di tenuta al colmo dell'onda di piena** consente di controllare che la linea freatica di massima piena sia costantemente ricoperta da uno spessore di terreno non inferiore a $0,80 \div 1,00$ m (Figura 7-5-a).

Nel caso in cui l'argine poggia su un terreno impermeabile, i calcoli idrodinamici in ipotesi stazionarie non sono applicabili, in quanto nella condizione di equilibrio, qualsiasi disegno si dia alla sezione dell'argine, la linea piezometrica affiora sempre al paramento esterno. In questo caso occorre ricorrere a calcoli idrodinamici in ipotesi di moto vario (Cfr. sottoparagrafo 7.3.2). Tali calcoli sono necessari anche nel caso di sottosuolo permeabile, allorquando per ridurre gli ingombri volumetrici dei rilevati da realizzare si disegna una sezione arginale di dimensioni ridotte.

Per aumentare la pendenza della linea piezometrica nell'argine si può fare ricorso a zone argillose, dette anche **nuclei argillosi** (Cfr. Figura 7-8). Il ricorso ai nuclei argillosi non sempre è agevole, per diversi motivi. Richiede, infatti, materiale granulare con caratteristiche molto specifiche, che difficilmente si possono trovare *in situ* o nelle cave più vicine. Inoltre il terreno argilloso da utilizzare per il nucleo è di difficile lavorabilità e faticosamente si può modificarne il contenuto d'acqua, per rendere la posa in opera ottimale. Il nucleo argilloso può essere previsto sia al centro dell'argine che sul lato del fiume (Figura 7-9); nell'ultimo caso abbatte immediatamente la piezometrica, ma richiede un adeguato rivestimento di protezione del paramento interno, per evitare l'erosione dell'argilla. Le dimensioni del nucleo devono rispettare il giusto compromesso tra le esigenze di tenuta (che reclamano ampie dimensioni) e quelle di rapida consolidazione (che vogliono dimensioni ridotte). La zona argillosa del rilevato arginale è in genere costituita da materiale con permeabilità praticamente nulla ($f = 10^{-6} \div 10^{-9}$ cm/s). Ciò rende possibile realizzare la restante zona arginale anche con materiale granulare di permeabilità maggiore rispetto agli standard definiti al Paragrafo 7.1. In genere, per i fianchi arginali, non si superano comunque coefficienti di filtrazione pari a 10^{-3} cm/s. Nelle dighe zonate il nucleo argilloso funge da elemento di tenuta, mentre i fianchi fungono da elementi di contenimento e di stabilizzazione del nucleo argilloso, che può, in questo modo, essere realizzato anche con pendenze eccezionalmente elevate.

I nuclei argillosi sono efficaci per terreni d'imposta permeabili e impermeabili. Qualora il terreno di fondazione è permeabile, tecniche alternative ai nuclei argillosi sono quelle che riducono i tempi necessari al raggiungimento delle condizioni idrodinamiche di equilibrio, mediante l'allungamento delle linee di corrente che si sviluppano all'interno del terreno d'imposta. Queste tecniche richiedono, quindi, necessariamente verifiche i-



drodinamiche in condizioni non stazionarie. Il rallentamento del moto di filtrazione si può raggiungere inserendo, all'interno del corpo arginale, dei diaframmi impermeabili, prolungati fin dentro al terreno di fondazione (Figura 7-10), o ancora poggiando dei materassi impermeabili sul paramento interno dell'argine e/o sul fondo alveo (Figura 7-11).

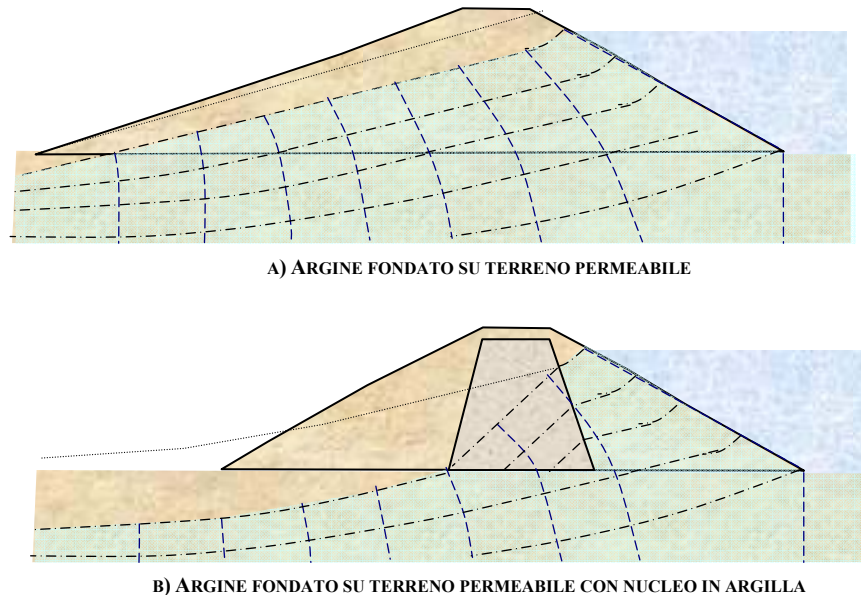


Figura 7-8: Reticoli idrodinamici in un argine omogeneo e zonato

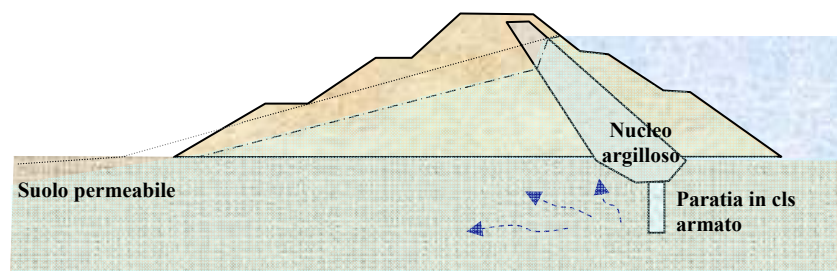


Figura 7-9: Argine con nucleo argilloso laterale, provvisto di taglione

Si è già detto che per le arginature poggianti su suoli a permeabilità più elevata, nel terreno d'imposta si possono innescare indesiderati fenomeni di sifonamento, che si producono quando, in una parte del campo di moto, la velocità di filtrazione è talmente elevata da provocare la rimozione di particelle terrose, con formazione di vene e piccoli canalicoli sotterranei (*piping*), che esaltano sempre più il processo di mobilitazione di grani via via più grandi, fino a causare il collasso del manufatto arginale.

Per ridurre l'esposizione al sifonamento occorre, quindi, contenere le velocità di filtrazione. Queste, secondo la legge di Darcy (D.1), sono proporzionali a $\Delta H / \Delta L$, ovvero al rapporto tra la differenza di carico idraulico e la lunghezza della linea di corrente. Nella progettazione delle arginature, per ridurre il rapporto $\Delta H / \Delta L$, si adottano soluzioni che provocano l'aumento di ΔL . Queste possono essere ricondotte all'aumento dell'impronta



arginale sul terreno d'imposta, ovvero possono consistere in elementi verticali, che si sviluppano in profondità nel terreno permeabile di fondazione. In entrambi i casi, un criterio empirico che può essere adottato per la verifica di un'arginatura al sifonamento è quello di *Bligh-Lane*⁸, sviluppato sulla base dell'osservazione del comportamento al sifonamento di oltre 200 dighe. Tale criterio, partendo dal presupposto che i terreni d'imposta hanno permeabilità anisotropa, con resistenza al moto orizzontale molto minore di quella verticale, definisce una grandezza adimensionale F tale che:

$$F = \frac{\frac{1}{3}L_O + L_V}{\Delta H}$$

con: L_O = frazione della lunghezza del contatto opera-mezzo permeabile, caratterizzata da un'inclinazione inferiore a 45° rispetto al piano orizzontale.

L_V = frazione della lunghezza del contatto opera-mezzo permeabile, caratterizzata da un'inclinazione superiore a 45° , rispetto al piano orizzontale

ΔH = differenza di carico idraulico tra il paramento interno e quello esterno.

In particolare $L_O + L_V$, dal punto di vista geometrico, rappresenta la lunghezza del contorno dell'opera arginale inserita nel terreno d'imposta poroso, mentre, dal punto di vista fisico, rappresenta la linea di corrente più breve per raggiungere il piè di banca dell'arginatura.

Lane, sulla base delle sue osservazioni, suggerisce di mantenere F al di sopra dei valori di soglia elencati della Tabella 7-1.

Tipologia del suolo d'imposta	Valori minimi di F da garantire
Limo	8,5
Sabbia fine	7,0
Sabbia media	6,0
Sabbia grossa	5,0
Ghiaia fine	4,0
Ghiaia media	3,5
Ghiaia grossa con ciottoli	3,0
Argilla molle	3,0
Massi con ciottoli e ghiaia	2,5
Argilla media	2,0
Argilla compatta	1,8
Argilla molto compatta	1,6

Tabella 7-1: Valori minimi di F suggeriti da *Lane*

Dalla formula di *Bligh-Lane* si evince che l'aumento del contorno verticale del contatto opera-terreno è più incisivo dell'aumento del contorno orizzontale. Pertanto, al fine di evitare fenomeni di sifonamento, i diaframmi verticali sono certamente più efficaci.

Se il profilo della falda nelle Figure 7-8 e 7-9 è rappresentativo di una condizione di equilibrio, nelle Figure 7-10 e 7-11 non è di equilibrio, in quanto l'alimentazione verticale (dal basso con i moti di filtrazione e

⁸ Cfr. DA DEPPA & DATEI [2002]



dall'alto con i moti di infiltrazione), anche se lentamente, tende a ripristinare il profilo di equilibrio AB, che potrebbe anche non essere contenuto interamente nel rilevato arginale. In quest'ultimo caso le strutture aggiuntive collegate al corpo arginale diventano particolarmente determinanti per garantire la tenuta durante le piene.

Spesso si utilizzano **diaframmi impermeabili** verticali (figura 7-10). La loro sommità non deve necessariamente raggiungere quella dell'argine; l'importante è che siano particolarmente profondi, perché il loro scopo principale è allungare le linee di corrente sotterranee e rallentare il raggiungimento del profilo di equilibrio della falda. Infatti, durante le piene, il volume sotteso alla superficie AB (Cfr figura 7-10) deve essere saturato mediante un processo di infiltrazione (dall'alto verso il basso) e un processo di filtrazione verticale alimentato dall'acqua proveniente dal suolo permeabile. Se il primo è di per sé particolarmente lento, il secondo può essere rallentato aumentando la lunghezza della linea di corrente con un diaframma realizzato sul lato fiume, particolarmente approfondito. I diaframmi possono essere di tipo prefabbricato o realizzati in opera. I primi vengono infissi nel terreno e possono essere costituiti da palancole di metallo o di calcestruzzo armato prefabbricato. I diaframmi gettati in opera possono essere realizzati in calcestruzzo armato (in questo caso assumono comportamento meccanico di tipo rigido), in bentonite, in miscela di calcestruzzo e bentonite (in questo caso assumono comportamento meccanico di tipo plastico) e in jet-grouting.

Quando i diaframmi impermeabili vengono realizzati in combinazione con i nuclei argillosi e sono fatti partire al piede degli stessi (Cfr. Figura 7-9), prendono il nome più specifico di **taglioni** e sono generalmente costituiti da paratie in calcestruzzo armato o palancole metalliche.

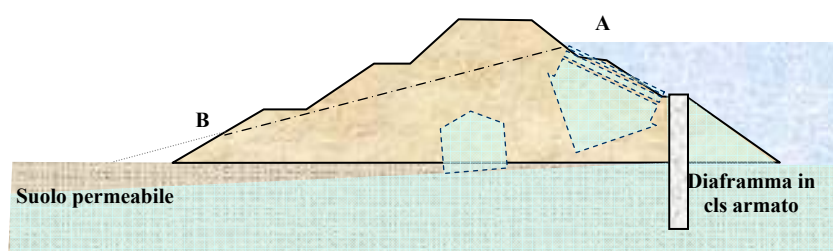


Figura 7-10: Argine con diaframma in calcestruzzo armato

Altri elementi costruttivi impiegati per garantire la tenuta sono i **materassi impermeabili**, generalmente posizionati a copertura del paramento interno dell'argine (cfr. figura 7-11). Non è necessario che raggiungano il coronamento, in quanto spesso ci si può accontentare della semplice azione ritardante nei confronti del raggiungimento delle condizioni idrodinamiche di equilibrio. Nella figura 7-11 la piena di progetto innesca non tanto un meccanismo di filtrazione, quanto un lento processo di infiltrazione dall'alto verso il basso. Quando l'arginatura è in frodo, può risultare efficace anche disporre materassi impermeabili sul fondo dell'alveo di piena ordinaria. A causa dell'elevata esposizione agli agenti atmosferici, al ruscellamento, all'erosione della corrente di piena, i materassi impermeabili sono generalmente realizzati in conglomerato cementizio e in conglomerato bituminoso.

I diaframmi impermeabili e i taglioni possono essere approfonditi fino al raggiungimento di uno strato profondo impermeabile, come generalmente accade per le dighe, mentre i materassi impermeabili possono essere distesi lungo tutto l'alveo di piena ordinaria. In entrambi i casi si esegue una vera e propria chiusura idraulica tra l'alveo e il suolo circostante. È bene valutare preventivamente tali interventi di impedimento assoluto della filtrazione sotterranea, in funzione degli effetti sulla naturale comunicazione idrica tra fiume e falda subalvea. Se in condizioni ordinarie il fiume ricarica la falda, l'impermeabilizzazione totale abbassa i livelli piezometrici nelle zone perfluviali, con conseguente riduzione della disponibilità d'acqua da emungere attraverso i pozzi e addirittura con eventuale pericolo di penetrazione dei fronti salini costieri nell'entroterra (quando le arginature sono realizzate in vicinanza del mare) e ancora con eventuale innesco di indesiderati fenomeni di subsidenza. Qualora in



condizioni ordinarie è il fiume ad essere alimentato dalla falda, l'impermeabilizzazione provocherebbe un rigurgito sotterraneo e un aumento nel tempo dei livelli piezometrici (la riduzione di acqua all'interno dei fiumi è generalmente irrilevante in quanto le arginature interessano fiumi vallivi, molto ricchi d'acqua), che possono avere effetti benefici sulla disponibilità idrica sotterranea, ma possono anche provocare l'impaludimento dell'area periferuale, e addirittura l'esposizione di eventuali suoli sabbiosi a indesiderati fenomeni di liquefazione durante i sismi.

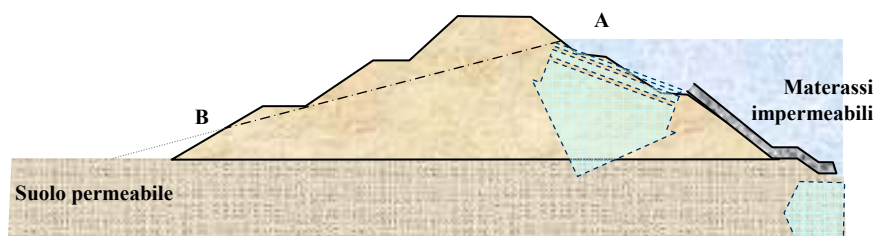


Figura 7-11: Argine coperto da materassi impermeabili sulla scarpata interna

In alternativa, ma molto più spesso in affiancamento alle tecniche di impermeabilizzazione appena descritte, sono usati i **filtri drenanti**, costituiti da materiale granulare molto permeabile (sabbia e ghiaia), il cui scopo è quello di richiamare verso il basso la linea piezometrica, che si sviluppa all'interno dell'argine. In genere i filtri hanno estensione verticale o sub-verticale e vengono realizzati nei pressi della base del paramento esterno. Nel momento in cui l'acqua della falda interna all'argine viene intercettata da tali filtri, percola al loro interno e, giunta alla loro base, inizia a scorrere longitudinalmente all'argine, secondo la pendenza del fiume (Figura 7-12). In alcuni casi l'acqua che si raccoglie alla base dei filtri deve essere necessariamente incanalata e allontanata dalle arginature, come può accadere, ad esempio,

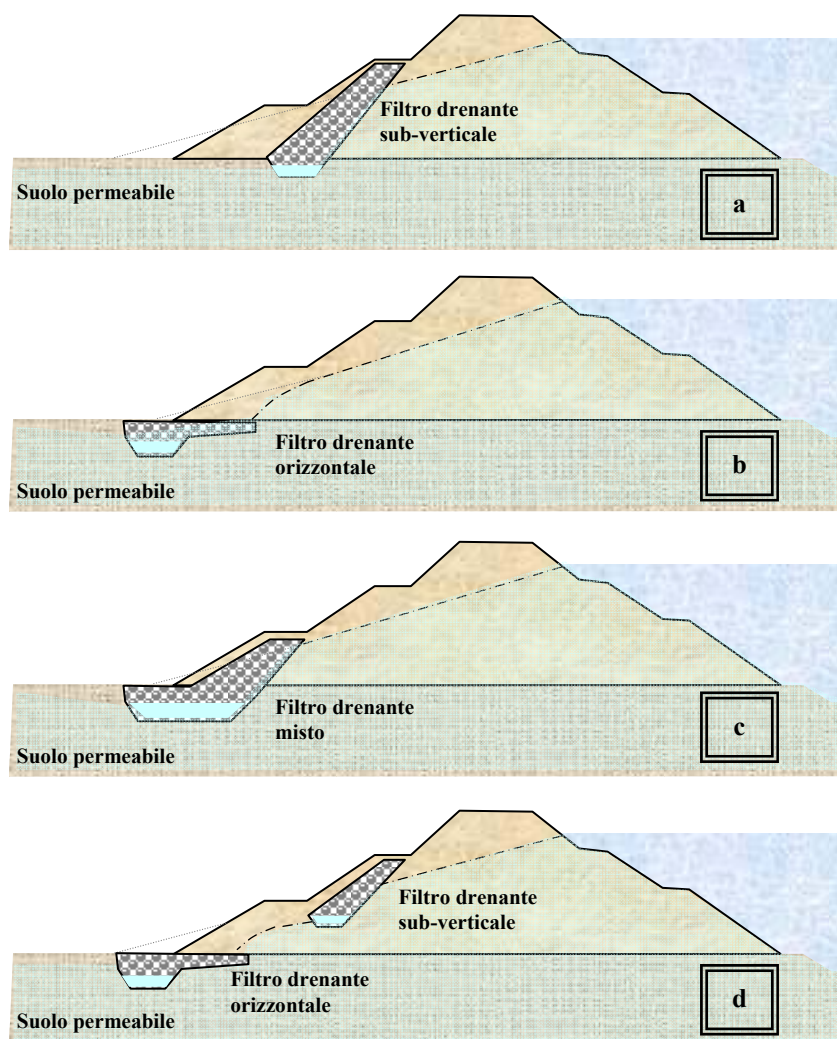


Figura 7-12: Tipologie di filtri drenanti



quando quest'ultime sono utilizzate per confinare una cassa di espansione. Non è raro che il filtro drenante possa avere anche uno sviluppo orizzontale fuoriuscente dall'unghia del paramento esterno. Questa configurazione permetterebbe, infatti, di intercettare e abbattere, oltre la linea piezometrica dell'argine, anche quella appartenente alla falda proveniente dalla campagna circostante (Figura 7-12-b, 7-12-c e 7-12-d).

Molto spesso i filtri degli argini fungono da difesa di seconda linea, per garantire la tenuta dei rilevati. Infatti, qualora all'interno dell'argine sia stato previsto un nucleo impermeabile, questo può comunque fessurarsi nel tempo, a seguito di cedimenti differenziali (molto probabili se si tiene conto dell'enorme sviluppo lineare degli argini e, quindi, dell'eterogeneità strutturale dei terreni di fondazione). Quando si fa ricorso a materassi impermeabili, questi possono essere lesionati o parzialmente divelti dall'impeto della corrente di piena. In entrambi i casi i filtri possono risultare determinanti per garantire la tenuta dell'arginatura, in attesa che le portate si riducano e si possano, quindi, riparare gli elementi impermeabili.

Il materiale che costituisce i filtri drenanti deve essere caratterizzato da una distribuzione granulometrica e da un addensamento tali da consentire un moto di percolazione e non di filtrazione (con acqua in pressione).

La **verifica all'erosione al colmo dell'onda di piena** è utile per valutare la capacità erosiva della corrente nei confronti delle scarpate interne delle arginature. L'azione erosiva, infatti, provoca l'asportazione del materiale terroso del rilevato, con conseguente modifica del profilo della scarpata interna e alterazione delle condizioni di stabilità. Sia per la verifica all'erosione che per le soluzioni progettuali da adottare per mitigare i suoi effetti sull'arginatura, si rimanda rispettivamente agli studi sul trasporto solido fluviale e agli studi sulle tecniche di sistemazione idraulica dei fiumi. Ci si limita, in questa sede, a menzionare le opere che abitualmente sono utilizzate per proteggere dall'erosione i paramenti interni delle arginature.

Le **bioreti**, i **biotessuti** e i **biorulli** sono reti a maglie rettangolari millimetriche o centimetriche, realizzate con fibre vegetali (generalmente cocco, juta, sisal). Hanno ridotta capacità antierosiva e sono utilizzate, abbinata a tecniche di sistemazione vegetale, di tipo arbustivo, solo nei casi in cui le velocità di progetto sono basse.

Le **geostuoie** sono materassini di 10÷20 cm di spessore, realizzati con filamenti di polipropilene aggrovigliati. I vuoti in essi contenuti sono riempiti di terreno. Le stuoie sono poggiate sul paramento e vincolate ad esso tramite chiodatura. Hanno buona capacità antierosiva se utilizzate in combinazione con le piante, capaci di ridurre notevolmente le velocità della corrente in prossimità delle sponde.

I **materassi di pietrame** hanno spessore maggiore delle geostuoie e sono degli involucri prismatici costituiti da una rete metallica e riempiti di pietrame fluviale. La forma geometrica è tale che due dimensioni prevalgono su una terza (spessore). Il pietrame espleta una forte azione antierosiva e la rete metallica che lo contiene consente di ridurre significativamente lo spessore del rivestimento, rispetto a quello che avrebbe nel caso in cui fosse posato in opera sotto forma di pietrame sciolto.

I **gabbioni** sono simili nella struttura ai materassi di pietrame, ma si differenziano da essi nella forma, che è di tipo prismatico con una dimensione prevalente sulle altre due. Proprio tale forma geometrica rende i gabbioni efficaci non soltanto nell'azione antierosiva, ma soprattutto nell'azione di sostegno a gravità delle scarpate.



Figura 7-13: Esempio di posa in opera di biorulli



Figura 7-14: Esempio di posa in opera di geostuoie

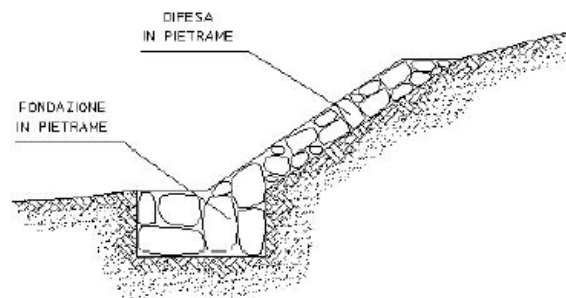


Figura 7-15: Sezione tipo di un versante sistemato con materassi in pietrame

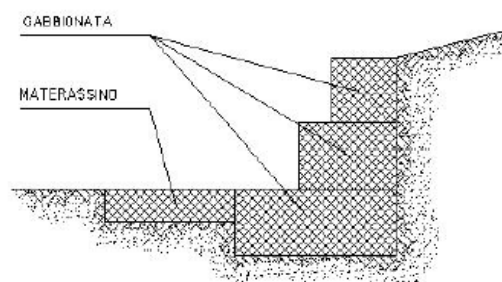


Figura 7-16: Sezione tipo di un versante sistemato con gabbioni



La **verifica di stabilità in fase di recessione dell'onda di piena** assume importanza qualora la velocità di abbassamento della falda all'interno del corpo arginale sia di gran lunga inferiore alla velocità di abbassamento del tirante di piena. In queste ipotesi le quote piezometriche interne all'argine possono essere temporaneamente superiori a quelle del pelo libero della corrente. Ne consegue che le resistenze mobilitate aumentano per via del moto di filtrazione con componente verticale discendente, e, conseguentemente la scarpata interna può diventare instabile. Il rischio di scivolamenti evidentemente aumenta all'aumentare della velocità di svasso e al diminuire della permeabilità della zona dell'argine interessata all'abbassamento della linea di saturazione.

La verifica di stabilità in fase di recessione dell'onda di piena viene eseguita per diverse scadenze temporali (più fitte all'inizio della fase regressiva dell'onda di piena), per ognuna delle quali si disegna la linea piezometrica nell'argine. Un metodo speditivo per valutare l'andamento nel tempo della linea piezometrica è quello che fa riferimento a curve piezometriche normalizzate in funzione del tempo, della geometria dell'argine e delle caratteristiche di permeabilità del materiale costruttivo⁹, rappresentate in figura 7-17. Nota la linea piezometrica normalizzata, si risale al reticolo idrodinamico e alla distribuzione delle pressioni neutre all'interno dell'argine.

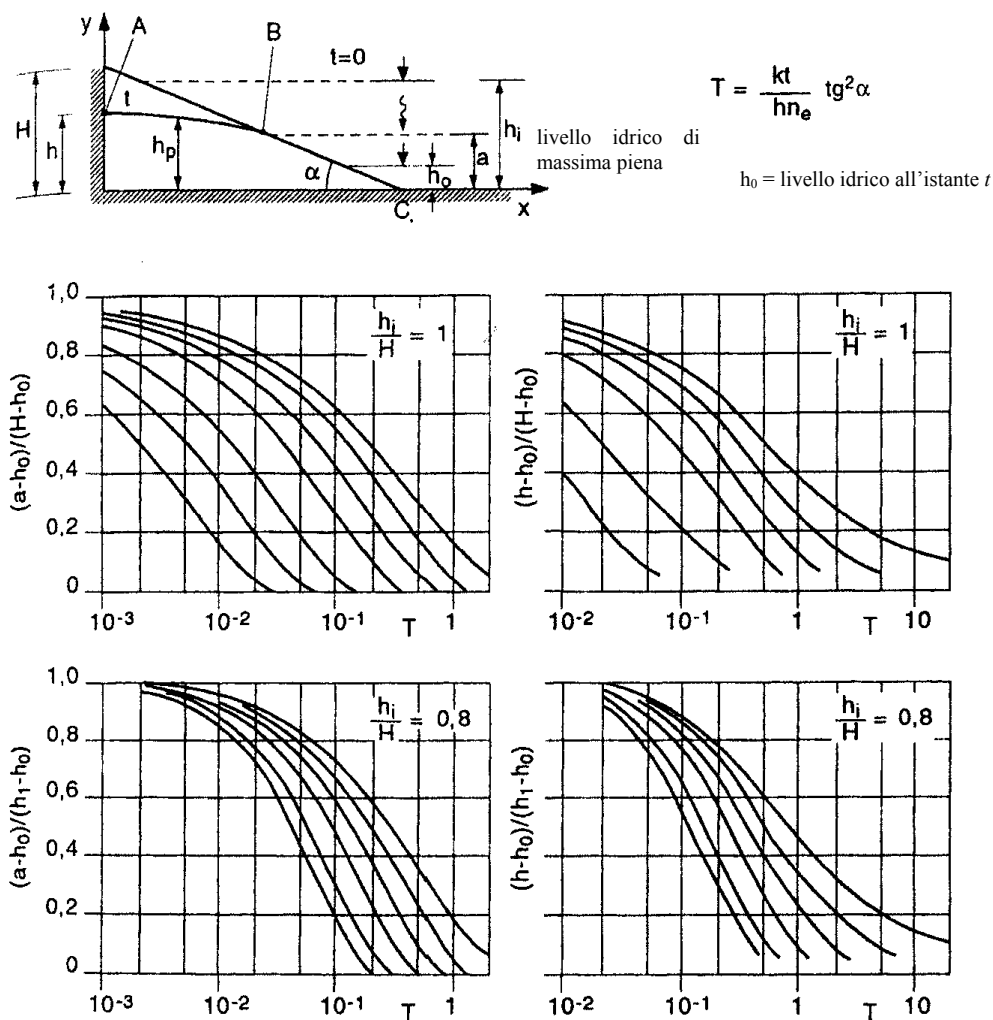


Figura 7-17: Grafici per il tracciamento della linea piezometrica nel fianco interno di un argine, in fase di moto vario di filtrazione a seguito di recessione dell'onda di piena (k = coefficiente di filtrazione; n_e = porosità effettiva; $D = (H - a) \cotg(\alpha)$; $h_p = h - (h - a)(x/D)^2$ [JAPPELLI 2003])

⁹ Cfr. JAPPELLI [2003]



Per aumentare la sicurezza nella fase di svaso a volte occorre adottare schemi progettuali migliorativi della capacità di drenaggio del fianco interno dell'argine. I nuclei argillosi centrali, sotto questo punto di vista, sono a vantaggio di sicurezza rispetto ai nuclei argillosi laterali. **Dreni** subverticali, collegati a tappeti drenanti interni, possono ridurre notevolmente i tempi di abbassamento della falda interna all'argine (figura 7-19-a). Stesso risultato lo si può ottenere con tappeti orizzontali drenanti, ubicati sul fianco interno (figura 7-19-b). Tra l'altro si è anche avuto modo di illustrare (figura 7-7-a) che quest'ultima soluzione è vantaggiosa anche per accelerare i processi di consolidazione.

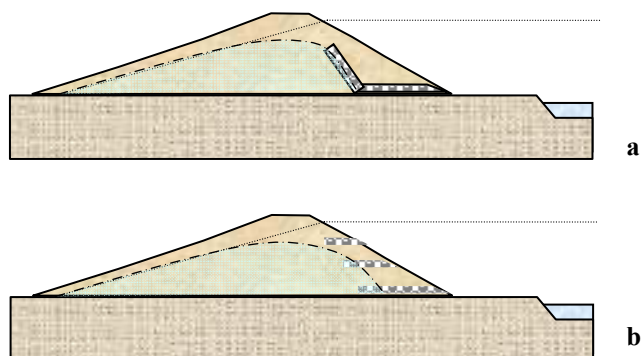


Figura 7-18: Provvedimenti di controllo delle pressioni neutre durante la fase di recessione dell'onda di piena

Tra le verifiche appena descritte per le tre condizioni di funzionamento dell'arginatura (in condizione di fine costruzione, di esercizio estremo e di svaso), quelle di stabilità vengono eseguite ricercando, per diverse superfici potenziali di scivolamento (tutte interessanti la scarpata interna), il coefficiente di sicurezza, ovvero il rapporto minimo tra la resistenza a rottura del materiale e la resistenza mobilitata lungo dette superfici. In genere si fa riferimento al modello di rottura che prevede la formazione di superfici di scivolamento cilindriche a direttrice circolare. Per ognuna delle tre condizioni di funzionamento, si considera il relativo coefficiente di sicurezza con la superficie di potenziale scivolamento associata. In teoria gli argini sarebbero verificati qualora il coefficiente di sicurezza fosse superiore a 1. Tuttavia si può fare riferimento, per maggior cautela, ai coefficienti prescritti dal citato Regolamento Dighe italiano, secondo cui, il coefficiente di sicurezza deve essere non inferiore ai valori riportati in Tabella 7-2

In zone sismiche le verifiche devono essere eseguite con i metodi della dinamica dei terreni, con riferimento al terremoto di progetto o con il ricorso al metodo pseudo-dinamico.

CONDIZIONI DI CARICO	COEFFICIENTE DI SICUREZZA MINIMO
Fine costruzione	1,2
Al colmo dell'onda di piena	1,4
In fase di recessione dell'onda di piena	1,2

Tabella 7-2: Coefficienti di sicurezza prescritti dal Regolamento Dighe

LE VERIFICHE NEL CASO DI RIALZO E RINGROSSO DI ARGINATURE PRESISTENTI.

Oltre che progettare un'arginatura *ex novo*, può capitare di progettare rialzi o ringrossi di corpi arginali già realizzati. A volte tale necessità è dettata da una insufficienza di tenuta idraulica, con formazione di fontanazzi, che possono essere temporaneamente confinati, ricoprendoli con arginelli in terra o sacchi di sabbia. In questo modo si provoca l'innalzamento del livello di affioramento con conseguente riduzione del carico idraulico e allungamento delle linee di corrente.



Durante la fase di progettazione definitiva dell'innalzamento o ringrosso dell'argine, occorre eseguire un'adeguata indagine sulle caratteristiche geotecniche del terreno utilizzato in precedenza, che spesso è meccanicamente scadente. I rinforzi e le aggiunte di terra, sicuramente di tipo più pregiato, richiedono, allora, una verifica di filtrazione e stabilità che tenga conto della disomogeneità del corpo arginale. Non è raro, quindi, dover ricorrere a modelli geotecnici e idrodinamici dell'arginatura di tipo multistrato, per eseguire le dovute verifiche progettuali.

7.2.3 Progettazione esecutiva

Come per la progettazione definitiva, anche la progettazione esecutiva deve essere preceduta e accompagnata da un'opportuna campagna di indagini geotecniche di dettaglio, per una più precisa caratterizzazione geotecnica dei terreni di fondazione e una più rigorosa valutazione dei volumi di terra necessari alla realizzazione dei rilevati. Occorre, comunque, precisare che le arginature sono opere caratterizzate da uno sviluppo lineare molto accentuato. Sotto molti aspetti possono essere assimilate ai rilevati stradali e ferroviari, compresi i problemi di perfezionamento e affinamento che richiedono i progetti nel corso dei lavori, a causa di osservazioni, rilievi, misure, dati sperimentali, che si rendono disponibili solo all'apertura del cantiere.

La progettazione esecutiva comprende la definizione di tutti i particolari costruttivi e lo sviluppo dettagliato delle verifiche geotecniche e idrodinamiche di calcolo, che devono restituire:

- 1) la previsione delle pressioni neutre nel rilevato e nei terreni di fondazione, in ipotesi di moto vario, ed in considerazione dei diversi stati di consolidazione;
- 2) l'andamento degli spostamenti nel tempo e le deformazioni finali del complesso argine – terreno;
- 3) la sicurezza del complesso argine – terreno nei riguardi delle condizioni limite di affioramento della falda al paramento esterno, di tracimazione dell'argine da parte di una piena superiore a quella di progetto, di rottura e conseguente franamento della scarpata interna;
- 4) la compatibilità del contatto di materiali con diverse caratteristiche meccaniche e di permeabilità, eventualmente utilizzati per la realizzazione dei rilevati arginali.

Un aspetto di rilevante importanza nel progetto esecutivo è quello della verifica dei contatti e delle transizioni delle terre. Tale verifica deve avvenire sia dal punto di vista meccanico che idrodinamico.

Dal punto di vista meccanico, occorre verificare che il materiale a grana grossa, a contatto con terre a grana fina, non affondi localmente, provocando meccanismi locali di rottura, che tendono poi ad amplificarsi sull'intero corpo arginale. In genere il rischio di affondamento locale si verifica quando il terreno fino è particolarmente molle e cedevole e può essere bloccato interponendo una membrana artificiale, generalmente permeabile, resistente a trazione, che funga da elemento separatore tra i due strati di terreno.

Dal punto di vista idrodinamico, occorre verificare che il materiale a grana fine non venga trasportato dal moto di filtrazione all'interno della matrice grossolana del terreno adiacente, riducendone la porosità e, quindi, la permeabilità, con gravi conseguenze per la tenuta idraulica, qualora il terreno a grana grossa debba espletare funzioni drenanti. Esistono metodi semiempirici di verifica idrodinamica del contatto tra due terreni a diversa granulometria. Essi si basano sul confronto di alcune dimensioni caratteristiche dei grani di terra, che si deducono dalle curve granulometriche.

Per terre filtranti (F), di composizione granulometrica uniforme, un buon contatto con il terreno di base del rilevato (B), si ha se sono rispettate le seguenti condizioni¹⁰:

¹⁰ Cfr. JAPPELLI [2003]



$$\frac{D(F)_{15}}{D(B)_{85}} < 4 < \frac{D(F)_{15}}{D(B)_{15}}$$

in cui: F_{15} = diametro equivalente riferito al 15° percentile della curva granulometrica del materiale filtrante;

B_{85} = diametro equivalente riferito al 85° percentile della curva granulometrica del terreno di base;

B_{15} = diametro equivalente riferito al 15° percentile della curva granulometrica del terreno di base.

Per terre filtranti (F), di composizione granulometrica assortita, un buon contatto con il terreno del rilevato (B), si ha se sono rispettate le seguenti condizioni¹¹:

$$12 < \frac{D(F)_{50}}{D(B)_{50}} < 58 \quad \text{e} \quad 12 < \frac{D(F)_{15}}{D(B)_{15}} < 40$$

Jappelli suggerisce ad ogni modo di non utilizzare materiale filtrante con diametro equivalente inferiore a 0,074 mm per più del 5% in peso. Inoltre raccomanda di eliminare grani di diametro equivalente superiore a 65 mm.

Qualora le condizioni appena riportate non sono soddisfatte, si può prevedere, all'atto della progettazione, una batteria di uno o più **filtri di transizione**, disposti in serie, di adeguato spessore e di granulometria intermedia fra i materiali F e B , capace di proteggere la terra a matrice più grossolana dall'occlusione. I requisiti granulometrici dei materiali di transizione devono comunque rispettare una delle due condizioni precedentemente suggerite.

Se nel progetto definitivo sono stati previsti dei materassi impermeabili, occorre precisare le dimensioni e i materiali da utilizzare.

I **materassi in conglomerato cementizio** vantano una grande tradizione applicativa in Italia. Sono costituiti da lastre a sviluppo subverticale, in calcestruzzo armato, lunghe quanto tutta la scarpata interna o i diversi tratti di scarpata interna e larghe dai 10 ai 20 m. L'armatura in genere consiste in una rete che può essere semplice o doppia. I materassi non mantengono lo stesso spessore. Questo generalmente varia, aumentando a mano a mano che ci si sposta verso la piarda, secondo la seguente formula empirica¹²:

$$s = 0,30 + \gamma \cdot a$$

con s = spessore del materasso (espresso in metri)

$$\gamma = 0,006 \div 0,007$$

a = affondamento rispetto al coronamento dell'argine (espresso in metri)

Le lastre sono realizzate direttamente sulla scarpata interna, e i giunti verticali di sconnessione tra una lastra e l'altra vengono ricoperti da cerniere coibentanti (*waterstop*) in rame, materiale polimerico o bitume.

I vantaggi dei materassi in conglomerato cementizio sono essenzialmente legati alla possibilità di essere realizzati su scarpate ripide. Inoltre il calcestruzzo è molto resistente agli urti dei corpi trasportati dalla corrente. Di contro tale tipologia di materassi non tollera molto bene i cedimenti e le deformazioni che può subire l'argine nel tempo e per questi motivi è facilmente soggetto a lesioni, soprattutto quando l'argine è poggiato su terreni molto comprimibili. Tuttavia, nella manutenzione ordinaria è possibile intervenire sia sulle lesioni createsi sulle lastre (tramite otturazione con malte cementizie) sia sulle lesioni createsi lungo i giunti (mediante sostituzione degli stessi).

I **materassi in conglomerato bituminoso** sono costituiti da gabbioni metallici dalla forma di prismi rettangolari appiattiti, che vengono riempiti di pietrame e poi irrorati di mastice bituminoso impermeabile. Il bitume viene preferito al calcestruzzo per le caratteristiche proprietà reologiche di tipo visco-elastico, variabili a seconda della temperatura di esercizio. A temperature elevate prevale il comportamento viscoso (che consente

¹¹ Ibidem

¹² Ibidem



un'agevole posa in opera a caldo), mentre a temperature basse prevale il comportamento elastico (che consente di tollerare sia elevate deformazioni senza fessurarsi, sia urti bruschi di corpi sospesi nella corrente).

7.3 I moti di filtrazione nelle arginature

Lo studio della filtrazione nei manufatti arginali può essere eseguito nelle ipotesi di moto stazionario e di moto vario.

7.3.1 Ipotesi di moto di filtrazione stazionario

Nel caso di moto stazionario esistono procedimenti assai semplici per definire la linea di saturazione, applicabili solo in ipotesi di mezzo poroso omogeneo e isotropo.

Se l'arginatura è realizzata su suolo permeabile, si può fare riferimento alla già citata proposta del Genio Civile italiano di indicare, quale linea piezometrica, una retta originata dal livello di massima piena di progetto e con pendenza variabile da 1/7 a 1/5 (Cfr. Figura 7-5-a).

Se l'arginatura è realizzata su suolo impermeabile, si può definire la linea di saturazione con il procedimento di *Pavlovsky*¹³, che si basa sulla suddivisione del campo di moto in parti elementari, a ciascuna delle quali vengono applicati risultati noti, e imponendo la condizione di continuità. L'argine viene diviso in tre parti, in ognuna delle quali si fa l'ipotesi di *Dupuit*, assumendo, cioè, che le superfici isopiezometriche siano dei piani verticali. La prima parte dell'argine è quella in cui la linea di saturazione, partendo dal paramento interno, raggiunge il punto di flesso. La seconda parte è quella in cui la linea di saturazione, partendo dal punto di flesso, raggiunge il paramento esterno. La terza ed ultima parte dell'argine è quella in cui la falda affiora completamente dal paramento esterno.

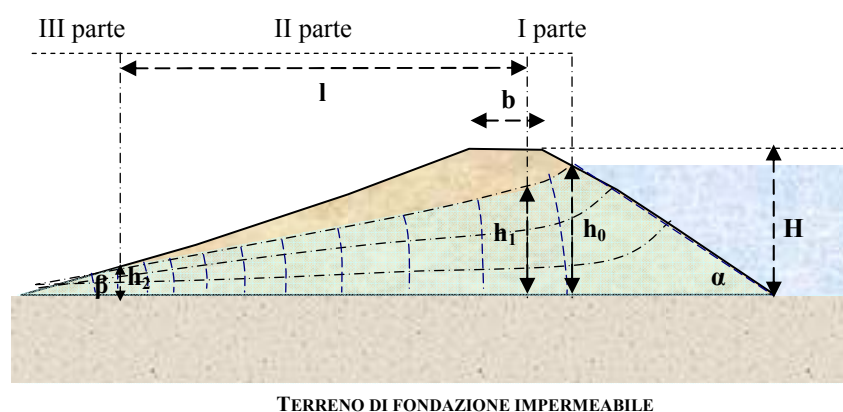


Figura 7-19: Tracciamento della linea piezometrica con il metodo di *Pavlovsky*

Facendo riferimento alla Figura 7-20, si dimostra che la portata q per unità di larghezza defluente dalla I parte è:

¹³ Cfr. DA DEPPA & DATEI [2003]



$$q = f \cdot (h_0 - h_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \ln\left(\frac{H}{H - h_1}\right) \quad (7.1)$$

Si dimostra anche che la lunghezza l della II parte è:

$$l = \frac{h_1^2 - h_2^2}{h_2 \cdot \operatorname{tg}(\beta)} \quad (7.2)$$

e che h_2 può essere espresso dalle seguenti formulazioni:

$$h_2 = H + b \cdot \operatorname{tg}(\beta) - \sqrt{(H + b \cdot \operatorname{tg}(\beta))^2 - h_1^2} \quad h_2 = \frac{(h_0 - h_1) \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \ln\left(\frac{H}{H - h_1}\right)}{\operatorname{tg}(\beta)} \quad (7.3)$$

Per tentativi si calcolano i valori di h_1 e h_2 , tali da soddisfare contemporaneamente le equazioni (7.3). Applicando la (7.2) si calcola la lunghezza l della II parte. È appena il caso di far notare che tali grandezze geometriche non dipendono assolutamente dalla permeabilità dell'argine, che, invece, entra in gioco nella valutazione della portata q , che drena verso la scarpata esterna.

Qualora l'arginatura, sia essa posta su un terreno permeabile o meno, sia dotata, al paramento esterno, di un filtro drenante di lunghezza x , il tracciamento della superficie freatica si ottiene con il metodo di *Casagrande*¹⁴. Facendo riferimento alla figura 7-16, il procedimento consiste nel tracciare la curva parabolica passante per i punti A , B e C , la cui equazione, nel sistema di riferimento individuato in Figura 7-21, è:

$$z = \sqrt{2a \cdot s + a^2} \quad (7.4)$$

in cui $a = \sqrt{h_0^2 + L^2} - L$

La curva viene raccordata a sentimento dal punto in cui è originata dal livello di massima piena.

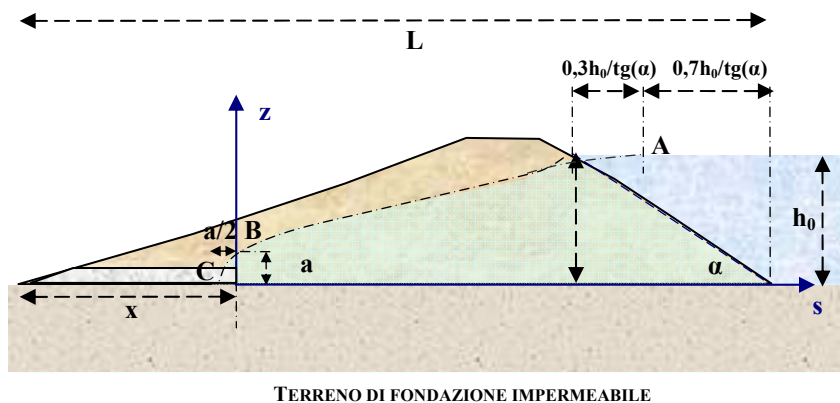


Figura 7-20: Tracciamento della linea piezometrica con il metodo di *Casagrande*

¹⁴ Ibidem



7.3.2 Ipotesi di moto vario di filtrazione

Qualora occorra valutare la linea piezometrica in condizioni di moto vario, esistono dei modelli matematici, noti in letteratura, che possono essere applicati solo in ipotesi di mezzo omogeneo e isotropo, che semplificano il sistema di equazioni differenziali, composto dalla legge del moto di filtrazione (D.4), che qui si ripropone:

$$\Delta_2(h) = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (7.5)$$

e dall'equazione di *Boussinesq* della superficie libera:

$$\frac{n}{f} \frac{\partial h}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z} \quad (7.6)$$

In tale sistema, da risolvere fissando le condizioni al contorno e quelle iniziali, si è indicato con h la quota piezometrica rispetto alla base dell'acquifero, con n la porosità e con f la permeabilità.

I modelli matematici semplificativi del citato sistema di equazioni differenziali si distinguono a seconda delle ipotesi applicative. Il caso più semplice nella trattazione del moto vario di filtrazione è quello in cui:

- 1) le superfici isopiezometriche sono dei piani verticali (ipotesi di *Dupuit*), per cui h è funzione della sola distanza trasversale dal paramento interno dell'argine;
- 2) l'equazione del moto (7.6) è di tipo lineare.

Nelle ipotesi citate è possibile giungere ad una espressione analitica in forma chiusa della quota piezometrica h , risolvendo l'integrale generale della (7.5):

$$h(x, \tau) = A_0 + A_1 \cdot x + B \cdot e^{-\mu x} \cdot \cos(\omega \tau - \mu x) \quad (7.7)$$

in cui: A_0 , A_1 e B sono dei parametri che dipendono dal sistema di riferimento e dalla configurazione della falda in condizioni di riposo;

x è la distanza trasversale dall'origine del sistema di riferimento;

μ è il termine di attenuazione che smorza la perturbazione della falda all'interno dell'argine; ha la seguente formulazione: $\mu = \sqrt{\frac{\omega \cdot n}{2f \cdot h_0}}$

n è la porosità del mezzo omogeneo e isotropo;

f è la permeabilità del mezzo omogeneo e isotropo;

h_0 è lo spessore della falda in condizioni di riposo;

ω è la fase della perturbazione ed è pari a: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

T è il periodo della perturbazione, pari a quattro volte il tempo che l'onda di piena impiega per raggiungere il tirante di colmo.

Per comprendere la (7.7) si ipotizzi che l'origine dell'asse x coincida con l'ascissa del punto d'intersezione del massimo livello idrico con il paramento interno dell'argine (figura 7-17). In tale punto ($x=0$), la (7.7) si specializza in:

$$h(0, \tau) = A_0 + B \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \tau\right)$$



All'istante iniziale di tempo $\tau = 0$, prima della piena, si ha: $h(0,0) = A_0 + B$, per cui la somma dei due parametri deve restituire lo spessore della falda $h_0(0)$ in condizioni di riposo, nella sezione corrispondente a $x = 0$. All'istante di tempo $\tau = t_{piena} = T/4$, si ha: $h(0, t_{piena}) = A_0$, per cui quest'ultimo parametro coincide con la quota del livello idrico di piena, rispetto allo strato sotterraneo impermeabile (cfr. figura 7-22). Per risalire al valore di A_1 è sufficiente conoscere lo spessore della falda in condizioni di riposo, in una generica sezione x :

$$A_1 = \frac{h(x,0) - A_0 - B \cdot e^{-\mu \cdot x} \cdot \cos(-\mu x)}{x}$$

con

$$\mu = \sqrt{\frac{2\pi \cdot n}{2f \cdot T \cdot h(x,0)}}$$

Il rapporto $w = \omega/\mu$ ha le dimensioni di una velocità e rappresenta la velocità di propagazione della perturbazione ondosa all'interno dell'argine. Il rapporto $t^*(x) = x/w$ rappresenta il ritardo con cui la perturbazione ondosa raggiunge la sezione arginale x .

Conoscendo la legge di variazione nel tempo dell'idrogramma di piena, la (7.7) restituisce, in un generico istante di tempo τ , la curva piezometrica istantanea. L'involuppo di tutte le curve piezometriche istantanee deve trovarsi all'interno del corpo arginale.

Facendo riferimento alla (7.7) *Supino* e *Marchi* hanno svolto applicazioni matematiche, per consentire un adeguato dimensionamento di un argine omogeneo su suolo dalle stesse caratteristiche geotecniche dell'argine. In particolare *Supino*¹⁵ studiò la filtrazione partendo da un idrogramma composto da quattro parabole, molto simile ad un'idrogramma di piena fluviale. *Marchi*¹⁶ studiò la filtrazione partendo da un idrogramma rettangolare, per certi versi assimilabile a quello che cimenta talune casse d'espansione. In particolare *Marchi* indicò con:

- $a^*(x)$ il massimo sopralzo della falda rispetto alla quota piezometrica di base, all'ascissa x (cfr. figura 7-22);
- $a^*(0)$ il massimo sopralzo della falda rispetto alla quota piezometrica di base, all'ascissa 0 (cfr. figura 7-22);

entrambi i sopralzi appartengono all'involuppo di tutte le curve piezometriche, che si sviluppano nell'argine durante la piena.

Marchi constatò che il rapporto $a^*(x)/a^*(0)$ è proporzionale alla radice quadrata della permeabilità f , dello spessore h_0 della falda a riposo e della durata T dell'impulso di piena; mentre è inversamente proporzionale alla radice quadrata della porosità n del mezzo. L'espressione analitica che segue definisce l'ascissa x in cui $a^*(x)/a^*(0) = 0,1$:

$$x = 2,326 \sqrt{\frac{f \cdot h_0 \cdot T}{n}}$$

L'ascissa x è un ottimo parametro indicativo per il dimensionamento della larghezza da dare all'impronta dell'argine a terra.

La verifica di conservatività dell'ipotesi di linearità dell'equazione del moto di filtrazione (7.5), per il dimensionamento della larghezza dell'argine, è stata eseguita sulla base di lavori sperimentali¹⁷ ed elaborazioni

¹⁵ SUPINO [1955]

¹⁶ MARCHI [1957]

¹⁷ Cfr. CARRAVETTA [1957]



numeriche¹⁸. In particolare *Giugni e Fontana*¹⁹ hanno risolto il sistema di equazioni (7.6) e (7.6) annullando l'ipotesi di linearità della (7.5), ponendo come condizione al contorno un'onda di piena di forma rettangolare, come quella utilizzata da *Marchi*. Indicando con $a(x, \tau)$ l'innalzamento della falda all'ascissa x e all'istante τ e con $a^*(0)$ l'innalzamento massimo della falda all'ascissa 0 , le elaborazioni di *Giugni e Fontana* hanno condotto all'abaco, riportato in Figura 7-23, in cui il rapporto $a(x, \tau) / a^*(0)$ è definito in funzione di $a^*(0)/h_0(0)$ e di $\eta = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{n}{f \cdot \tau \cdot A_0}}$, in cui n e f sono rispettivamente la porosità e la permeabilità del mezzo e A_0 è lo spessore massimo che assume la falda al paramento interno.

Con i loro studi *Giugni e Fontana* hanno dimostrato che l'ipotesi di linearizzazione dell'equazione differenziale del moto non è conservativa e porta a sovrastimare gli abbassamenti della falda d'involuppo e, quindi, a sottostimare la dimensione trasversale dell'argine. Gli errori diventano trascurabili per $a^*(0)/h_0(0) < 0,2$. Quindi la (7-7), è applicabile solo nei casi in cui $a^*(0)/h_0(0) < 0,2$.

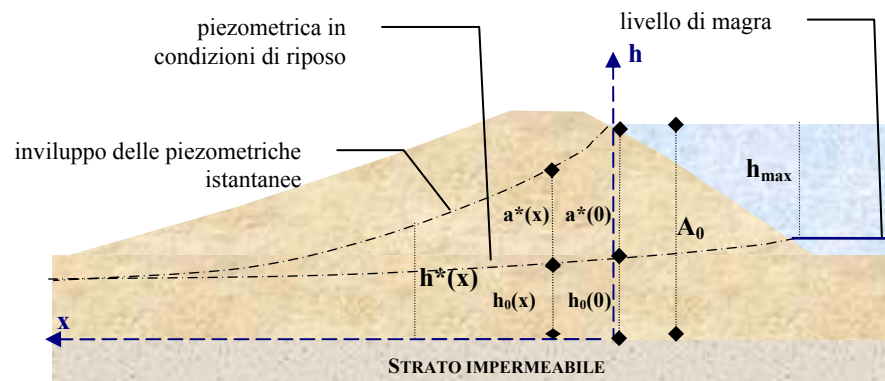


Figura 7-21: Grandezze di riferimento nella schematizzazione del moto vario di filtrazione in un argine

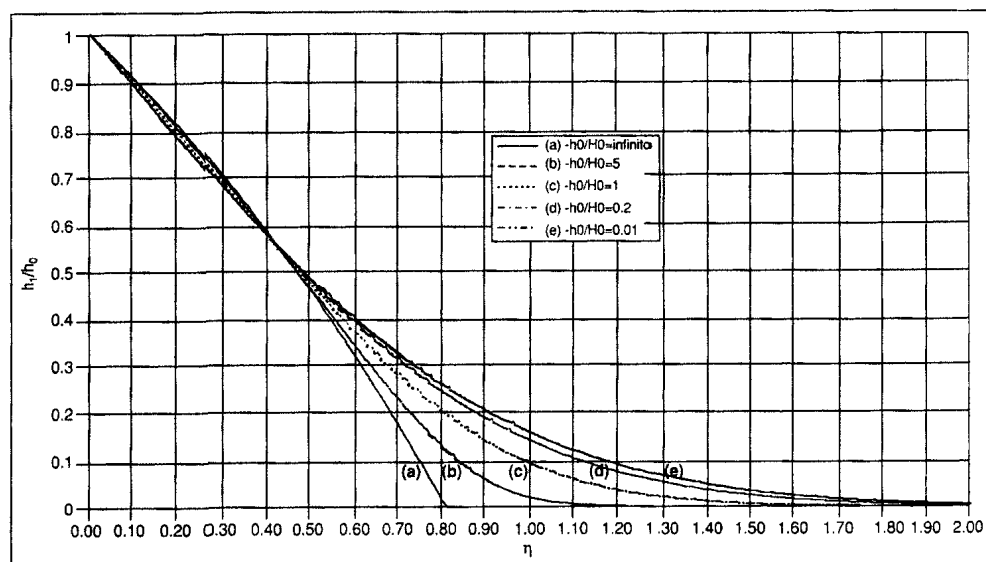


Figura 7-22: Linee di filtrazione adimensionali per un idrogramma rettangolare [GIUGNI & FONTANA, 1999]

¹⁸ Cfr GIUGNI & FONTANA [1999]

¹⁹ Ibidem



Giugni e Fontana²⁰ hanno anche risolto il sistema di equazioni differenziali (7.5) e (7.6), omettendo l'ipotesi di *Dupuit* e utilizzando uno schema numerico alle differenze finite, sempre con riferimento a un idrogramma rettangolare. Hanno constatato che l'abbassamento della piezometrica di inviluppo, che si ottiene con l'ipotesi di *Dupuit*, è sovrastimato per valori bassi di $a^*(0)/h_0(0)$ ed è sottostimato per valori alti di $a^*(0)/h_0(0)$. Lo stesso abbassamento della piezometrica, che si ottiene nelle ipotesi di *Dupuit*, viene sovrastimato per valori bassi di η e sottostimato per valori alti di η . Inoltre, introducendo il parametro adimensionale $t = \tau \frac{f}{n \cdot A_0}$, è stato verificato che per valori di t sufficientemente elevati ($t > 4,25$), i valori di $a(x, \tau) / a^*(0)$ si discostano poco da quelli che si otterrebbero con l'ipotesi di *Dupuit*. Quindi l'ipotesi di *Dupuit* risulta accettabile per $t > 4,25$.

Gli studi eseguiti da *Supino*, *Marchi*, *Giugni* e *Fontana* possono trovare applicazione solo in limitati casi e certamente non quando il sistema argine-suolo risulta essere disomogeneo e anisotropo. In quest'ultimi casi occorre fare ricorso a pacchetti software in grado di eseguire la modellazione numerica dei moti di filtrazione interni all'argine. Tali software generalmente si basano sulla discretizzazione dell'argine mediante opportuna grigliatura (Cfr. Figura 7-24). Per tutti i nodi il software richiede il valore della porosità e della permeabilità nelle direzioni orizzontale e verticale (condizioni iniziali). In alcuni dei nodi (quelli ad esempio rappresentati in rosso in figura 7-24), è poi possibile definire la funzione temporale del carico idraulico (condizioni al contorno). Una volta inseriti tutti i dati e le informazioni utili alla loro esecuzione, tali software visualizzano l'andamento nel tempo della falda e ne traggono la linea d'involuppo superiore.

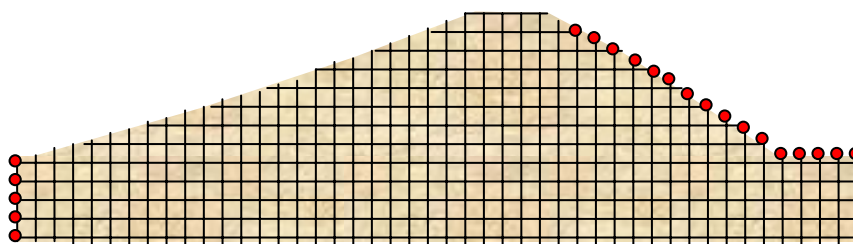


Figura 7-23: Esempio di discretizzazione di un'arginatura (software di calcolo del moto vario di filtrazione).

7.3 Posa in opera

Molto importanti, nella costruzione dei rilevati arginali, è l'azione di compattamento che i mezzi di posa in opera trasmettono alle terre. A tale scopo occorre prevedere in sede di progettazione esecutiva, mediante prove di compattamento in laboratorio, gli effetti che le azioni statiche e dinamiche dei mezzi di cantiere hanno nei riguardi del contenuto d'acqua e, più in generale, della porosità dei materiali sciolti previsti per la realizzazione degli argini. Definita l'energia di compattamento per metro quadro da assegnare ai vari strati realizzativi degli

²⁰ Ibidem



argini, l'azione di compattazione in cantiere deve garantire la somministrazione di una quantità di energia di compattamento non inferiore a quella di progetto.

I materiali a grana grossa si addensano ottimamente per vibrazione, mentre i terreni a grana fina sono più facilmente compattabili mediante rulli gommati o simili. Nella compattazione dei materiali sciolti del rilevato arginale occorre raggiungere il voluto equilibrio tra resistenza (che aumenta con la compattazione) e deformabilità (che diminuisce con la compattazione), soprattutto in prossimità delle zone periferiche all'eventuale nucleo, in cui occorre limitare le differenze di deformabilità reciproca tra nucleo e fianchi. Durante il compattamento, che avviene per strati (con spessori variabili da qualche decimetro fino al metro), se necessario, si esegue l'inumidimento per irrigazione, al fine di raggiungere i contenuti d'acqua ottimali dedotti da prove eseguite su rilevati sperimentali. L'altezza del rilevato arginale deve essere convenientemente maggiorata, in funzione dei cedimenti previsti a seguito della consolidazione.

Capitolo 8

I diversivi e gli scolmatori di piena¹

La derivazione d'acqua dai fiumi, oltre che per scopi civili, energetici, produttivi e agricoli, risulta talvolta necessaria anche nel settore della mitigazione del rischio idraulico. I manufatti che consentono il prelievo continuo di acqua da un fiume prendono il nome di **diversivi**, mentre le opere che consentono la derivazione solo in condizioni di piena sono dette **scolmatori di piena**.

8.1 I diversivi²

I diversivi, proprio in virtù della loro capacità di garantire l'ufficio continuo della derivazione, sono in genere utilizzati non solo per mitigare il rischio idraulico, ma anche e soprattutto per l'utilizzazione antropica parziale o totale dell'acqua derivata.

I diversivi possono essere realizzati con differenti tipologie di manufatti di imbocco. Il più semplice è una luce ricavata nella sponda del corso fluviale principale, con soglia a petto nullo. Nella scelta del manufatto di imbocco occorre tenere presente che, per loro natura, i diversivi modificano senza soluzione di continuità i regimi idrodinamici di un corso d'acqua e, di conseguenza, i fenomeni di trasporto solido. Di quest'ultimi, in particolare, non si può trascurare il ruolo fondamentale che hanno sull'efficienza di un diversivo; si rimanda ai testi specializzati per gli approfondimenti sulle dinamiche di trasporto solido fluviale.

8.1.1 I diversivi laterali

I **diversivi laterali** sono caratterizzati da un'opera di imbocco realizzata in fregio al corso d'acqua, lungo una delle sponde. Essi provocano nel corso d'acqua una **corrente secondaria** di efflusso, che, nelle correnti lente, inizia a formarsi ad una certa distanza a monte del dispositivo di alimentazione del diversivo e la cui lunghezza e larghezza dipende dalle condizioni idrodinamiche della corrente principale, oltre che dalla geometria

¹ Propedeutico alla lettura di questo capitolo è il capitolo J in Appendice, sui *Fondamenti di foronomia*.

² Alcuni aspetti realizzativi dei diversivi sono stati tratti dal *Pequenas obras hidraulicas* di MATTOS R. (1999)



locale dell'alveo. Una particella d'acqua ha una probabilità tanto maggiore di essere deviata nel diversivo, quanto più la sua traiettoria originaria nel corso d'acqua è vicina al diversivo e quanto più bassa è la sua inerzia e, quindi, la sua velocità. Per questo motivo la linea che separa (anche se in maniera non netta) la corrente principale da quella secondaria di imbocco può essere rappresentata come nella figura 8-1, in cui con opportuna simbologia vettoriale sono indicate la direzione e il verso di percorrenza della corrente fluviale superficiale (vettori interi) e profonda (vettori tratteggiati). Le particelle d'acqua che occupano gli strati superficiali della corrente sono caratterizzate da una velocità maggiore e, quindi, da un'inerzia maggiore, rispetto alle particelle d'acqua che si trovano lungo gli strati profondi della corrente. Tale situazione provoca dei moti vorticosi nei pressi del diversivo, di modo che la forte turbolenza locale alimenta un processo di trasporto solido lungo la vena che imbocca nel diversivo, mentre la corrente che prosegue lungo la direzione principale del fiume, a valle del diversivo, inizia a dilatarsi, rallenta e favorisce un'amplificazione locale del processo di sedimentazione.

Se, in ipotesi di moto stazionario, si indica con Q_U la portata che continua a defluire nel fiume a valle del diversivo e con Q_D la portata derivata dal diversivo, la somma delle due portate dà la portata a monte dell'opera d'imbocco, pari a Q_I . Il rapporto Q_D/Q_I rappresenta l'**efficienza** del diversivo.

Quando si decide di realizzare un diversivo lungo un corso d'acqua, il primo aspetto da definire è l'ubicazione che ottimizza la massima efficienza di derivazione con il minimo impatto e disturbo alla corrente fluviale e ai processi di trasporto solido.

Particolarmente efficace, ai fini del raggiungimento di un'adeguata efficienza di derivazione, è l'ubicazione del dispositivo d'imbocco lungo la sponda esterna di un fiume, in prossimità di un'ansa. Infatti la portata derivata, oltre a essere provocata dalla corrente secondaria di chiamata allo sbocco del dispositivo di derivazione, viene alimentata anche dalla corrente principale, per via dell'azione della forza centrifuga, che agisce sulle particelle d'acqua a causa dell'andamento curvilineo delle traiettorie di corrente (cfr. figura 8-1-b). Particolare attenzione occorre riservare alle opere di fondazione e di ancoraggio del manufatto di imbocco, in quanto la riva esterna di un'ansa fluviale è sottoposta, in virtù delle forti velocità che ivi la corrente assume, a fenomeni di erosione e scalzamento al piede, che risultano particolarmente accentuati durante le piene.

Meno efficace, ai fini della derivazione, è un diversivo posizionato lungo la sponda interna di un'ansa, non solo a causa di una intuitiva riduzione dell'efficienza di derivazione, ma anche perché lungo la riva interna si producono rilevanti, quanto indesiderati fenomeni di sedimentazione, che con il tempo solleverebbero il fondo alveo in corrispondenza della soglia del diversivo.

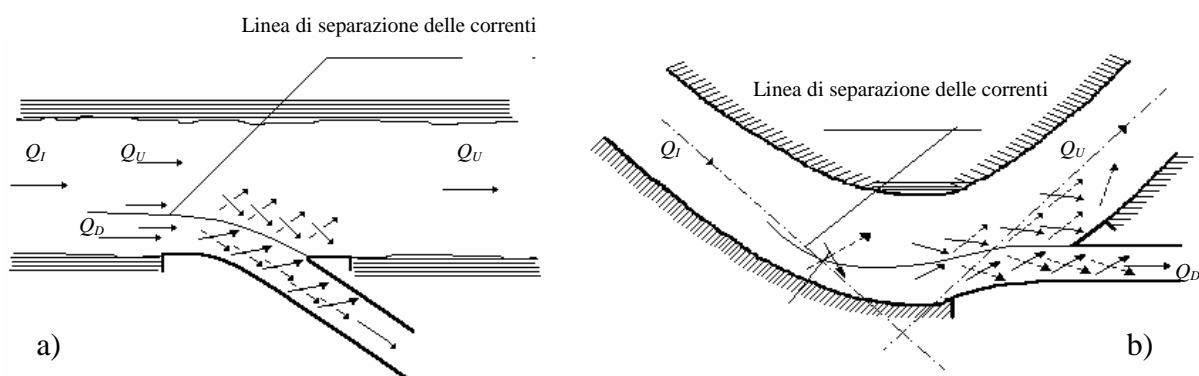


Figura 8-1: Schemi realizzativi di diversivi lungo un corso d'acqua rettilineo (a) e curvilineo (b).



L'inserimento di un pennello lungo la sponda interna di un tratto fluviale incurvato forza notevolmente gli effetti centrifughi e, quindi, la generazione di correnti d'imbocco alimentanti il diversivo disposto lungo la sponda esterna di un'ansa (cfr. figura 8-2-a). Tale schema di funzionamento è noto anche come opera di **presa di Müller**³.

Quando il tratto fluviale è decisamente rettilineo (tratti montani), per consentire il raggiungimento di alte efficienze di derivazione, più che la ricerca di un'ansa, occorre individuare quei tratti caratterizzati da un naturale restringimento repentino dell'alveo. Quivi può essere realizzato un diversivo ad imbocco inclinato (cfr. figura 8-2-b), la cui efficienza diventa significativamente più alta di quella di un diversivo ordinario, qualora la lunghezza ΔL dell'imbocco non superi di 10 volte il restringimento ΔB dell'alveo ($\Delta B/\Delta L > 0.1$).

Le azioni centrifughe e inerziali che favoriscono l'imbocco della corrente nel diversivo possono essere provocate artificialmente modellando l'alveo in maniera da renderlo curvilineo, ovvero realizzando un pennello, o ancora prevedendo un diversivo con imbocco inclinato (cfr. figura 8-3-a). Ovviamente qualsiasi modifica prevista alla forma dell'alveo naturale deve essere analizzata anche nei confronti delle ripercussioni che può avere sui processi di trasporto solido (nella figura 8-3-a l'alveo a valle del diversivo è stato modellato per evitare un aumento improvviso di velocità della corrente, che potesse incidere negativamente sugli equilibri idromorfologici locali). *Habermaas*⁴ ha proposto anche uno schema con diversivo doppio, che prevede la realizzazione di una grande biforcazione fluviale con esecuzione di un canale a forma incurvata (diversivo principale), ottenuto tramite il parziale restringimento della sezione principale del fiume. Un secondo diversivo è disposto nei pressi della sponda esterna del canale artificialmente ricavato (cfr. figura 8-3-b).

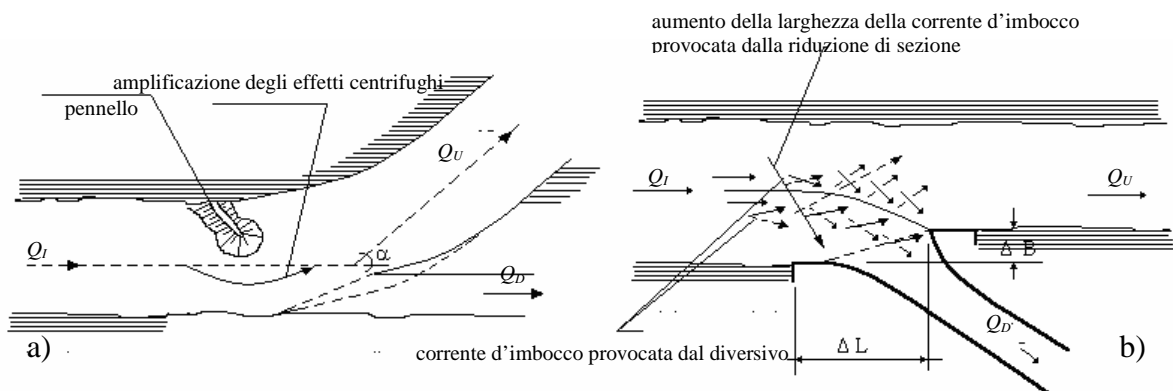


Figura 8-2: Amplificazione delle correnti d'imbocco mediante pennello (a) e mediante imbocco inclinato (b)

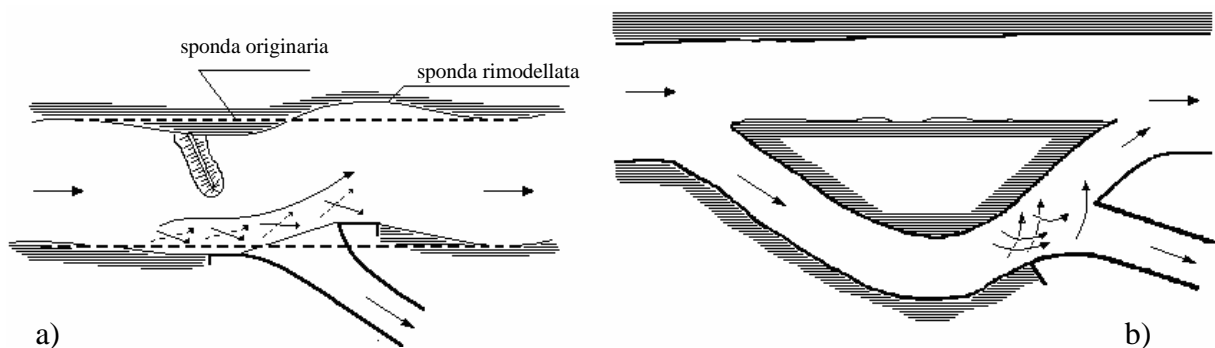


Figura 8-3: Esempi di modellazione artificiale dell'alveo per aumentare l'efficienza dei diversivi: a) soluzione con uso di pennello, incurvatura dell'alveo e imbocco inclinato; b) soluzione di Habermaas con doppio diversivo

³ Ibidem

⁴ Cfr. Graeme & Martin (1983)



Per il dimensionamento delle luci e dei manufatti utili alla realizzazione degli schemi di derivazione appena illustrati non esistono in letteratura delle specifiche formulazioni matematiche. In genere si ricorre alla modellazione fisica o matematica bidimensionale.

Per avere una conoscenza più precisa della portata che può derivare un diversivo, senza per questo ricorrere alla modellazione fisica o matematica, occorre realizzare dei manufatti aggiuntivi di regolazione della corrente e dei tiranti idrici. *Grischin*⁵ propone la realizzazione di una parete direzionale (cfr. figura 8-4-a), parallela all'asse fluviale. La portata indirizzata al diversivo è proporzionale alla distanza della parete direzionale dalla sponda fluviale in cui è ricavata la luce di imbocco. Il rapporto tra la portata derivabile e quella complessiva in arrivo da monte (efficienza del diversivo), può essere con buon approssimazione posto pari al rapporto tra la larghezza B_a della corrente confinata dalla parete e la larghezza complessiva B_0 del fiume.

$$\frac{Q_D}{Q_I} = \frac{B_a}{B_0}$$

Per limitare le portate derivate dai diversivi ricavati mediante pareti direzionali, si può fare ricorso ad organi di regolazione, costituiti da **traverse fluviali**. *Rouvé*⁶ suggerisce di utilizzare in combinazione una parete direzionale e una traversa di regolazione (cfr. figura 8-4-b). La traversa consente di regolare le portate da derivare in modo tale che quando queste superano un determinato valore, si ha la tracimazione delle portate in eccesso.

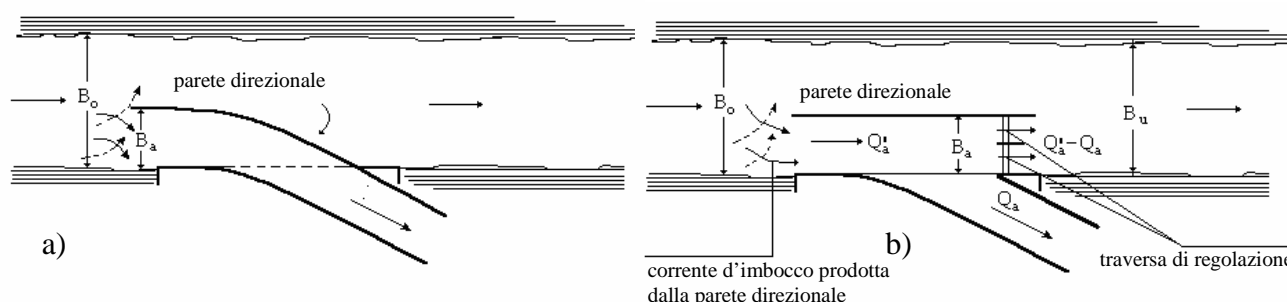


Figura 8-4: Manufatti di controllo delle portate derivate: parete direzionale (a); parete direzionale e traversa di regolazione (b)

Oltre all'efficienza di derivazione di un diversivo laterale, occorre considerare, come già osservato, gli aspetti legati al trasporto solido di fondo e, quindi, alla captazione di sedimenti. Esistono due tecniche di riduzione dei solidi sospesi dalle acque derivate: quella che separa i sedimenti prima che la corrente sbocchi attraverso il diversivo e quella che separa i sedimenti dopo che la corrente è stata derivata. Le due tecniche possono essere utilizzate anche in maniera combinata.

Gli approcci del primo tipo si basano sull'utilizzo di diversi manufatti di sussidio. *Potapow*⁷ propone la posa in opera di pali opportunamente sagomati (cfr. figura 8-5-a), capaci di selezionare il flusso di alimentazione del diversivo, deviando verso di esso le correnti superficiali (più pulite). Altra soluzione progettuale è quella che fa ricorso ad una soglia leggermente rialzata della luce, ricavata lateralmente, in fregio all'alveo. In questo modo

⁵ Cfr. MATTOS R. (1999)

⁶ Ibidem

⁷ Ibidem



il materiale solido, trasportato dalle correnti profonde, viene bloccato all'ingresso del dispositivo di derivazione (cfr. figura 8-5-b). È ovvio che tale soluzione richiede una periodica asportazione dei sedimenti che col tempo si depositano ai piedi della soglia, coprendola. Questa può avvenire artificialmente, per mezzo dell'intervento dell'uomo, o naturalmente, durante le piene eccezionali.

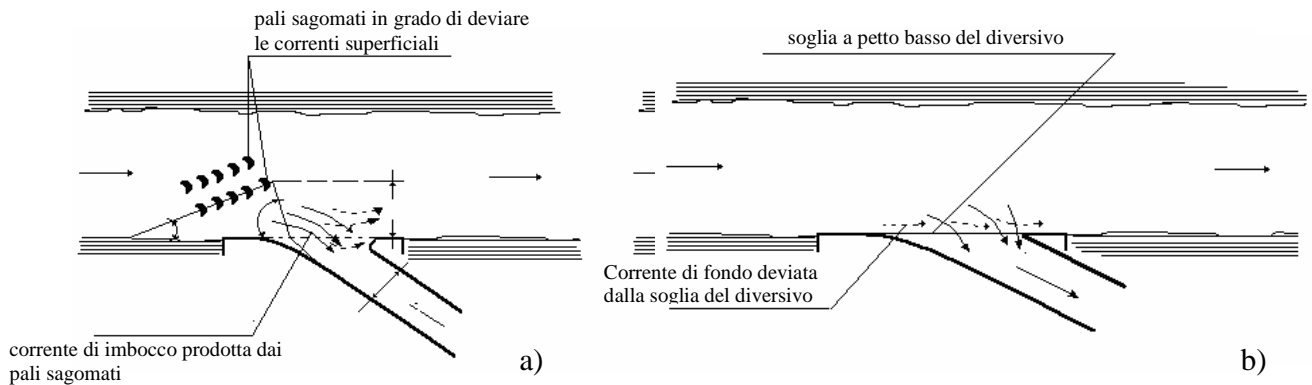


Figura 8-5: Opere di deviazione selettiva delle correnti superficiali e profonde: pali sagomati (a) e imbocco con soglia a petto basso (b)

Altra soluzione progettuale efficace per separare i sedimenti dalle portate d'acqua derivate consiste nella realizzazione di cordoli sommersi, opportunamente disposti sul fondo dell'alveo principale, che devino le correnti profonde torbide verso la direzione opposta a quella in cui si trova l'imbocco del diversivo (cfr. figura 8-6-a).

Le traverse fluviali, che sono particolarmente utili per regolare i livelli idrici in alveo, si prestano molto bene anche per facilitare la chiarificazione dell'acqua da derivare. I motivi sono fondamentalmente ascrivibili alla loro capacità di rallentare la corrente in arrivo (facilitando, quindi, la sedimentazione nel tratto fluviale a monte) e di sollevare la lama d'acqua (favorendo una più ampia separazione tra le correnti superficiali più limpide e quelle profonde più torbide). Quanto premesso giustifica la realizzazione di soglie alte, sempre che il rigurgito da loro causato sia compatibile con le condizioni ambientali di monte.

Si vuole premettere che lo schema strutturale delle traverse varia in funzione dell'ubicazione della sezione di presa. Quando questa si trova nella parte montana di un corso d'acqua, lo schema strutturale è ispirato da criteri di particolare semplicità costruttiva e funzionale. Generalmente le traverse sono manufatti di sbarramento della corrente fissi e sporgenti dal fondo dell'alveo per un massimo di alcuni metri. Nella figura 8-6-b è riportato lo schema di derivazione con traversa di regolazione e luce di sbocco laterale a soglia alta. In questo modo la corrente diretta al diversivo viene separata dalla corrente profonda (torbida), la quale alimenta in pressione dei canali di scarico opportunamente modellati, che conducono a valle della traversa; sopra tali canali è ricavato uno sfioratore a larga soglia, che rappresenta l'opera di imbocco, alimentata dalla sola frazione superficiale (più limpida) della corrente.

Altra soluzione progettuale è quella rappresentata in figura 8-7-a, che prevede lateralmente alla traversa, opportunamente sagomata, un cunettone rivestito, definito callone, pendente verso valle, in grado di accogliere i sedimenti grossolani che si depositano a monte della soglia di sfioro, ricavata lateralmente al corso d'acqua. Il cunettone è presidiato da una paratoia sghiaiatrice, che viene periodicamente sollevata, con frequenza tale da evitare un deposito eccessivo di particelle fini, difficilmente rimovibili. L'imbocco dell'opera di derivazione può essere anche presidiata da una griglia a barre subverticali (con pendenza generalmente pari a 1/5), posta a valle



della soglia d'imbocco, per il trattenimento dei materiali galleggianti indesiderati. A valle della griglia vi è una vasca sghiaiatrice munita di scarico di fondo e di sfioratore di troppo pieno. Generalmente alla vasca sghiaiatrice segue un canale dissabbiatore, per l'ulteriore chiarificazione dell'acqua derivata. Una derivazione del genere è ovviamente destinata in maniera specifica e prevalente all'uso antropico dell'acqua e si presta solo in maniera limitata ad esercitare un'azione mitigatrice nei confronti del rischio di alluvionamento.

In figura 8-7-b è illustrata una variante dello schema di derivazione laterale precedentemente illustrato, utilizzata prevalentemente in alvei a sezione larga, per i quali si rende necessario distribuire la sghiaiatrice lungo tutta la traversa. In questi casi lo sbarramento è ottenuto con paratoie sghiaiatrici, per la cacciata periodica dei sedimenti che con il tempo si depositano a monte della traversa.

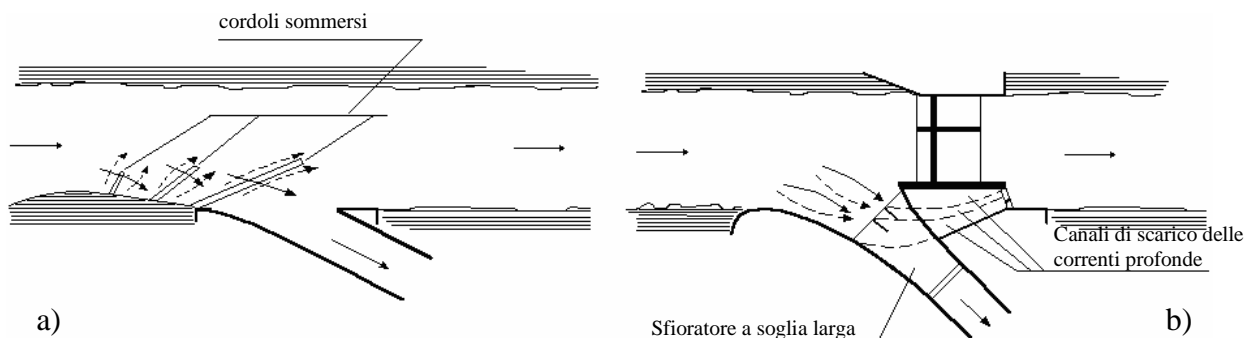


Figura 8-6: Schemi di opere di deviazione selettiva delle correnti superficiali e profonde: cordoli sommersi (a) e canali in pressione di scarico delle correnti profonde (b)

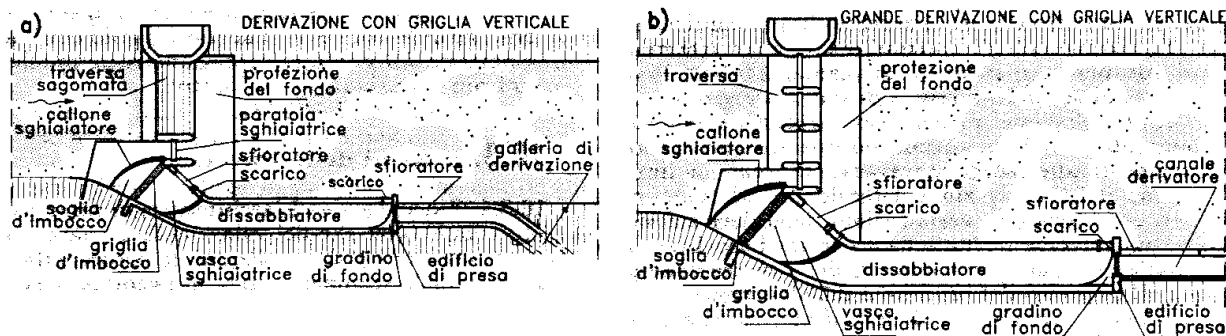


Figura 8-7: Schemi di derivazione con traversa: a) in alveo piccolo; b) in alveo largo [Da Deppo & Datei (2002)]

Nella figura 8-8 è riportato un'ulteriore schema di derivazione, caratterizzato da un manufatto di presa a doppia soglia: una prima, ricavata in alveo, in grado di captare le sole correnti superficiali, meno torbide; una seconda, ad L rovescia, ricavata in fregio alla sponda dell'alveo, consente di innescare dei vortici, il cui senso di moto trasporta verso il fondo i sedimenti fini, che riescono a passare attraverso la prima soglia. Di qui i sedimenti vengono avviati al canale di scarico, che li restituisce al fiume a valle della traversa fluviale.

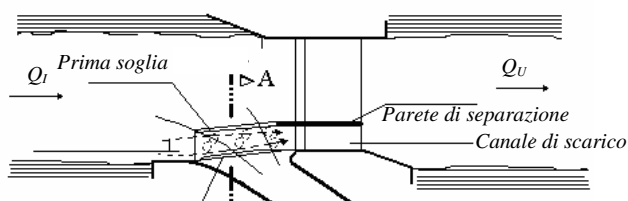




Figura 8-8: Schema di derivazione a doppia soglia

8.1.2 I diversivi frontali

Un altro schema di derivazione è quello frontale, che richiede sempre il sostegno di una traversa. A differenza dei diversivi laterali con traversa, i diversivi frontali richiedono una minore sorveglianza, in quanto non sono muniti di opere di presidio da controllare e manovrare con periodicità. Per tale motivo la derivazione frontale è maggiormente adottata nei tratti fluviali montani difficilmente accessibili.

Un primo tipo di manufatto di presa (rappresentato in Figura 8-9) è stato di frequente realizzato in Turchia⁸ ed è costituito da un setto orizzontale ricavato nella traversa fluviale, nell'adiacenza di una delle due sponde. Il setto è parallelo al fondo dell'alveo, da cui è opportunamente sollevato, e suddivide le correnti profonde e torbide da quelle superficiali più limpide, che alimentano un canale pensile munito di salto per il ripristino delle quote geometriche del canale di derivazione.

Il principio di funzionamento di tale schema è stato sviluppato da ÇeÇen e Garbrecht⁹.

Definendo con Q_D la portata da derivare e con Q_E la portata della corrente profonda da scaricare a valle della traversa, si può scrivere:

$$Q_D = B_D \cdot h_D \cdot w_D \quad \text{e} \quad Q_E = B_E \cdot e \cdot w_E$$

dove:

B_D è la larghezza all'imbocco del canale pensile;

B_E è la larghezza all'imbocco del canale di scarico dei sedimenti;

h_D è tirante idrico nel canale pensile;

e è l'altezza del canale di scarico dei sedimenti;

w_D è la velocità media della corrente che imbocca il canale pensile;

w_E è la velocità media della corrente che imbocca il canale di scarico dei sedimenti.

ÇeÇen e Garbrecht hanno proposto di approssimare le velocità medie d'imbocco nel seguente modo:

$$w_D = w_{y=e}$$

$$w_E = (2/3) \cdot w_{y=e}$$

Si ha, pertanto, la seguente formulazione della portata che imbocca il canale di scarico:

⁸ Ibidem

⁹ Ibidem



$$Q_E = B_E \cdot e \cdot \frac{2}{3} \frac{Q_D}{B_D \cdot h_D}$$

La portata che viene scaricata attraverso l'organo di regolazione può essere definita dalla formula della foronomia per luci a battente:

$$Q_E = B'_E \cdot e' \cdot \mu \cdot \sqrt{2g \cdot \left(h_D + z + \frac{e}{2} \right)}$$

con:

B'_E = larghezza del canale di scarico allo sbocco;

e' = altezza dell'organo di regolazione dello scarico allo sbocco;

μ pari al coefficiente di efflusso per luci a battente di fondo (cfr. figura J-2 in Appendice);

z pari allo spessore della parete orizzontale su cui poggia il canale pensile.

Uguagliando le due portate Q_E , così come formulate, si può determinare l'altezza e' dell'organo di regolazione degli efflussi a valle della paratoia:

$$e' = \frac{2}{3} \frac{B_E}{B'_E} \frac{Q_D}{B_D \cdot h_D} \frac{e}{\mu \cdot \sqrt{2g \cdot \left(h_D + \frac{e}{2} + z \right)}}$$

In ogni caso e' non può essere inferiore alla dimensione massima dei sedimenti da trasportare a valle della paratoia.

Se la lunghezza del canale di scarico è superiore ai 20m, ÇeÇen e Garbrecht suggeriscono di adottare un'altezza e' dell'organo di regolazione pari ad almeno 0,8 m, al fine di rendere ispezionabile per la pulizia il canale di scarico. Gli stessi autori suggeriscono, poi, di porre le due larghezze B_D e B_E quanto più possibilmente simili, al fine di mantenere la turbolenza in maniera omogenea all'imbocco del canale pensile e del canale di scarico.

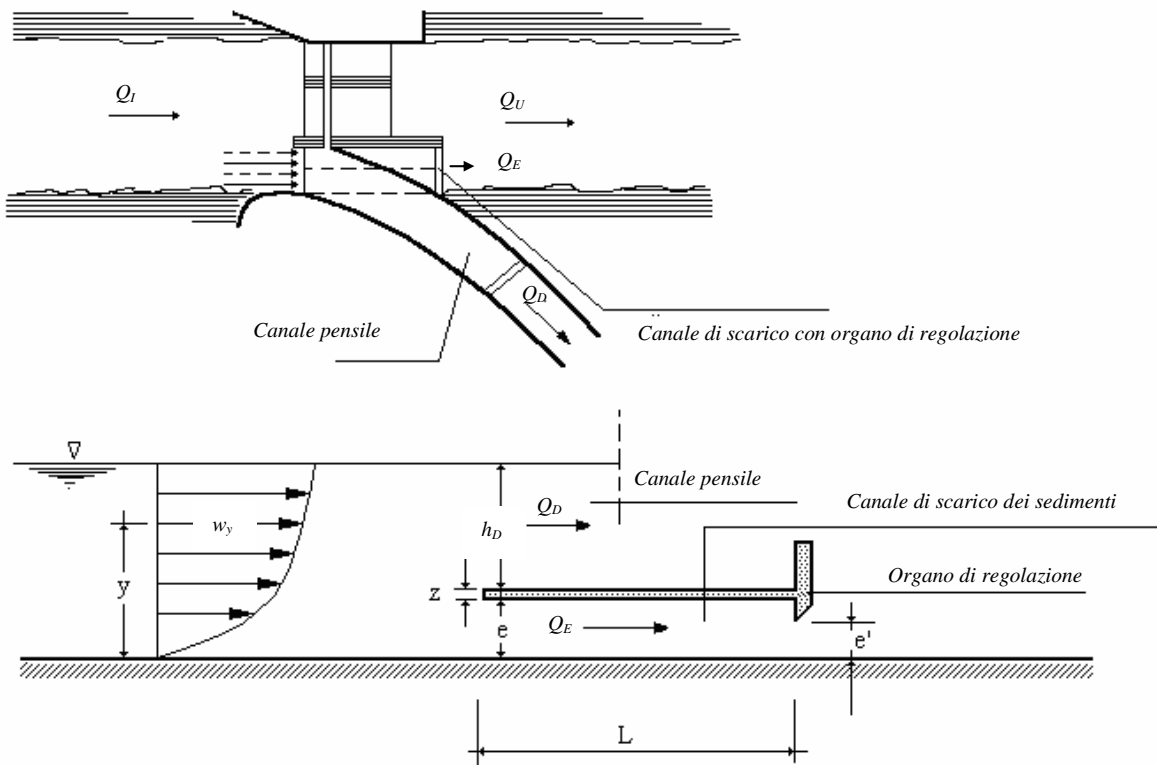


Figura 8-9: Schema di un diversivo a derivazione frontale



Un secondo tipo di derivazione frontale si ottiene adottando un dispositivo di presa, costituito da una robusta griglia, sulla soglia sfiorante della traversa. La griglia può occupare tutta (cfr. figura 8-10) o solo parzialmente (cfr. figura 8-11) la soglia di sfioro ed è realizzata con barre d'acciaio a maglie di $4 \div 5$ cm, disposte nel senso della corrente ed estesa in misura sufficiente a "catturare" le portate di progetto. La griglia viene collocata in maniera più o meno inclinata, per aumentare l'efficienza di captazione e di dilavamento del materiale solido grigliato. *Da Deppo e Datei*¹⁰ hanno individuato due pendenze ottimali: quella del 10%, per assecondare la captazione, e quella del 33%, per assecondare il dilavamento del materiale grigliato ad opera della corrente sfiorante.

La portata captata viene riversata in un canale collettore a pendenza relativamente elevata (compresa tra il 10% e il 20%), ricavato all'interno del manufatto di sbarramento. Da qui l'acqua derivata affluisce ad una vasca di sedimentazione per la decantazione della frazione solida di dimensione inferiore alle maglie della griglia. La vasca di sedimentazione ha sviluppo lineare ed è ubicata a valle della traversa e termina con una paratoia, per consentire lo spurgo periodico del materiale che si deposita nella vasca. Parallelamente alla vasca di sedimentazione si sviluppa il canale di derivazione, il cui fondo è più elevato di quello della vasca. L'acqua effluisce verso il canale stramazando attraverso la parete di separazione con la vasca di sedimentazione, parete che è opportunamente sagomata. Anche il canale è munito di paratoia a valle. La vasca di sedimentazione può essere dotata anche di sfioratore laterale, con soglia più alta di quella riservata all'alimentazione del canale di derivazione, al fine di controllare le portate da derivare dal fiume.

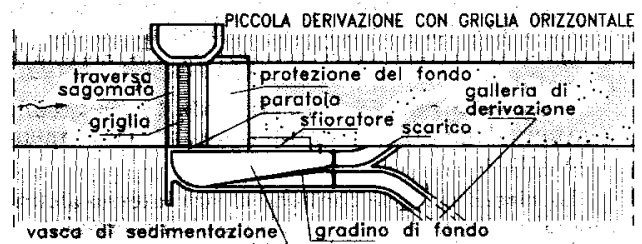


Figura 8-10: Derivazione frontale con griglia estesa su tutta la soglia della traversa [Da Deppo & Datei (2002)]

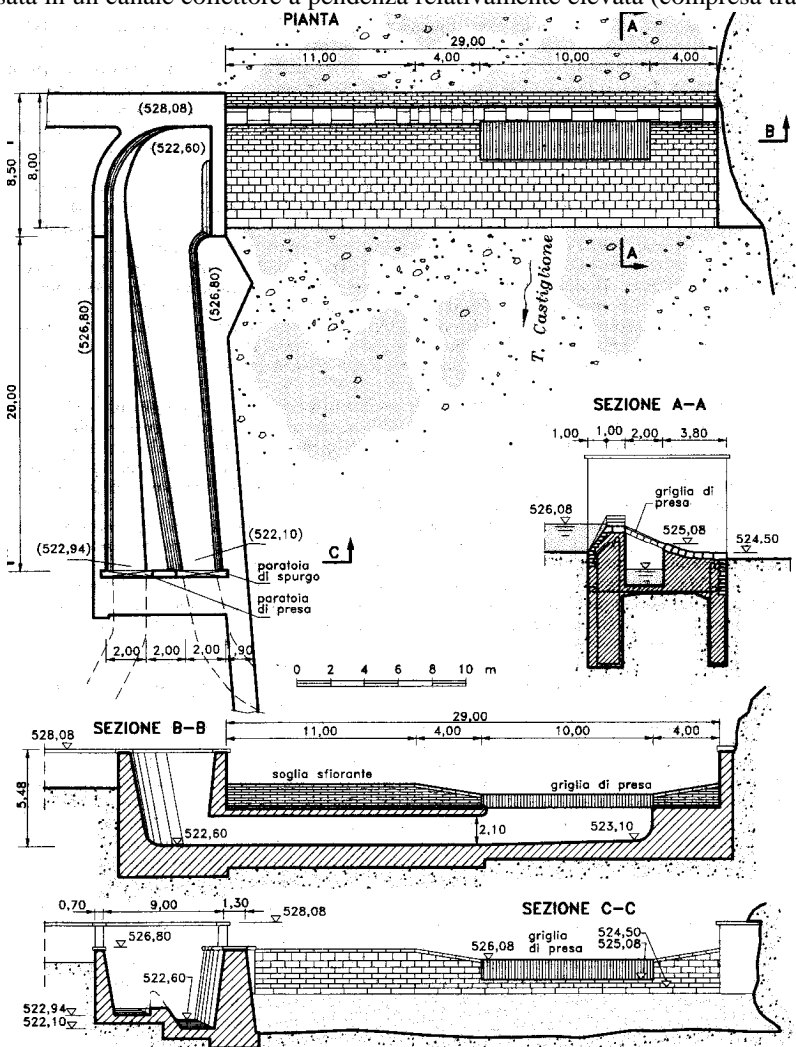


Figura 8-11: Esempio di piccola derivazione con griglia di lunghezza minore della soglia della traversa [Da Deppo & Datei (2002)]

¹⁰ Cfr. Da Deppo & Datei (2002)



8.1.3 I diversivi di fondo valle: l'uso delle traverse fluviali

I diversivi di fondo valle sono in genere realizzati per derivare notevoli portate d'acqua. Per tali motivi sono sostenuti da traverse fluviali, la cui architettura è sostanzialmente diversa da quella utilizzata per gli sbarramenti montani. Le traverse di fondo valle richiedono tecniche realizzative di notevole complessità, a causa dell'ineliminabile presenza dell'acqua durante la posa in opera. Strutturalmente la traversa è costituita da una platea di fondo, da cui spiccano delle pile, su cui generalmente poggia un ponte di servizio (a volte anche sede stradale). Le luci tra una pila e l'altra sono generalmente di uguale ampiezza. Poiché l'opera di presa nei tratti fluviali vallivi è generalmente disposta in posizione laterale, lungo una sponda del fiume, in genere in prossimità di essa, si prevede una luce più piccola ricavata nella traversa con fondo ribassato, per consentire di configurare un callone sghiaiatore.

Essendo le pendenze particolarmente ridotte, i rigurgiti provocati dalla traversa si risentono molto a monte, e, per evitare che col passaggio delle piene si possano innescare fenomeni di inondazione delle zone perfluviali montane, lo sbarramento avviene mediante la disposizione in parallelo (tra una pila e l'altra della traversa) di paratoie metalliche manovrabili, che, all'uopo, possono essere sollevate, per consentire un maggiore deflusso d'acqua. L'uso di paratoie mobili non solo consente di regolare i tiranti idrici di monte e, conseguentemente il rigurgito, ma anche di rimuovere i materiali sedimentati a monte della traversa, mediante l'apertura programmata (eventualmente in modo alternato).

L'uso di paratoie mobili richiede la realizzazione di gargami a valle delle stesse paratoie, per consentire l'inserimento di panconature verticali provvisorie, in grado di sostituire nell'ufficio dello sbarramento le paratoie mobili, per la loro manutenzione ordinaria, straordinaria o sostituzione. Di fondamentale importanza è la scelta del numero di luci di cui dotare la traversa. Se ragioni di carpenteria metallica e di trasporto di corpi galleggianti (che possono rimanere incastrati tra due pile) suggeriscono la soluzione ad un'unica grande luce, esigenze legate all'affidabilità di esercizio e alla sicurezza raccomandano la progettazione di almeno due luci.

Le paratoie di più diffuso impiego sono quelle piane, a settore e a ventola.

Le **paratoie piane** hanno conformazione geometrica piana e il loro movimento avviene per traslazione lungo il piano che le contiene.

Le **paratoie a settore** sono organi di ritenuta a forma di settore cilindrico, che vengono regolate mediante rotazione attorno ad un'asse orizzontale, coincidente con l'asse del settore cilindro.

Le **paratoie a ventola** sono organi di ritenuta incernierati ad una estremità, attorno alla quale ruotano in maniera automatica in funzione della spinta idrodinamica ribaltante, che contrasta l'azione stabilizzante del loro peso o di martinetti idraulici ad esse vincolati. Gli stessi martinetti consentono la rotazione anche in assenza della spinta idrodinamica.

I tipi di paratoia appena descritti sono generalmente utilizzati in maniera combinata. Ad esempio, in figura 8-12 è rappresentata la sezione della traversa dell'Isola di Serafini, in cui sono state previste paratoie piane sormontate da ventole automatiche. Le paratoie sono azionate da apparecchiature installate sul ponte di servizio.

Un particolare tipo di traversa, denominata a maschera, è costituita da paratoie a settore sul fondo e da paratoie a ventola in superficie (cfr. figura 8-13). I due tipi di paratoia sono inframmezzati da un manufatto detto "maschera". Le traverse a maschera possono funzionare in due modi possibili: un primo modo è con deflusso a superficie libera, attraverso le ventole di superficie, la cui rotazione consente di regolare il tirante di ritenuta, oltre che di far defluire i corpi galleggianti; un secondo modo è con deflusso a battente, mediante l'apertura dei settori di fondo, contando sull'efficacia della contrazione che la maschera produce quando il suo bordo inferiore è lambito dalla corrente. La disposizione delle due luci consente di mantenere relativamente costante il tirante di ritenuta.



In figura 8-14 è rappresentata la sezione di una traversa presidiata da paratoie a settore, sormontate da ventole. Le paratoie sono manovrate con comando oleodinamico.

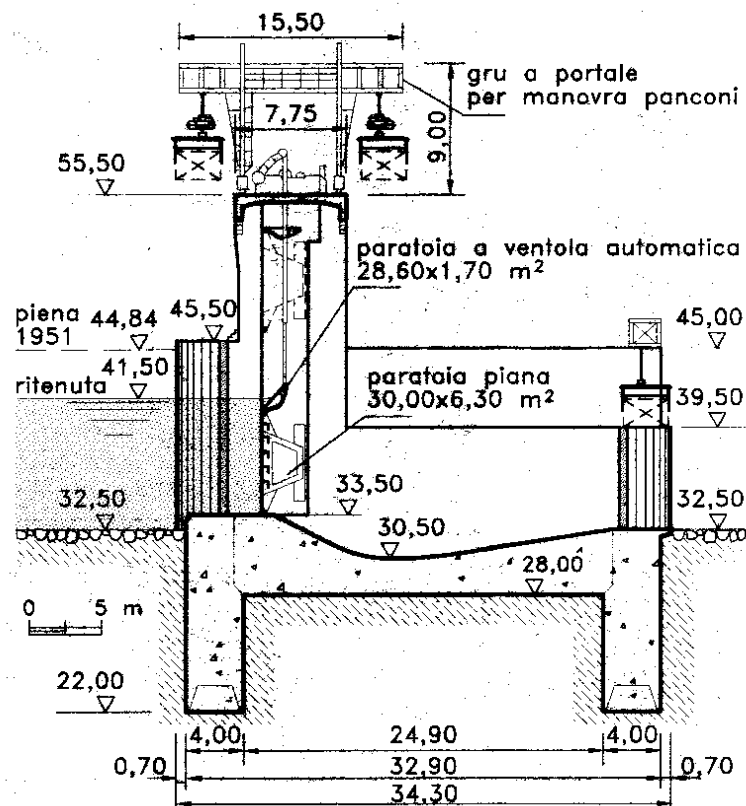


Figura 8-12: Sezione della traversa dell'Isola Serafini [Da Deppo & Datei (2003)]

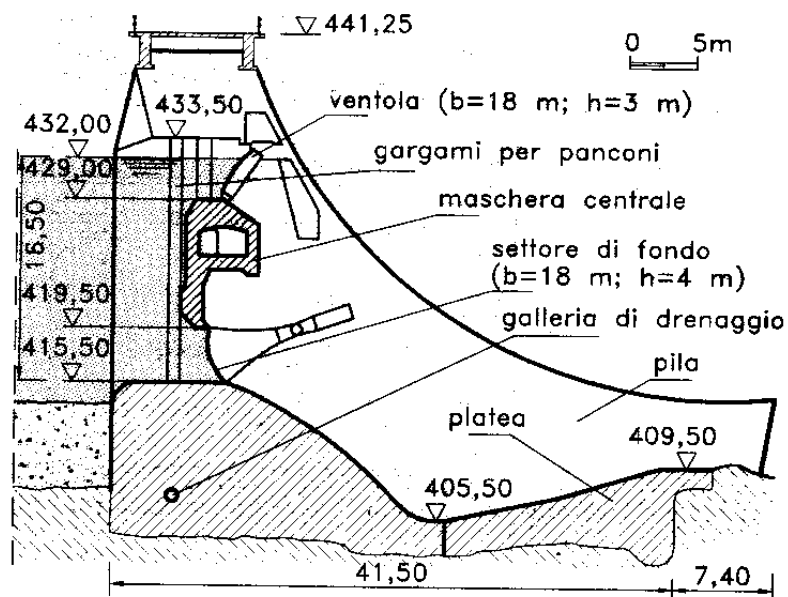


Figura 8-13: Sezione della traversa a maschera di Escalé (Durance, Francia) [Da Deppo & Datei (2003)]

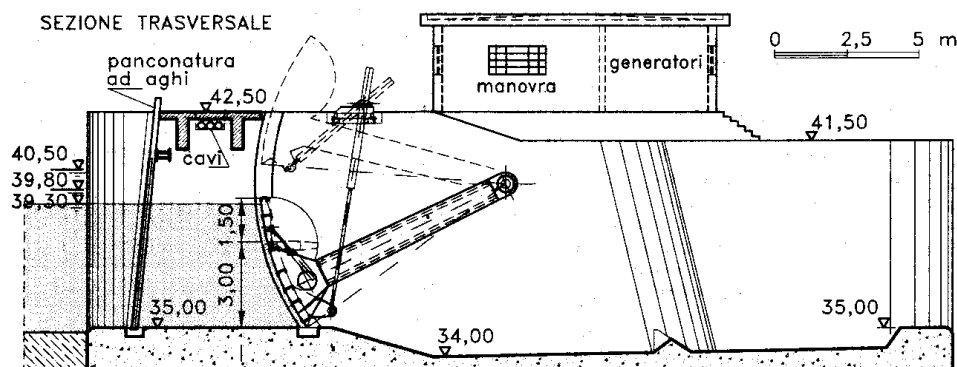


Figura 8-14: Sezione di una traversa con paratoia a settore e ventola sovrapposta

Una tipologia di paratoia alternativa a quelle appena illustrate, completamente automatica, è costituita dalla combinazione di una ventola e un settore autolivellante¹¹. In particolare il settore autolivellante è una paratoia a settore di tipo classico dotata di un solo braccio, collegato ad un cassone cavo collocato in un vano laterale alla paratoia stessa (cfr. figura 8-15). Il vano ha una finestra posta a monte dello sbarramento, con soglia corrispondente al massimo livello idrico a cui si vuole far funzionare lo sbarramento a stramazzo. Quando il tirante idrico a monte dello sbarramento supera la quota della soglia della finestra, l'acqua inizia a tracimare attraverso di essa, filtrata da una griglia di protezione. Di qui entra in una condotta di alimentazione (il cui diametro è superiore alla maglia della predetta griglia) del vano laterale alla paratoia in cui è ubicato il cassone cavo. Qualora la portata in ingresso al vano inizia a diventare superiore a quella che può essere smaltita dallo scarico di fondo, il vano inizia ad allagarsi e l'acqua in esso contenuta inizia ad imprimere una spinta di galleggiamento al cassone cavo, definendo un momento ribaltante che, una volta superato il momento resistente dovuto al peso del cassone e della paratoia, solleva quest'ultima innescando un'efflusso a battente. Nel momento in cui il livello di monte inizia ad abbassarsi, si riduce il livello idrico di allagamento nel vano laterale e, quindi, diminuisce la spinta galleggiante con conseguente chiusura della paratoia a settore. Per consentire il sollevamento della paratoia con tiranti idrici più bassi della soglia della finestra laterale, si realizza una presa sul fondo del canale o invaso, a monte della paratoia, collegata alla condotta di alimentazione del vano laterale mediante una saracinesca. La paratoia può comunque essere manualmente sollevata mediante la rotazione di un ingranaggio meccanico, collegato ad una cinghia di sollevamento ad essa agganciata.

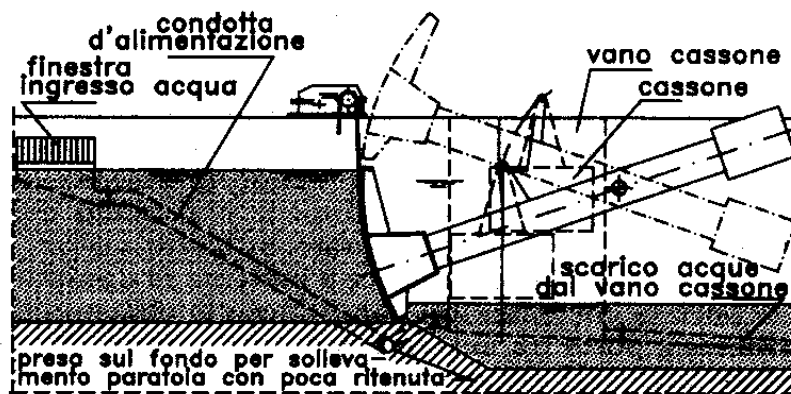


Figura 8-15: Schema di paratoia a settore autolivellante

¹¹ Cfr. Da Deppo & Datei (2001)



8.1.4 I diversivi a salto

Rinviando a testi specializzati tutte le problematiche progettuali connesse alla realizzazione di sbarramenti fluviali, in special modo per quelli previsti lungo i tratti vallivi, che sono di maggiore complessità, si vuole concludere la panoramica sui diversivi illustrando il **diversivo a salto**. Tale schema è preferito a quello laterale e frontale, allorché i tratti fluviali interessati dall'intervento sono caratterizzati da correnti veloci. Per tali tipi di correnti, infatti, la derivazione laterale risulta poco efficiente, a causa dei bassi tiranti idrici che impegnano la luce (come si vedrà nel prossimo paragrafo). Inoltre l'utilizzo di una eventuale opera di regolazione della lama d'acqua provocherebbe un'inevitabile risalito idraulico con perdita localizzata di energia.

Il diversivo a salto è un canale di gronda ricavato sul fondo dell'alveo principale (cfr. Figura 8-16). Proprio perché si adatta bene per correnti veloci, viene per lo più realizzato in tratti fluviali montani e comunque laddove la sedimentazione del materiale trasportato dalla corrente è molto limitata. L'imbocco del canale di gronda è coperto da una griglia di acciaio con barre disposte nel senso della corrente. La pendenza di tale griglia è spesso maggiore di quella locale dell'alveo, per inibire la sedimentazione di materiale grossolano. Per questo motivo si preferisce ricavare il diversivo a salto proprio in corrispondenza di una improvvisa variazione di pendenza della linea di fondo.

I vantaggi di tale schema di derivazione sono legati alla ridotta complessità progettuale e realizzativa (qualora sia prevista in alvei in cui è possibile realizzare l'opera in condizioni asciutte). Il dimensionamento dell'opera di presa è influenzata dalle portate che si intende derivare dal corso d'acqua. Il modello di calcolo più semplice ipotizza che la linea dei carichi totali si mantenga orizzontale (assenza di perdite energetiche concentrate in corrispondenza della griglia). In questo caso è possibile applicare la formula della foronomia per luci a battente, per ricavare la portata che imbocca il canale di gronda, per unità di larghezza dell'alveo:

$$\bar{q}_D = \Phi \cdot \mu_g \cdot \sqrt{2g \cdot \bar{h} \cdot \cos \alpha}$$

in cui $\Phi = n / m$ (cfr. Figura 8-16), α è l'angolo di inclinazione della griglia, \bar{h} è il tirante idrico medio sulla griglia e μ è il coefficiente di efflusso valutato da *Nosedà*¹², secondo la seguente formulazione, valida nelle ipotesi in cui $0,2 < h/m < 3,5$:

$$\mu_g = 0,66 \cdot \Phi^{-0,29}$$

Per conoscere la portata derivabile occorre risalire al valore di \bar{h} , che a sua volta dipende dalle portate in arrivo da monte, le quali condizionano in maniera molto significativa il profilo superiore della corrente quando questa impegna la griglia.

Una formulazione pratica, utilizzata anche nel dimensionamento degli scaricatori fognari a salto, è la seguente, che non prevede l'uso di griglie:

$$\bar{q}_D = \mu \cdot \sigma \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{2gh_0}$$

In tale formulazione σ rappresenta l'area della luce allineata al fondo dell'alveo, α rappresenta l'inclinazione della luce rispetto al piano orizzontale, h_0 rappresenta il tirante idrico della corrente indisturbata a monte del diversivo.

¹² Cfr. Graeme & Martin (1983)



Le esperienze hanno mostrato che μ può essere posto pari a 0,69 per correnti lente e può essere espresso con la seguente formulazione, dipendente dal numero di Froude (cfr. la (F.9)), per correnti veloci:

$$\mu = 0,69 - 0,09 \cdot Fr(h_0)$$

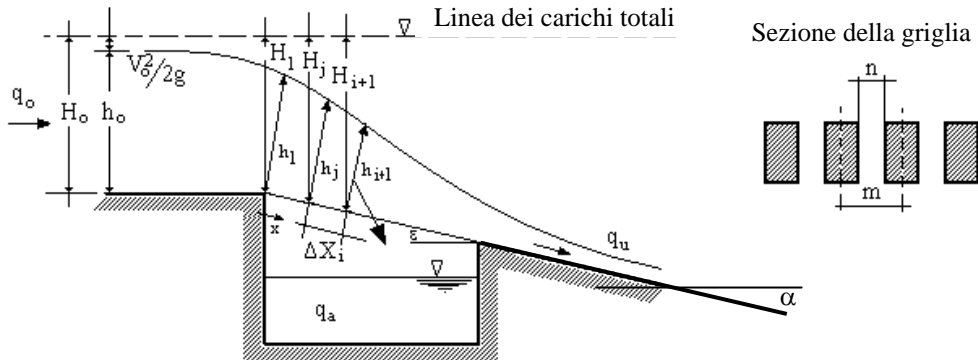


Figura 8-16: Diversivo a salto con griglia

8.2 Gli scolmatori di piena

Gli **scolmatori di piena** sono dei dispositivi di derivazione idrica che entrano in funzione solo per portate superiori a un valore di soglia prestabilito, detto anche **portata di innesco dello scolmatore**. Essi consentono la derivazione mediante due possibili schemi di funzionamento:

- 1) a stramazzo, mediante la realizzazione di **soglie tracimabili** o **sfiatori laterali**, ricavati lungo la sponda del fiume;
- 2) a battente, mediante la realizzazione di **sifoni** ubicati sul corpo arginale del fiume.

8.2.1 Le soglie sfioranti

Le soglie sfioranti, dette anche sfiatori laterali o stramazzi longitudinali, sono ricavate in fregio al corso d'acqua, di forma generalmente rettangolare, con un petto di altezza predefinita e tale da consentire la tracimazione in condizioni di piena.

Per comprendere appieno il funzionamento idraulico degli sfiatori laterali occorre analizzarne l'influenza sulle correnti fluviali, nel caso di moto stazionario e di moto vario.

Moto stazionario

Nell'ipotesi di moto stazionario la progettazione di una soglia orizzontale richiede la determinazione del petto e della lunghezza. I due parametri dipendono dalla portata di deflusso a cui si intende far adescare lo stramazzo longitudinale, detta anche **portata di innesco Q_0** e dall'**efficienza** che si vuole dare allo scolmatore, pari al rapporto tra la portata derivata e la portata fluviale proveniente da monte.



L'approccio di calcolo più semplice dello sfioratore laterale consiste nell'utilizzare l'ipotesi di moto monodimensionale, mediante due diversi metodi: quello di tipo **energetico**, proposto da *De Marchi*¹³, secondo il quale non si hanno perdite energetiche significative lungo lo sfioratore longitudinale (linea dei carichi totali orizzontale), e l'approccio basato sul **bilancio globale della quantità di moto**, proposto da *El Khashab* e *Smith*¹⁴, che porta in conto gli effetti indotti dalla disuniformità della distribuzione di velocità e di pressione lungo il manufatto.

In linea generale il calcolo delle portate scolmate dal manufatto di presa viene svolto applicando l'approccio energetico proposto da *De Marchi* solo se la luce ha lunghezza breve e tale da rendere trascurabile l'effetto delle resistenze al moto. Inoltre è necessario che in ogni sezione trasversale la distribuzione delle pressioni sia di tipo idrostatico, ovvero che la lama stramazzante abbia uno spessore limitato rispetto al tirante idrico. Infine è necessario che i filetti fluidi e la superficie libera abbiano curvatura trascurabile¹⁵.

In tali ipotesi si suddivide l'intero corso della soglia tracimabile in un numero finito di tratti, di lunghezza pari a Δx . In ogni tratto si applica il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} E = h(x) + \frac{Q^2(x)}{2g \cdot A^2(x)} = \text{cost.} \\ q(x) = \mu \cdot (h(x) - p) \cdot \Delta x \cdot \sqrt{2g \cdot (h(x) - p)} \end{cases} \quad (8.1)$$

in cui:

E = carico totale ipotizzato costante lungo tutta la lunghezza della soglia tracimabile;

h = tirante idrico a monte o a valle del tratto Δx ;

Q = portata in transito nel fiume nella sezione di monte o di valle del tratto Δx ;

A = sezione idrica della corrente fluviale a monte o a valle del tratto Δx ;

q = portata che tracima attraverso la soglia nel tratto Δx ;

μ = coefficiente di efflusso dello stramazzo;

p = petto dello stramazzo.

Una volta definita la portata di innesco, si deduce il petto dello stramazzo laterale. Il sistema (8.1) serve a definire la lunghezza che occorre attribuire alla soglia, affinché si possa ridurre la portata di progetto in ingresso Q_I al valore Q_U . A seconda che ci si trovi in condizioni di corrente lenta o veloce, occorre stabilire le condizioni al contorno, ovvero rispettivamente i tiranti idrici a valle e a monte.

NEL CASO DI CORRENTE LENTA, essendo questa condizionata da valle, una volta definita la portata in arrivo da monte Q_I , quella di valle Q_U e la condizione al contorno di valle (quota idrometrica h_U), applicando la prima delle (8.1), si ottiene il carico totale E_0 , che si ipotizza costante lungo lo sviluppo longitudinale dello stramazzo. In base alla seconda delle (F.3) viene definito il diagramma $h-Q$, così come rappresentato in Figura F-3. Sostituendo alla (F.3) il tirante critico relativo al tratto di fiume interessato dallo stramazzo laterale, si determina la massima portata Q_C che può defluire, con carico totale E_0 .

¹³ Cfr. G. DE MARCHI (1934)

¹⁴ Cfr. EL KHASHAB A. M. M., SMITH K. V. H. (1976)

¹⁵ Cfr. DE MARTINO G., FONTANA N. (2002)



Se la portata Q_I di ingresso allo stramazzo è inferiore a Q_C , è possibile ritenere costante il carico totale E_0 per tutta la lunghezza dello stramazzo. In questo caso, per avere un'idea qualitativa dell'andamento del profilo di corrente lungo la soglia laterale, seguendo il diagramma $h-Q$ riportato in Figura 8-17, partendo dalla sezione di valle (punto 1), e risalendo controcorrente, all'incremento di portata defluente corrisponde un decremento del tirante idrico (fino al punto 2). Andando ancora più a monte della sezione iniziale dello stramazzo, seguendo il diagramma $h-E$ riportato in Figura 8-17, si osserva che la corrente tende a raggiungere il tirante h_I (punto 3) seguendo il profilo accelerato D2 (cfr. figura F-7).

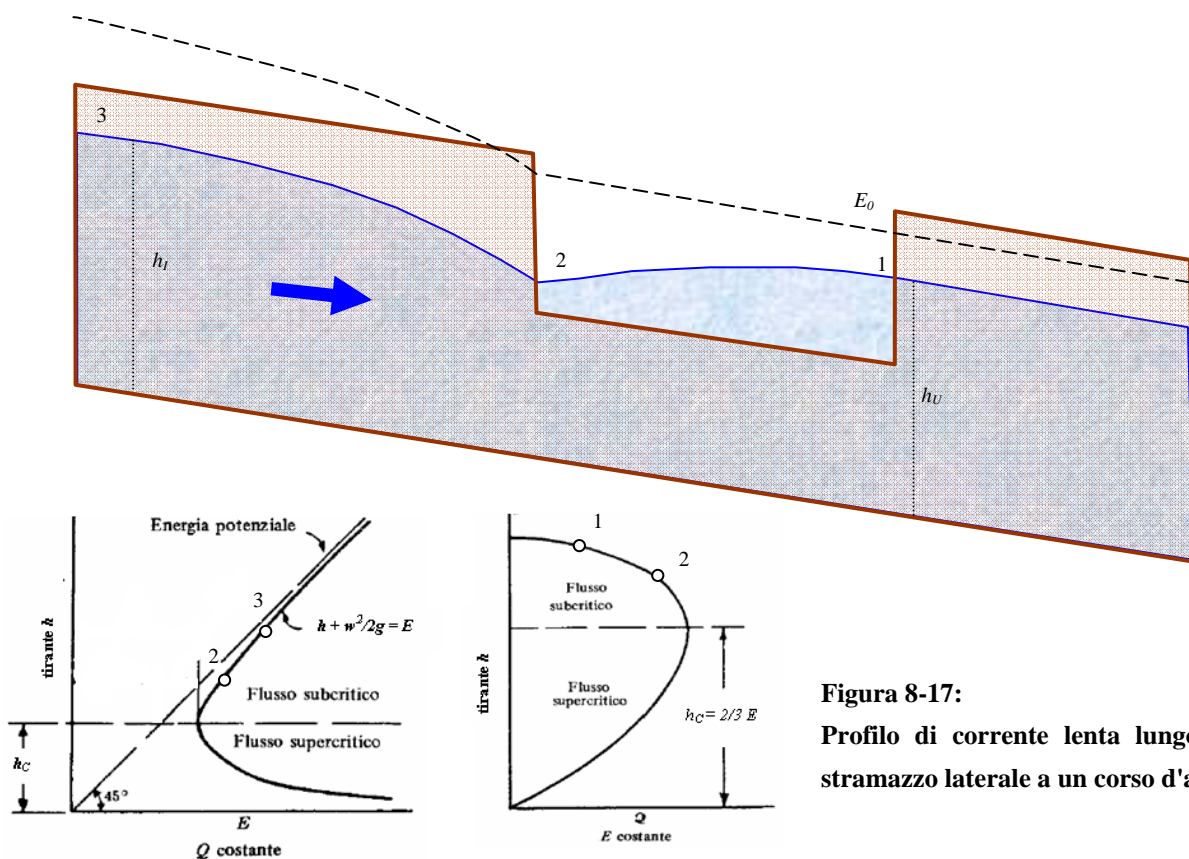


Figura 8-17:
Profilo di corrente lenta lungo uno stramazzo laterale a un corso d'acqua

Nella Figura 8-17 è rappresentato il profilo di corrente lungo l'asse di mezzzeria del canale fluviale. Da essa si evince chiaramente che i benefici di uno scolmatore di piena in corrente lenta si avvertono già a monte della soglia tracimabile, in quanto la chiamata allo sbocco dei volumi d'acqua a monte provoca una riduzione dei tiranti idrici ancor prima che avvenga la derivazione. È ovvio che tale fenomeno deve essere attentamente analizzato anche in considerazione dell'erosione che si può innescare a monte dello stramazzo longitudinale, per via dei forti aumenti di velocità indotti alla corrente.

La conoscenza esatta del profilo di corrente avviene per integrazione del sistema (8.1), mediante il metodo delle differenze finite, suddividendo l'intero corso della soglia sfiorante in n tratti di lunghezza Δx . Partendo dal tratto di valle, a cui viene associato il tirante idrico finale h_U , dalla seconda delle (8.1) si ricava $q(n)$. Nel tratto $\Delta x(n-1)$ immediatamente a monte, tramite la prima delle (8.1), sommando a Q_U il valore precedentemente ricavato di $q(n)$, si deduce (essendo $E = E_0$) $h(n-1)$. È appena il caso di rilevare che la procedura non è rigorosa, in quanto, per ciascun tratto Δx , il tirante idrico assunto non è quello medio, bensì quello finale, che è maggiore. Pertanto i valori di q calcolati sono maggiori e tali da rendere la procedura di calcolo non conservativa (comportando un rapido raggiungimento della portata Q_{max} e, quindi, un ridotto dimensionamento della lunghezza dello



stramazzo). Si suggerisce, pertanto, di utilizzare valori ridotti di Δx , per minimizzare gli errori di approssimazione.

Si supponga di voler conoscere la massima portata che una soglia con petto pari a p possa far effluire. È ovvio che tale portata dipende dalla lunghezza della soglia. Applicando la metodologia sopra descritta, si prosegue il calcolo per uno sviluppo lineare pari a L^* , fino a che h non coincida con il petto p della luce. Si supponga che la portata in ingresso calcolata in L^* sia pari a Q^* . Se il petto della luce è maggiore o uguale al tirante critico riferito a Q^* , si può dedurre che L^* sia la massima lunghezza che si può assegnare alla luce laterale. In tal caso il punto 2 della figura 8-17 si troverebbe nel vertice basso di monte della soglia. Per lunghezze maggiori, il profilo accelerato $D2$ che si dovrebbe formare a monte del punto 2 provocherebbe comunque degli efflussi, che però possono essere considerati poco significativi. Il profilo $D2$, infatti, avrebbe modo di verificarsi solo a partire dalla sezione iniziale della soglia, sviluppandosi verso monte.

Nel caso in cui la portata di ingresso Q_I sia superiore alla portata Q_C , lo stramazzo può essere suddiviso in due porzioni nelle quali considerare costanti i carichi totali: la porzione di valle, con $E = E_1$, e la porzione di monte, con $E = E_2$ (con $E_1 < E_2$). Per avere un'idea qualitativa dell'andamento del profilo di corrente lungo la soglia laterale, seguendo il diagramma $h-Q$ riportato in Figura 8-18, partendo dalla sezione di valle (punto 1), e risalendo controcorrente, all'incremento di portata defluente corrisponde un decremento del tirante idrico fino a che non viene raggiunta la portata critica (punto 2). A questo punto la corrente non è in grado di garantire portate maggiori, con il carico E_1 . Si passa, allora, al diagramma $h-Q$ corrispondente a quel carico totale E_2 capace di garantire la portata critica Q_C pari a Q_I . Ciò avviene mediante il "transito" delle condizioni idrauliche dal punto 2 al punto 3, con formazione di un risalto idraulico e passaggio in corrente veloce. Sul nuovo diagramma $h-Q$, caratterizzato da un valore di E pari ad E_2 , all'incremento di portata defluente corrisponde un aumento del tirante idrico, fino a che non viene raggiunta la portata critica Q_I nella sezione iniziale dello stramazzo (punto 4). Andando ancora più a monte, seguendo il diagramma $h-E$ riportato in Figura 8-18, si osserva che la corrente, passando nuovamente attraverso lo stato critico, tende a raggiungere il tirante h_I (punto 5), seguendo il profilo accelerato $D2$ (cfr. figura F-7). Anche nella Figura 8-18 è rappresentato il profilo di corrente lungo l'asse di mezzzeria del canale fluviale, in cui si è supposto che la lunghezza del risalto idraulico sia trascurabile rispetto alla lunghezza complessiva della soglia di sfioro.

La condizione di funzionamento idraulico appena vista sembrerebbe non rispettare l'ipotesi di *De Marchi*, ma in realtà, nel caso specifico della Figura 8-18, (ovvero con lunghezza del risalto idraulico trascurabile rispetto alla lunghezza complessiva della soglia di sfioro) è come se ci si trovasse di fronte a due soglie disposte in serie, per ciascuna delle quali vige la suddetta ipotesi.

È importante tenere presente che, sia se lungo la soglia si rimane in condizioni di corrente lenta, sia se si verifica il passaggio attraverso lo stato critico, l'efficienza della soglia dipende non solo dalle condizioni geometriche (petto e lunghezza), ma anche dalle condizioni idrauliche al contorno (tirante idrico e carico totale a valle). Per questo motivo, al fine di aumentare l'efficienza di una soglia tracimabile, non solo occorre soffermarsi sul corretto dimensionamento geometrico della stessa (come visto fino adesso), ma anche sull'opportunità di condizionare a valle il tirante idrico e il carico totale, aumentandoli, mediante opere di sostegno come le opere di sbaramento.

NEL CASO DI CORRENTE VELOCE, essendo questa condizionata da monte, sostituendo nella prima delle (8.1) il tirante idrico h_I , e considerando la portata Q_I , si ottiene il carico totale E_0 , che si ipotizza costante lungo lo sviluppo longitudinale dello stramazzo. In base alla seconda delle (F.3) viene definito il diagramma $h-Q$, così come rappresentato in figura F-3.

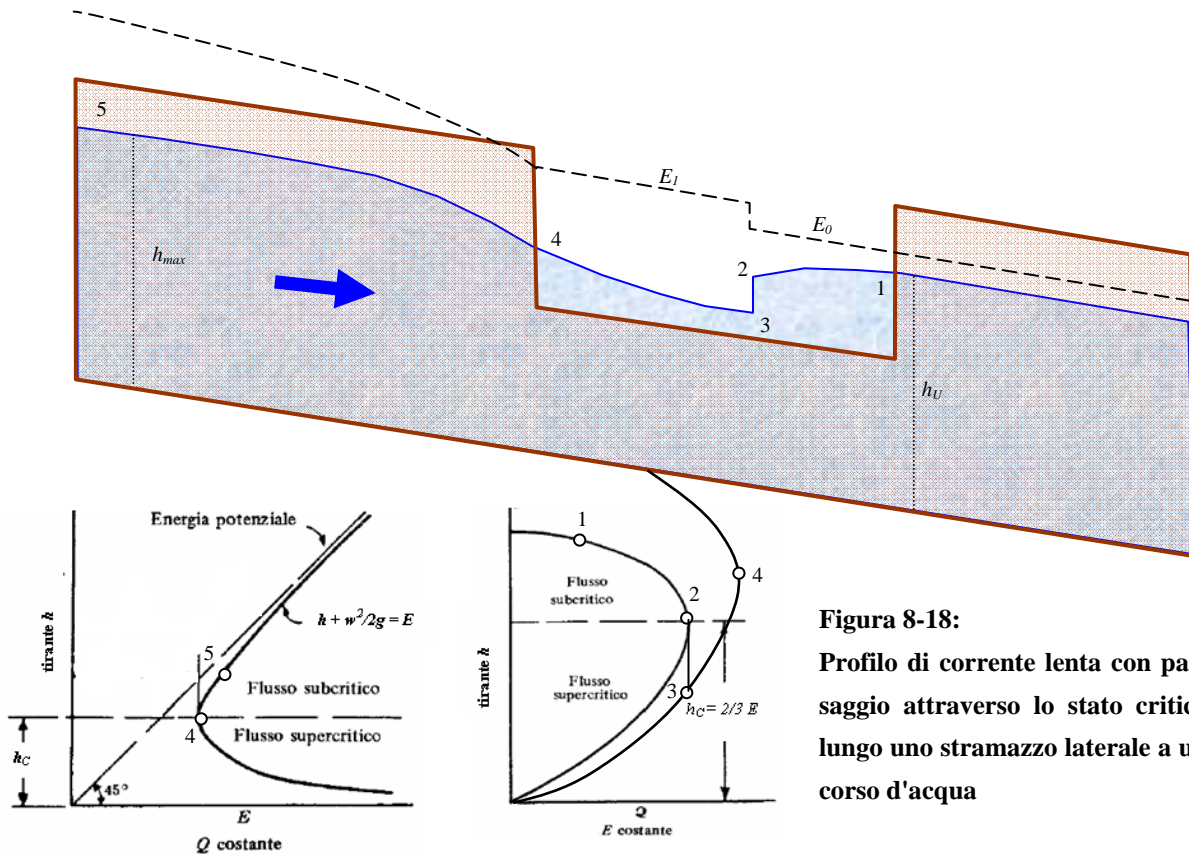


Figura 8-18:
Profilo di corrente lenta con pas-
saggio attraverso lo stato critico
lungo uno stramazzo laterale a un
corso d'acqua

La portata di piena Q_I non può che essere uguale o inferiore alla portata critica Q_C , individuata nel diagramma di Figura F-3. Per avere un'idea qualitativa dell'andamento del profilo di corrente lungo la soglia laterale, seguendo il diagramma $h-Q$ riportato in figura 8-18, partendo dalla sezione di monte (punto 1), e proseguendo secondo la corrente, al decremento della portata defluente corrisponde un decremento del tirante idrico (fino al punto 2). Andando ancora più a valle della sezione finale dello stramazzo, seguendo il diagramma $h-E$ riportato in Figura 8-19, si osserva che la corrente tende a raggiungere il tirante h_U (punto 3) seguendo il profilo ritardato F3 (cfr. figura F-8).

Dalla Figura 8-19, in cui è rappresentato il profilo di corrente lungo l'asse di mezzzeria del canale fluviale, si evince che, a differenza del caso delle correnti lente, i benefici di uno scolmatore di piena in corrente veloce si avvertono solo a partire dalla sezione in cui inizia la soglia sfiorante, in quanto a monte della stessa non si verifica alcun abbassamento dei tiranti idrici. Si deduce pure che il tirante idrico alla fine dello stramazzo laterale è più basso di quello desiderato e tende a sollevarsi, a mano a mano che la corrente procede verso valle, fino a raggiungere il valore di progetto h_U .

La conoscenza esatta del profilo di corrente avviene anche in questo caso per integrazione del sistema (8.1), con il metodo delle differenze finite, suddividendo l'intero corso della soglia sfiorante in n tratti di lunghezza Δx . Partendo dal tratto di monte, a cui viene associato il tirante idrico iniziale h_I , dalla seconda delle (8.1) si ricava $q(1)$. Nel tratto $\Delta x(2)$ immediatamente a valle, tramite la prima delle (8.1), sottraendo a Q_I il valore precedentemente ricavato di $q(1)$, si deduce $h(2)$, essendo $E = E_0$. È appena il caso di rilevare che anche tale procedura non è rigorosa, in quanto, per ciascun tratto Δx , il tirante idrico assunto non è quello medio, bensì quello iniziale, che è maggiore. Pertanto i valori di q calcolati sono maggiori e tali da rendere la procedura di calcolo non conservativa (comportando un rapido raggiungimento della portata Q_U e, quindi, un ridotto dimensionamen-



to della lunghezza dello stramazzo). Si suggerisce, pertanto, di utilizzare valori ridotti di Δx , per minimizzare gli errori di approssimazione.

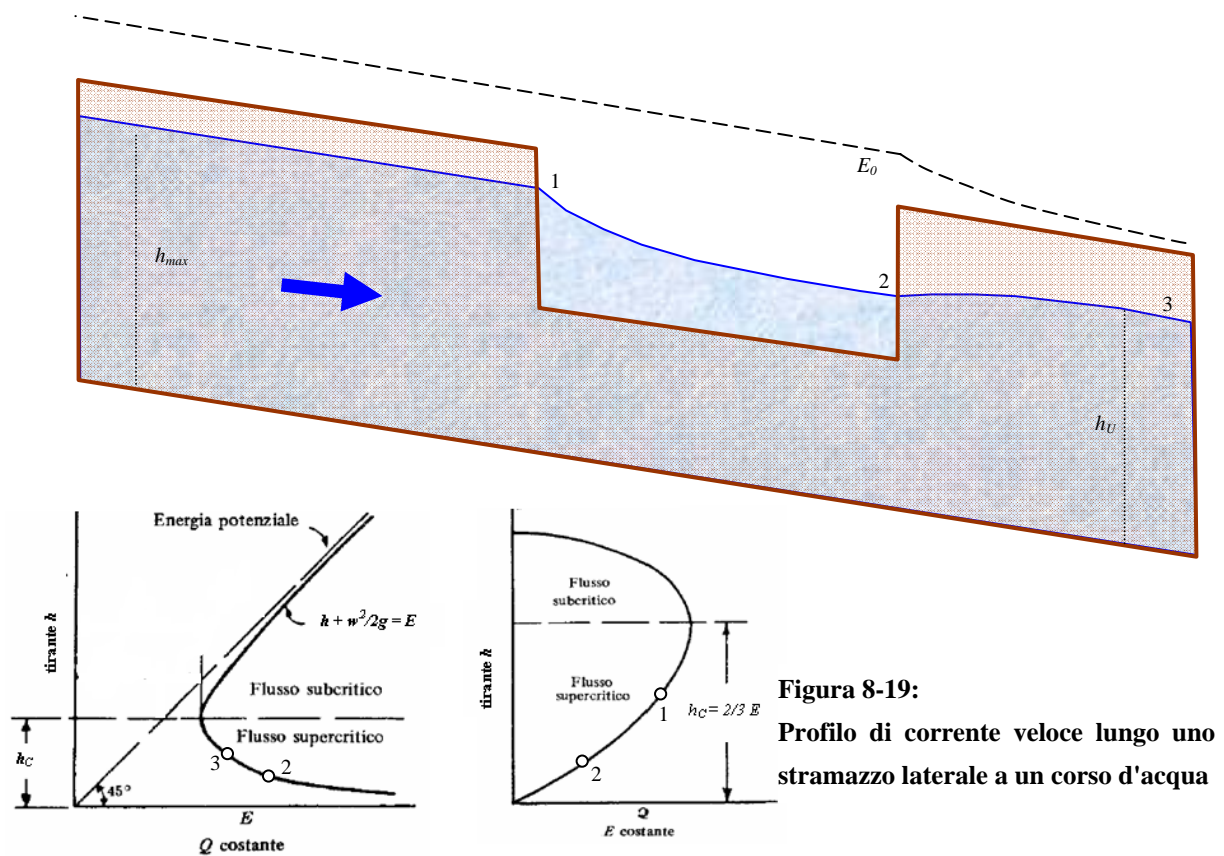


Figura 8-19:
Profilo di corrente veloce lungo uno stramazzo laterale a un corso d'acqua

Dalla seconda equazione delle (8.1) si deduce che, in condizioni stazionarie, a parità di portata nel corso d'acqua, l'efflusso attraverso la soglia tracimabile aumenta all'aumentare del tirante idrico in alveo. In condizioni di corrente lenta, a parità di portata, si ha un tirante idrico più alto di quello che si manifesterebbe in condizioni di corrente veloce (in cui $h(x)$ si mantiene sempre inferiore ad h_c). Si può concludere che gli scolmatori di piena raggiungono la massima efficienza in correnti lente. Uno scolmatore interessato da un passaggio attraverso lo stato critico è certamente meno efficiente di uno scolmatore interamente funzionante in condizioni lente di moto.

Quanto detto giustifica i motivi per cui gli sfioratori laterali sono realizzati prevalentemente nelle zone vallive dei fiumi, ove le correnti sono lente. Qualora si renda necessaria la realizzazione di uno sfioratore laterale lungo un corso d'acqua caratterizzato da correnti veloci, si può sostenere la derivazione mediante uno sbarramento da realizzare lungo il corso d'acqua in una sezione a valle della soglia, in modo da indurre un rigurgito alla corrente, secondo i profili D3 e F1, così come rappresentato in Figura F-11. La soglia deve essere collocata nel tratto in cui si ha il profilo F1 di corrente.

Al fine di approfondire le problematiche di funzionamento degli sfioratori laterali, sono state svolte alcune simulazioni numeriche, considerando un canale lungo 30 km, a sezione rettangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0.0001 e con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025, ovvero con coefficiente di conducibilità idraulica di Gauckler-Strikler pari a 40. Il codice di calcolo utilizzato è HEC-RAS.



Il canale è stato cimentato da correnti di diversa portata defluenti in condizioni di moto stazionario. Sono state verificate quattro soluzioni strutturali, con diversa disposizione di stramazzi longitudinali, caratterizzati comunque da un coefficiente di efflusso pari a 0,5 (soglie a ciglio arrotondato):

- 1) soglia di sfioro laterale a 15 km di distanza dalla sezione di monte, lunga 100 m e alta 2 m;
- 2) soglia di sfioro laterale a 15 km di distanza dalla sezione di monte lunga 200 m e alta 2 m;
- 3) due soglie di sfioro laterali in serie, lunghe 100 m, alte 2 m, di cui la prima distante 15 km dalla sezione di monte e la seconda distante 5 km dalla sezione finale della prima soglia;
- 4) due soglie di sfioro laterali in parallelo, a 15 km di distanza dalla sezione di monte, lunghe 100 m e alte 2 m.

In figura 8-20 sono riportate le curve di efficienza relative alle quattro tipologie di sfioratori. Premesso che il moto avviene sempre in condizioni lente, si può immediatamente constatare che l'efficienza aumenta all'aumentare della lunghezza della soglia, a conferma di quanto detto in precedenza. Particolarmente interessante risulta la coincidenza delle curve di efficienza relative ad una soglia lunga 200 m e a due soglie di 100 m disposte in parallelo. Si verifica, infine, che due soglie in serie, opportunamente distanziate per consentire un sufficiente sollevamento dei tiranti idrici, consentono di raggiungere efficienze più elevate rispetto a tutte le altre soluzioni strutturali, basate su una medesima lunghezza complessiva di tracimazione.

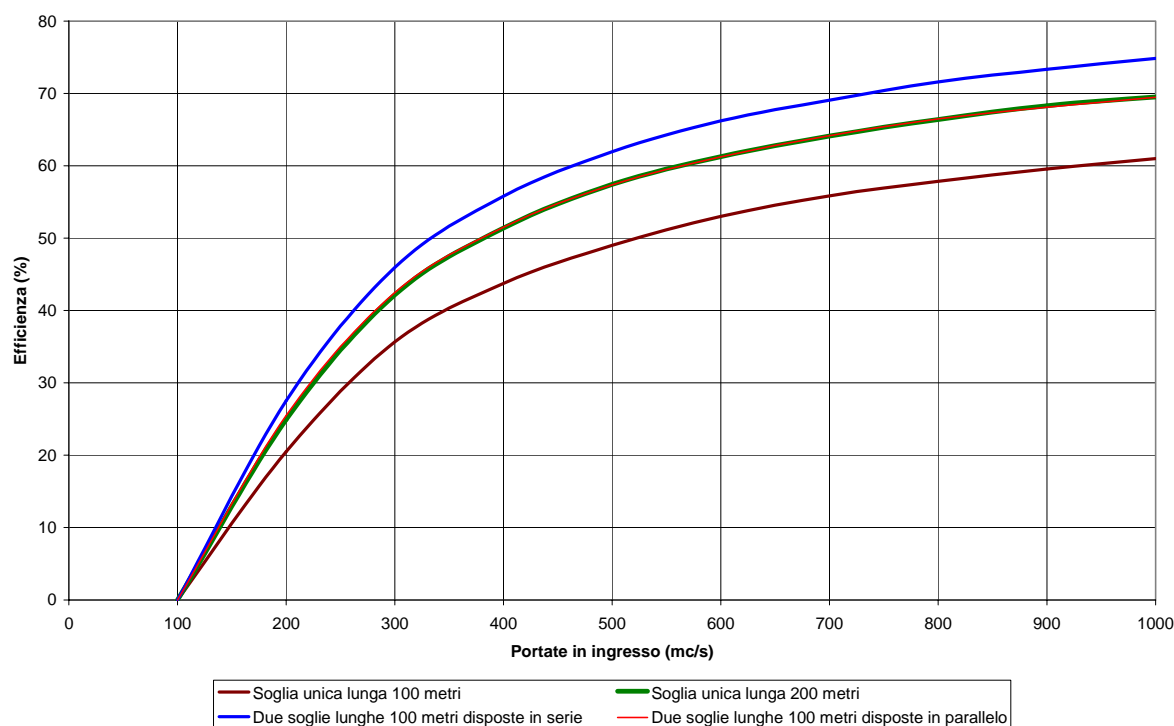


Figura 8-20: Curve di efficienza relative a diverse tipologie di sfioratori (canale a sezione rettangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0.0001, con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025, soglia con coefficiente di efflusso pari a 0,5).

In Figura 8-21 sono riportati il profilo della corrente in moto stazionario nel caso in cui si abbiano due soglie in serie e le curve di efficienza di ogni singola soglia e del sistema complessivo delle due soglie. Si può osservare che la prima soglia ha efficienza più bassa della seconda, che a sua volta è uguale a quella mostrata in figura 8-20, riferita all'unica soglia lunga 100 metri; nel complesso, comunque, il sistema di tracimazione consente di raggiungere efficienze certamente più ragguardevoli delle due soglie prese separatamente.

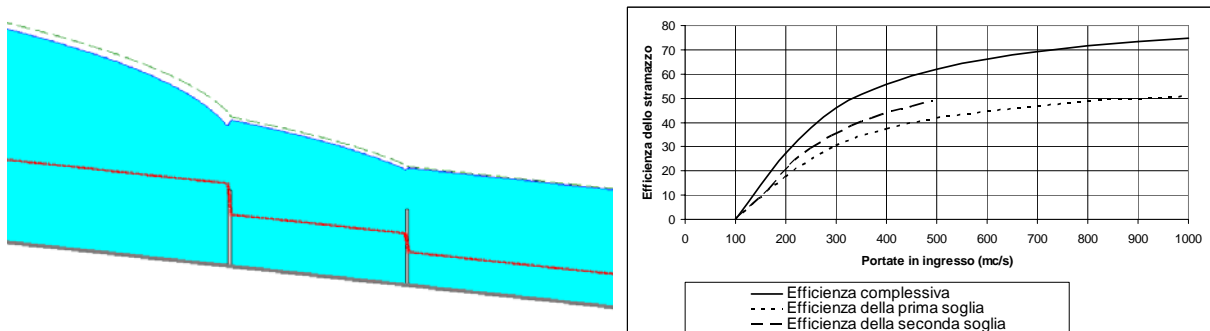


Figura 8-21: Sistema di tracimazione con due soglie di 100 m disposte in serie (a distanza di 500 m) in un alveo con pendenza pari a 0.0001: profilo di corrente (in rosso i tiranti critici e con linea tratteggiata la linea dei carichi totali) e curve di efficienza

Con riferimento alle due soglie in parallelo (lunghe 100 m) e all'unica soglia di lunghezza pari alla somma delle prime due (di lunghezza pari a 200 m), una simulazione numerica svolta con il codice di calcolo HEC-RAS su un canale analogo, caratterizzato da una pendenza dieci volte superiore (0,001), ha consentito di verificare che nel complesso le efficienze si abbassano, e che il sistema caratterizzato da due soglie in parallelo risulta funzionare meglio (cfr. figura 8-22). Si deduce, quindi, che definita una lunghezza complessiva da assegnare ai manufatti di tracimazione, dal punto di vista dell'efficienza idraulica conviene ripartire tale lunghezza in più manufatti di sfioro disposti in serie. La disposizione parallela incide positivamente sull'efficienza, rispetto alla disposizione ad unica soglia, solo per pendenze particolarmente elevate.

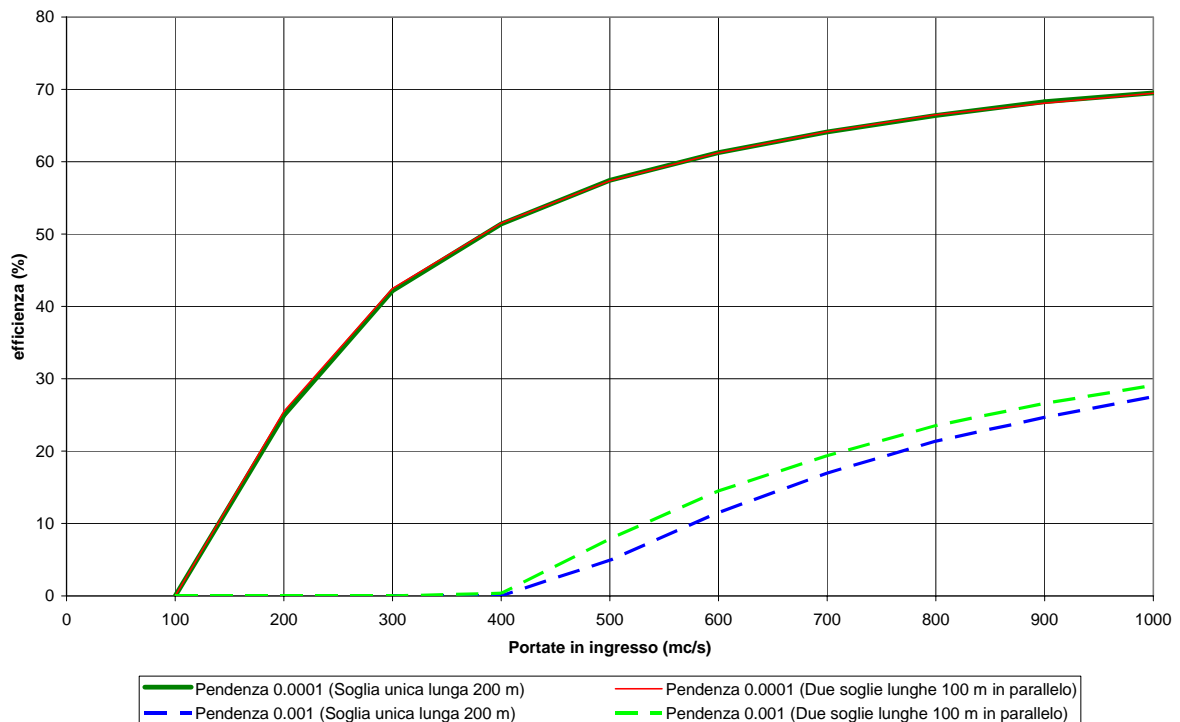


Figura 8-22: Confronto delle curve di efficienza per canali di uguale larghezza e diversa pendenza



Moto vario

Nell'ambito della progettazione delle opere di difesa idraulica del territorio, il dimensionamento degli sfioratori può essere affinato con riferimento alle condizioni di moto vario. Occorre, quindi, conoscere il pletogramma di progetto e le portate da assicurare a valle, per evitare pericoli di inondazione.

Ulteriori simulazioni numeriche sono state, quindi, sviluppate, a titolo di esempio, con il codice di calcolo HEC-RAS, al fine di mettere in evidenza le problematiche di funzionamento in moto vario degli sfioratori.

Si consideri ancora un canale lungo 30 km, a sezione rettangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0,0001 e con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025 s/m^{1/3}, ovvero con coefficiente di conducibilità idraulica di Gauckler-Strikler pari a 40 m^{1/3}/s. Si supponga che il canale sia provvisto di una soglia di sfioro orizzontale a 14,9 km dalla sezione iniziale di monte. La lunghezza della soglia sia di 100 m e il petto sia pari a 3,5 m, con coefficiente di efflusso $\mu = 0,5$ (stramazzo a ciglio arrotondato).

Si ponga come condizione iniziale quella di una portata in ingresso nulla, mentre quali condizioni al contorno si supponga che nella sezione di valle la linea dei carichi totali si mantenga parallela alla linea di fondo del canale (moto uniforme), e nella sezione di monte il pletogramma di progetto sia quello formulato nel seguente modo (onda Gamma):

$$Q(\tau) = Q_{\max} \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right)^{1.8} \cdot e^{-1.8 \cdot \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)} = 1000 \cdot \left(\frac{\tau}{3}\right)^{1.8} \cdot e^{-1.8 \cdot \left(1 - \frac{\tau}{3}\right)}$$

Tale pletogramma è stato troncato alla 14-ma ora (durata della piena) ed è caratterizzato da una durata di raggiungimento del picco (ovvero **tempo di picco T**) pari a 3 ore, con volume complessivo della piena pari a 20'880'000 m³ circa e con portata al colmo Q_{\max} pari a 1'000 m³/s.

In Figura 8-23 sono riportati gli idrogrammi calcolati in assenza e in presenza dello stramazzo longitudinale, in alcune delle sezioni di seguito elencate:

Sezione 0 → Sezione di monte del canale

Sezione 3m → Sezione a 12,9 km dalla sezione 0 e a 2 km a monte dello stramazzo

Sezione 2m → Sezione a 13,9 km dalla sezione 0 e a 1 km a monte dello stramazzo

Sezione 1m → Sezione a 14,4 km dalla sezione 0 e a 500 m a monte dello stramazzo

Sezione Si → Sezione a 14,9 km dalla sezione 0, ovvero sezione in cui inizia lo stramazzo

Sezione Sf → Sezione a 15 km dalla sezione 0, ovvero sezione in cui finisce lo stramazzo

Sezione 1v → Sezione a 16,1 km dalla sezione 0 e a 1.1 km dalla sezione in cui finisce lo stramazzo

Sezione 2v → Sezione a 17,1 km dalla sezione 0 e a 2,1 km dalla sezione in cui finisce lo stramazzo

Sezione 3 v → Sezione a 20,1 km dalla sezione 0 e a 5,1 km dalla sezione in cui finisce lo stramazzo

Si può osservare che lo sfioratore provoca un abbattimento degli idrogrammi di piena nelle sezioni a monte della soglia, oltre che un'anticipazione dell'istante in cui si verifica il colmo di piena. L'abbattimento degli idrogrammi è in perfetta linea con quanto accade in condizioni di moto stazionario, a causa della chiamata allo sbocco provocata dalla soglia di sfioro.

L'abbassamento complessivo della lama d'acqua a monte dà luogo ad un aumento di velocità della corrente e una riduzione del raggio idraulico. Per la (F.179) la diffusività di un'onda di piena è inversamente proporzionale alla velocità e direttamente proporzionale alla radice quadrata del raggio idraulico. In presenza di una soglia di sfioro, quindi, l'onda di piena a monte dello stramazzo deve avere diffusività più bassa, con la conseguenza che l'intumescenza dell'onda si mantiene più ripida e la portata al colmo si presenta maggiore rispetto al caso in cui la soglia è assente. In Figura 8-24 si può osservare che i risultati delle simulazioni numeriche confermano quanto appena detto.

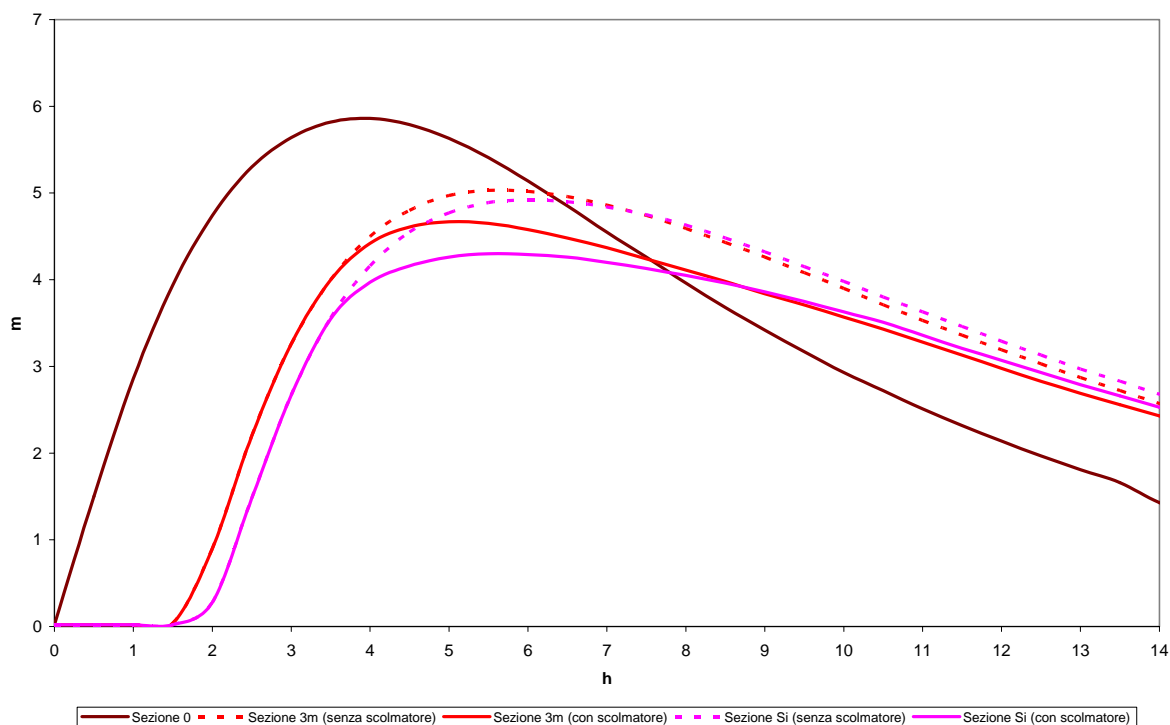


Figura 8-23: Idrogrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a monte dello stramazzo

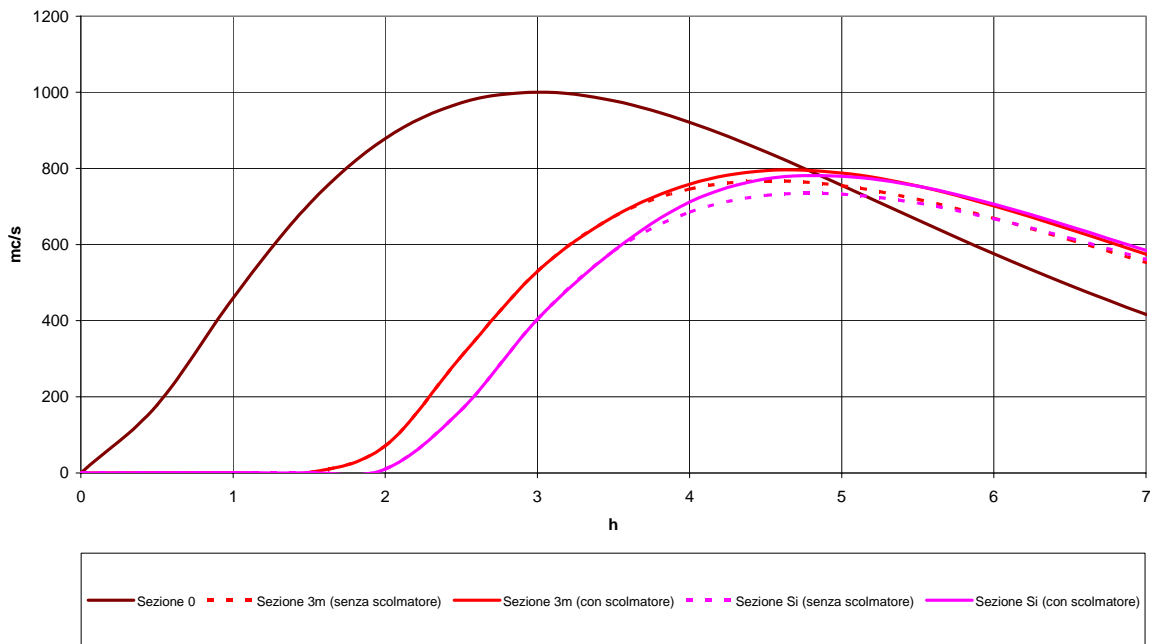


Figura 8-24: Pletogrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a monte dello stramazzo

A valle della stramazzo le simulazioni numeriche evidenziano non solo l'abbattimento del colmo di piena, ma anche l'anticipazione con cui questo si verifica, per quanto riguarda sia i tiranti idrici, che le portate. L'anticipazione comunque tende ad annullarsi per sezioni sempre più lontane dallo stramazzo (cfr. figure 8-25 e 8-26).

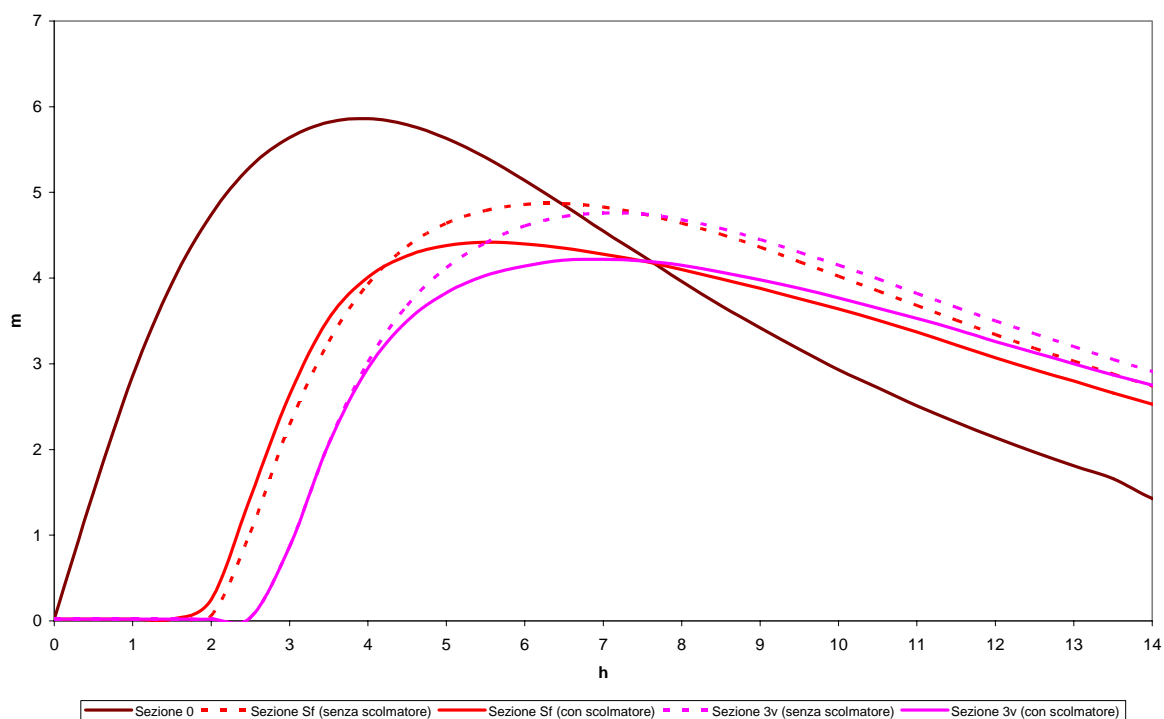


Figura 8-25: Idrogrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a valle dello stramazzo

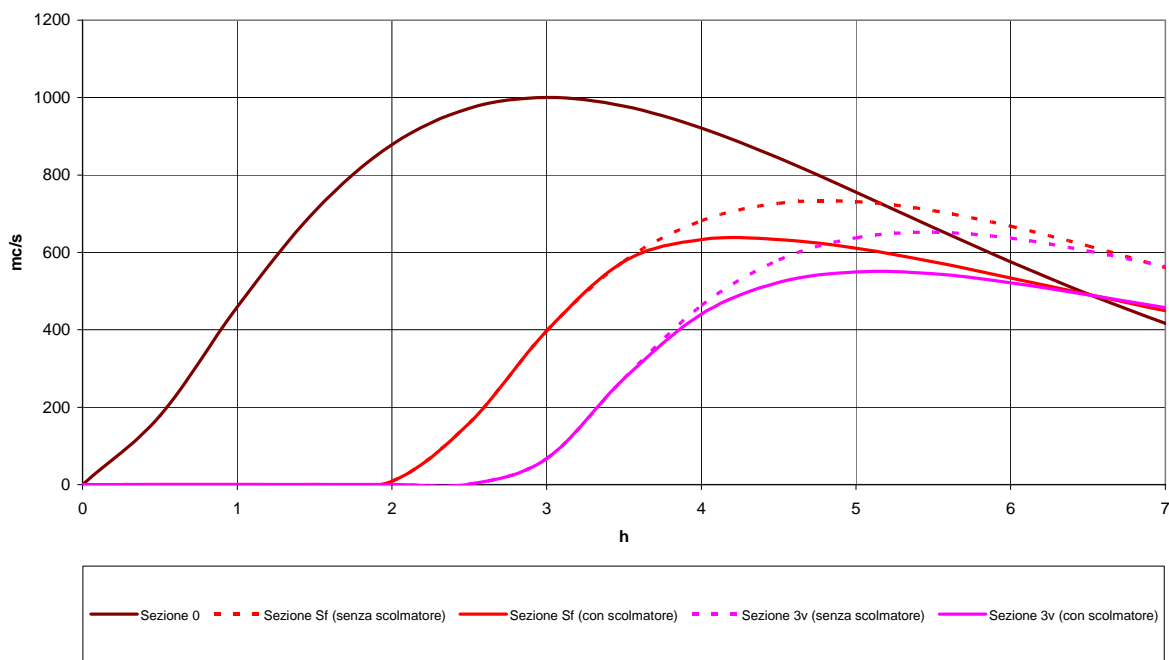


Figura 8-26: Pletogrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a valle dello stramazzo.



A monte della soglia l'abbattimento dei tiranti idrici e l'incremento delle portate, come già detto, danno luogo ad un aumento delle velocità. Ciò è confermato dai risultati delle simulazioni numeriche, rappresentate dai tachigrammi in Figura 8-27, in cui si osserva che l'aumento delle velocità, rispetto al canale privo di soglia, si amplifica a mano a mano che ci si avvicina alla soglia.

A valle dello sfioratore si ha un abbattimento sia dei tiranti idrici che delle portate. Ciò potrebbe causare sia una riduzione che un incremento delle velocità di deflusso rispetto al canale privo di soglia. Le simulazioni numeriche eseguite, e illustrate in Figura 8-28, mostrano come, nel caso specifico, nella sezione terminale della soglia si abbia un iniziale incremento delle velocità, fino al raggiungimento della velocità massima. Successivamente le velocità tendono ad abbassarsi più rapidamente che in assenza di soglia, fino a diventare inferiori alle velocità che si verificherebbero senza stramazzo. Nelle sezioni più a valle l'incremento iniziale della velocità (rispetto al caso senza soglia) non si risente più e queste si mantengono sempre inferiori ai valori calcolati in assenza dello stramazzo.

Nelle Figure 8-29 e 8-30 sono riportate le curve di inviluppo superiori degli idrogrammi e dei pletogrammi di piena. In particolare dalla Figura 8-29 si osserva che la soglia orizzontale arreca un beneficio in termini di abbattimento dei massimi tiranti idrici lungo tutto il corso d'acqua. Dalla Figura 8-30 si deduce, invece, che il beneficio dello scolmatore in termini di portata si risente da valle della soglia.

Nella Figura 8-31 sono riportate le curve di interpolazione delle velocità massime e medie calcolate nella simulazione numerica, in assenza e presenza dello stramazzo longitudinale. Si osserva chiaramente che la presenza dello sfioratore provoca un aumento repentino della velocità massima in un tratto fluviale di circa 2 km a monte dello scolmatore (unico tratto in cui la massima velocità assume andamento crescente), dopodiché inizia a ridursi con tasso maggiore rispetto all'assenza di soglia, per il tratto fluviale a valle dello stramazzo longitudinale.

Le velocità medie calcolate con la soglia laterale, invece, pur mantenendosi superiori a quelle desunte in assenza di soglia, non presentano il picco evidenziato nel caso delle velocità massime. A valle della soglia laterale le velocità medie si mantengono al di sotto di quelle calcolate in assenza di soglia. Tranne che in corrispondenza dello sfioratore, le velocità medie in presenza di soglia mantengono un andamento crescente lungo tutto il tratto fluviale.

Quanto esposto suggerisce la necessità di opportuni approfondimenti sulle dinamiche di trasporto solido nei pressi degli sfioratori laterali: in particolare sembra evidente che ci si debba aspettare una pronunciata azione dilavante del fondo alveo nelle sezioni immediatamente a monte della soglia, seguita da una repentina azione di deposito lungo e a valle della stessa.

Nella figura 8-32 sono, infine, riportati i pletogrammi calcolati nelle sezioni di inizio soglia e di fine soglia, nonché le portate effluite dallo stramazzo laterale. È immediato notare che il pletogramma in ingresso ha un colmo più alto e ritardato del colmo del pletogramma in uscita. Inoltre il pletogramma di efflusso ha un colmo ritardato rispetto al colmo dei due pletogrammi precedentemente citati.

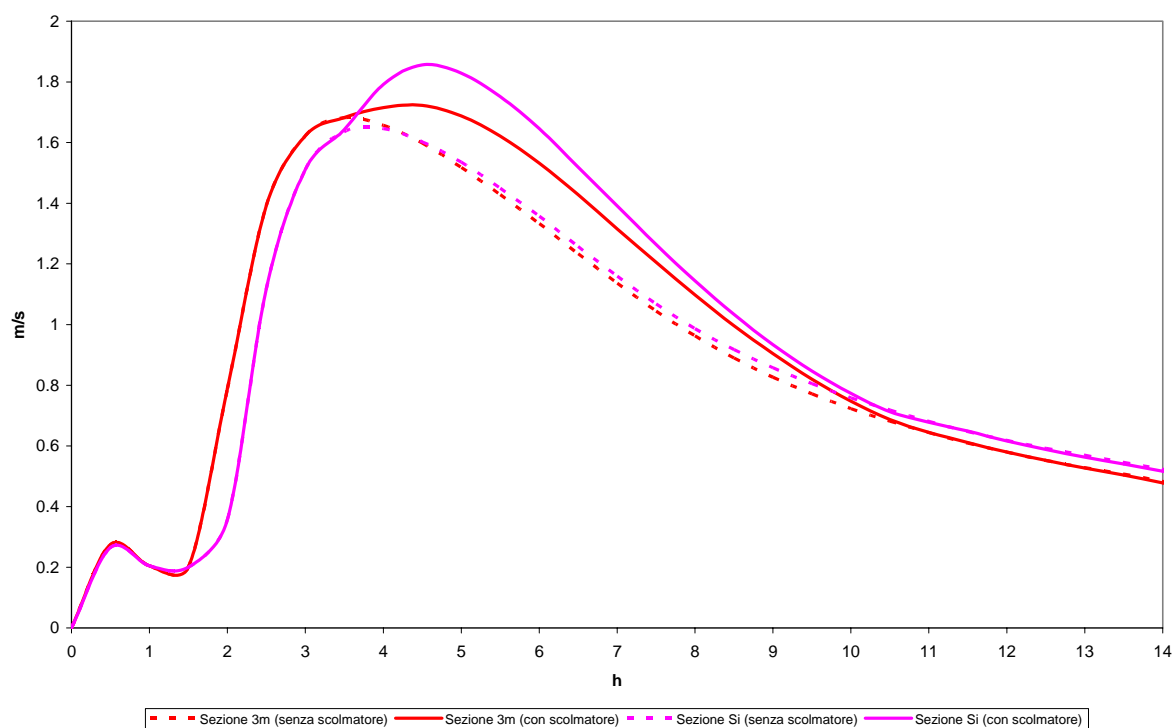


Figura 8-27: Tachigrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a monte dello stramazzo

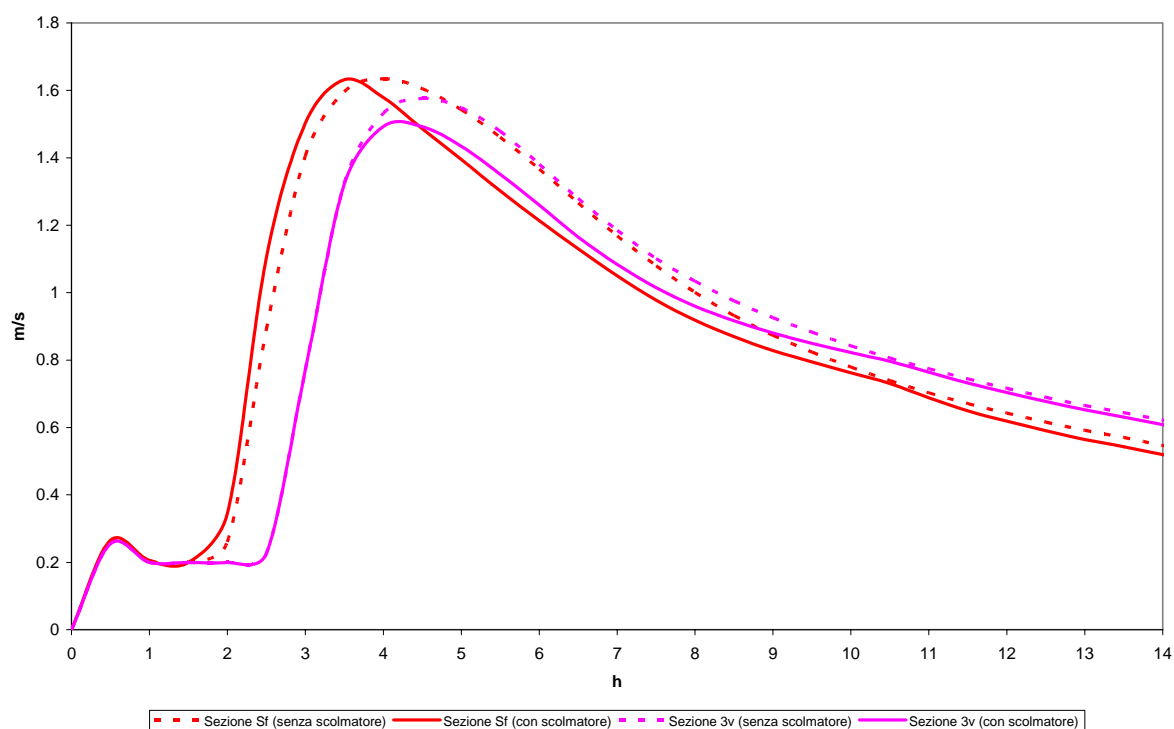


Figura 8-28: Tachigrammi desunti dalla simulazione numerica con e senza la soglia di tracimazione alta 3,5 m e lunga 100 m, nelle sezioni a valle dello stramazzo

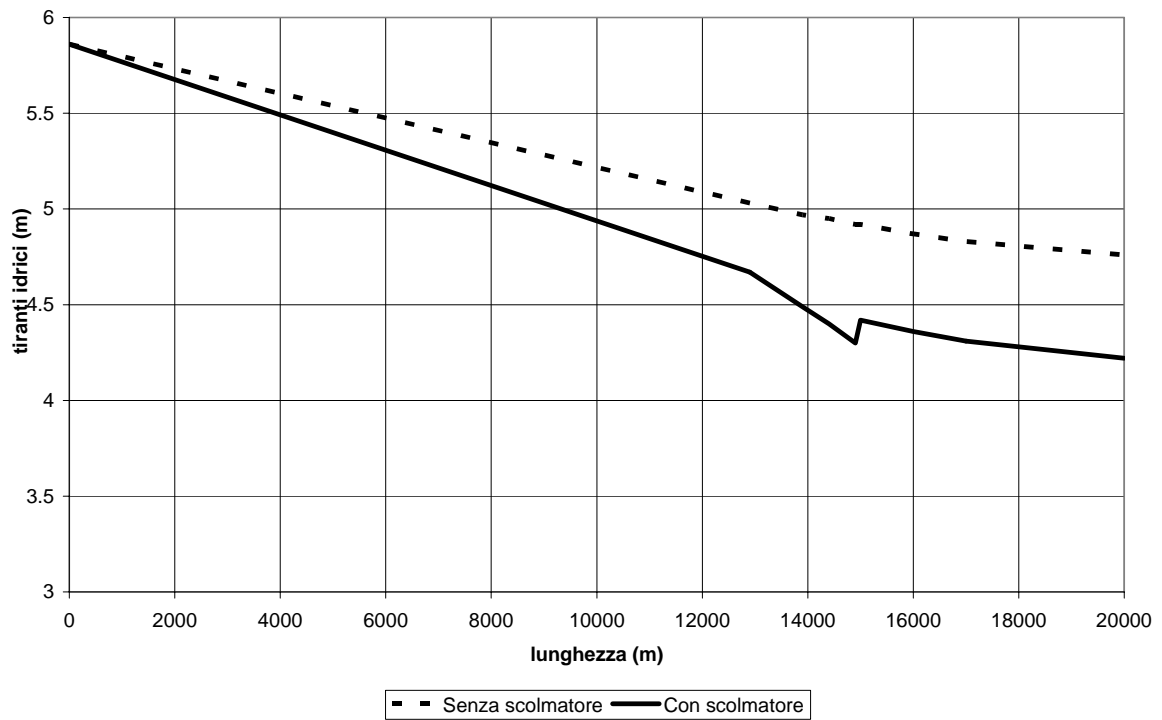


Figura 8-29: Curve di inviluppo superiore degli idrogrammi di piena con e senza soglia di tracimazione

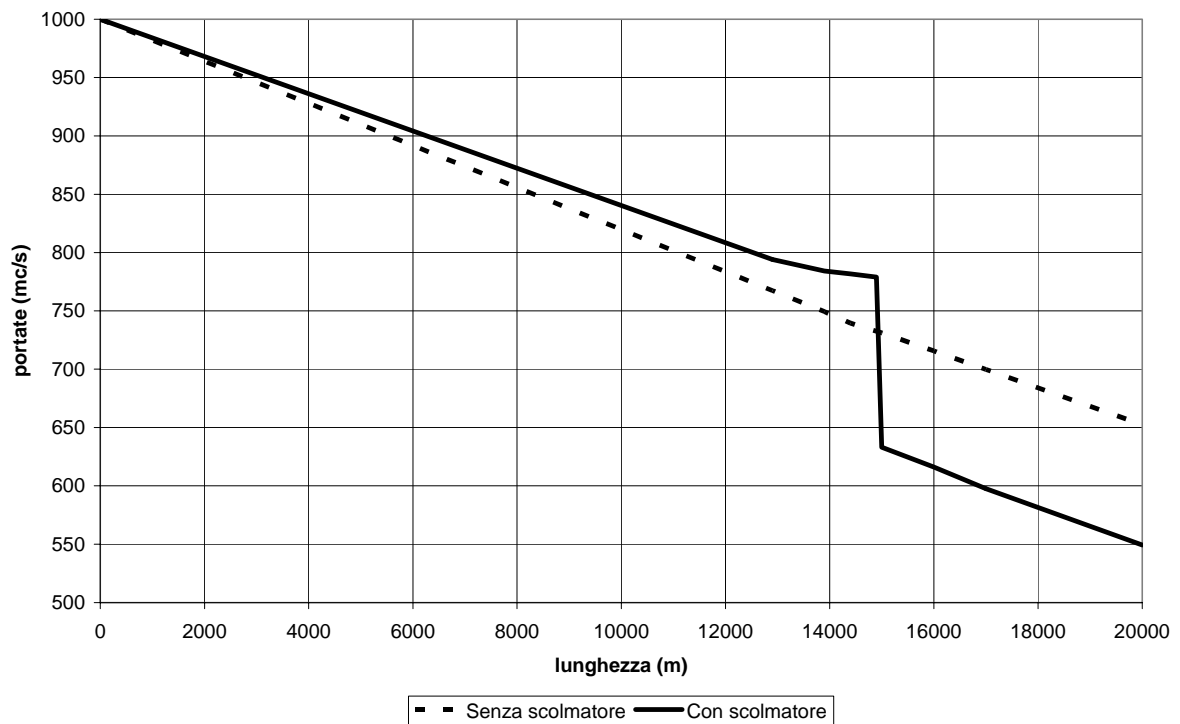


Figura 8-30: Curve di inviluppo superiore dei pletogrammi di piena con e senza soglia di tracimazione

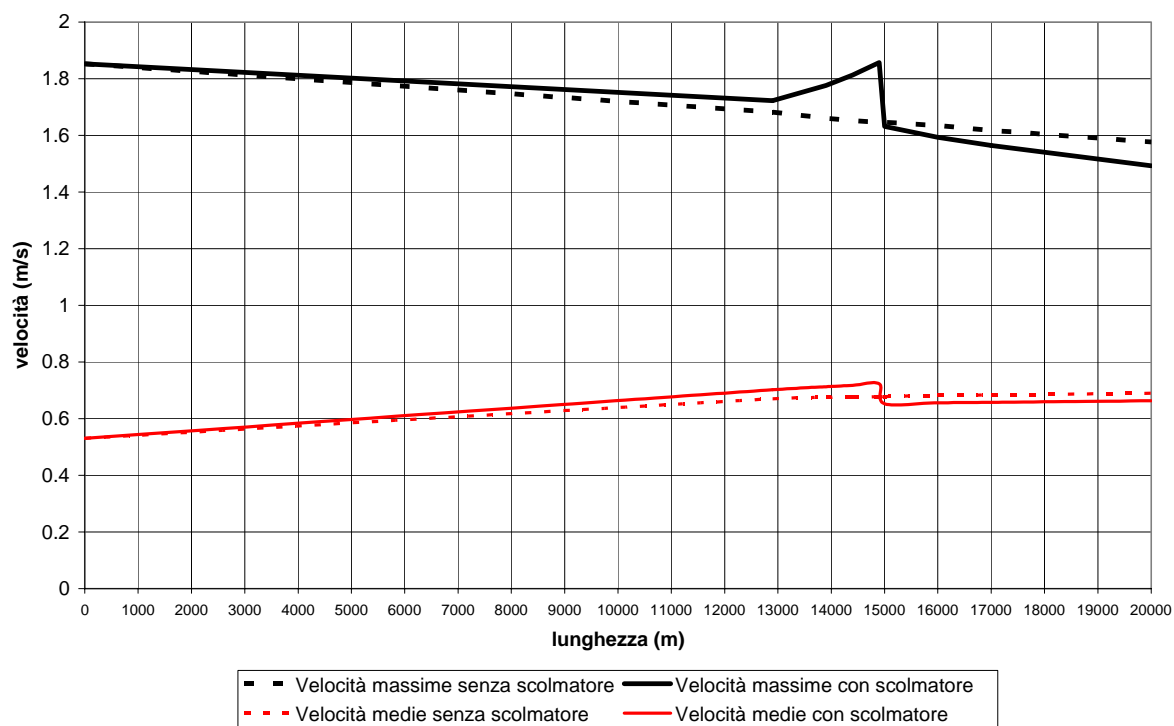


Figura 8-31: Andamento delle velocità massime e medie della corrente con e senza soglia di sfioro

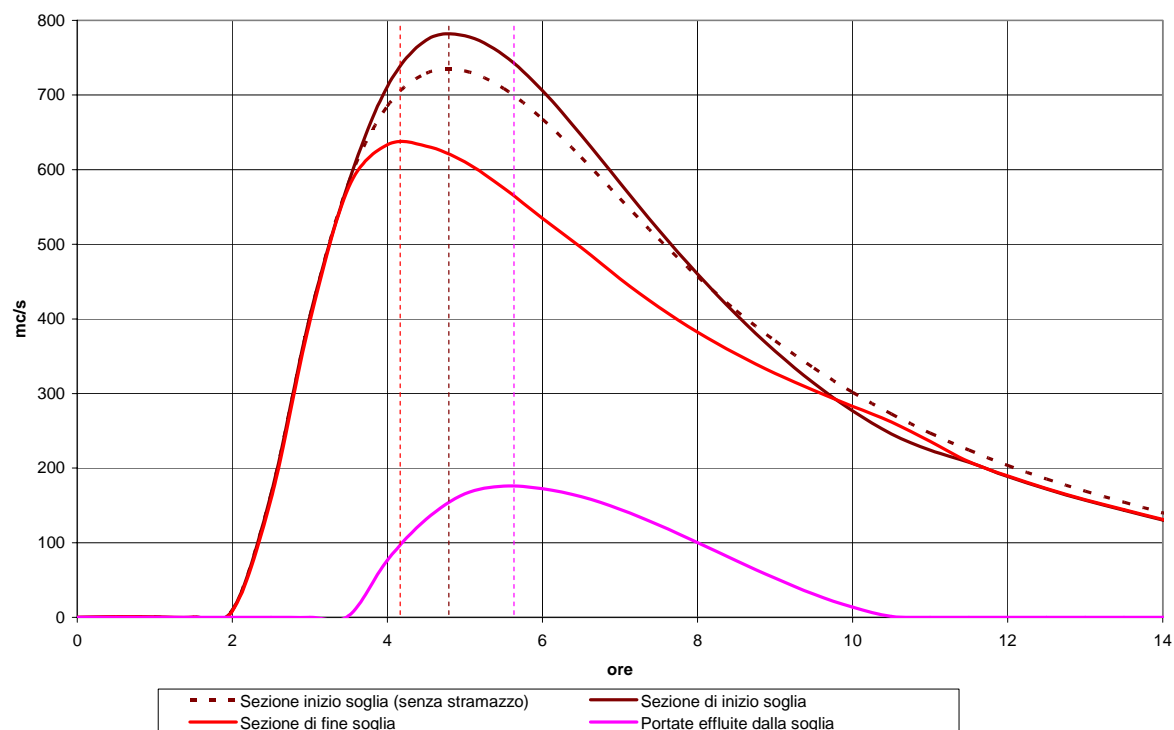


Figura 8-32: Confronto dei pletogrammi in corrispondenza dello sfioratore (pletogramma iniziale di tipo Gamma)



La massima portata Q_{Si}^{max} misurata nella sezione iniziale della soglia è pari a 779 m³/s, mentre la massima portata Q_{Sf}^{max} misurata nella sezione finale della soglia è pari a 633 m³/s. L'abbattimento della portata di colmo ΔQ_{Sf}^{max} è pari a 146 m³/s. La massima portata Q_{Sf}^{max} sfiorata dalla soglia laterale è invece pari a 176 m³/s. Nella letteratura tecnica si definisce **efficienza** ε di uno scolmatore in condizioni di moto vario il rapporto $Q_{Sf}^{max} / Q_{Si}^{max}$. Nel caso in questione l'efficienza è pari circa al 22,5%. Si intende, invece, per **tasso di riduzione** ρ delle portate al colmo il rapporto $\Delta Q_{Sf}^{max} / Q_{Si}^{max}$. Nel caso specifico esso è pari circa al 18,7%. Si deduce che, a differenza del moto stazionario, nel moto vario il tasso di riduzione non coincide con l'efficienza. Nel modello utilizzato per la simulazione matematica risulta $\rho < \varepsilon$.

Si definisce **tasso di riduzione** ρ_0 del colmo di piena rispetto alle condizioni iniziali (senza soglia) il rapporto tra la riduzione di portata indotta dallo stramazzo nella sezione finale della soglia e la portata di colmo Q_0^{max} che si avrebbe nella sezione iniziale dello stramazzo, in assenza di soglia. In termini matematici $\rho_0 = (Q_0^{max} - Q_{Sf}^{max}) / Q_0^{max}$. Nella simulazione di riferimento la massima portata Q_0^{max} misurata nella sezione iniziale della soglia in assenza di stramazzo è pari a 732 m³/s. Risulta quindi ρ_0 pari a circa il 13,5%.

Lo stramazzo viene tracimato per circa 7 ore e il volume complessivamente effluato è pari a 1'287'000 m³.

Per quanto riguarda il funzionamento complessivo del sistema canale-soglia (intendendo per canale solo quello a monte della soglia) si fa riferimento all'**efficienza di laminazione** (η), data dal seguente rapporto:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{Sf}^{max}}{Q_{max}}$$

in cui Q_{max} è uguale alla portata di colmo nella sezione iniziale del canale (ovvero nel caso in esame 1'000 m³/s).

Nella simulazione numerica a cui ci si è riferiti, l'efficienza di laminazione è pari ad $\eta = 36,7\%$. Nel caso di assenza della soglia, l'efficienza di laminazione del solo canale è pari ad $\eta_0 = 26,8\%$. Pertanto la presenza della soglia aumenta l'efficienza di laminazione del 37%.

L'esempio applicativo appena illustrato mostra come sia delicata la modellazione matematica del fenomeno di abbattimento del colmo di piena indotto da uno sfioratore laterale.

Innanzitutto occorre definire il sistema oggetto di studio, costituito dalla combinazione *soglia-canale di monte*, se si fa riferimento ai soli casi di corrente lenta. Tale sistema è caratterizzato dalle seguenti grandezze fisiche:

- 1) *lunghezza del canale di monte*;
- 2) *sezione del canale di monte* (questa può essere costante nel caso di alveo cilindrico, ma può anche variare lungo l'ascissa curvilinea dell'alveo);
- 3) *scabrezza del canale* (questa può essere costante o variabile all'interno della stessa sezione e lungo l'ascissa curvilinea);
- 4) *forma longitudinale della soglia*;
- 5) *lunghezza della soglia*;
- 6) *petto della soglia* (può essere costante o variare lungo lo sviluppo lineare della soglia);
- 7) *coefficiente di efflusso*.

Lo stato del sistema è caratterizzato, invece, dal valore delle portate in ogni sezione del canale fino alla sezione finale della soglia. Le portate di particolare rilievo sono quella massima che si riscontra nella sezione iniziale della soglia (Q_{Si}^{max}) e quella massima nella sezione finale dello sfioratore (Q_{Sf}^{max}).

È necessario, poi, definire la funzione d'ingresso, ovvero il pletogramma. Questo può essere caratterizzato da diverse variabili:

- 1) *durata*,
- 2) *portata di picco*,



- 3) *volume complessivo di piena*,
- 4) *tempo di picco* (ovvero l'istante di tempo in cui viene raggiunta la massima portata).

Il rapporto tra il volume complessivo di piena e la durata restituisce la *portata media* del pletogramma d'ingresso. Tale variabile può essere utilizzata per sostituire la durata o il volume complessivo di piena nell'elenco precedente.

Fissati dei valori per tali variabili, esistono infinite forme di pletogrammi caratterizzati da tali grandezze. Pertanto occorre stabilire l'ultima e più importante variabile d'ingresso:

- 5) *la forma*.

Deve essere definita, infine, la funzione d'uscita del sistema, che nel caso specifico esprime il valore delle *portate che effluiscono dalla soglia* nel tempo. Da tale funzione è possibile risalire ad alcune grandezze particolarmente significative: la *massima portata di efflusso* (Q_s^{max}), il *volume complessivo effluito* (V_s) e la *durata dell'efflusso*, nota anche come **tempo di adescamento della soglia** (T_s).

Molte delle grandezze sopra elencate possono essere definite facilmente. Anche le variabili d'ingresso possono essere note, applicando le procedure di valutazione diretta e indiretta delle massime portate di piena. Di queste, particolarmente semplici da dedurre sono la durata della piena, la portata al colmo e il volume complessivo. Metodi di valutazione più raffinati, bisognosi di informazioni più dettagliate e non sempre disponibili, consentono di conoscere anche il tempo di picco e, più in generale una forma conservativa da assegnare all'onda di piena: il pletogramma sintetico di piena.

Si supponga di non conoscere la forma del pletogramma di piena. Si vuole verificare la risposta del sistema soglia-canale di monte (precedentemente considerato nella simulazione matematica dell'onda gamma), all'ingresso di diversi pletogrammi, differenti solo nella forma, ma non nella durata (pari a 14 ore), nella portata di picco (pari a 1'000 m³/s), nella portata media (pari a 414 m³/s) e nel tempo di picco (pari a 3 ore). Per lo scopo sono state considerate 6 serie di pletogrammi, caratterizzati da diverse durate del picco. Per ogni serie sono state considerate tre tipologie di forma:

- forma *C concentrata*, con portate alte e concentrate attorno al picco e portate trascurabili negli istanti iniziali e finali della piena;
- forma *D diluita*, con portate che si abbattano immediatamente attorno al picco "spalmandosi" in tutto l'intervallo temporale di piena;
- forma *G graduale*, con portate che variano gradualmente.

Tali pletogrammi sono graficamente rappresentati in Figura 8-33.

Si è ipotizzato che alla distanza di 14,9 km a monte della soglia, la chiamata allo sbocco possa influenzare in maniera trascurabile la forma del pletogramma e l'aumento della portata di piena. Pertanto gli stessi pletogrammi possono essere considerati in maniera immutata come condizioni al contorno sia nel caso di canale privo di soglia, che nel caso di canale provvisto di soglia di sfioro.

Le simulazioni numeriche hanno mostrato l'enorme variabilità di diverse grandezze di stato e di uscita del sistema, attestando la forte dipendenza dello stato del sistema dalla forma dell'onda di piena in ingresso. Nella tabella 8-1 sono riassunti i risultati desunti dalla simulazione. Da essa si evince che non sempre l'efficienza della soglia è superiore al tasso di riduzione dell'onda di piena (cfr. onde tipo 2 D, 2 G, 3 D, 4 D, 5 G).

Quanto visto ha suggerito di intraprendere un approccio di tipo statistico per l'analisi del fenomeno della tracimazione in condizioni di moto vario. All'uopo si è verificato che gli istogrammi di alcune delle grandezze riportate in Tabella 8-1, e rappresentate in Figura 8-34, mostrano come sia difficile individuare delle funzioni di distribuzione di probabilità note, che siano in grado di interpretare le diverse distribuzioni di frequenza. Ad ogni modo, applicando il test di adattamento di *Kolmogorov-Smirnov* nei confronti della distribuzione normale, carat-



terizzata da stessa media e deviazione standard, si deduce che l'ipotesi statistica secondo cui i valori di tali grandezze si distribuiscono secondo una "gaussiana", può essere accettata, nel caso specifico, con livello di confidenza pari a 0,90.

Sulla base di tale ipotesi statistica, peraltro da verificare per sfioratori e canali di diversa geometria, è possibile tabulare, in funzione di determinati quantili, le probabilità cumulate che assumono alcune delle grandezze in Tabella 8-1.

In Tabella 8-2 sono riportate le probabilità cumulate riferite a Q_{sf}^{max} , Q_s^{max} , V_s e T_s . Al quantile q -mo corrispondono i valori delle summenzionate grandezze che hanno probabilità q di non essere superate. Da tale tabella si evince, ad esempio, che la portata massima che può defluire attraverso la sezione a valle della soglia, con probabilità del 90% di non essere superata, è: $Q_{sf,90}^{max} = 669 \text{ m}^3/\text{s}$. A tale misura corrisponde un valore dell'efficienza canale-soglia pari a $\varepsilon_{90} = 31\%$. Si evince pure che la portata massima di efflusso, con probabilità del 90% di non essere superata, è: $Q_{s,90}^{max} = 387 \text{ m}^3/\text{s}$. La scelta del quantile cui fare riferimento nella stima di Q_s^{max} può diventare rilevante per il corretto dimensionamento di un canale alimentato dalla soglia di sfioro. Il volume tracimabile, con probabilità del 90% di non essere superato, è $V_{90} = 6.074.385 \text{ m}^3$. Anche il quantile cui fare riferimento nella stima del volume di tracimazione può diventare rilevante per il corretto dimensionamento di una cassa di espansione alimentata da una soglia di sfioro. Per quanto riguarda il tempo di adescamento della soglia, che poi coincide con il tempo durante il quale potrebbe essere alimentata una cassa di espansione, il valore corrispondente al 90% è: $T_{90} = 10,8 \text{ ore}$.

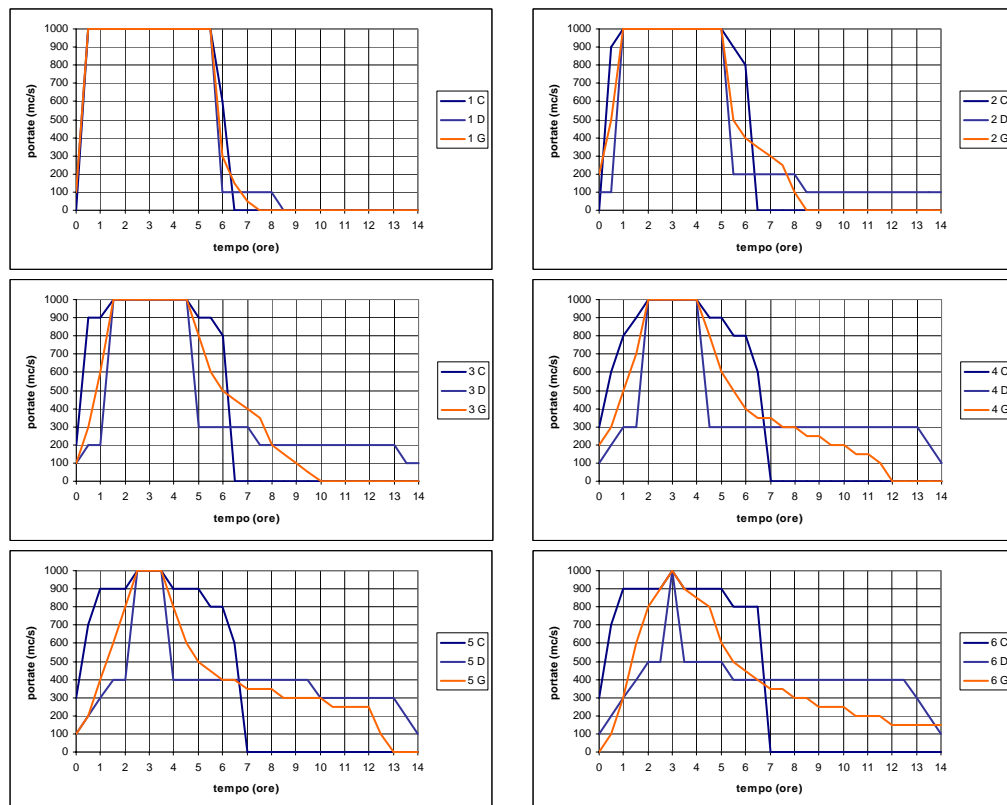


Figura 8-33: Pletogrammi di piena caratterizzati da una durata di 14 ore, da una portata di picco di $1'000 \text{ m}^3/\text{s}$, da una portata media di $414 \text{ m}^3/\text{s}$ e da un tempo di picco di 3 ore.



Onda di piena	Q_{Si}^{max} (m ³ /s)	ε (%)	ρ (%)	η (%)	Volumi effluvi (mc)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{sf}^{max} (mc/s)	Q_s^{max} (mc/s)
1 C	960	32,1	30,4	33,1	3.819.798	6,5	669	308
1 D	974	36,3	34,9	36,5	4.900.230	8	635	353
1 G	974	36,3	34,9	36,5	5.010.732	7,5	635	353
2 C	942	32,1	29,0	33,1	3.798.270	6,5	669	302
2 D	947	32,7	33,0	36,5	3.749.580	7,5	635	310
2 G	967	35,9	36,2	38,2	5.419.800	8,5	618	348
3 C	959	36,8	35,6	38,3	5.765.184	8	617	353
3 D	897	27,2	29,3	36,6	2.862.000	7,5	634	244
3 G	916	31,0	30,9	36,7	4.336.470	8,5	633	284
4 C	938	36,6	35,6	39,6	6.271.848	9,5	604	344
4 D	788	20,8	21,0	37,8	1.805.112	11,5	622	164
4 G	883	30,6	30,4	38,6	4.170.042	9	614	270
5 C	917	36,3	34,8	40,2	6.252.174	9,5	598	333
5 D	624	12,7	11,7	44,9	1.672.866	11,5	551	79
5 G	766	21,8	21,9	40,2	2.587.716	10	598	167
6 C	886	36,2	34,7	42,1	6.164.460	9,5	579	321
6 D	477	9,31	4,82	54,6	1.429.002	11,5	454	44
6 G	693	16,8	13,2	39,8	1.558.656	9	602	116
Media	862	29,0	27,9	39,1	3.976.330	8,9	609	261
Dev. st.	136	8,63	9,20	4,67	1.637.121	1,5	47	99

Tabella 8-1: Valori assunti da alcune grandezze di stato e variabili di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-33.

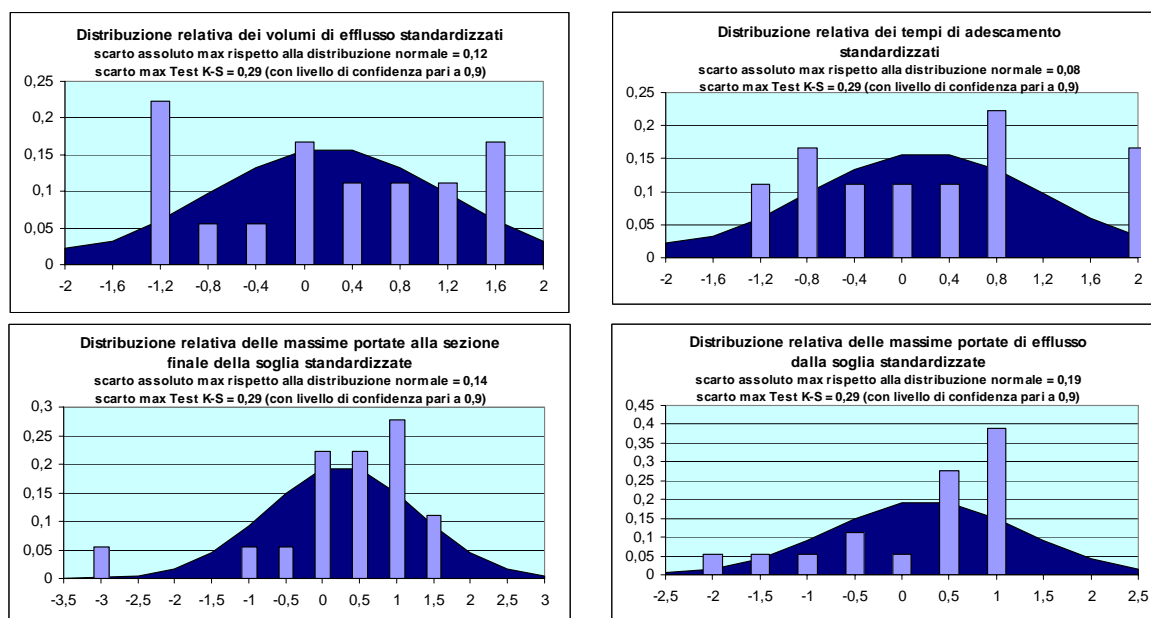


Figura 8-34: Distribuzioni relative di frequenza di alcune grandezze di stato e di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-33.



TEMPO DI PICCO = 3 ORE				
Quantile	Volumi complessivamente effluiti (m ³)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{sf}^{max} (m ³ /s)	Q_s^{max} (m ³ /s)
0,01	167.818	5,3	500	31
0,1	1.878.275	6,9	549	134
0,2	2.598.494	7,6	570	178
0,3	3.117.823	8,1	585	209
0,4	3.561.570	8,5	597	236
0,5	3.976.330	8,9	609	261
0,6	4.391.090	9,2	621	286
0,7	4.834.837	9,7	634	312
0,8	5.354.166	10,1	648	344
0,9	6.074.385	10,8	669	387
0,91	6.171.308	10,9	672	393
0,92	6.276.602	11,0	675	399
0,93	6.392.378	11,1	678	406
0,94	6.521.682	11,2	682	414
0,95	6.669.154	11,4	686	423
0,96	6.842.414	11,5	691	433
0,97	7.055.416	11,7	697	446
0,98	7.338.565	12,0	705	463
0,99	7.784.842	12,4	718	490

Tabella 8-2: Quantili relativi ad alcune grandezze di stato e di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0,0001 e scabrezza pari a 0,025 s/m^{1/3}, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-33, nell'ipotesi statistica di distribuzione gaussiana dei valori.

Confrontando i risultati della simulazione numerica svolta mediante l'onda Gamma, con i dati riportati nella Tabella 8-2, si osserva che, nel caso specifico, Q_{sf}^{max} relativa all'onda Gamma corrisponde all'incirca al quantile 0,7, mentre Q_s^{max} per la stessa onda corrisponde ad un quantile inferiore a 0,2. Per quanto riguarda T_s , questo corrisponde all'incirca al quantile 0,1, mentre V_s fa riferimento ad un quantile addirittura inferiore a 0,1. Si deduce, quindi, sempre nel caso del modello geometrico del sistema canale-soglia adottato, che la forma dell'onda gamma è tra quelle meno conservative per il dimensionamento delle opere idrauliche accessorie alla soglia di tracimazione, nonché per la valutazione dell'efficienza di laminazione del sistema canale-soglia.

In molti casi applicativi, oltre alla forma del pletogramma potrebbe essere ignota o, comunque poco sicura, la posizione del picco. Per verificare quanto questa possa incidere sulla distribuzione dei valori delle diverse grandezze sopra considerate, il sistema soglia-canale di monte è stato cimentato da altre quattro serie di 18 pletogrammi, caratterizzati sempre dalla stessa durata, portata di picco e portata media del primo treno, e da tempo di picco rispettivamente pari a 5, 7, 9 e 11 ore (cfr. Figure 8-35, 8-36, 8-37 e 8-38 e Tabelle 8-3, 8-4, 8-5 e 8-6).

Tutti i pletogrammi della stessa denominazione sono caratterizzati dalla stessa frequenza oraria delle portate (ad esempio nell'onda tipo 3 D la portata di 1000 m³/s si manifesta sempre per 3,5 ore, la portata di 300 m³/s si manifesta sempre per 2,5 ore, la portata di 200 m³/s si manifesta sempre per 7 ore e la portata di 100 m³/s si manifesta sempre per 1 ora).

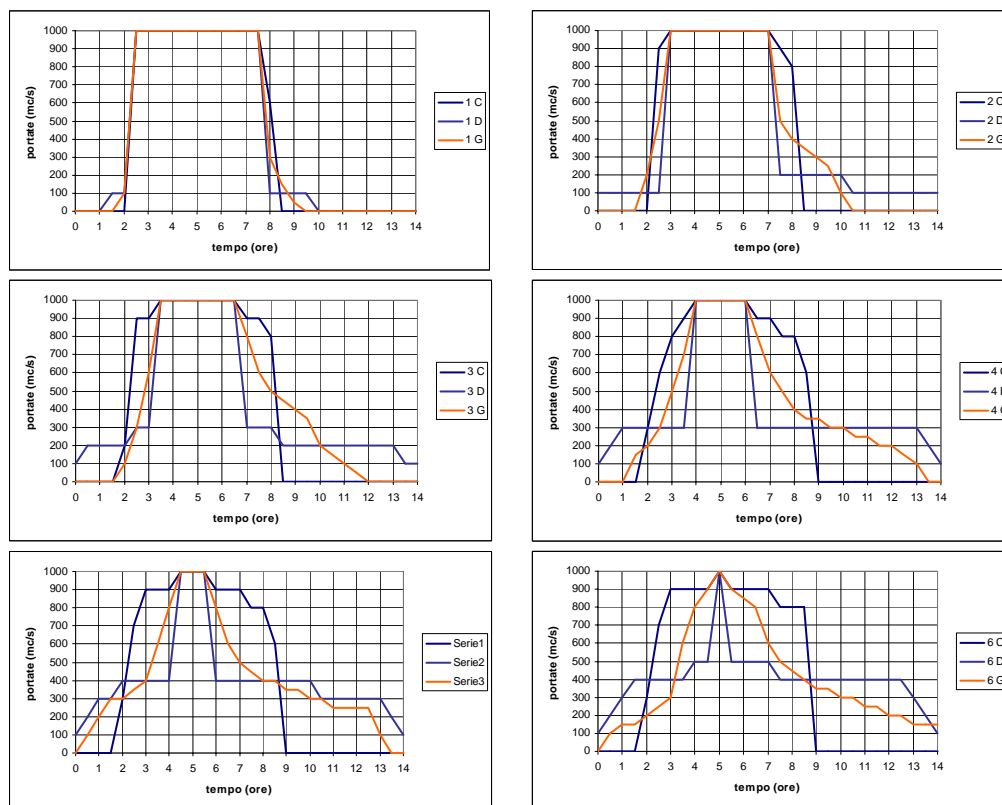


Figura 8-35: Pletogrammi di piena caratterizzati da una durata di 14 ore, da una portata di picco di 1'000 m³/s, da una portata media di 414 m³/s e da un tempo di picco di 5 ore.

Onda di Piena	Q_{Si}^{max} (m ³ /s)	ε (%)	ρ (%)	η (%)	Volumi effluiti (mc)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{Sf}^{max} (mc/s)	Q_{S}^{max} (mc/s)
1 C	960	32,1	30,4	33,1	3.819.798	6,5	669	308
1 D	964	32,0	30,7	33,2	3.705.750	7	668	309
1 G	974	36,3	34,9	36,5	5.010.732	7,5	635	353
2 C	942	32,1	29,0	33,1	3.798.270	6,5	669	302
2 D	947	32,7	33,0	36,5	3.748.644	7,5	635	310
2 G	967	35,9	36,2	38,2	5.419.800	8,5	618	348
3 C	959	36,8	35,6	38,3	5.765.184	8	617	353
3 D	914	29,2	31,1	37,0	3.094.794	8	630	267
3 G	916	31,0	30,9	36,7	4.336.470	8,5	633	284
4 C	938	36,6	35,6	39,6	6.271.848	9,5	604	344
4 D	829	23,3	25,6	38,4	2.302.110	9,5	616	193
4 G	827	22,6	20,6	34,4	2.460.942	8	656	187
5 C	917	36,3	34,8	40,2	6.252.174	9,5	598	333
5 D	679	18,5	17,8	44,2	2.010.852	10	558	126
5 G	757	19,5	17,5	37,5	2.093.526	8,5	625	147
6 C	886	36,2	34,7	42,1	6.164.460	9,5	579	321



6 D	526	13,8 3	11,2 9	53, 3	1.712.142	10,5	467	73
6 G	735	19,7	17,4	39, 3	2.027.160	8	607	145
Media	869	29,1	28,2	38, 4	3.888.592	8,4	616	261
Dev. st.	119	7,31	7,61	4,6 4	1.562.995	1,1	46	88

Tabella 8-3: Valori assunti da alcune grandezze di stato e variabili di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-35.

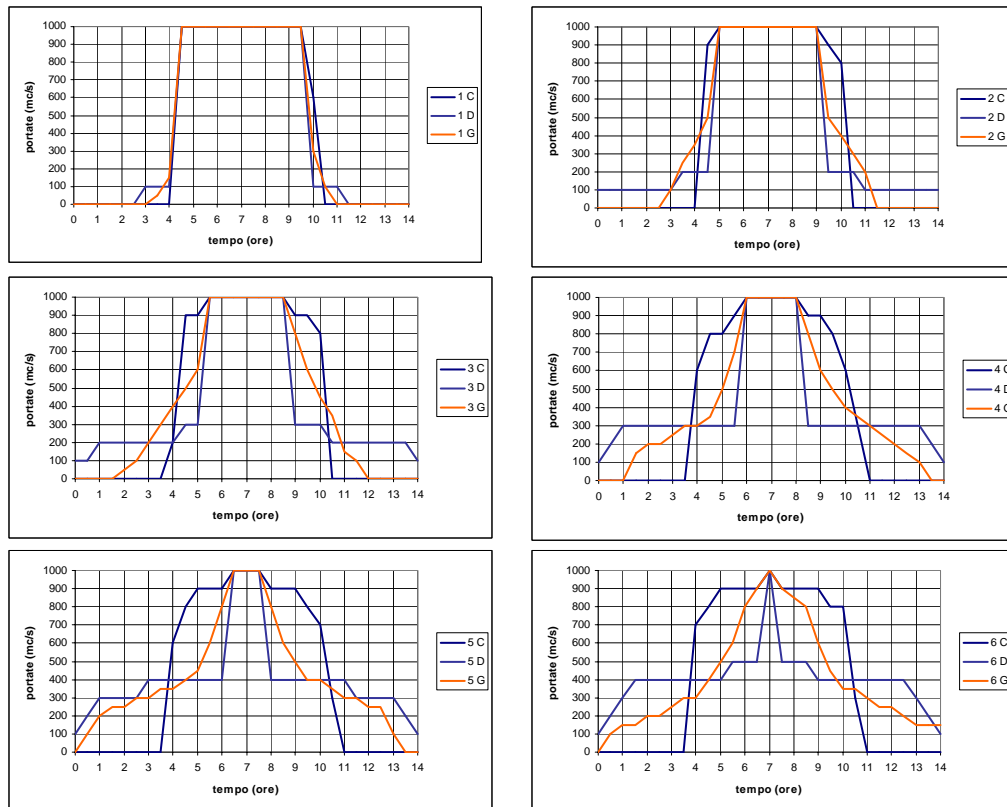


Figura 8-36: Pletogrammi di piena caratterizzati da una durata di 14 ore, da una portata di picco di $1'000 \text{ m}^3/\text{s}$, da una portata media di $414 \text{ m}^3/\text{s}$ e da un tempo di picco di 7 ore.

Onda di piena	Q_{Si}^{max} (m^3/s)	ε (%)	ρ (%)	η (%)	Volumi effluiti (mc)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{St}^{max} (mc/s)	Q_s^{max} (mc/s)
1 C	960	32,1	30,4	33,1	3.819.798	6,5	669	308
1 D	965	32,3	30,8	33,2	3.752.658	7	668	311
1 G	964	32,0	30,7	33,2	3.779.946	7	668	309
2 C	942	32,1	29,0	33,1	3.798.270	6,5	669	302
2 D	953	33,5	33,5	36,7	3.940.704	7	633	319
2 G	953	33,5	33,5	36,7	3.940.704	7	633	319
3 C	959	36,8	35,6	38,3	5.765.184	8	617	353
3 D	918	29,9	31,7	37,4	3.252.096	8	626	275
3 G	917	29,1	27,6	33,6	3.533.742	7	664	267
4 C	898	30,1	25,9	33,4	3.663.216	6,5	666	270
4 D	844	25,1	27,7	39,0	2.504.844	8,5	610	212
4 G	861	25,6	24,0	34,5	2.995.254	7,5	655	221
5 C	877	29,9	25,4	34,6	3.609.252	7	654	262
5 D	708	21,6	21,6	44,4	2.177.748	8,5	556	153
5 G	803	23,4	23,2	38,3	2.563.488	7,5	617	188
6 C	860	30,4	26,3	36,7	3.533.886	7	633	261
6 D	558	17,26	16,09	53,2	1.808.082	9,5	468	96
6 G	782	23,9	22,5	39,4	2.486.808	7,5	606	187



Media	873	28,8	27,5	37,2	3.384.760	7,4	628	256
Dev. st.	104	4,83	4,83	4,86	865.251	0,8	49	66

Tabella 8-4: Valori assunti da alcune grandezze di stato e variabili di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cementato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-36.

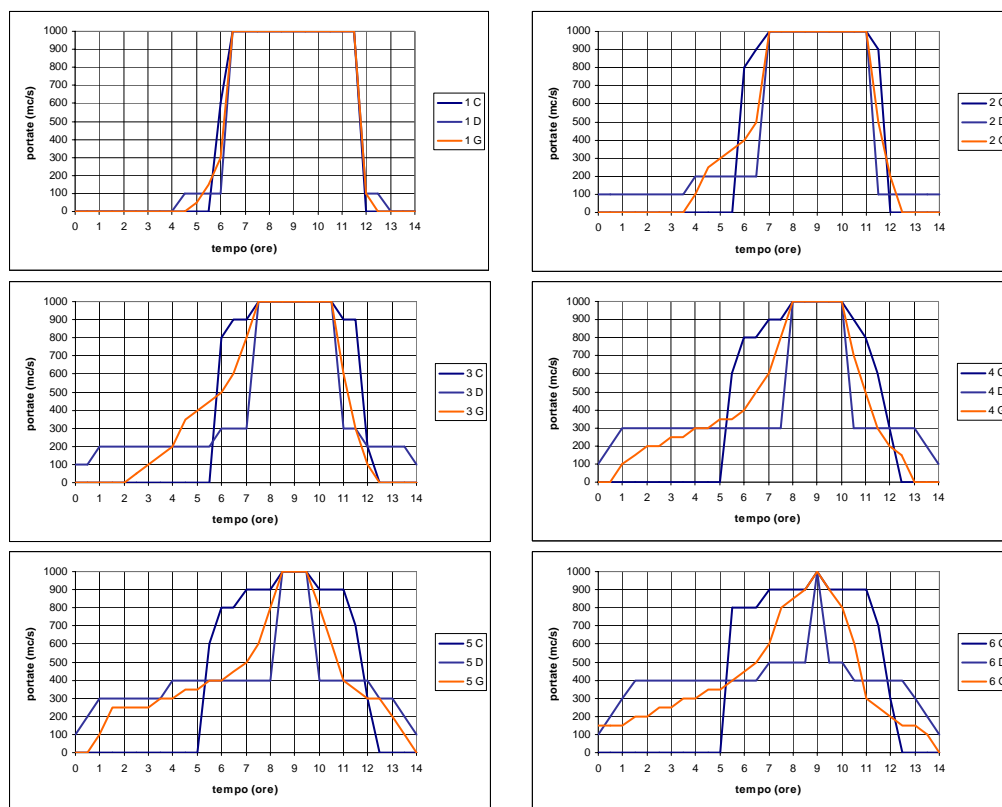


Figura 8-37: Pletogrammi di piena caratterizzati da una durata di 14 ore, da una portata di picco di $1'000 \text{ m}^3/\text{s}$, da una portata media di $414 \text{ m}^3/\text{s}$ e da un tempo di picco di 9 ore.

Onda di piena	Q_{Si}^{max} (m^3/s)	ε (%)	ρ (%)	η (%)	Volumi effluiti (mc)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{Sf}^{max} (mc/s)	Q_S^{max} (mc/s)
1 C	968	33,0	31,2	33,4	3.820.248	6,5	666	319
1 D	966	32,5	30,9	33,2	3.776.706	7	668	314
1 G	967	32,7	31,0	33,2	3.818.376	7	668	317
2 C	956	32,9	30,1	33,2	3.815.028	6,5	668	315
2 D	955	34,1	34,0	37,0	3.846.510	7,5	630	326
2 G	957	31,8	30,6	33,7	3.751.470	6,5	663	304
3 C	935	32,2	28,9	33,5	3.765.492	7	665	301
3 D	923	30,9	32,6	37,8	3.374.946	7	622	286
3 G	946	30,8	30,9	34,6	3.610.638	7	654	292
4 C	920	30,4	28,0	33,7	3.687.516	6,5	663	280
4 D	853	26,5	29,0	39,5	2.582.568	7	605	226
4 G	901	29,0	29,4	36,	3.184.074	7	636	262



				4				
5 C	889	30,8	26,1	34,3	3.633.210	6,5	657	274
5 D	728	23,8	24,3	44,9	2.184.678	8	551	173
5 G	827	26,1	26,8	39,4	2.673.702	7	606	216
6 C	874	30,6	27,2	36,4	3.538.602	7	636	267
6 D	582	19,6	19,9	53,4	1.777.212	9	466	114
6 G	829	29,6	30,2	42,2	3.176.658	7	578	246
Media	888	29,9	29,0	37,2	3.334.313	7,1	628	268
Dev. st.	97	3,60	3,17	5,1	607.753	0,6	51	55

Tabella 8-5: Valori assunti da alcune grandezze di stato e variabili di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-37.

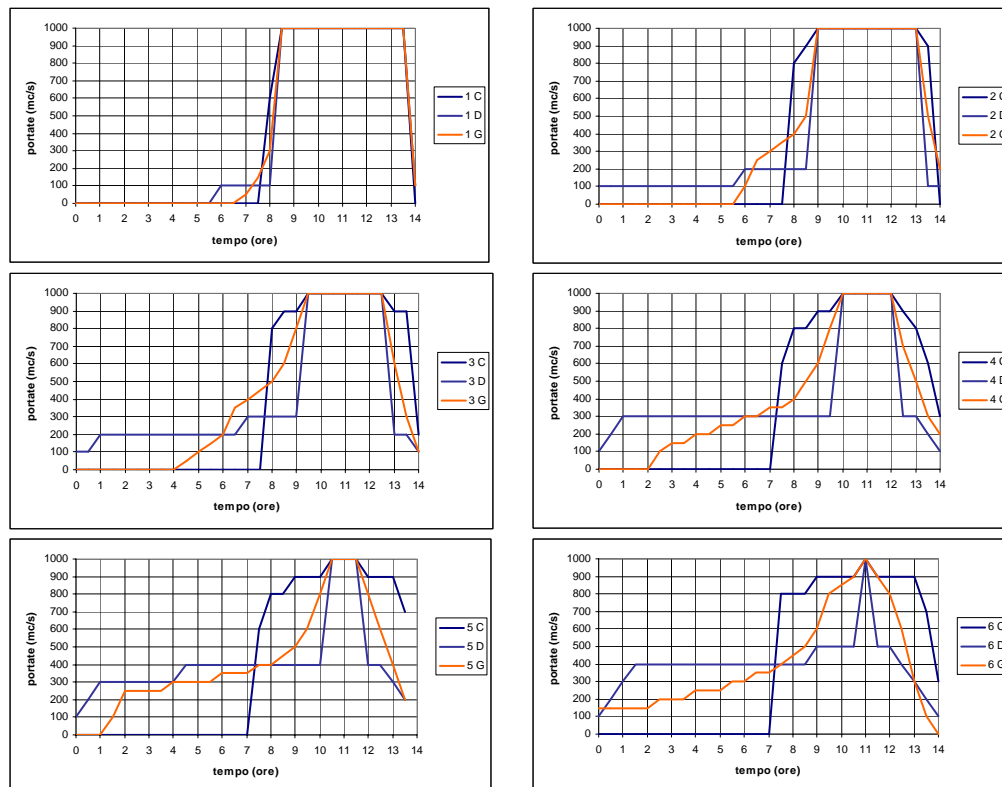


Figura 8-38: Pletogrammi di piena caratterizzati da una durata di 14 ore, da una portata di picco di $1'000 \text{ m}^3/\text{s}$, da una portata media di $414 \text{ m}^3/\text{s}$ e da un tempo di picco di 11 ore.

Onda di piena	Q_{Si}^{max} (m^3/s)	ε (%)	ρ (%)	η (%)	Volumi effluiti (mc)	Tempo di adescamento (ore)	Q_{SF}^{max} (mc/s)	Q_{S}^{max} (mc/s)
1 C	968	33,0	31,2	33,4	3.820.248	6,5	666	319
1 D	967	32,7	31,0	33,3	3.814.272	7	667	317
1 G	967	32,7	31,0	33,2	3.818.376	7	668	317
2 C	956	32,9	30,1	33,2	3.815.028	6,5	668	315
2 D	955	34,1	34,0	37,0	3.762.846	7	630	326
2 G	957	31,8	30,6	33,7	3.751.470	6,5	663	304
3 C	935	32,2	28,9	33,5	3.765.492	7	665	301



3 D	928	31,8	33,3	38,1	3.175.956	6,5	619	295
3 G	946	30,8	30,9	34,6	3.610.638	7	654	292
4 C	920	30,4	28,0	33,7	3.687.516	6,5	663	280
4 D	859	27,5	29,9	39,8	2.406.276	6	602	236
4 G	902	29,3	29,8	36,6	3.192.300	6,5	634	265
5 C	889	30,8	26,1	34,3	3.633.210	6,5	657	274
5 D	741	25,1	26,0	45,2	1.992.420	8	548	186
5 G	835	27,8	28,5	40,3	2.621.952	6,5	597	232
6 C	874	30,6	27,2	36,4	3.538.602	7	636	267
6 D	589	20,87	21,39	53,7	1.633.500	9,5	463	123
6 G	830	29,8	30,4	42,3	3.006.090	6,5	577	247
Media	890	30,2	29,3	37,3	3.280.344	6,9	627	272
Dev. st.	94	3,16	2,84	5,25	665.430	0,8	52	51

Tabella 8-6: Valori assunti da alcune grandezze di stato e variabili di uscita del sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 3,5 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e scabrezza pari a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, cimentato dai pletogrammi rappresentati in Figura 8-38.

Applicando il test di adattamento di *Kolmogorov-Smirnov* a tutte le serie di pletogrammi sopra considerati, per verificare l'ipotesi statistica di distribuzione gaussiana di V_s , T_s , Q_{sf}^{max} e Q_s^{max} , esso risulta positivo con livello di confidenza pari a 0,90 in tutti i casi, con l'unica eccezione della durata di efflusso, relativamente alle onde caratterizzate da un tempo di picco pari a 9 ore. In tale circostanza, infatti, il test è positivo con livello di confidenza pari a 0,99.

In ogni caso, accettando per tutte le grandezze appena menzionate una distribuzione gaussiana dei propri valori, è possibile ricavare, per ognuna delle serie d'onde rappresentate nelle Figure 8-33, 8-35, 8-36 e 8-37, delle tabelle simili alla Tabella 8-2.

Facendo riferimento, in particolare, ai valori corrispondenti al 10°, al 50° e al 90° percentile, si osserva che questi sono correlati al **coefficiente di picco** (ovvero il rapporto tra il tempo di picco e la durata della piena) mediante curve logaritmiche. In particolare le curve relative al 10° e al 90° percentile definiscono un fuso contenente valori che hanno probabilità di verificarsi pari all'80% (cfr. Figure 8-39, 8-40, 8-41 e 8-42).

Nel caso specifico si verifica che la variabilità delle grandezze in esame diminuisce all'aumentare del coefficiente di picco.

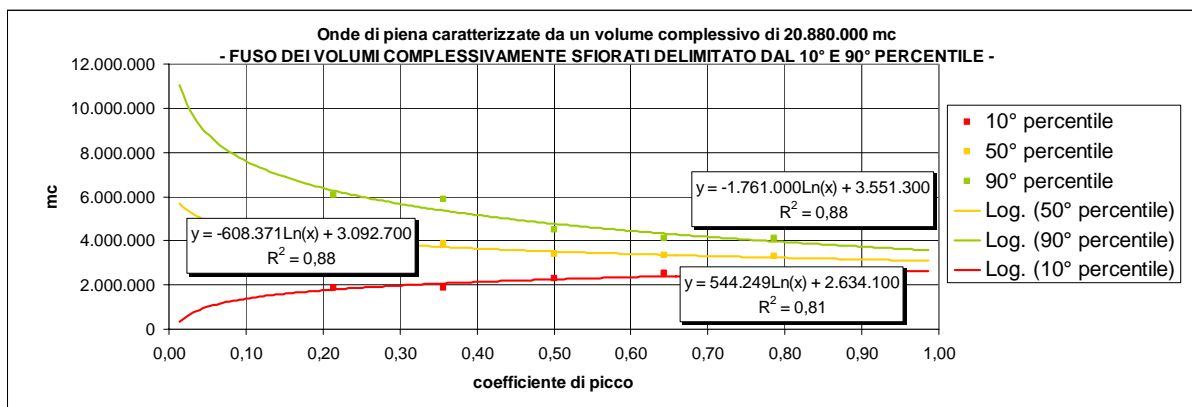


Figura 8-39: Correlazione tra i percentili dei volumi complessivamente effluiti e il coefficiente di picco

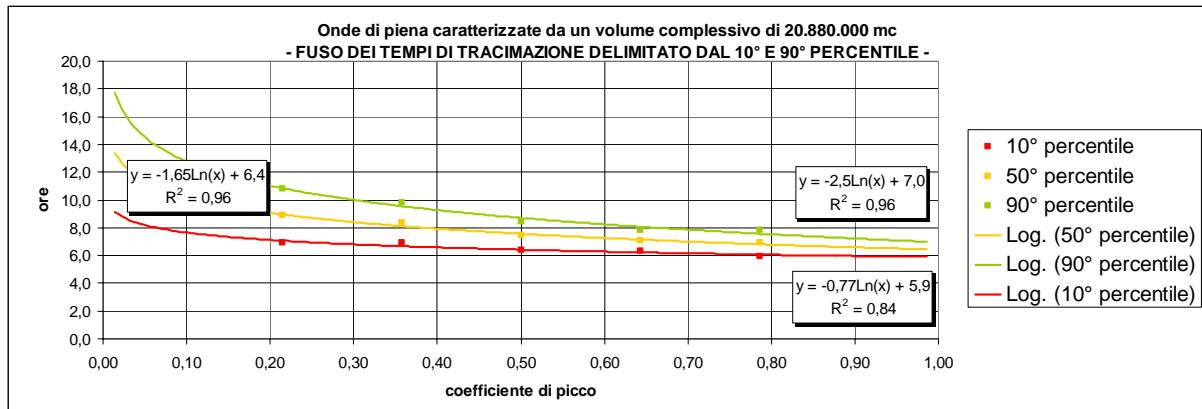


Figura 8-40: Correlazione tra i percentili dei tempi di adescamento della soglia e il coefficiente di picco

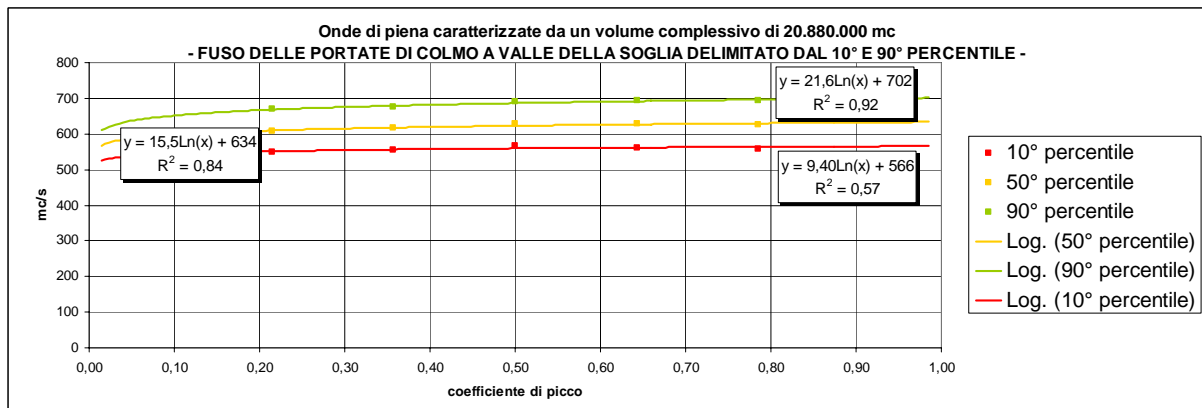


Figura 8-41: Correlazione tra i percentili delle portate al colmo nella sezione di valle della soglia e il coefficiente di picco

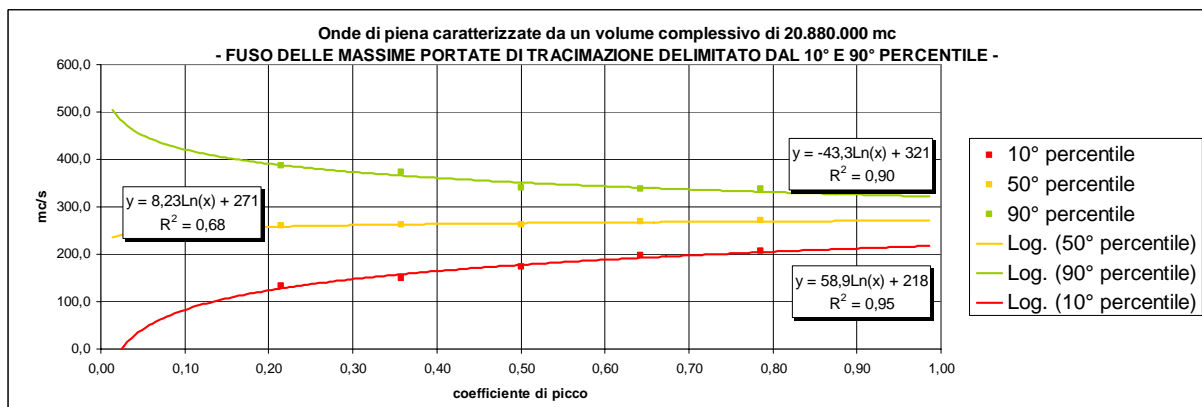


Figura 8-42: Correlazione tra i percentili delle massime portate di tracimazione e il coefficiente di picco

La scelta dell'ipotesi di moto stazionario e vario nel dimensionamento delle soglie sfioranti

Dalle considerazioni fino ad ora svolte si deduce che il dimensionamento di una soglia sfiorante in condizioni di moto stazionario è relativamente semplice, richiedendo la conoscenza di poche grandezze: quelle geometriche del sistema soglia – canale di monte, la scabrezza del canale e la portata di picco. Anche la procedura di calcolo è relativamente agevole. Purtroppo, però, nelle pratiche applicazioni è molto raro che uno sfioratore laterale, realizzato in fregio alla sponda di un fiume, possa funzionare in moto permanente.



L'ipotesi di moto vario, pur richiedendo una modellazione più complessa di quella che si utilizza nell'ipotesi di moto stazionario, e pur necessitando di procedure di calcolo più elaborate, grazie alla disponibilità dei codici automatici di calcolo e degli elaboratori elettronici, può essere altrettanto agevolmente utilizzata per il dimensionamento delle soglie sfioranti.

La difficoltà principale che emerge nel dimensionamento e nella verifica degli sfioratori e delle opere idrauliche in generale, nell'ipotesi di moto vario, è la definizione del pletogramma di piena di progetto. Si è già visto che esistono delle procedure che consentono di stimare o definire pletogrammi conservativi (pletogrammi sintetici di piena), ma non sempre è possibile applicarle per via della mancanza dei dati idrometrici. Si è pure visto che due pletogrammi di forma differente possono indurre rendimenti difformi al sistema di tracimazione.

Altro elemento rilevante è che non è possibile sapere *a priori* quale delle due ipotesi di moto stazionario e vario, risulti conservativo ai fini dei calcoli progettuali. Infatti l'ipotesi di moto stazionario, rispetto a quella di moto vario, non risentendo dei fenomeni di laminazione legati alla diffusività, consente di mantenere alte le portate che giungono alla soglia. Ciò, se da un lato risulta cautelativo, dall'altro, a causa dei forti tiranti con cui la corrente giunge allo sfioratore, induce lo sbocco di grandi portate, con il raggiungimento di efficienze particolarmente alte.

Di seguito viene svolta una comparazione dei risultati restituiti dai due metodi di calcolo, stazionario e vario, applicati allo stesso modello geometrico soglia – canale di monte, utilizzato nella parte di questo sottoparagrafo dedicata al moto stazionario: un canale rettangolare di 30 km, largo 100 m, con pendenza pari a 0,0001 e coefficiente di scabrezza pari a $n = 0,025 \text{ s/m}^{1/3}$, con soglia sfiorante a 14,9 km dalla sezione di monte iniziale, alta 2 m e lunga 100 m, caratterizzata da un coefficiente di efflusso μ pari a 0,5. Tale sistema geometrico è stato cimentato da 10 pletogrammi di piena caratterizzati da portate di picco variabili da $100 \text{ m}^3/\text{s}$ a $1000 \text{ m}^3/\text{s}$.

La formulazione matematica usata per i pletogrammi è quella dell'onda Gamma:

$$Q(\tau) = Q_{\max} \cdot \left(\frac{\tau}{3}\right) \cdot e^{\left(1 - \frac{\tau}{3}\right)}$$

con $Q_{\max} = \{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 \text{ m}^3/\text{s}\}$ e τ espresso in ore.

Nelle figure 8-43 e 8-44 sono riportati i diagrammi delle massime portate calcolate in corrispondenza della sezione finale della soglia e del coefficiente di laminazione, in funzione delle portate al colmo in ingresso al canale.

In particolare si può osservare che i diagrammi illustrati in Figura 8-43 mostrano, per il caso specifico analizzato, un andamento pseudo-rettilineo. Essi sono confrontati col diagramma delle massime portate Q_{sf}^{\max} che si registrerebbero nell'ipotesi di moto vario, in corrispondenza della sezione finale della soglia, in assenza della stessa. Si osserva chiaramente che, in riferimento allo specifico modello geometrico canale – soglia e alle forme dei pletogrammi considerati, per portate al colmo in ingresso inferiori o uguali a $360 \text{ m}^3/\text{s}$, la simulazione numerica del moto stazionario restituisce valori di Q_{sf}^{\max} superiori a quelle corrispondenti al moto vario. Per portate al colmo in ingresso inferiori a $250 \text{ m}^3/\text{s}$ i valori desunti di Q_{sf}^{\max} in condizioni di moto stazionario sono superiori pure a quelli che si registrerebbero in ipotesi di moto vario in assenza di soglia. Per portate al colmo in ingresso superiori a $360 \text{ m}^3/\text{s}$, invece, la simulazione in ipotesi di moto vario restituisce valori di Q_{sf}^{\max} maggiori rispetto all'ipotesi di moto stazionario. La differenza rispetto alla Q_{sf}^{\max} del moto stazionario aumenta all'aumentare della portata al colmo in ingresso.

I diagrammi illustrati in Figura 8-44 mostrano, sempre nel caso specifico, come il coefficiente di laminazione del canale privo di soglia, valutato al 15° km da monte, diminuisce all'aumentare del coefficiente di picco. Il tasso di riduzione di tale coefficiente risulta essere sempre più basso all'aumentare dei valori della portata di picco in ingresso al sistema. Di contro il coefficiente di laminazione in presenza di soglia (ovvero l'efficienza,



in caso di moto stazionario) aumenta all'aumentare della portata di picco, con tasso di incremento sempre più basso all'aumentare dei valori della portata di picco in ingresso al sistema.

Tali diagrammi consentono di dedurre, nel caso specifico, che l'ipotesi di moto stazionario diventa sempre meno conservativa all'aumentare della portata al colmo di progetto.

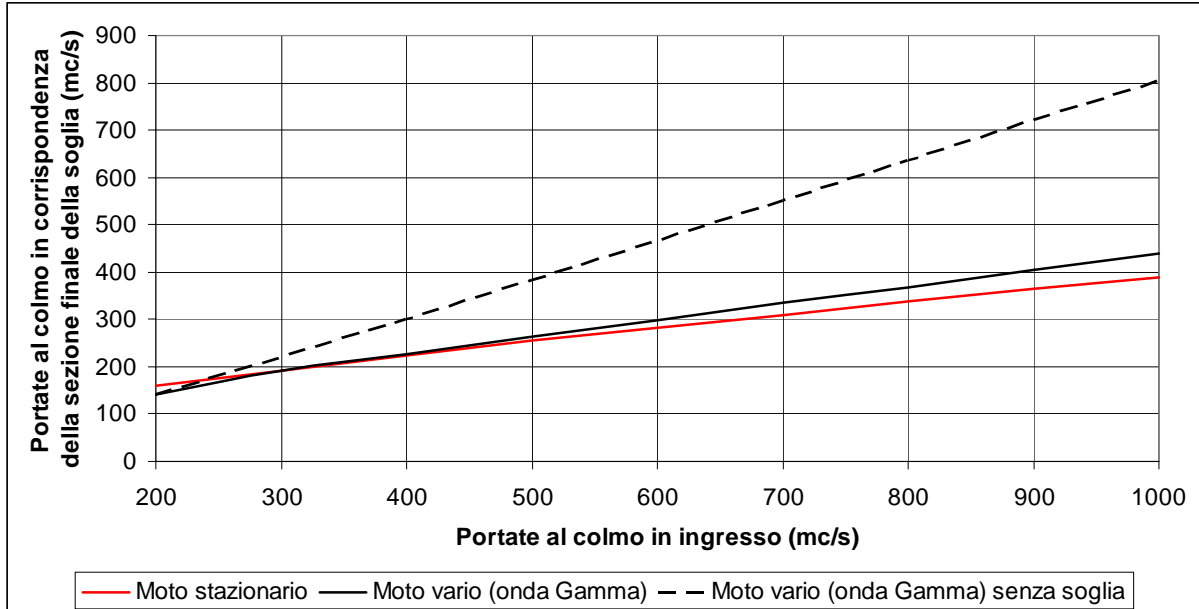


Figura 8-43: Diagrammi di Q^{max}_{sf} desunti in un sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 2 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e cimentato in condizioni stazionarie e varie con onde tipo Gamma.

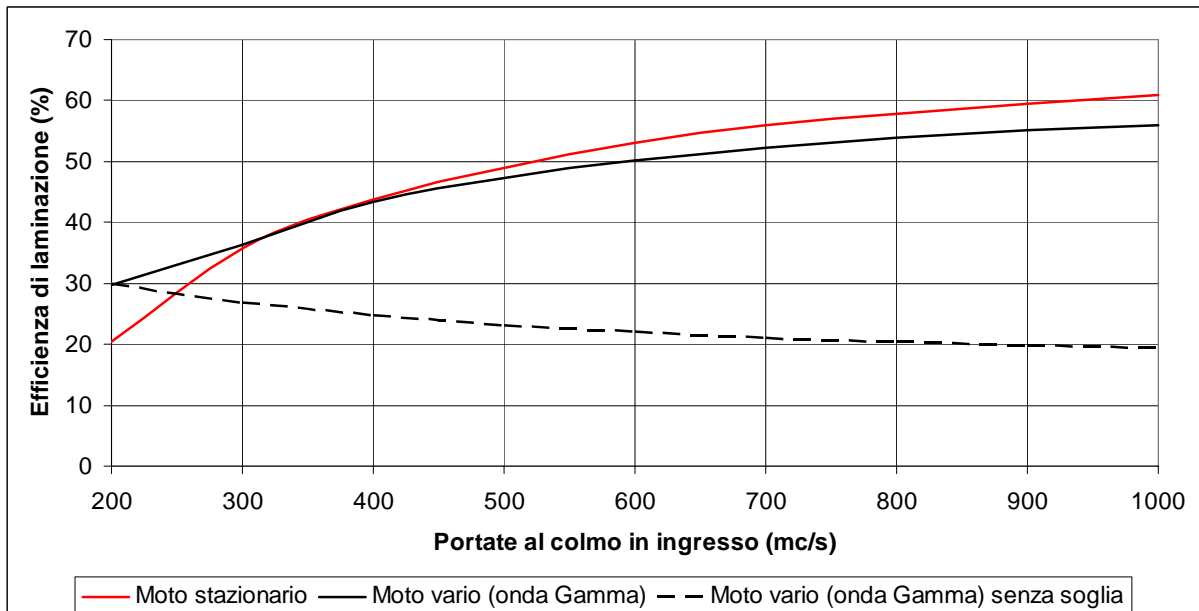


Figura 8-44: Diagrammi del coefficiente di laminazione (efficienza di tracimazione) desunti in un sistema caratterizzato da una soglia di 100 m, alta 2 m, con coefficiente di efflusso pari a 0,5, posta a valle di un canale largo 100 m, lungo 14'900 m, con pendenza pari 0.0001 e cimentato in condizioni stazionarie e varie con onde tipo Gamma.



L'influenza della geometria della soglia sul coefficiente di laminazione: la soglia obliqua

Nella sezione di questo sottoparagrafo dedicata al funzionamento degli sfioratori laterali in condizioni di moto stazionario sono stati illustrati gli effetti indotti sulla corrente dalle diverse disposizioni geometriche assunte dal sistema di tracimazione.

In Figura 8-45 sono rappresentati i diagrammi dei coefficienti di laminazione η in funzione delle portate di picco del pletogramma di piena, per le seguenti soluzioni progettuali:

- 1) soglia con petto di 2 m e lunghezza di 100 m;
- 2) soglia con petto di 2 m e lunghezza di 200 m;
- 3) sistema di due soglie con petto di 2 m e lunghezza di 100 m, disposte in serie a distanza di 5 km;
- 4) sistema di due soglie con petto di 2 m e lunghezza di 100 m, disposte in parallelo in fregio alla due sponde.

Dal grafico si osserva immediatamente che le curve dei coefficienti di laminazione presentano un caratteristico punto di flesso. Questo, nel caso specifico, si verifica in corrispondenza di portate al colmo di $300 \text{ m}^3/\text{s}$ per la soglia di 100 m, e in corrispondenza di portate al colmo di $350 \text{ m}^3/\text{s}$ per tutte le altre soluzioni progettuali (tutte caratterizzate da una lunghezza complessiva del sistema di sfioro pari a 200 m). Il punto di flesso assume un importante significato funzionale per il sistema canale – soglia: prima del punto di flesso, ad un determinato incremento percentuale delle portate al colmo di progetto corrisponde un maggiore incremento percentuale di η ; dopo il punto di flesso, ad un determinato incremento percentuale delle portate al colmo corrisponde un minore incremento percentuale di η ; tale incremento percentuale, inoltre, tende a decrescere all'aumentare del valore delle portate al colmo dell'onda in ingresso al sistema.

Come nell'ipotesi di moto stazionario, anche in questo caso, a parità di lunghezza complessiva da assegnare al sistema di sfioro, la soluzione migliore consiste nell'impiego di soglie in serie, compatibilmente con le condizioni ambientali al contorno. Le due soglie disposte in parallelo, come nel caso del moto stazionario, risultano efficaci quasi quanto un'unica soglia di lunghezza pari alla somma delle prime due.

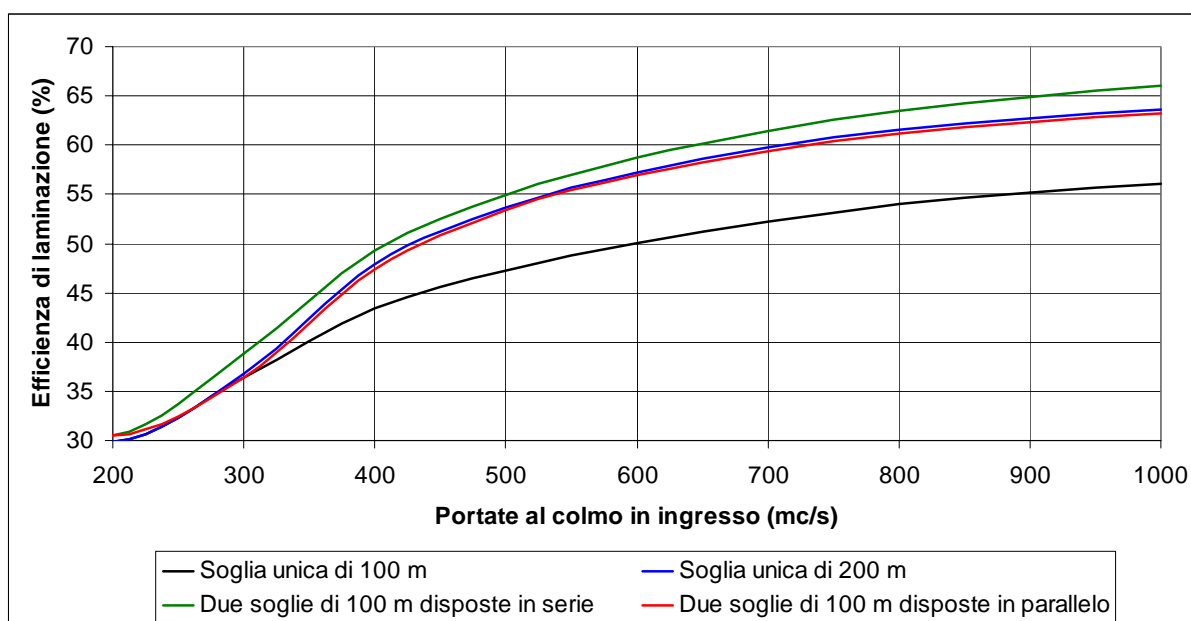


Figura 8-45: Diagrammi del coefficiente di laminazione η in funzione delle portate al colmo di piena di un pletogramma tipo Gamma, in relazione a diverse tipologie di sfioratori (canale a sezione ret-



tangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0.0001 e con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025, coefficiente di efflusso pari a 0,5).

In Figura 8-46 sono confrontati i diagrammi del coefficiente di laminazione in condizioni di moto vario (cfr. Figura 8-45) con le curve dell'efficienza desunte nelle condizioni di moto stazionario (cfr. Figura 8-20), per le stesse varianti geometriche del sistema canale-soglia. Si ricorda che i coefficienti di laminazione sono confrontati con le portate di picco di pletogrammi tipo Gamma assegnati a 14,9 km a monte della sezione iniziale del sistema di tracimazione, mentre le efficienze sono confrontate con le portate stazionarie in ingresso al canale da monte. In entrambi i casi la condizione al contorno a 15,5 km a valle della sezione iniziale del sistema di sfioro, è regolata dal moto uniforme.

Si osserva che il ricorso all'ipotesi di moto vario, nel caso in esame, risulta essere più conservativo rispetto all'ipotesi di moto stazionario, per un ampio spettro di portate di picco. Si osserva, inoltre, il caratteristico flesso dei diagrammi desunti nelle condizioni di moto vario.

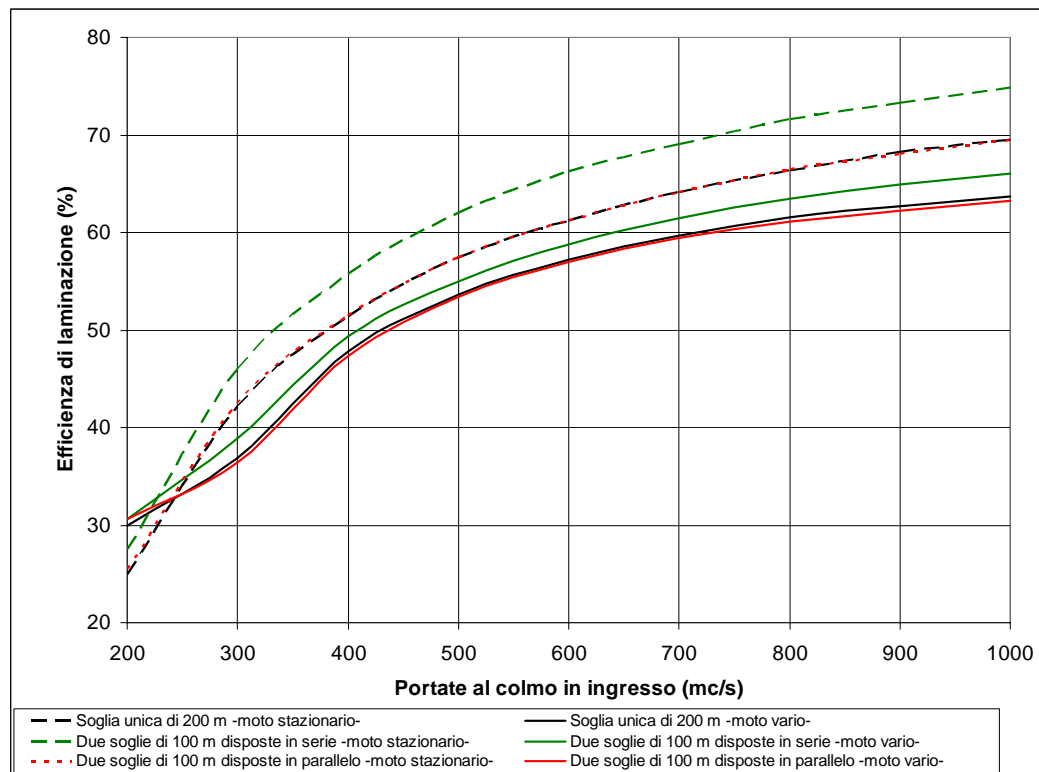


Figura 8-46: Confronto dei diagrammi del coefficiente di laminazione η (in moto vario) e dell'efficienza ϵ (in moto stazionario) in relazione a diverse tipologie di sfioratori (canale a sezione rettangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0.0001 e con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025, coefficiente di efflusso pari a 0,5).

Si vuole infine mostrare l'incidenza del valore assunto dal petto della soglia nei confronti del coefficiente di laminazione in condizioni di moto vario. All'uopo il sistema canale – soglia è stato cimentato dagli stessi pletogrammi di tipo Gamma delle precedenti applicazioni; sono stati poi considerati i seguenti stramazzi longitudinali:

- 1) soglia lunga 100 m con petto di 2 m;
- 2) soglia lunga 100 m con petto di 3 m;
- 3) soglia lunga 100 m con petto di 4 m;



- 4) **soglia obliqua**, lunga 100 m con petto variabile linearmente da 2 m (sezione di monte) a 4 m (sezione di valle), con identico coefficiente di efflusso delle soglie orizzontali.

In particolare lo stramazzo a soglia obliqua ha valore medio del petto pari a 3 m.

In Figura 8-47 sono riportati i diagrammi di η in funzione delle portate al colmo dell'onda di piena. Si può osservare la tendenza di tali diagrammi a raccordarsi, per portate prossime a quelle di innesco dello sfioro, al diagramma del coefficiente di laminazione del canale privo di soglia.

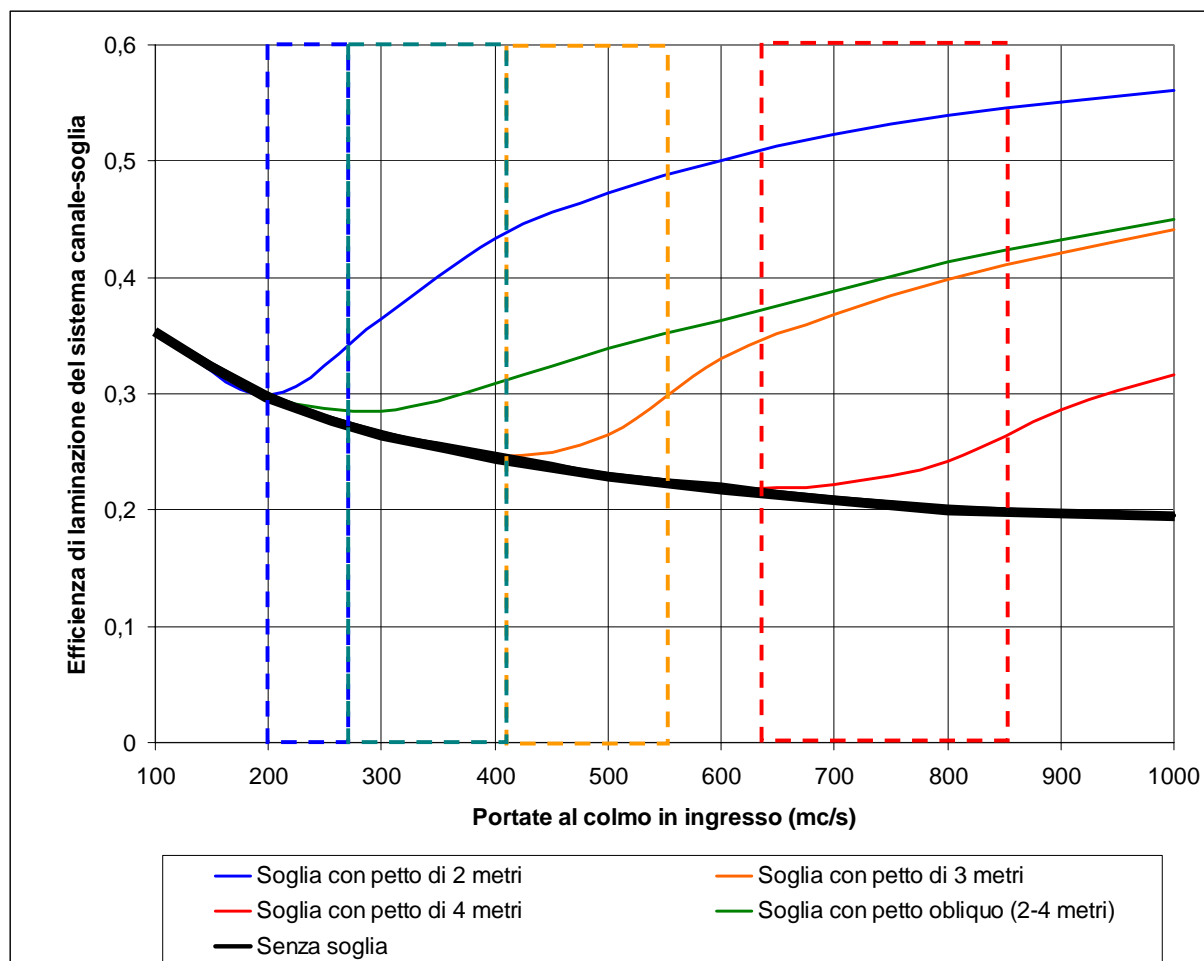


Figura 8-47: Rappresentazione dei diagrammi del coefficiente di laminazione per soglie caratterizzate da petti di diversa altezza e forma (canale a sezione rettangolare, di larghezza pari a 100 m, pendenza pari a 0,0001 e con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,025, coefficiente di efflusso pari a 0,5)

Anche in questa figura si notano i caratteristici flessi che consentono di delimitare gli intervalli di portate (evidenziati con barre colorate) nelle quali le soglie mostrano il miglior funzionamento. Si osserva che tali intervalli, che per semplicità possono essere definiti **intervalli ottimali** di portate al colmo per il funzionamento della soglia, sono sempre più ampi all'aumentare del valore medio del petto della soglia.

Confrontando le Figure 8-46 e 8-47 si può dedurre **l'abbassamento del petto di una soglia incide sull'intervallo ottimale riducendolo e traslandolo verso valori più bassi di portate di picco, mentre l'allungamento del sistema di tracimazione incide sull'intervallo ottimale allungandolo.**

È appena il caso di evidenziare i maggiori effetti di laminazione che la soglia obliqua (con petto di altezza media pari a 3 m) induce sul sistema idraulico, rispetto alla soglia orizzontale con petto alto 3 m. Ciò è do-



vuto alla forma assegnata alla soglia, che asseconda il profilo idrico che si delinea lungo lo sfioratore laterale, consentendo una distribuzione più uniforme dei tiranti sulla soglia. La soglia obliqua inizia ad essere impegnata dall'onda di piena per portate al colmo intorno ai $200 \text{ m}^3/\text{s}$. Il tratto di soglia impegnato è solo parziale ed aumenta se il pletogramma è caratterizzato da un colmo di piena più alto, fino a che tutti i 100 m dello sfioratore sono impegnati dalla vena di sbocco. Il diagramma di η relativo a tale soglia presenta un minimo in corrispondenza di una portata al colmo in ingresso superiore a quella necessaria ad innescare la soglia (circostanza che non si verifica per le soglie orizzontali). Ciò è dovuto al fatto che la chiamata allo sbocco provocata dallo sfioratore, induce incrementi di portata in corrispondenza della sezione iniziale del manufatto, che non sono sufficientemente laminati dallo scolmatore, attesa la ridotta lunghezza di sfioro che la forma della soglia offre all'onda di piena.

Ultimo, ma non per questo meno importante aspetto da rilevare, è che l'intervallo ottimale di portate al colmo relativo alla soglia obliqua, confina con gli intervalli ottimali relativi alla soglia orizzontale con petto di 2 m e alla soglia orizzontale con petto di 3 m.

La soglia obliqua appena proposta risultata essere particolarmente adeguata a sostituire la soglia orizzontale con petto di 3 m, qualora il campo di portate al colmo da laminare ricada in un intervallo di valori compreso tra 280 e $550 \text{ m}^3/\text{s}$. In tale campo di portate, infatti, la forma obliqua della soglia, rispetto a quella orizzontale, incide in maniera molto significativa sulla laminazione dell'onda di piena. In particolare, per il caso in esame, l'incremento di efficienza massimo, rispetto alla soglia orizzontale con petto alto 3 m è pari a circa il 20% e si ha per pletogrammi con portata al colmo intorno ai $500 \text{ m}^3/\text{s}$.

Per portate al colmo di progetto comprese tra 550 e $630 \text{ m}^3/\text{s}$, la soglia obliqua induce ancora una laminazione particolarmente significativa, ma viene innescata con molta frequenza da eventi di piena meno importanti, che casomai non è nemmeno necessario laminare. La frequente tracimazione potrebbe addirittura essere economicamente svantaggiosa, come nel caso di aree golenali o di casse d'espansione, destinate ad usi agricoli, che richiedono un'attività produttiva continuativa particolarmente lunga per essere sufficientemente redditizi. La forte oscillazione delle portate tracimabili potrebbe, inoltre, comportare problemi di dimensionamento di eventuali canali di recapito delle correnti di sbocco, nei quali dovrebbe essere garantito un regime di velocità né troppo basso (nel qual caso si favorirebbe la sedimentazione dei solidi sospesi), né troppo alto (al fine di evitare l'abrasione delle pareti). In questi casi la soglia orizzontale con petto alto 3 m potrebbe essere preferita alla soglia obliqua.

Funzionamento rigurgitato degli sfioratori laterali

La problematica appena considerata sulla capacità delle strutture di recapito (canali o vasche di espansione) a ricevere le portate o i volumi d'acqua che tracimano attraverso uno sfioratore laterale, oltre a toccare aspetti di compatibilità economico-produttiva e di corretto funzionamento dei manufatti di recapito, introduce un altro elemento rilevante da tenere in considerazione durante la progettazione o la verifica. Nel corso del funzionamento di uno stramazzone longitudinale, infatti, il pletogramma di tracimazione può raggiungere valori talmente alti da provocare, nel sistema di collettamento in cui le acque sono recapitate, il sollevamento dei tiranti idrici fino a superare la sommità della soglia sfiorante. Analogamente, i volumi tracimati possono raggiungere valori talmente alti da provocare, nella vasca di laminazione in cui le acque vengono raccolte, il sollevamento della lama d'acqua fino a valori superiori alla sommità dello sfioratore. Entrambe le situazioni provocano il **funzionamento rigurgitato** degli sfioratori laterali.

Si indichi con:

$q(x, \tau)$ la portata di tracimazione per unità di lunghezza all'ascissa x della soglia e all'istante di tempo τ ,
 $h(x, \tau)$ il tirante idrico relativo all'ascissa x della soglia e all'istante di tempo τ ,



$h^*(x, \tau)$ il tirante idrico esterno alla soglia relativo all'ascissa x e all'istante di tempo τ ,

$p(x)$ il petto della soglia all'ascissa x .

Il funzionamento idraulico dello sfioratore laterale può avvenire nei quattro modi rappresentati nella tabella 8-7, a seconda dei valori assunti da $h(x, \tau)$ e da $h^*(x, \tau)$.

Efflusso non rigurgitato	$h(x, \tau) > p(x) > h^*(x, \tau)$	$q(x, \tau) = \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot [h(x, \tau) - p(x)]^{\frac{3}{2}}$
Efflusso rigurgitato	$h(x, \tau) > h^*(x, \tau) > p(x)$	$q(x, \tau) = \mu' \cdot \sqrt{2g} \cdot [h(x, \tau) - h^*(x, \tau)]^{\frac{3}{2}} + \mu'' \cdot [h^*(x, \tau) - p(x)] \cdot \sqrt{2g} \cdot [h(x, \tau) - h^*(x, \tau)]$
Efflusso rigurgitato inverso	$h^*(x, \tau) > h(x, \tau) > p(x)$	$-q(x, \tau) = \mu' \cdot \sqrt{2g} \cdot [h^*(x, \tau) - h(x, \tau)]^{\frac{3}{2}} + \mu'' \cdot [h(x, \tau) - p(x)] \cdot \sqrt{2g} \cdot [h^*(x, \tau) - h(x, \tau)]$
Efflusso non rigurgitato inverso	$h^*(x, \tau) > p(x) > h(x, \tau)$	$-q(x, \tau) = \mu^* \cdot \sqrt{2g} \cdot [h^*(x, \tau) - p(x)]^{\frac{3}{2}}$

Tabella 8-7: Formulazioni delle portate di efflusso in funzione del funzionamento idraulico dello sfioratore laterale

In particolare, per quanto riguarda l'efflusso rigurgitato (o rigurgitato inverso), il funzionamento idraulico dello sfioratore laterale viene assimilato al funzionamento combinato di uno stramazzone libero nella parte superiore, con carico pari a $[h(x, \tau) - h^*(x, \tau)]$ (ovvero pari a $[h^*(x, \tau) - h(x, \tau)]$ nel caso dell'efflusso rigurgitato inverso) e una luce a battente rigurgitata nella parte inferiore, di altezza pari a $[h^*(x, \tau) - p(x)]$ e con carico pari a $[h(x, \tau) - h^*(x, \tau)]$ (ovvero di altezza pari a $[h(x, \tau) - p(x)]$ e con carico pari a $[h^*(x, \tau) - h(x, \tau)]$ nel caso di efflusso rigurgitato inverso).

I valori del coefficiente di efflusso in genere sono diversi a seconda del funzionamento idraulico della soglia. Nel caso di funzionamento rigurgitato si assume, in via orientativa, per μ' e μ'' rispettivamente i valori di 0,4 e 0,6.

Il funzionamento rigurgitato di una soglia provoca un inevitabile decremento della capacità di sbocco e, pertanto, occorre sempre prevederne l'accadimento durante il dimensionamento o la verifica del manufatto di sfioro. Naturalmente, qualora il funzionamento rigurgitato dovesse iniziare durante la fase discendente dell'onda di piena, il coefficiente di laminazione del sistema canale – soglia non subirebbe alcuna modifica rispetto al funzionamento previsto in completa assenza di rigurgito. Il funzionamento rigurgitato in fase di recessione della piena provocherebbe un innocuo allungamento dei tempi di esaurimento dell'onda e una riduzione benefica delle portate d'acqua in ingresso al canale collettore o alla vasca; è appena il caso di ricordare che la massima portata di efflusso dalla soglia (in assenza di rigurgito) si verifica nella fase di recessione dell'onda di piena (cfr. Figura 8-32).

Soluzioni progettuali alternative per lo sfioro delle acque durante le piene

Al fine di migliorare l'efficienza di uno sfioratore, si può coadiuvare l'opera di sbocco mediante una traversa o briglia fluviale da realizzare poco più a valle. Tale sostegno può consentire a una corrente veloce di diventare lenta e a una corrente lenta di avere tiranti idrici più alti. In ogni caso lo sbarramento non può che contribuire ad aumentare il rendimento del sistema. Come già detto per i diversivi, occorre tenere in conto che le traverse fluviali di fondo valle comportano dei rigurgiti che possono provocare indesiderate inondazioni di estese zone periferiche a monte dello scolmatore.

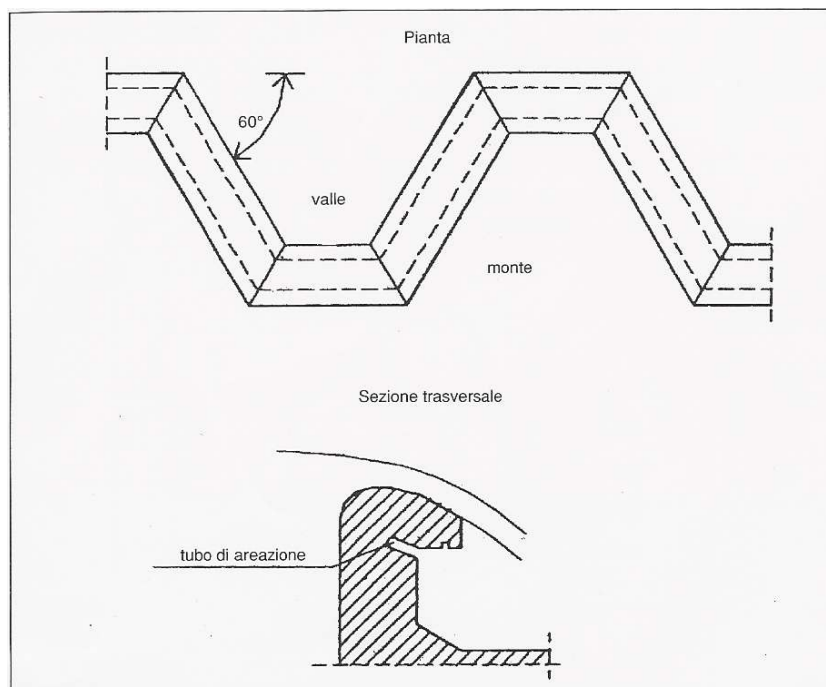


Altre soluzioni utili ad aumentare l'efficienza dello sfioratore di piena sono l'ubicazione dello stesso in prossimità di un repentino restringimento (**scolmatore a soglia inclinata**) oppure in prossimità della sponda esterna di un tratto fluviale incurvato, mediante una soglia disposta trasversalmente alla corrente del fiume, (cfr. Figura 8-48). La progettazione di siffatte soglie richiede il ricorso alla modellazione fisica o ai codici di calcolo bidimensionali.



Figura 8-48: Scolmatore sull'Arno a Pontedera: (a sinistra) in condizioni di deflusso ordinario e (a destra) in condizioni di piena [Autori vari, APAT (2004)]

Qualora dai calcoli per il dimensionamento della lunghezza della soglia dovessero emergere valori non compatibili con le condizioni locali, si può ricorrere ad una configurazione geometrica della soglia a **becco d'anatra** (cfr. Figura 8-49).



**Figura 8-49:
Sfioratore a becco d'anatra**

Sfioratori a soglia mobile

Si è visto, nelle sezioni precedenti, che il buon funzionamento delle soglie di sfioro è legato oltre che alla loro lunghezza, anche all'altezza del petto. A volte la necessità di realizzare soglie con sviluppo lineare limita-



to può richiedere il ricorso a petti più bassi. Una soglia a petto basso, pur consentendo lo sfioro di enormi portate, impegna più frequentemente i manufatti di recapito delle portate sfiorate ed espone l'opera di imbocco ad un più probabile funzionamento rigurgitato (se l'acqua è recapitata in una cassa di espansione, il suo allagamento anticipato può causare la formazione di lame d'acqua superiori alla sommità della soglia di sfioro). Per evitare che ciò accada si può prevedere l'uso di paratoie mobili, che consentano di ritardare l'inizio dello sfioro fino a che la portata in arrivo da monte non raggiunga il valore massimo ammissibile Q_{amm}^{max} che deve defluire a valle. Gli organi mobili possono essere di tipo automatico o meno e possono essere progettati e manovrati per garantire, a valle della soglia, il mantenimento della portata Q_{amm}^{max} , fino a che nella fase di recessione della piena, le portate in arrivo da monte non si riducano nuovamente a Q_{amm}^{max} .

A titolo di esempio, in Figura 8-50, è rappresentata una paratoia a ventola automatica, ancorata alla soglia di sfioro e munita di un martinetto oleodinamico, che offre un momento resistente opportunamente definito, in opposizione al momento ribaltante provocato dalla spinta idrostatica del livello idrico presente in alveo. A seconda del valore che la lama d'acqua assume nel fiume, la paratoia inizia a ribaltarsi, abbassando il ciglio di sfioro.

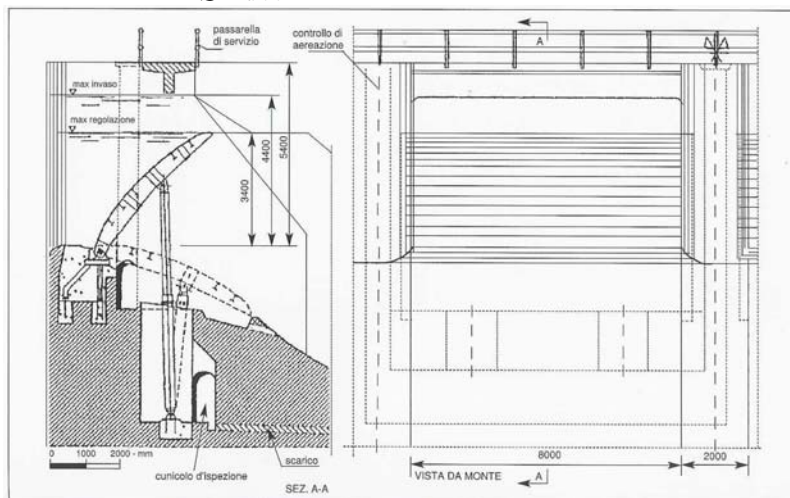
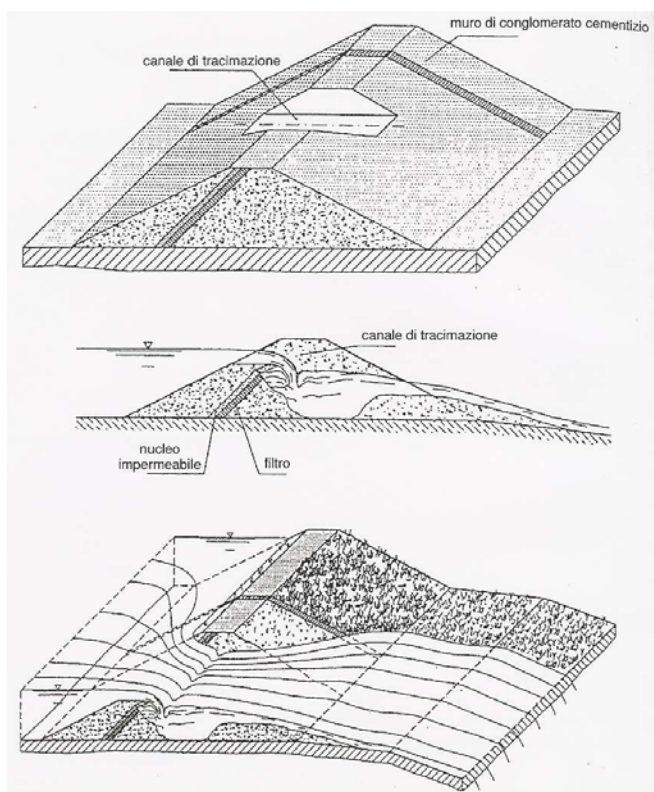


Figura 8-50: Paratoia a ventola automatica [Da Deppo, 1997]

Gli sfioratori fusibili

Soluzioni alternative agli sfioratori a soglia mobile sono costituite da manufatti asportabili dalla corrente, durante le piene di particolare entità. Esistono due tipologie di sfioratori cosiddetti fusibili: le arginature fusibili e le soglie rimovibili.

Le **arginature fusibili** sono ricavate nei corpi arginali esistenti, in corrispondenza di vasche di espansione o di aree golenali, e sono dei rilevati in terra facilmente erodibili e asportabili dalla corrente di sfioro, durante la tracimazione. L'arginatura fusibile (cfr. Figura 8-51) è confinata da due muri in calcestruzzo armato disposti perpendicolarmente all'asse arginale ed opportunamente approfonditi per evitare fenomeni di sifonamento. Il disegno della sezione arginale del tratto fusibile può tranquillamente accordarsi con quello dei tratti arginali limitrofi, anche se non si può realizzare alcuna infrastruttura di trasporto pubblico. L'argine fusibile viene, se opportuno, impermeabilizzato, per consentirne il funzionamento di ritenuta durante le piene ordinarie o di entità inferiore a quella di progetto.





La fusione è innescata dalla tracimazione lungo un tratto prestabilito dell'arginatura, posto a quota più depressa della sommità arginale. Tale tratto, detto **canale pilota o canale di sfioro**, viene im-

mediatamente eroso dalla vena idrica in tracimazione, abbassandosi e causando il cedimento progressivo dei bordi laterali. Il petto e la lunghezza della soglia di sfioro, quindi, tendono rispettivamente ad abbassarsi e ad aumentare, consentendo, nel tempo, un rendimento di sfioro maggiore e una laminazione più accentuata dell'onda di piena.

Qualora necessità progettuali dovessero richiedere il ricorso ad un'arginatura fusibile particolarmente lunga, se le condizioni locali lo consentono, conviene realizzarla in più tratti disposti in serie, opportunamente distanziati. Come già visto nelle sezioni precedenti, la disposizione in serie delle soglie di sfioro, opportunamente intervallata da tratti arginali ordinari, risulta essere di gran lunga più efficace, dal punto di vista della capacità di laminazione, rispetto ad un'unica soglia. Inoltre, esigenze di manutenzione straordinaria, legate alla necessità di ricostruire i tratti "immolati", suggeriscono di suddividere i manufatti fusibili in più tratti, in modo tale che si possa intervenire solamente su quelli che sono stati effettivamente sfiorati dalla piena. Realizzare le arginature fusibili in serie, con canali pilota a quote sempre più alte verso valle, rende meno vulnerabili i manufatti fusibili di valle e consente di raggiungere capacità di laminazione più alte, come dimostrato in precedenza, con particolare riguardo alla soglia obliqua.

Le arginature fusibili sono vantaggiose dal punto di vista economico solo se vengono immolate con ridotta frequenza. In caso contrario conviene fare ricorso a sfioratori a soglia fissa o mobile, automatici o presidiati, a cui si può aggiungere l'arginatura fusibile, con mero compito di supporto in condizioni di piena eccezionali.

Per comprendere il principio di funzionamento delle **soglie rimovibili**, occorre soffermarsi preliminarmente su alcuni aspetti statici.

Si supponga che una soglia di sfioro sia semplicemente appoggiata al suolo e che un cuneo orizzontale disposto lungo il basamento esterno (punto C in Figura 8-52-a) non consenta al manufatto di traslare orizzontalmente, ma solo di ribaltarsi. In assenza di acqua viene esercitato solo un momento stabilizzante rispetto al punto C, provocato dal peso proprio P_S dello sfioratore. Quando la soglia è tracimata, su di essa agisce anche la forza peso P_A della vena liquida che tracima, la quale si somma alla forza peso del manufatto, aumentando il momento stabilizzante rispetto al punto C. Poiché la distanza orizzontale del baricentro rispetto al punto C non varia con il carico idraulico, il momento stabilizzante, quando la soglia è sfiorata, aumenta linearmente con il battente d'acqua sulla soglia. In presenza d'acqua sul paramento lato fiume dello sfioratore agisce anche una spinta idrostatica orizzontale S_A proporzionale alla lama d'acqua del fiume e applicata ad una distanza verticale da C pari ad $1/3$ del tirante idrico (a tale spinta idrostatica potrebbe aggiungersi la spinta idrodinamica, qualora la soglia è disposta trasversalmente alla corrente). Tale spinta provoca un momento ribaltante rispetto al punto C che è proporzionale al quadrato del tirante idrico nel fiume, in quanto all'aumentare di questo aumenta anche il braccio della spinta orizzontale rispetto allo stesso punto. Ebbene, non appena nel fiume viene raggiunto quel livello idrico per cui il momento ribaltante uguaglia quello stabilizzante, un ulteriore sollevamento della lama d'acqua provocherebbe il ribaltamento dello sfioratore attorno al cuneo C.

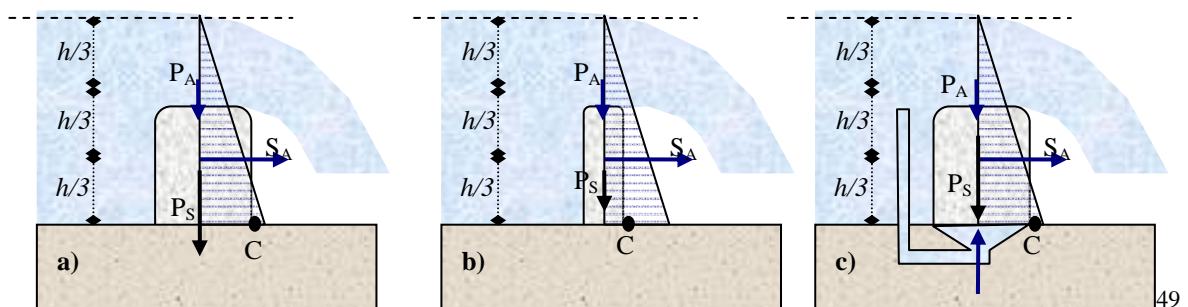


Figura 8-52: Spinte agenti su una soglia di sfioro per diverse soluzioni progettuali



Per favorire la rimozione della soglia si può ridurre il braccio orizzontale del momento stabilizzante, ricorrendo a manufatti di sfioro più sottili (cfr. Figura 8-52-b) o comunque caratterizzati da una forma che avvicini il baricentro di massa al punto C.

Altro espediente che si può utilizzare per favorire la rimozione consiste nel ridurre la forza stabilizzante, con una spinta verticale diretta verso l'alto. Tale sottospinta può essere provocata dalla pressione dell'acqua, appositamente convogliata alla base del manufatto di sfioro (cfr. Figura 8-52-c).

La tecnica delle soglie rimovibili è stata particolarmente sviluppata in Francia dalla *Hydroplus Inc.*, che ha concepito un modulo di sfioro, denominato *fusegate*, di particolare interesse per le pratiche applicazioni, anche se utilizzato quasi esclusivamente per soglie trasversali e principalmente per gli organi di scarico superficiali delle dighe.

Il modulo *fusegate* più semplice è costituito da una struttura di ritenuta a forma di “benna”, di altezza e larghezza generalmente non superiori a 10 m, appoggiata su una base in calcestruzzo armato (Cfr. Figura 8-53). La particolarità della forma consente di raggiungere diversi vantaggi. Il primo è legato alla sagoma a “becco d'anatra” che assume la cresta di sfioro, con sviluppo lineare pari a circa tre volte la larghezza del modulo. Ciò consente lo sfioro di portate superiori del 30÷150 % rispetto a quelle che possono effluire da una cresta rettilinea. Il secondo vantaggio è legato al fatto che la conformazione della soglia consente una forte riduzione della distanza tra il baricentro della forza verticale stabilizzante e il cuneo (punto C).

I *fusegate* a forma di benna possono essere realizzati in calcestruzzo armato o in acciaio opportunamente trattato contro la corrosione. Un modulo *fusegate* a forma di benna può essere sia prefabbricato che realizzato in sito; quest'ultimo caso, esclusivamente riservato a moduli in calcestruzzo armato, si verifica quando i luoghi sono difficilmente accessibili

o quando le dimensioni richieste sono eccessive per consentire il trasporto del modulo prefabbricato.

I *fusegate* a forma di benna, per l'enorme lunghezza di sfioro che offrono, sono particolarmente utili quando occorre garantire lo sbocco di enormi portate con tiranti bassi.

Altro modulo *fusegate* particolarmente semplice nella concezione costruttiva e funzionale è costituito da una soglia rettilinea a ciglio arrotondato, lunga generalmente una ventina di metri, poggiante su di un basamento in calcestruzzo armato (cfr. Figura 8-54). Tra la soglia e il basamento è ricavato uno spazio vuoto, detto camera di compressione, destinato a riempirsi d'acqua in pressione, in particolari condizioni di funzionamento idraulico. Sulla soglia è disposta una pila cava, alla cui estremità, all'altezza prestabilita, è ricavata una luce che consente il collegamento con la camera di compressione. Quando il tirante idrico



Figura 8-53: Posa in opera di un modulo *fusegate* in calcestruzzo armato presso il lago Kaweah in California



Figura 8-54: Moduli *fusegate* con ribaltamento per sottospinta verticale, utilizzati per la diga di Lyell in Australia



supera la quota del ciglio di sfioro, l'acqua tracima regolarmente dalla soglia. Non appena la vena di efflusso inizia a lambire l'estremità della pila, l'acqua penetra nella camera di compressione fino a riempire totalmente la camera e il pozzo interno alla pila. La sottospinta idrostatica agente sulla soglia all'interno della camera di compressione induce il manufatto di sfioro a ribaltarsi e ad aprire una luce a stramazzo molto più ampia. Sia la soglia che la pila possono essere realizzati in calcestruzzo armato o acciaio. Nelle applicazioni pratiche sono stati progettati moduli che si ribaltano sotto battenti idrici alti fino a quattro volte la soglia

La *Hydroplus Inc.* ha anche concepito un modulo *fusegate* con forma a benna a sottospinta idrostatica (cfr. Figure 8-55 e 8-56). In questo modo la soglia può anticipare il suo ribaltamento in funzione della quota che viene assegnata alla pila.

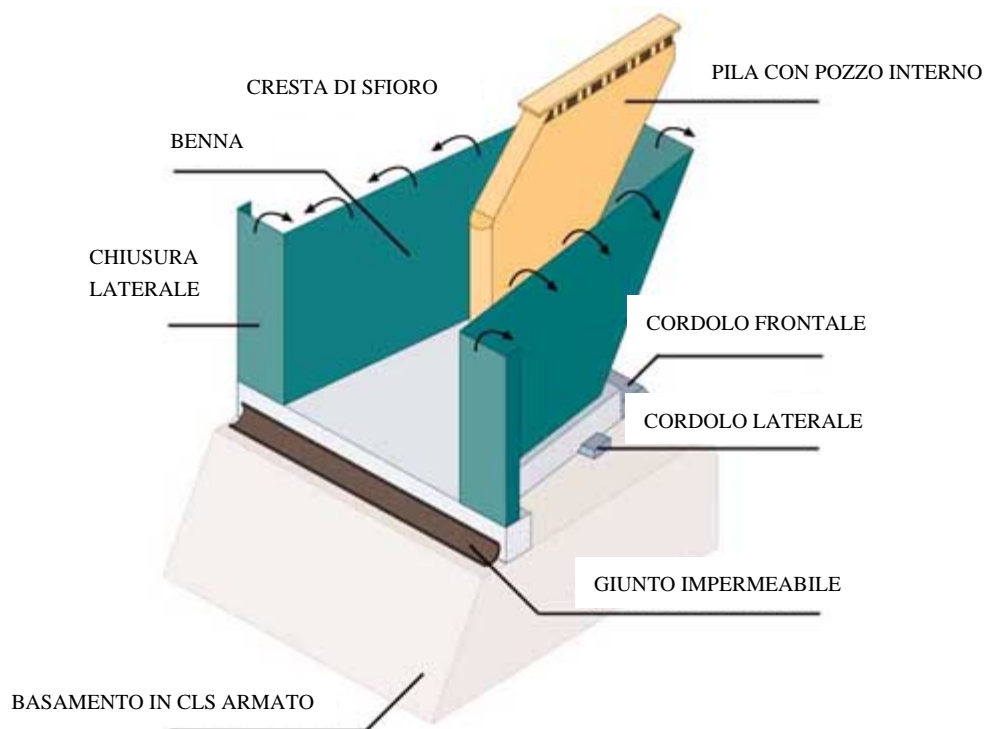


Figura 8-55: Modulo *fusegate* a benna ribaltabile con spinta idrostatica [Hydroplus Inc.]

La benna generalmente è alta tra 1 e 6,5 m, e viene in genere progettata per non ribaltarsi prima che i battenti idrici sulla cresta raggiungano valori pari a circa il 25÷150% della sua altezza.

Le pile sono in acciaio preventivamente trattato contro la corrosione. La luce per l'ingresso dell'acqua è ricavata lateralmente ad esse, mediante finestratura diffusa lungo tutto il frontone.

L'altezza di una pila dipende dalla portata di progetto a cui si vuol far corrispondere il ribaltamento della soglia. In Figura 8-57 è rappresentato l'andamento del momento stabilizzante e del momento ribaltante per un modulo *fusegate* a forma di benna. Si osserva che inizial-

Figura 8-56: Modulo a benna visto dal basso con soffitto della camera di compressione in cui è ricavato il foro attraverso cui giunge l'acqua proveniente dalla testa della pila [Hydroplus Inc.]





mente il momento stabilizzante è quello offerto dal solo peso della struttura. Al sollevarsi del livello idrico nella benna la forza peso aumenta e il momento resistente aumenta con andamento lineare. L'aumento del tirante voca anche la formazione di un momento ribaltante, che aumenta con andamento parabolico. In assenza di sottospinta idrostatica il ribaltamento avverrebbe in corrispondenza di un tirante idrico pari a 3,2 m rispetto al basamento. Realizzando una pila per l'alimentazione della sottospinta idrostatica a 2,25 m rispetto al basamento, si provocherebbe il ribaltamento anticipato del modulo. La costruzione del diagramma rappresentato in Figura 8-57 è di fondamentale importanza per sapere se e a che altezza provocare l'innesco della sottospinta, con conseguente ribaltamento e rimozione del modulo. In particolare si vuole sottolineare la necessità di prevedere anche il mancato funzionamento dei pozzi (per occlusione), che non consentirebbe il ribaltamento del modulo in corrispondenza della portata desiderata; pertanto nella progettazione di tali manufatti occorre sempre verificare che il sistema idraulico non vada in crisi prima che venga raggiunto il livello ultimo di stabilità, che è quello individuato dall'intersezione delle due curve in assenza di sottospinta idraulica.

Utilizzato in fregio ad un corso d'acqua per la mitigazione del rischio idraulico fluviale, il modulo *fusegate* risulta più idoneo ad assumere una funzione emergenziale di sponda rimovibile, che quella tradizionale di sfioratore rimovibile. In pratica il *fusegate* diventa più utile se di ausilio agli scolmatori di piena convenzionali, in occasioni emergenziali, quando, per malf funzionamento delle luci di sfioro o per eccezionalità della piena, la lama d'acqua raggiunge quel livello estremo, per il quale si ritiene provvidenziale il ribaltamento del *fusegate*. Tale livello è in genere inferiore o coincidente con l'altezza del modulo, che pertanto non espleta, prima della rimozione, la funzione di soglia di sfioro.

Un modulo *fusegate* per l'emergenza fluviale deve essere accuratamente dimensionato. A differenza degli altri moduli, disegnati per funzionare come soglie trasversali, il paramento esposto al fiume del *fusegate* è sottoposto alla sola spinta idrostatica orizzontale e a nessuna spinta idrodinamica (la corrente si muove longitudinalmente alla sponda in cui è posizionato il modulo). Quindi il momento ribaltante risulta essere più basso e diventa necessario il ricorso alla sottospinta idraulica, che può essere alimentata da pozzi posti alla stessa quota della cresta o ricavati nel paramento interno della sponda, a quota più bassa della sommità. Qualora si prevede l'uso di *fusegate* a forma di benna, i pozzi possono essere ricavati all'interno del modulo (cfr. Figura 8-58).

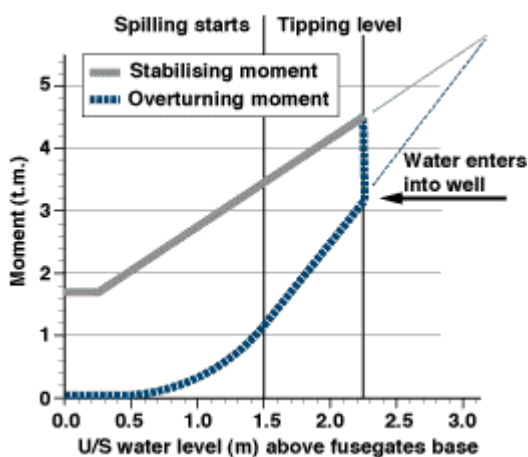


Figura 8-57:

Andamento del momento resistente e ribaltante agenti su di un *fusegate* a forma di benna [Hydroplus Inc.]



Figura 8-58:

Pozzi di alimentazione della camera di compressione realizzati internamente al *fusegate* a forma di benna [Hydroplus Inc.]



Il principio di funzionamento dei *fusegate* si basa sull'uso combinato di più moduli disposti in serie. I motivi sono diversi:

- un sistema costituito da più soglie rimovibili è più affidabile (c'è una probabilità più elevata che almeno una soglia sia rimossa);
- una soglia di dimensioni ridotte è più facilmente trascinabile dalla corrente di sbocco e difficilmente provoca ostruzioni;
- una soglia di dimensioni ridotte resiste più facilmente alle sollecitazioni dovute al ribaltamento e al trascinarsi e può essere più agevolmente recuperata per essere riposizionata nel suo alloggio originale;
- il distacco modulare consente di limitare il ribaltamento ad un numero di manufatti sufficiente a garantire un determinato livello di sicurezza per un ampio spettro di eventi alluvionali.

I moduli *fusegate* sono pertanto progettati e realizzati in maniera allineata (cfr. Figura 8-59), formando un'unica soglia di sfioro, che può essere di tipo rettilineo (moduli rettilinei) o a becco d'anatra (moduli a forma di benna). Il ribaltamento dei singoli moduli può essere deciso preventivamente, assegnando alle pile o ai pozzi quote differenti.



Figura 8-57:

Un sistema di sei *fusegate* a forma di benna (il più lungo mai realizzato), ha consentito di incrementare la capacità del lago Kaweah in California del 25%.

8.2.2 I sifoni autolivellanti

Fino ad ora è stata illustrata una vasta panoramica di scolmatori di piena con funzionamento a stramazzo, ma nelle pratiche applicazioni, per la mitigazione del rischio idraulico, si fa anche uso di scolmatori con funzionamento a battente; è questo il caso dei **sifoni autolivellanti**.

Tali manufatti sono tubazioni o canne ad *U* rovescia, le cui estremità sono rivolte una al fiume e l'altra fuori al lato campagna. In Figura 8-60 sono rappresentati alcuni esempi di sifoni tipo Gregotti. Il loro funzionamento idraulico è molto semplice: quando il livello idrico all'interno del sifone supera la sommità del gomito, inizia a tracimare; a mano a mano che il tirante idrico nel fiume aumenta, la vena liquida stramazza e si allunga, per effetto del maggior carico cinetico, fino a battere sul lato opposto della canna. In questo modo crea una chiusura per l'aria, che, rimanendo intrappolata in sommità, viene immediatamente trascinata via dalla corrente. Quando all'interno della canna non vi è più aria il sifone viene innescato, facendo defluire, dalla bocca rivolta fuori dal corpo arginale, una portata Q pari a:

$$Q(\tau) = \mu \cdot A_s \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h(\tau)}$$



con:

A_s = area della sezione di sbocco del sifone;

Δh = differenza di quota tra il pelo libero dell'acqua nel fiume e quello alla sezione di sbocco (in genere non superiori a 7÷8 m);

μ = coefficiente di efflusso, che, per i sifoni tipo Gregotti, può essere assunto indicativamente pari a 0,5 (prove su diversi modelli di sifone hanno consentito di determinare valori del coefficienti di efflusso fino a 0,8).

Per agevolare l'innescio del sifone, il gomito interno può essere disegnato in modo da indirizzare più facilmente la vena di sbocco verso il lato opposto della canna.

Un nasello posto sulla cresta del sifone favorisce l'ingresso dell'aria durante la fase di recessione della piena, causando il disinnesco anticipato, con conseguente riduzione dei volumi d'acqua scolmati.

Il vantaggio principale dei sifoni è legato alla maggiore efficienza di funzionamento rispetto alle soglie di sfioro. Infatti il sifone si innesca con battenti idrici molto alti rispetto alle soglie di tracimazione. Per aumentare la sezione di sbocco, generalmente si ricorre a batterie di sifoni disposti in serie. Per anticipare l'innescio si può ricorrere anche a gruppi di pompaggio che creano la necessaria depressione. Inoltre non è raro l'utilizzo di batterie di sifoni ricavate internamente ad una soglia di sfioro longitudinale, in modo da consentire la laminazione della piena con funzionamento combinato a stramazzo e a battente.

Lo svantaggio di tali manufatti è legato alla possibile occlusione dell'estremità rivolta al fiume, a causa di corpi galleggianti (vegetazione o ghiaccio), che vanno ad incastrarsi nelle bocche durante la fase di crescita della piena. Tale evenienza può essere comunque rimossa se la bocca del sifone sul lato fiume viene mantenuta sempre sommersa oppure se la sponda in cui sono ricavati i sifoni viene protetta da una barriera flottante adagiata sul fiume.

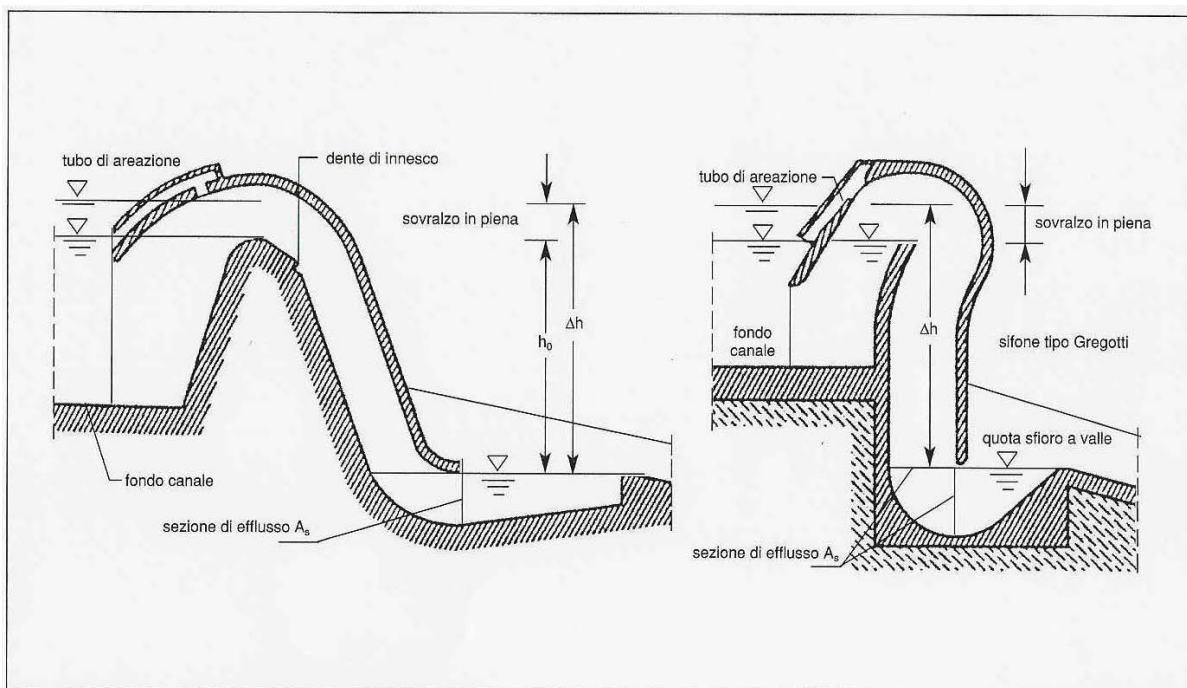


Figura 8-58: Sezioni trasversali di alcuni sifoni autolivellanti di tipo Gregotti [Da Deppo, 1997]



8.3 La dissipazione dell'energia

Un aspetto che merita particolare attenzione nella progettazione degli scolmatori di piena è senza dubbio la dissipazione dell'energia cinetica posseduta dalla vena tracimante, che percorre lo scivolo a valle della soglia in condizioni di corrente ipercritica. Velocità troppo elevate possono indurre, infatti, azioni abrasive nei confronti dei manufatti e dei suoli di recapito, formazione di alte frangenti in prossimità di brusche deviazioni planimetriche, aerazione spontanea che rende la corrente spumeggiante. Tali fenomeni sono da evitare o quantomeno da mitigare, al fine di consentire una maggiore durata alle strutture utilizzate e il loro regolare funzionamento durante gli eventi di piena.

La forma più semplice di dissipazione dell'energia è quella che avviene con la formazione del risalto idraulico, ovvero con il passaggio da corrente veloce a corrente lenta. Nel sottoparagrafo F.4.4 in Appendice è definita la spinta idrodinamica che una vena idrica esercita lungo la sezione trasversale. Applicando la (F.68) alle sezioni 1 e 2 indicate in Figura F-12, per un tratto di corrente di larghezza unitaria si ha:

$$g \cdot \frac{h_1^2}{2} + \frac{q^2}{h_1} = g \cdot \frac{h_2^2}{2} + \frac{q^2}{h_2} \quad (8.2)$$

in cui q rappresenta la portata per unità di larghezza della corrente ed è pari a $w_1 \cdot h_1$.

Eliminando q dalla (8.2) si ha:

$$g \cdot \frac{h_1^2}{2} + w_1^2 \cdot h_1 = g \cdot \frac{h_2^2}{2} + \frac{w_1^2 \cdot h_1^2}{h_2}$$

da cui, semplificando:

$$\frac{g}{2} (h_1 + h_2) (h_1 - h_2) = w_1^2 \cdot h_1 \left(\frac{h_1 - h_2}{h_2} \right)$$

ovvero:

$$h_2^2 + h_1 \cdot h_2 - \frac{2h_1 \cdot w_1^2}{g} = 0 \quad (8.3)$$

che ammette due soluzioni reali e distinte:

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} \pm \sqrt{h_1^2 + \frac{8h_1 \cdot w_1^2}{g}} \quad (8.4)$$

Il risalto idraulico (o salto di Bidone) è di tipo **ricacciato**, quando la spinta di monte è maggiore di quella di valle (cfr. Figura F-16-a), mentre è di tipo **annegato**, quando la spinta di monte è minore di quella di valle (cfr. Figura F-16-b). La forma del risalto dipende dal Numero di *Froude* (F.9) che la corrente assume in condizioni ipercritiche. In particolare, facendo riferimento alla Figura 8-61, se $Fr_1 \in]1; 1,7]$, il risalto si dice **ondulato** e provoca una scarsa dissipazione energetica; se $Fr_1 \in]1,7; 2,5]$, il risalto si dice **debole**; se $Fr_1 \in]2,5; 4,5]$, si dice **oscillante**; se $Fr_1 \in]4,5; 9]$, si dice **stabile**, se infine $Fr_1 \in]9; +\infty[$, si dice **forte** e provoca una enorme dissipazione energetica.

La **dissipazione energetica** ΔE di un risalto idraulico può essere formulata nel seguente modo, tenendo presente che la portata q per unità di larghezza è pari a $w_1 \cdot h_1 = w_2 \cdot h_2$:



$$\Delta E = E_1 - E_2 = h_1 + \frac{w_1^2}{2g} - h_2 - \frac{w_2^2}{2g} = h_1 + \frac{w_1^2}{2g} - h_2 - \frac{w_1^2}{2g} \frac{h_1^2}{h_2^2} \quad (8.5)$$

Ricavando w_1^2/g dalla (8.3) e sostituendo nella (8.5) si ha:

$$\Delta E = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2} \quad (8.6)$$

Per $Fr_1 = 4,5$ si possono registrare dissipazioni anche pari al 45% del carico iniziale della corrente; per $Fr_1 = 9$ si possono registrare dissipazioni energetiche fino a circa il 70%, e la perdita di carico può raggiungere l'80% per $Fr_1 > 9$.

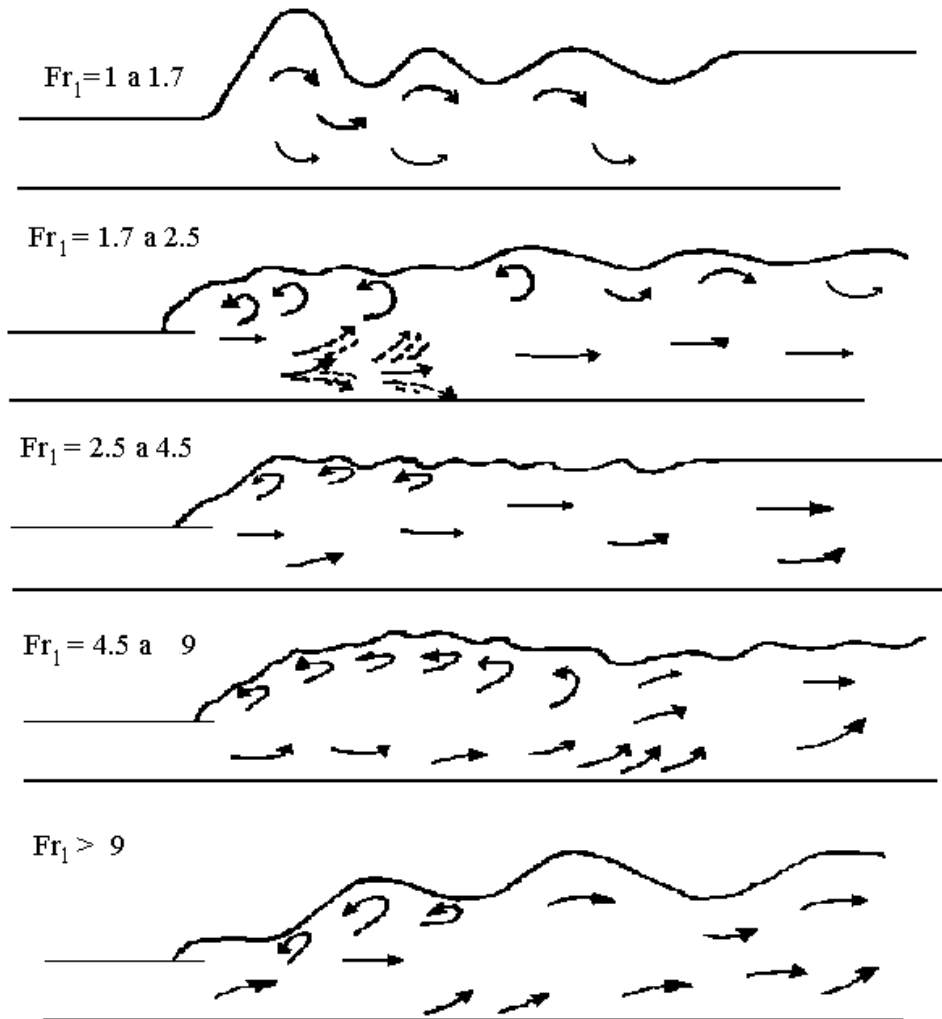


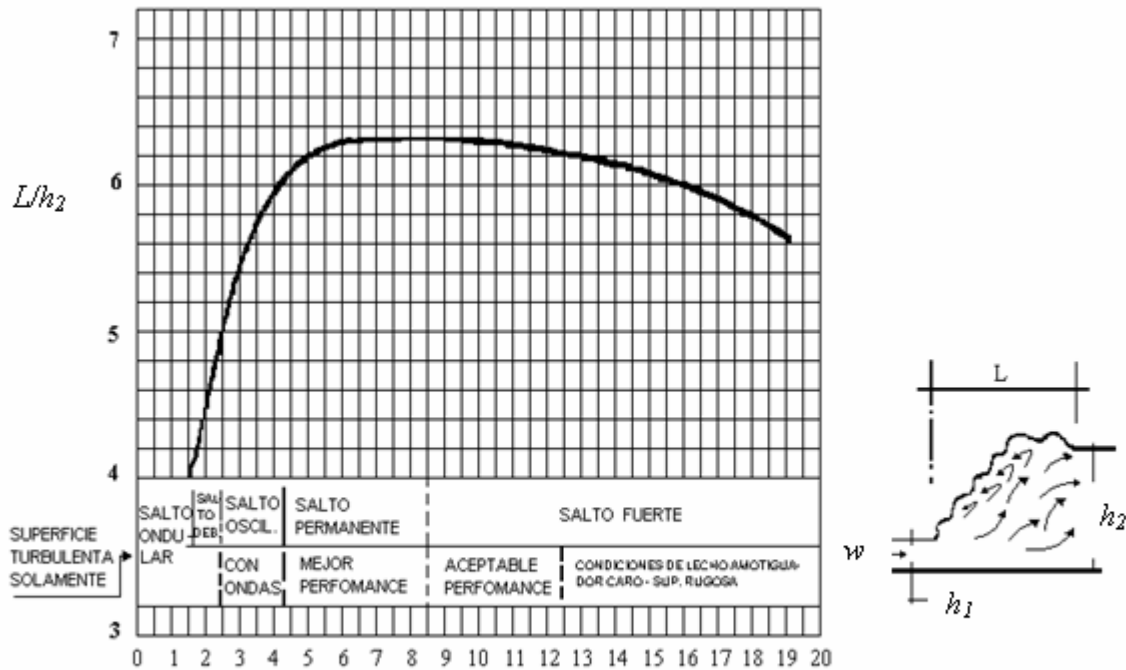
Figura 8-59: Schemi di risalti idraulici in funzione del Numero di Froude

Il risalto idraulico è stato oggetto di diversi studi sperimentali che hanno consentito di conoscere la lunghezza e la forma del profilo in funzione del Numero di Froude della corrente veloce. In particolare la curva rappresentata in Figura 8-62, elaborata dall'*United States Bureau of Reclamation*, consente di risalire alla lunghezza del risalto, mentre le curve in Figura 8-63 ricavate da *Bakhmeteff e Matzke*¹⁶, consentono di conoscerne

¹⁶ MATTOS R. (1999)



il profilo. La determinazione della geometria del risalto è utile per il dimensionamento dei dispositivi che li devono contenere, con particolare riferimento all'altezza delle pareti laterali.



$$Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g \cdot h_1}}$$

Figura 8-60: Relazione dimensionale della geometria del risalto idraulico in funzione di Fr_1 [MATTOS R. (1999)]

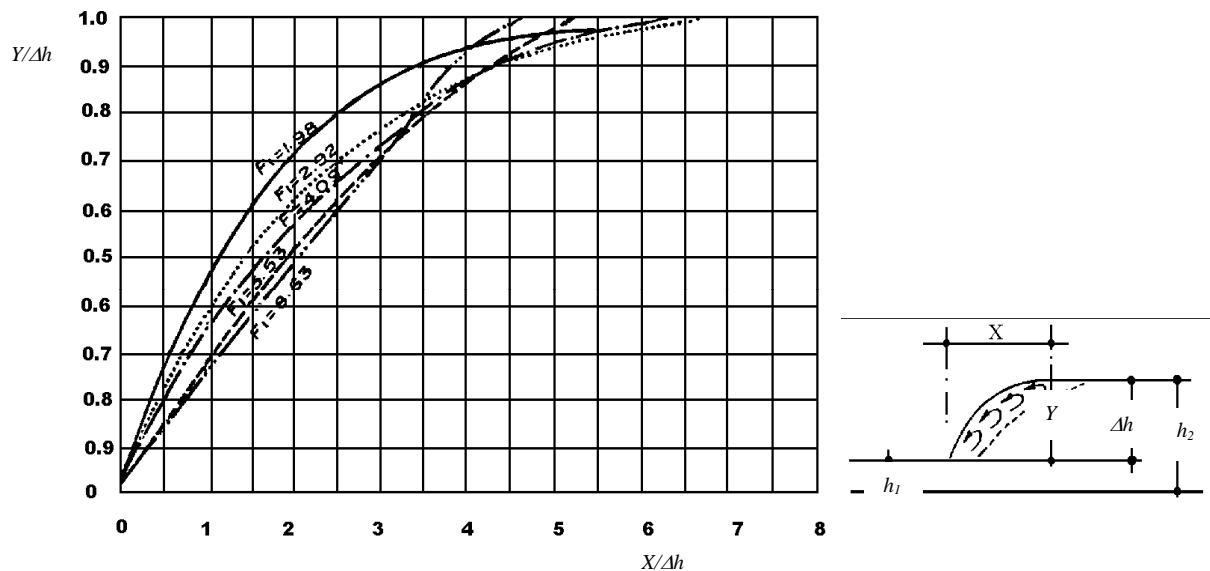


Figura 8-61: Profilo adimensionalizzato del risalto idraulico relativo a diversi valori di Fr_1 [MATTOS R. (1999)]



8.3.1 La dissipazione forzata dell'energia

Nei manufatti di sfioro, soprattutto in occasione di piene eccezionali, le condizioni ipercritiche in cui si trova la vena liquida che scorre sul paramento esterno della soglia possono essere così marcate da non rendere immediato il risalto idraulico, per cui la corrente può mantenersi veloce per tratti particolarmente e rischiosamente lunghi. In queste occasioni occorre anticipare forzatamente il passaggio attraverso lo stato critico, intervenendo sulla corrente ipercritica mediante tecniche di rallentamento e, quindi, di sollevamento dei tiranti idrici.

Esistono diverse possibilità di intervento, di cui si elencano le più utilizzate:

1. Realizzazione di una vasca di smorzamento al piede esterno della soglia;
2. Realizzazione di una struttura di collisione al piede esterno della soglia;
3. Realizzazione di pareti di restringimento dello scivolo esterno della soglia;
4. Dispersione della vena liquida;
5. Aumento della rugosità dello scivolo esterno della soglia;
6. Riduzione della pendenza dello scivolo esterno della soglia.

Le ultime due tecniche sono quelle più immediate, costituendo le soluzioni più semplici da adottare per ridurre le velocità della vena fluida tracimata. Non sempre, però, l'aumento di scabrezza risulta sufficiente e raramente le condizioni ambientali consentono di allungare lo scivolo della soglia per ottenere pendenze più dolci. Pertanto non è raro il ricorso alle tecniche di dissipazione elencate ai primi quattro punti, che di seguito sono descritte.

Vasca di smorzamento

Tale soluzione progettuale innesca anticipatamente la formazione del risalto idraulico, mediante l'azione di sbarramento offerta dalla parete frontale di delimitazione della vasca. Esistono diversi schemi di funzionamento. È utilizzata soprattutto quando la soglia di tracimazione è larga e non è provvista di scivolo esterno.

In Figura 8-64 è rappresentata una vasca di smorzamento in depressione, caratterizzata da una platea disposta al di sotto del fondo normale del sistema di ricezione delle acque tracimate.

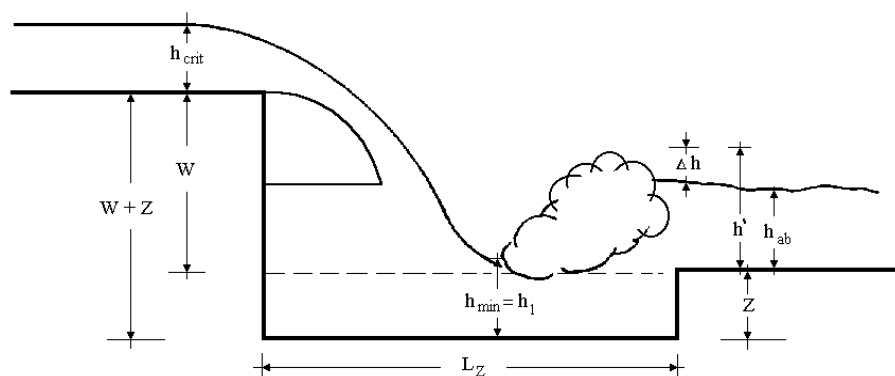


Figura 8-62: Schema di vasca di smorzamento incassata nel sistema finale di recapito

Il dimensionamento di tale vasca richiede la conoscenza delle seguenti grandezze geometriche:

w = profondità della platea della vasca rispetto al ciglio superiore della soglia;

z = profondità della platea della vasca rispetto al sistema di ricezione delle acque tracimate;

L_z = lunghezza della vasca di dissipazione.

La larghezza della vasca di dissipazione è assunta uguale a quella della soglia di sfioro.

Indagini sperimentali hanno consentito di formulare espressioni speditive per determinare le dimensioni geometriche del manufatto di dissipazione. Note che siano la profondità w e le condizioni idrauliche a valle (ov-



vero il tirante h_{ab}), la normativa tecnica tedesca DIN 19661 suggerisce di utilizzare la seguente relazione per il calcolo di z ¹⁷:

$$z = \Delta h \cdot n + \frac{1-n}{\frac{w}{h_{crit}}(1-n)+1}$$

con h_{crit} pari al tirante critico che la corrente assume sulla cresta della soglia di sfioro in relazione alla portata progettuale di efflusso.

Il parametro n dipende dal Numero di *Froude*, secondo la seguente espressione:

$$n = 0,65 - 0,5Fr_2$$

dove Fr_2 fa riferimento alla corrente lenta con cui la vena liquida tracimata prosegue il suo corso nel recapito finale.

Sia Fr_2 che Δh dipendono dalla condizione al contorno di valle, ovvero da h_{ab} . In particolare Δh dipende anche da h' , secondo la seguente espressione:

$$\Delta h = h' - h_{ab} \quad (8.7)$$

La norma tedesca propone la seguente formulazione di h' :

$$h' = h_{min} (Fr_{min} \sqrt{2} - 0,5) \quad (8.8)$$

e consiglia di porre h_{min} pari ad h_l (ovvero al tirante idrico coniugato ad h_{ab}) mediante la (8.4).

La lunghezza L_z suggerita dalla normativa tecnica tedesca deve essere pari a 10 volte il valore di z .

Altro schema di vasca di smorzamento è quello con platea disposta alla stessa quota del fondo del sistema finale di recapito, con parete frontale costituita da un cunettone a soglia larga (cfr. Figura 8-65). I parametri geometrici da calcolare, una volta noti w e h_{ab} , sono il petto e della soglia e la lunghezza L_e della vasca di dissipazione.

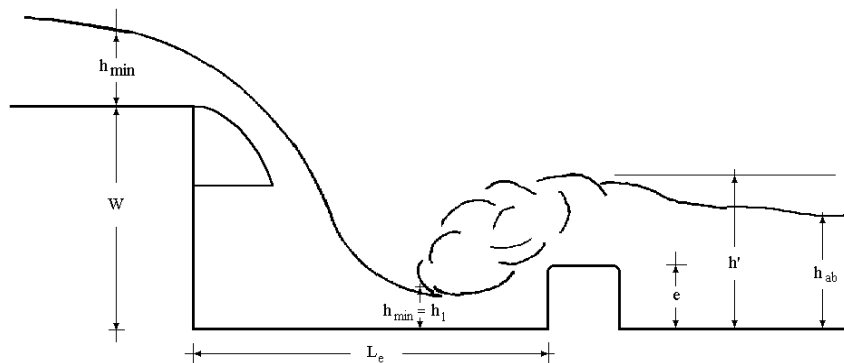


Figura 8-63: Schema di una vasca di smorzamento con cunettone a soglia larga

La letteratura tecnica propone la seguente formulazione di e ¹⁸:

$$e = 0,75 \cdot \Delta h \frac{h_{ab}}{h_{crit}} \sqrt[3]{\frac{h_{min}}{h_{crit}}}$$

in cui: Δh è data dalla (8.7) e dalla (8.8), h_{ab} rappresenta la condizione al contorno di valle, h_{crit} è il tirante critico che la corrente assume sulla cresta della soglia di sfioro e h_{min} può essere posto pari ad h_l , mediante la (8.4).

Anche in questo caso la lunghezza L_e suggerita è pari a 10 volte il valore di e . Sembra che il dimensionamento di tale vasca non dipenda dal valore di w . In realtà la formula proposta è valida solo se la vena entra

¹⁷ Ibidem

¹⁸ Ibidem



nella vasca in condizioni ipercritiche. Una vena liquida che salta dopo essere tracimata da una soglia larga, forma nel recapito finale una corrente ipercritica solo se il salto compiuto è superiore ad un determinato valore w_{lim} . La determinazione di w_{lim} è stata oggetto di interessanti studi sperimentali nell'ex Unione Sovietica, finalizzati alla conoscenza della quota minima che deve assumere una briglia per provocare a valle una corrente ipercritica e innescare un risalto idraulico, utile a conferire alla corrente un'ulteriore perdita energetica. Una formulazione speditiva per la determinazione di w_{lim} è la seguente ¹⁹:

$$w_{lim} = 1,2 h_{crit}$$

con h_{crit} pari al tirante critico che la corrente assume sulla cresta della soglia larga.

Quindi il modello cui si fa riferimento per il dimensionamento della vasca di smorzamento con cunettone è quello che prevede un valore di w superiore a $1,2h_{crit}$. Si coglie l'occasione per evidenziare che qualora l'altezza e del cunettone dovesse essere superiore a w_{lim} , la vena tracimata, dopo il salto, si troverebbe nuovamente in condizioni ipercritiche (cfr. Figura 8-66), richiedendo, se è il caso, la realizzazione di una seconda o più vasche di smorzamento disposte in serie

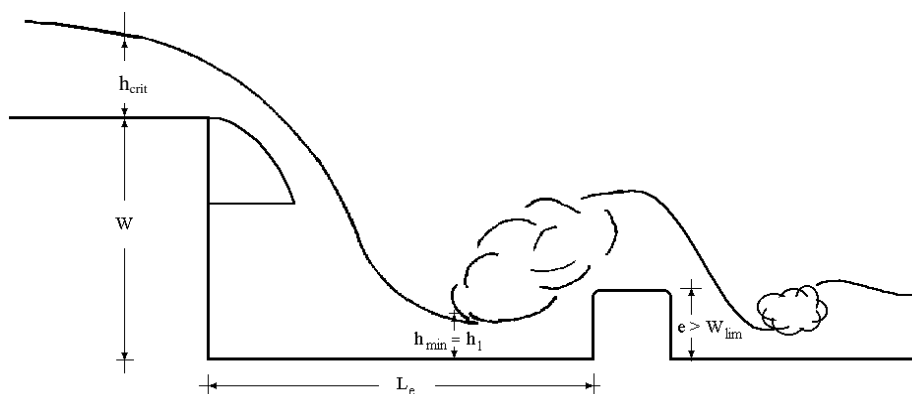


Figura 8-64: Schema di funzionamento di una vasca di smorzamento con cunettone a soglia larga di altezza maggiore di w_{lim}

Sia nella vasca incassata che in quella provvista di cunettone a soglia larga il valore di h' , ovvero del massimo livello idrico che la corrente assume durante la dissipazione forzata, è importate per determinare l'altezza da assegnare alle pareti laterali della vasca.

Per stabilizzare il risalto, il Dipartimento di Idraulica dell'Università del Minnesota negli Stati Uniti, ha ideato una platea con blocchi deflettori, sfalsati e disposti su una o due file alla fine della vasca di smorzamento. Tale schema di funzionamento è stato adottato dall'*United States Bureau of Reclamation*, che propone le disposizioni indicate nelle Figure 8-67 e 8-68.

I blocchi deflettori sono in genere realizzati in calcestruzzo armato ed hanno la faccia contro corrente rivestita in acciaio; sono sconsigliati in alta montagna, dove possono provocare indesiderati fenomeni di cavitazione per la bassa pressione atmosferica.

¹⁹ Ibidem

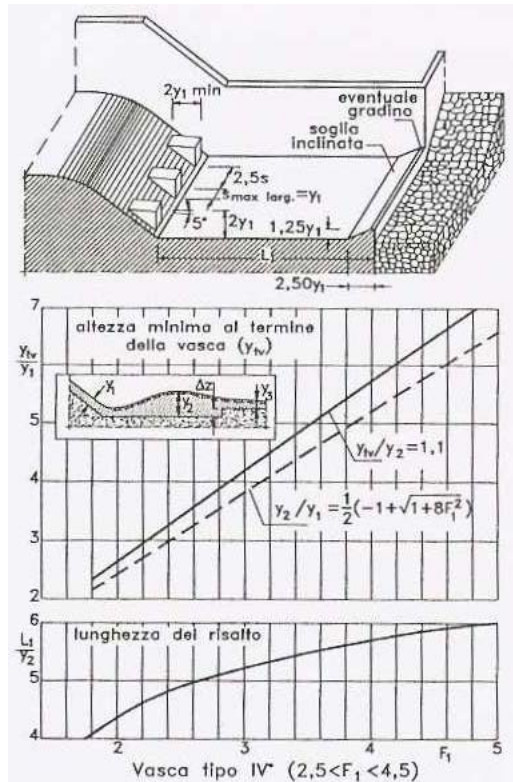


Figura 8-65:

Vasca di smorzamento proposta dall'*USBR*
per $2,5 < Fr_1 < 4,5$

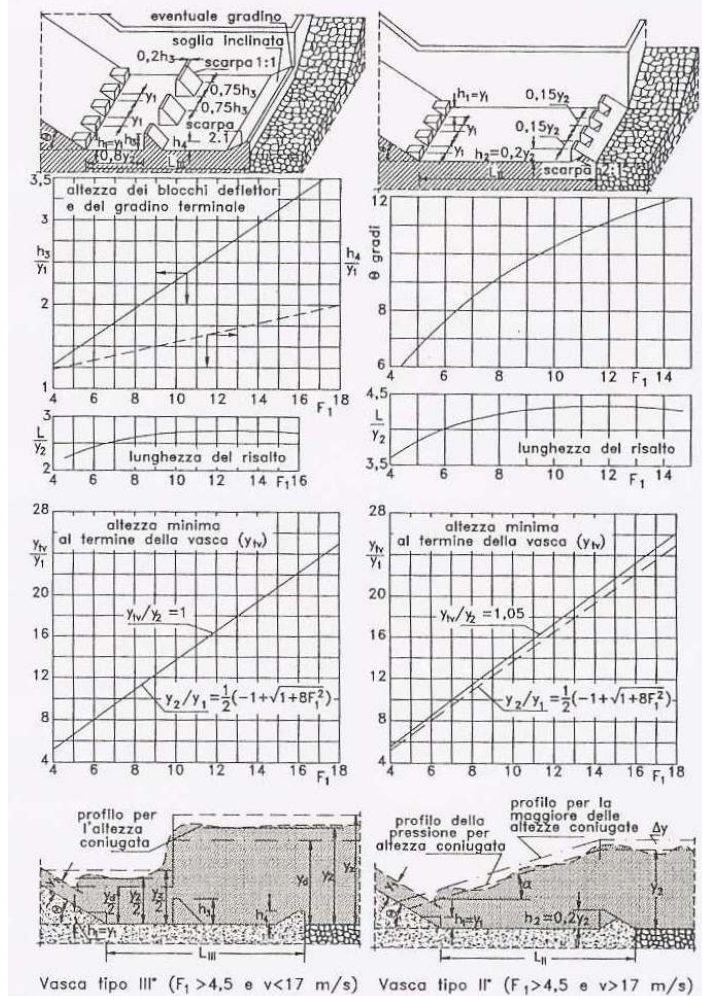


Figura 8-66:

Vasca di smorzamento proposta dall'*USBR* per $Fr_1 > 4,5$

Struttura di collisione

La dissipazione forzata dell'energia può essere ottenuta anche provocando l'impatto della vena di sbocco dalla soglia con una speciale struttura di collisione. Tra i vari schemi esistenti in letteratura si propone quello di *Rothmund-Hartung*²⁰, che consente di provocare forti dissipazioni energetiche in un breve sviluppo lineare (cfr. Figura 8-69).

Lo schema di *Rothmund-Hartung* ha il vantaggio di condizionare in poco spazio il moto della corrente ipercritica, in modo da ridurne il carico totale e favorire la rapida formazione di un risalto idraulico. La corrente in arrivo dallo scivolo della soglia viene indirizzata verso una **camera di inversione** del moto, da dove fuoriesce superiormente formando un battente idrico che sommerge la vena idrica ipercritica. La turbolenza locale porta alla formazione di un volume d'acqua schiumoso e alto, da cui una nuova vena idrica si stacca in condizioni ancora ipercritiche, ma con una energia molto più bassa di quella della vena originaria.

²⁰ GATE (1980)

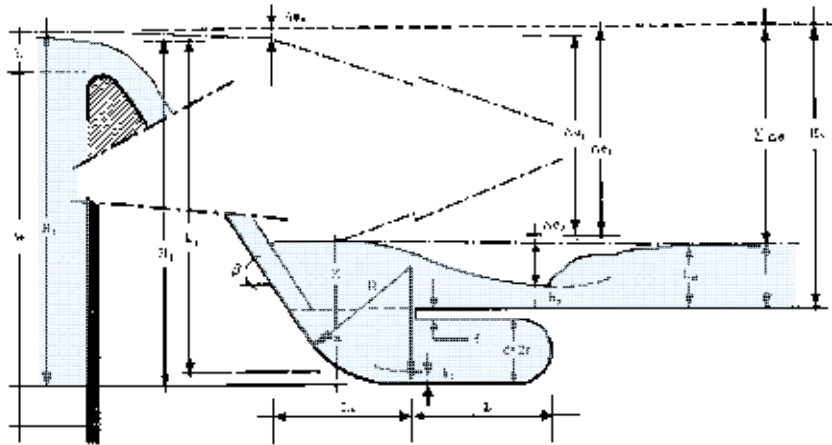


Figura 8-67: Schema della struttura di collisione ideata da *Rothmund-Hartung*

Pareti di restringimento dello scivolo esterno della soglia

Il restringimento dello scivolo esterno della soglia mediante due pareti opportunamente sagomate facilita il sollevamento della lama d'acqua tracimata, causando la formazione anticipata del risalto idraulico. Tale schema di dissipazione ha il vantaggio, rispetto ai primi due, di richiedere costi realizzativi più ridotti e di evitare il ristagno e la sedimentazione dei materiali trascinati e in sospensione. La restrizione può essere graduale o brusca; in quest'ultimo caso è ricavata con due sporgenze realizzate lungo le pareti laterali della soglia (cfr. Figura 8-70).

Il rapporto di restringimento r tra la sezione ristretta a valle della soglia e la sezione sulla sommità della soglia deve essere accuratamente definito. Durante l'adescamento di una soglia a causa di un'onda di piena, le portate sfiorate hanno un andamento prima crescente e poi decrescente; inizialmente sono basse e la vena d'acqua che solca lo scivolo esterno della soglia è caratterizzata da un Numero di *Froude* Fr_1 ridotto (anche se maggiore di 1). In queste condizioni la spinta della corrente non è sufficiente a contrastare la spinta dovuta al restringimento delle pareti e si forma un risalto idraulico annegato. All'aumentare della portata di sfioro, Fr_1 aumenta, la vena liquida acquista maggiore spinta idrodinamica e "spinge" il risalto idraulico verso la sezione ristretta di valle. Raggiunta una determinata portata di sfioro, Fr_1 è talmente alto e la spinta idraulica talmente forte da far sì che la vena d'acqua in uscita dalla soglia riesca in condizioni ipercritiche a superare la sezione ristretta senza incorrere in un risalto idraulico. Definito il massimo valore che può assumere Fr_1 , la seguente relazione esprime il massimo rapporto di restringimento r da assegnare alla vena d'acqua tracimata, per consentire sempre la formazione del risalto idraulico e, quindi, la dissipazione di energia.

$$r_{\max} = Fr_1 \cdot \sqrt{\frac{27}{8}} \cdot \left[1 + \frac{Fr_1^2}{2} - \frac{(-3 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2})^3}{16 \cdot (-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2})} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Il restringimento da assegnare alla vena liquida che tracima da una soglia deve essere caratterizzato da un rapporto di ri-

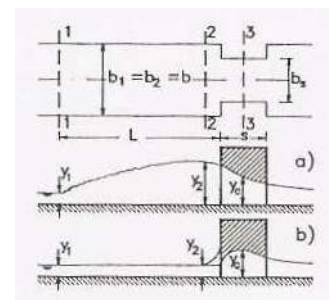


Figura 8-68:
Schema di restringimento su una platea orizzontale

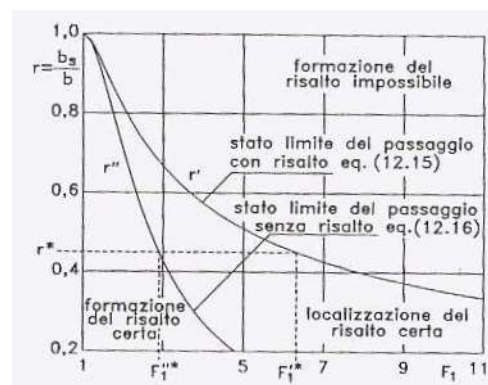


Figura 8-69:
Definizione dei campi nei quali può prodursi il risalto idraulico



duzione $r \leq r_{max}$.

Qualora la portata di tracimazione dovesse assumere valori talmente alti da consentire alla corrente ipercritica di passare attraverso il restringimento senza l'innescò di alcun risalto idraulico, durante la fase di recessione della tracimazione la corrente permane in condizioni ipercritiche fino a che il Numero di *Froude* non raggiunga un valore molto più basso di quello che in fase crescente provoca la scomparsa del risalto. La relazione che lega il rapporto di riduzione al Numero di *Froude* cui corrisponde, in fase di recessione, l'innescò del salto di Bidone, è la seguente.

$$r_{min} = Fr_1 \cdot \sqrt{\frac{27}{8}} \cdot \left[1 + \frac{Fr_1^2}{2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

In Figura 8-71 sono rappresentate le due espressioni r_{max} e r_{min} in funzione di Fr_1 .

Dispersione della vena liquida

A volte il materiale solido sospeso che può tracimare dalla soglia può essere di dimensioni tali da provocare l'ostruzione della sezione ristretta di valle. Si può preferire, pertanto, agli schemi di dissipazione appena esposti quello che prevede il disegno di una concavità rivolta verso l'alto, facilmente realizzabile qualora la soglia sia a ciglio arrotondato, in quanto ricavabile prolungando in maniera concava lo scivolo della soglia (cfr. Figura 8-72). In questo modo la corrente ipercritica viene dispersa verso l'alto nell'aria e, per vincere la forza di gravità, perde velocità ed energia. Le singole particelle liquide si muovono indipendenti l'una dall'altra, si allontanano reciprocamente e poi ricadono al suolo. La traiettoria che esse percorrono può essere assimilata a quella di un grave lanciato nel vuoto, in quanto è possibile trascurare gli effetti della resistenza dell'aria. Indicando con α_0 l'angolo di lancio e con $w_0 = q/h$ la velocità di lancio espressa in funzione della portata di tracimazione q per unità di larghezza della soglia di sfioro, il moto delle particelle è regolato dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} y = -\frac{g}{2w_0^2 \cdot \cos^2 \alpha_0} x^2 + \tan \alpha_0 \cdot x \\ w_x = w_0 \cdot \cos \alpha_0 \\ w_y = -\frac{g}{w_0 \cdot \cos \alpha_0} x + w_0 \cdot \sin \alpha_0 \end{cases}$$

in cui: (x,y) rappresenta la posizione della particella, supposta lanciata dal punto di coordinate $(0,0)$, mentre (w_x, w_y) rappresenta la velocità della particella, con ordinata positiva se diretta verso l'alto.

Il sistema di equazioni sopra rappresentato consente di definire, rispetto alla geometria dei luoghi, la massima quota raggiunta dal getto, il punto di caduta e la relativa velocità ed angolo di incidenza. È ovvio che velocità di caduta troppo forti possono provocare l'erosione o l'instabilità della copertura su cui l'acqua giunge.

Studi sperimentali hanno dimostrato che l'angolo di lancio non coincide con l'angolo d'inclinazione $\beta - \alpha_H$ della sezione terminale della soglia (cfr. Figura 8-72).

Infatti la vena idrica, nel momento in cui imbocca il tratto concavo della soglia, si comprime a causa della forza d'inerzia, per cui il tirante idrico della corrente risulta ivi più basso e la corrente più veloce (cfr. il profilo tratteggiato in Figura 8-72). La forza d'inerzia e, quindi, lo schiacciamento della vena liquida aumentano all'aumentare della velocità della corrente e al diminuire del raggio di curvatura del tratto concavo.

A partire dalla sezione finale della soglia, con pendenza pari a $\beta - \alpha_H$, il getto subisce l'influenza dell'azione inerziale che il tratto concavo ha indotto sulla vena liquida e questa, prima di trovarsi completamente a pressione atmosferica, percorre un tratto lungo circa 3 volte il tirante idrico h , riducendo progressivamente l'angolo di uscita, che da $\beta - \alpha_H$ diventa α_0 . Il punto di lancio a partire dal quale è possibile applicare le teorie



balistiche diventa, quindi, il punto O , definito dal prolungamento fittizio del ciglio della soglia lungo la tangente, per un tratto complessivo lungo $3h$. L'angolo di lancio è invece α_0 .

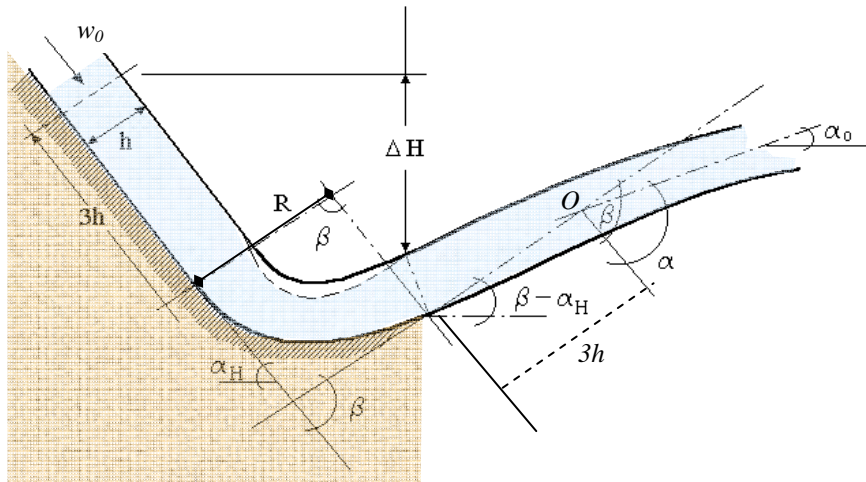


Figura 8-70: Schema di soglia per la dispersione della vena tracimata

*Viatcheslav Orlov*²¹ ha determinato sperimentalmente un abaco (cfr. Figura 8-73), che consente di conoscere il rapporto tra l'angolo α (cfr. Figura 8-72) e l'angolo β in funzione del raggio di curvatura R della concavità, del tirante ipercritico h e di β . Noto α si risale ad α_0 per mezzo della seguente espressione:

$$\alpha_0 = \alpha - \alpha_H.$$

L'abaco di *Viatcheslav Orlov* è applicabile solo se il Numero di *Froude* Fr_1 rispetta la seguente condizione (cfr. Figura 8-70):

$$Fr_1 \geq 3,16 \sqrt{\frac{\Delta H}{h}}$$

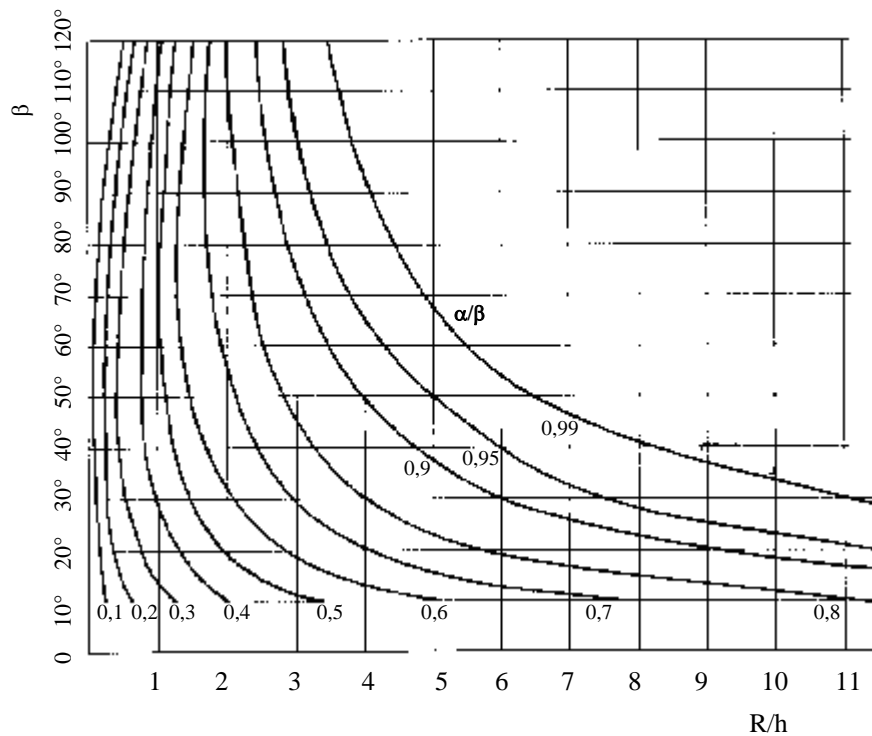


Figura 8-71:
Abaco di *Viatcheslav Orlov*

²¹ MATTOS R. (1999)

Capitolo 9

Le casse d'espansione

La mitigazione del rischio alluvionale diventa sempre più improba e complessa a mano a mano che i tratti fluviali interessati diventano sempre più vallivi. Quivi le portate al colmo di piena sono particolarmente alte e le aree perifluviali da sacrificare alle periodiche inondazioni acquistano maggiore consistenza. Si verifica il paradossale inconveniente che nelle zone montane, dove il sistema antropico può avvantaggiarsi della bassa pericolosità delle piene per insediarsi in prossimità dei corsi d'acqua, i regimi idraulici non consentono di svolgere attività legate all'uso della risorsa idrica che abbiano una redditività e continuità sufficientemente significativa; mentre nelle zone di valle, dove i regimi idraulici sono particolarmente regolari e vantaggiosi per diversi usi, l'enorme rischio di alluvionamento sconsiglia l'insediamento di qualsiasi attività connaturata all'uso delle risorse idriche disponibili.

Nelle zone montane il problema della incostanza dei regimi idraulici viene risolto attraverso gli **invasi di regolazione**, che consentono, anche se localmente, l'uso continuo dell'acqua. Nelle zone vallive, per contrastare le forti inondazioni, sono particolarmente efficaci le **casse d'espansione**, che permettono di trattenere temporaneamente una parte del volume dell'onda di piena mediante l'allagamento controllato di un'area perifluviale, garantendo una sufficiente sicurezza dei luoghi posti più a valle.

La progettazione delle casse d'espansione è piuttosto articolata, atteso che occorre prevedere l'uso combinato di arginature e manufatti di ingresso e uscita delle portate. Particolarmente delicata è la scelta dell'onda di piena di progetto, nonché la definizione del tipo di manovre da assicurare agli organi idraulici per la regolazione degli imbocchi e degli sbocchi. Anche il tipo di funzionamento continuo o emergenziale del processo d'invaso incide sulle caratteristiche costruttive dei manufatti di servizio alle casse e sul dimensionamento dell'opera. Infine, di non secondaria importanza, è la corretta valutazione dei fenomeni evaporativi e di filtrazione, certamente non trascurabili per via dell'enorme sviluppo superficiale che assume la forma dell'invaso. Parallelamente a tali aspetti di natura squisitamente tecnica, occorre porre in evidenza l'esistenza di problematiche più generali da risolvere sotto il punto di vista della fattibilità dell'opera nei riguardi dell'impatto con l'ambiente e soprattutto nei riguardi dei costi e dei benefici socio-economici.



9.1 Grandezze caratteristiche di una cassa d'espansione

Lo studio delle casse d'espansione non può prescindere dalla conoscenza di alcune grandezze caratteristiche di fondamentale importanza. La prima di queste è il **tempo di ritorno** T di progetto, cui far corrispondere il **pletogramma d'ingresso**, e in secondo luogo vi è la **portata massima** Q^* che non deve essere superata in uscita dal sistema di laminazione.

Il rapporto tra la portata massima Q_U^{\max} in uscita dalla cassa a seguito di un alluvione e la portata massima Q_I^{\max} in ingresso prende il nome di **rapporto di laminazione** λ , mentre il rapporto seguente:

$$\frac{Q_I^{\max} - Q_U^{\max}}{Q_I^{\max}}$$

prende il nome di **efficienza di laminazione** η .

Una grandezza geometrica fondamentale per il dimensionamento delle casse è la **capacità utile** (o **volume utile**) V^* , ovvero il volume d'acqua che esse possono contenere prima che entrino in funzione gli scaricatori di superficie disposti lungo il loro perimetro. La quota del pelo libero corrispondente al volume utile prende il nome di **quota utile** h^* . Essa, in prossimità di uno scarico di superficie corrisponde con la quota di incipiente svaso (per sfioratori a soglia coincide con il petto della stessa). Il rapporto tra il volume V invaso in un determinato istante e V^* viene chiamato **rapporto di riempimento** ρ .

Oltre alla capacità utile occorre conoscere il **volume di massimo invaso** V^{\max} , la cui superficie di delimitazione superiore non deve superare la **quota di massimo invaso** h^{\max} , ovvero il valore che dovrebbe avere la lama d'acqua nei casi eccezionali, relativi ad eventi con periodo di ritorno superiore a quello di progetto. La quota di massimo invaso deve essere a sua volta inferiore alla **quota di coronamento** dei manufatti perimetrali di delimitazione delle casse. La differenza tra la quota di coronamento e la quota di massimo invaso in ogni punto perimetrale delle casse deve essere non inferiore a un **franco** di sicurezza che tenga conto anche dei fenomeni ondosi che si possono propagare internamente alla cassa. Il franco di sicurezza è indispensabile per evitare di aumentare l'esposizione al rischio idraulico di quelle aree contigue alla cassa che, in assenza della stessa, godrebbero di una sicurezza relativamente maggiore se soggette allo stesso evento alluvionale.

La differenza tra l'istante di tempo in cui si registra la massima portata in uscita dalla cassa e l'istante di tempo in cui si registra la massima portata in ingresso è definita **tempo di sfasamento** t_s dell'onda di piena.

La relazione che esprime il volume d'invaso V (supposto delimitato da una lama d'acqua orizzontale) in funzione della quota di riempimento h viene chiamata **funzione d'invaso** e dipende dalle caratteristiche morfologiche dell'area in cui viene realizzata la cassa. Generalmente viene ricostruita in base alla regressione della coppie di punti $(h, V(h))$ dedotte dall'analisi cartografica, mediante il riferimento alle curve di livello. Software di modellazione digitale del terreno consentono la ricostruzione automatica della **curva d'invaso**, da cui ottenere, per regressione, la relativa funzione matematica, che in genere è un polinomio di secondo o terzo grado.

9.2 Le casse d'espansione in linea

Le casse d'espansione, come già anticipato nel paragrafo 6.9, possono essere concepite sostanzialmente in due modi: **in linea** al corso d'acqua principale (*in stream*) e **in derivazione** da esso (*off stream*).



Le casse d'espansione in linea si ispirano a soluzioni impiantistiche di particolare semplicità, funzionando per mezzo di un rigurgito provocato da un'opera trasversale realizzata in alveo, in cui sono ricavati i manufatti di sbocco a battente e a stramazzo (cfr. Figure 9-1, 9-2 e 9-5).

La fase di invaso delle casse d'espansione è governata da leggi del moto che esulano dagli schemi dell'idraulica monodimensionale, in quanto il campo delle velocità nella fase di inondazione delle aree perfluviiali ha una componente trasversale alla direzione principale del fiume che potrebbe non essere trascurabile ai fini del dimensionamento e verifica di progetto (cfr. Figura 9-1). Pertanto si dovrebbe ricorrere a modelli di simulazione numerica bidimensionale delle equazioni di *De Saint Venant*, riportate al sottoparagrafo 6.2.5.

Nella pratica applicazione la modellazione bidimensionale del moto risulta molto onerosa e necessita di informazioni puntuali per la caratterizzazione geometrica e fisica del sistema di laminazione. Occorre, infatti, un rilievo topografico del suolo e dell'alveo fluviale che abbia un grado di dettaglio pari almeno a quello della geometria dei manufatti di regolazione. Dal rilievo topografico, inoltre, si deve ricavare un modello del suolo del tipo *TIN* (*Triangulated Irregular Network*), in cui i vari punti topografici rilevati sono uniti a tre a tre da superfici piane triangolari caratterizzate ognuna da un proprio valore di scabrezza. La dimensione spaziale di ogni superficie triangolare deve essere quantomeno simile a quella degli organi di regolazione.

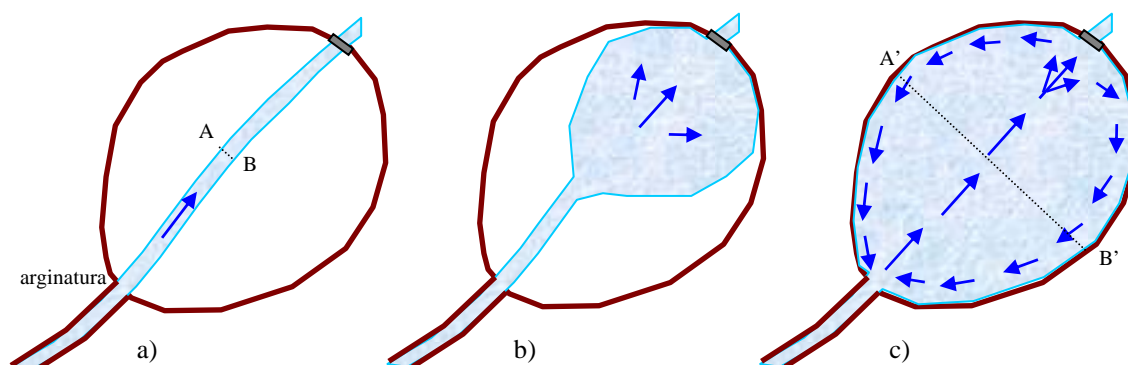


Figura 9-1: Schema di funzionamento di una cassa d'espansione in linea (modello bidimensionale)

In alcune circostanze e quasi sempre in ambiti progettuali preliminari si preferisce semplificare il modello idraulico ipotizzando che il campo di moto sia monodimensionale. Il sistema di equazioni differenziali monodimensionali di *De Saint Venant* (F.133) può essere risolto imponendo le seguenti condizioni:

- quando il tirante idrico h è inferiore all'altezza del canale principale, l'area della sezione idraulica è compresa tra A e B (cfr. Figura 9-1-a);
- quando h supera l'altezza del canale principale, l'area della sezione fluviale diventa quella compresa tra A' e B' (cfr. Figura 9-1-c);
- quando h supera l'altezza del canale principale, il coefficiente di scabrezza può essere modellato attraverso il metodo di *Lotter-Engelund* (cfr. sottoparagrafo F.5.2 in Appendice), assegnando una scabrezza relativamente alta alla porzione d'alveo contenuta nella cassa d'espansione (in questo modo la portata complessiva di deflusso è come se transitasse solo lungo il canale principale).

La modellazione monodimensionale del campo di moto richiede in ogni caso la definizione delle condizioni al contorno e iniziali. Le condizioni al contorno sono costituite dal pletogramma di piena in ingresso e dalle condizioni di moto a valle, mentre la condizione iniziale è costituita dalla portata iniziale che attraversa il canale principale. In figura 9-2 è rappresentato il profilo di corrente ritardata che si verifica quando la cassa è cimentata in condizioni di moto permanente.

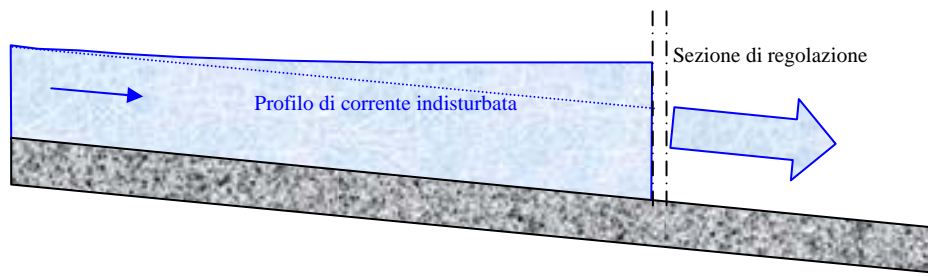


Figura 9-2: Profilo longitudinale della corrente che cimenta una cassa d'espansione in linea (modello monodimensionale)

Un aspetto particolarmente importante da considerare nella modellazione bidimensionale e monodimensionale è l'influenza che può avere, nei confronti dell'onda di piena, la perturbazione ondosa provocata dal rigurgito innescato dallo sbarramento. Questo interferisce con l'onda di piena assegnata in una determinata sezione di monte riducendone la diffusività.

Per avere un'idea dell'influenza di uno sbarramento sulle portate di picco di un'onda di piena è stato realizzato un modello numerico di un canale rettangolare lungo 30 km, largo 100 m, con pendenza pari a 0,0001 e coefficiente di scabrezza n di Manning pari a 0,025. Su tale modello è stato applicato il codice di calcolo HEC-RAS per simulare, in condizioni di moto vario, la distribuzione delle portate al colmo lungo alcune sezioni nelle seguenti ipotesi: canale libero, canale dotato di una traversa fluviale alta 2 m e disposta a 25 km dalla sezione di monte, canale dotato di una traversa fluviale alta 3 m disposta sempre a 25 km dalla sezione di monte. Le traverse fluviali sono state dotate solamente di una luce di sfioro in sommità. Il pletogramma d'ingresso utilizzato è il seguente:

$$Q(\tau) = Q_{\max} \cdot \left(\frac{\tau}{T}\right)^{1.8} \cdot e^{-1.8\left(1-\frac{\tau}{T}\right)} = 1000 \cdot \left(\frac{\tau}{3}\right)^{1.8} \cdot e^{-1.8\left(1-\frac{\tau}{3}\right)}$$

mentre nella sezione di valle si è ipotizzato un moto uniforme.

In Figura 9-3 sono rappresentati i pletogrammi che la simulazione ha restituito a 10 km e a 5 km a monte dello sbarramento, in corrispondenza dello sbarramento e a 5 km a valle dello stesso. Tali pletogrammi si ingrossano sensibilmente a mano a mano che ci si avvicina alla traversa, cosicché le portate di sbocco diventano maggiori rispetto a quelle che si verificherebbero in assenza della traversa.

L'effetto del rigurgito sulla diffusività dell'onda di piena si riduce in maniera esponenziale, a mano a mano che ci si allontana dallo sbarramento salendo verso monte (cfr. Figura 9-4).

L'esempio numerico appena descritto approssima molto bene le dinamiche di propagazione delle onde di piena nei tratti fluviali di fondo valle, dove gli effetti di ingrossamento dovuti al *run off* laterale sono trascurabili rispetto alla riduzione del colmo per mezzo della diffusività.

Ad ogni modo, qualora lo sbarramento sia previsto per consentire l'allagamento di una cassa d'espansione in linea, la superficie sommergibile dovrà essere determinata con ampiezza tale da consentire la formazione di rigurgiti bassi, con ridotta capacità di perturbare l'onda di piena assegnata in ingresso. In ogni caso si suggerisce di verificare, a seguito del dimensionamento, se la perturbazione indotta dallo sbarramento amplifichi in maniera particolarmente significativa la portata di picco.

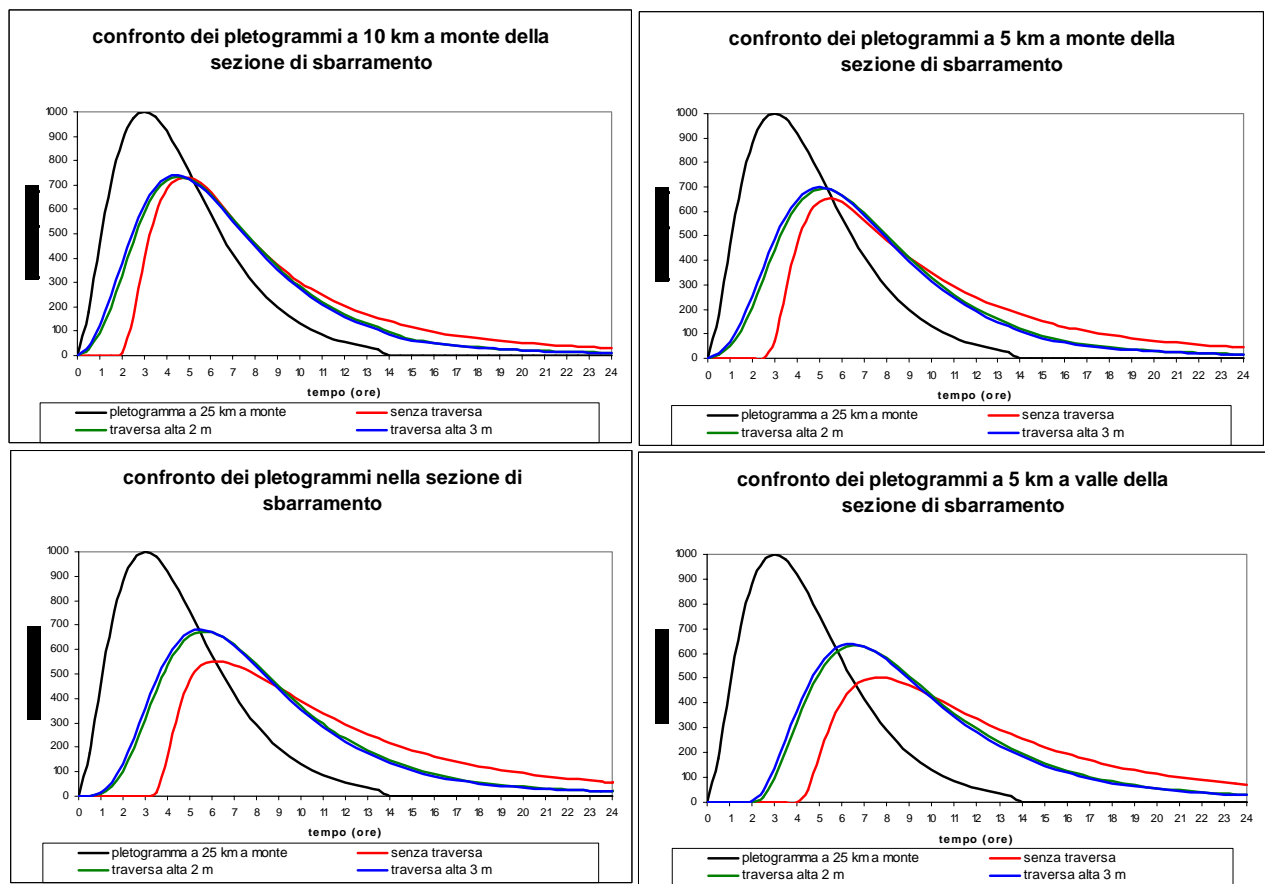


Figura 9-3: Pletogrammi dedotti da una simulazione numerica a diverse distanze da una sezione di sbarramento

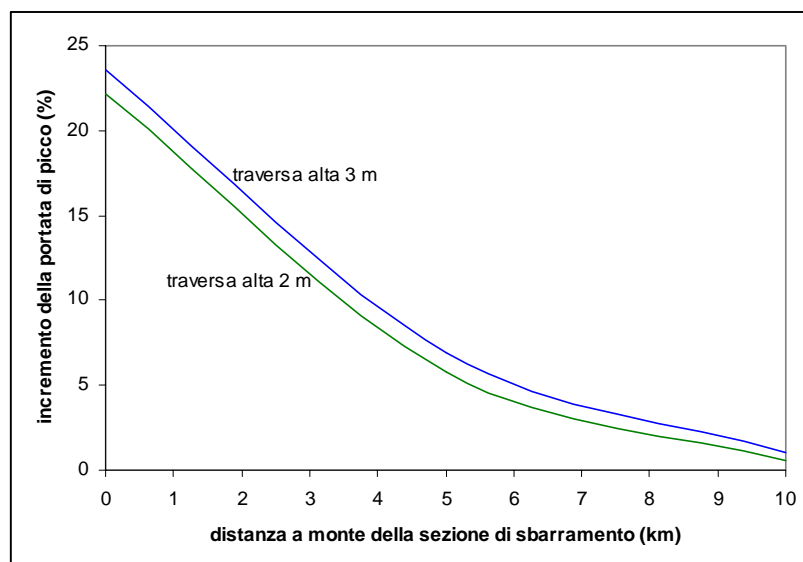


Figura 9-4: Incremento indotto da un manufatto di sbarramento alle portate al colmo per diverse sezioni a monte dello sbarramento (alveo a sezione rettangolare largo 100 m con pendenza pari a 0,0001)



La modellazione del fenomeno dell'invaso di una cassa d'espansione in linea può essere ulteriormente semplificata ricorrendo all'ipotesi di completa assenza di moto nel sistema di laminazione. Tale ipotesi è quella che sta alla base del **modello zero-dimensionale**, noto anche come **modello statico**. Considerato il tratto fluviale 1-2 in cui è previsto l'invaso in condizioni statiche (cfr. Figura 9-5), si applicano ad esso le equazioni di *De Saint Venant*:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial s} + J - i + \frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s} = 0 \end{cases} \quad (9.1)$$

In tali equazioni la portata per unità di lunghezza scambiata lateralmente nel tratto 1-2 per effetto della evapotraspirazione, della filtrazione e del *run off* prodotto all'interno della cassa può essere trascurata, perché commisurata al grado di approssimazione del modello statico.

La sezione 1 può trovarsi internamente alla cassa, ma anche al di fuori, lungo il tratto fluviale a monte, per il quale si potrebbe rendere necessaria un'adeguata arginatura.

Il modello statico consente di annullare il termine dell'inerzia locale nella seconda equazione del sistema (9.1), per cui si ha:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} + \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial s} \left(h(s, \tau) + \frac{w^2}{2g}(s, \tau) \right) = i(s, \tau) - J(s, \tau) \end{cases}$$

Integrando tra la sezione 1 di ingresso e la sezione 2 di sbocco della cassa si ha (cfr. Figura 9-5):

$$\begin{cases} Q(2, \tau) - Q(1, \tau) = - \int_1^2 \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} ds \\ h(2, \tau) - h(1, \tau) + \frac{w^2(2, \tau)}{2g} - \frac{w^2(1, \tau)}{2g} = (i - J) \cdot L_{12} \end{cases} \quad (9.2)$$

dove L_{12} è la distanza tra le sezioni 1 e 2. In particolare il termine $h(1, \tau)$ rappresenta il tirante idrico nella sezione 1, mentre il termine $h(2, \tau)$ rappresenta lo spessore della vena liquida nella sezione contratta allo sbocco della cassa. La velocità $w(1, \tau)$ è nulla per l'assunzione di moto zero dimensionale, mentre la velocità $w(2, \tau)$ è quella con cui la vena fluida fuoriesce dal manufatto di sbocco. Anche la cadente piezometrica J può essere posta uguale a 0 per l'ipotesi di invaso statico. Ad essa si può sostituire la perdita di carico concentrata, causata dallo sbocco della vena liquida, proporzionale al quadrato della velocità $w(2, \tau)$, come indicato in Appendice dalla notazione (F.46). Il prodotto $i \cdot L_{12}$ restituisce l'aliquota di lama d'acqua h_{12} da aggiungere ad $h(1, \tau)$ per ottenere il tirante idrico h^* immediatamente a monte dell'opera di sbocco.

Il sistema (9.2) si specializza, quindi, in:

$$\begin{cases} Q(1, \tau) - Q(2, \tau) = \frac{dV_{12}(\tau)}{d\tau} \\ h(2, \tau) - h^*(\tau) + \frac{w^2(2, \tau)}{2g} = -K \frac{w^2(2, \tau)}{2g} \end{cases} \quad (9.3)$$



in cui V_{12} è il volume d'acqua compreso tra la sezione 1 e la sezione 2.

Indicando con Δh la differenza $h^*(\tau) - h(2, \tau)$, la seconda equazione del sistema (9.3) diventa:

$$w(2, \tau) = (1 + K) \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h} \quad (9.4)$$

Moltiplicando la (9.4) per l'area A della luce di sbocco e sintetizzando gli effetti della contrazione c della vena fluida e delle perdite concentrate di carico $(1+K)$ con un coefficiente di ragguglio μ noto anche come coefficiente di efflusso, la (9.3) diventa:

$$\begin{cases} Q(1, \tau) - Q(2, \tau) = \frac{dV_{12}(\tau)}{d\tau} \\ Q(2, \tau) = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h} \end{cases} \quad (9.5)$$

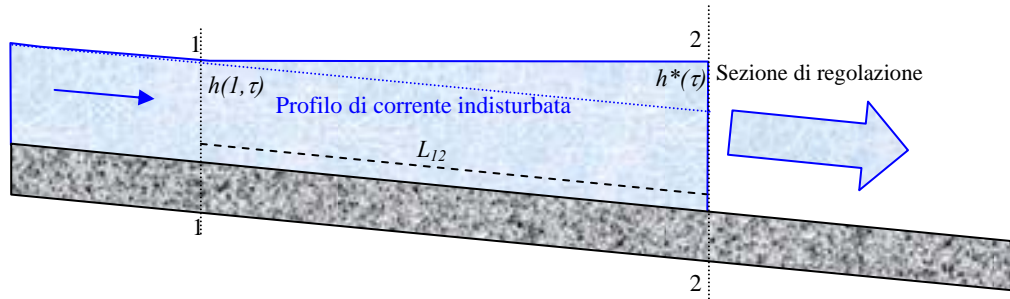


Figura 9-5: Profilo longitudinale della corrente che cimenta una cassa d'espansione in linea (modello statico)

Il sistema (9.5) è una legge di notevole semplicità per descrivere la dinamica di un invaso in linea ad un corso d'acqua e, pertanto, risulta di particolare interesse applicativo. Il limite sostanziale del metodo statico, però, è che non sempre vi sono i presupposti per la sua applicazione soprattutto nel dimensionamento degli invasi di fondo valle.

A tal proposito si fa rilevare che la sezione 1 in Figura 9-3 arretra all'aumentare dei volumi invasati. Pertanto il pletogramma di piena che si associa alla sezione 1 potrebbe non essere più significativo qualora ci siano forti traslazioni verso monte della stessa sezione. Peraltro nei tratti fluviali vallivi, dove le casse d'espansione risultano più efficaci, le pendenze sono talmente basse che un rigurgito, come precedentemente illustrato, potrebbe svilupparsi per diversi chilometri più a monte. Risulta importante, quindi, prevedere ampie superfici sommergibili da destinare alla cassa, in modo tale che gli incrementi volumetrici dovuti alla ritenuta idrica possano indurre sollevamenti della lama d'acqua poco significativi e, di conseguenza, traslazioni della sezione iniziale accettabili per l'applicazione del modello statico. Ad ogni modo si potrebbe preventivamente verificare, in corrispondenza della quota di massimo invaso, se il volume di ritenuta della sola vasca sia almeno di un ordine di grandezza superiore al volume di ritenuta dell'asta fluviale di monte. In questo caso, infatti, si potrebbe anche trascurare l'invaso del tratto fluviale di monte e fissare la sezione d'ingresso in corrispondenza del confine superiore (o di monte) della cassa d'espansione.

Meno problemi affiorano qualora l'invaso in linea è utilizzato come serbatoio di regolazione nelle zone montane, dove le forti pendenze consentono di trascurare le oscillazioni della sezione 1. Per questo motivo



l'ipotesi di invaso statico trova storica collocazione negli studi sul dimensionamento speditivo dei serbatoi montani.

Il metodo più utilizzato per risolvere il sistema (9.5) è quello delle differenze finite:

$$\begin{cases} \frac{Q(1, \tau) + Q(1, \tau + \Delta\tau)}{2} - \frac{Q(2, \tau) + Q(2, \tau + \Delta\tau)}{2} = \frac{V_{12}(\tau + \Delta\tau) - V_{12}(\tau)}{\Delta\tau} \\ Q(2) = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h} \end{cases} \quad (9.6)$$

in cui sono noti la portata in ingresso all'istante τ e all'istante $\tau + \Delta\tau$, il volume V_{12} accumulato nel sistema di laminazione all'istante τ , il carico idraulico Δh sulla vena liquida in uscita dall'organo di regolazione all'istante τ e, quindi, la portata di sbocco all'istante τ . Si suppone, per semplicità, che il coefficiente di efflusso si mantenga costante al variare di Δh . L'area A della luce di scarico può essere costante o variabile nel tempo. Le incognite del sistema (9.6) sono la portata di sbocco all'istante $\tau + \Delta\tau$ e il volume accumulato nel sistema di laminazione all'istante $\tau + \Delta\tau$.

Un primo metodo di risoluzione del sistema (9.6) è noto in letteratura come **metodo predictor-corrector**, ovvero un metodo iterativo in cui si ipotizza un valore (*predictor*) di $Q(2, \tau + \Delta\tau)$ e si calcola, mediante la prima delle (9.6), il volume $V_{12}(\tau + \Delta\tau)$. Da tale volume, conoscendo la legge d'invaso, si calcola, tramite la seconda delle (9.6), la portata (*corrector*) di sbocco $Q(2, \tau + \Delta\tau)$. Qualora la portata *corrector* non coincida con quella *predictor*, si ripete il calcolo ponendo nella prima delle (9.6) come portata *predictor* il valore *corrector* ricavato nello *step* di calcolo precedente.

La procedura è iterata fino a che la differenza tra il valore *predictor* e *corrector* della portata $Q(2, \tau + \Delta\tau)$ non sia inferiore ad una prefissata tolleranza.

Un altro metodo di risoluzione della (9.6) è noto come **metodo della funzione di servizio N** .

Nella prima equazione delle (9.6) si aggiunge e si sottrae al primo membro $Q(2, \tau)/2$. Ponendo con N la seguente espressione:

$$N = \frac{V_{12}}{\Delta\tau} + \frac{Q(2)}{2}$$

le (9.6) possono essere riformulate come segue:

$$\begin{cases} N(\tau + \Delta\tau) = N(\tau) + \frac{Q(1, \tau) + Q(1, \tau + \Delta\tau)}{2} - Q(2, \tau) \\ Q(2) = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot \Delta h} \end{cases} \quad (9.7)$$

in cui sono noti $N(\tau)$, $Q(1, \tau)$, $Q(1, \tau + \Delta\tau)$ e $Q(2, \tau)$.

La funzione N dipende esclusivamente dalla geometria del sistema di laminazione e pertanto è possibile esplicitarla, una volta fissato $\Delta\tau$. Infatti, nota la funzione d'invaso e applicando la seconda delle (9.7), si può calcolare N in funzione del battente idrico Δh . La relazione tra N e Δh è biunivoca.

Dalla (9.7) si ricava $N(\tau + \Delta\tau)$, da cui, nota la relazione tra N e Δh per interpolazione tabellare o grafica, si deduce il valore di $\Delta h(\tau + \Delta\tau)$ e, quindi, di $V_{12}(\tau + \Delta\tau)$. Applicando la seconda delle (9.7) si conosce, infine, il valore di $Q(2, \tau + \Delta\tau)$.



9.2.1 Scelta della tipologia di scarico e criteri di dimensionamento

Come detto in precedenza, la cassa d'espansione in linea viene attivata tramite una traversa fluviale che sostenga i livelli idrici di monte e consenta l'esondazione in corrispondenza delle sole aree perifluviali confinate nella cassa. All'interno della traversa sono ricavate delle luci che consentono lo sbocco del deflusso ordinario del fiume, ovvero delle portate laminate durante un evento di piena.

Nella fase di riempimento della cassa il battente idrico aumenta e le portate di sbocco crescono con una legge di potenza. Questa si differenzia a seconda del tipo di luce prevista nella traversa.

Per una luce a battente fissa si ha:

$$Q = c_b \cdot \Delta h^{\frac{1}{2}} \quad (9.8)$$

con c_b pari ad una costante dipendente dalla geometria della luce di sbocco e dal coefficiente di efflusso.

Per una luce a stramazzo fissa si ha:

$$Q = c_s \cdot \Delta h^{\frac{3}{2}} \quad (9.9)$$

con c_s pari ad una costante dipendente dalla forma del bordo dello stramazzo e dal coefficiente di efflusso.

Nel caso di efflusso rigurgitato le (9.8) e le (9.9) dipendono anche dal battente Δh_v a valle della luce e si generalizzano in:

$$Q = c_b \cdot (\Delta h - \Delta h_v)^{\frac{1}{2}} \quad (9.8')$$

$$Q = c_{s1} \cdot \Delta h_v \cdot (\Delta h - \Delta h_v)^{\frac{1}{2}} + c_{s2} \cdot (\Delta h - \Delta h_v)^{\frac{3}{2}} \quad (9.9')$$

in cui c_b , c_{s1} e c_{s2} dipendono dalla geometria della luce di sbocco.

Sia Q^* la portata massima in uscita. Si supponga di dimensionare una luce a battente che consenta lo sbocco di Q^* quando il tirante idrico è pari ad h^* . Si supponga poi di dimensionare una luce a stramazzo che consenta lo sbocco di Q^* in corrispondenza dello stesso tirante idrico.

Si considerino i diagrammi in Figura 9-6, che rappresentano le portate di sbocco in funzione del tirante idrico h nella cassa. A parità di h la luce a battente consente lo sbocco di una portata maggiore rispetto alla luce a stramazzo. Si deduce, quindi, che la luce a battente consente di invasare volumi inferiori rispetto alla luce a stramazzo.

In Figura 9-7 sono rappresentati i pletogrammi in ingresso e in uscita da una cassa d'espansione ottenuta sbarrando il corso d'acqua con due tipologie di traverse: una munita di scarico a battente e l'altra munita di scarico a sfioro libero. Entrambi gli scarichi funzionano senza rigurgito. All'istante t_s si ha il colmo dell'onda laminata. Le aree comprese tra il pletogramma in ingresso e i due pletogrammi in uscita fino all'istante t_s rappresentano i volumi di invaso. A parità di Q^* , il volume d'invaso richiesto da una luce a battente è inferiore al volume d'invaso relativo alla luce a stramazzo. Poiché la massima portata di efflusso deve coincidere col massimo volume invasato (massimo battente), si deduce che il colmo dei pletogrammi in uscita debba necessariamente intersecare il tratto discendente del pletogramma in ingresso. Le aree comprese tra i due pletogrammi in uscita e il pletogramma in ingresso, a partire dall'istante t_s , rappresentano i volumi d'acqua rilasciati dalla cassa, ovviamente coincidenti con quelli invasati.

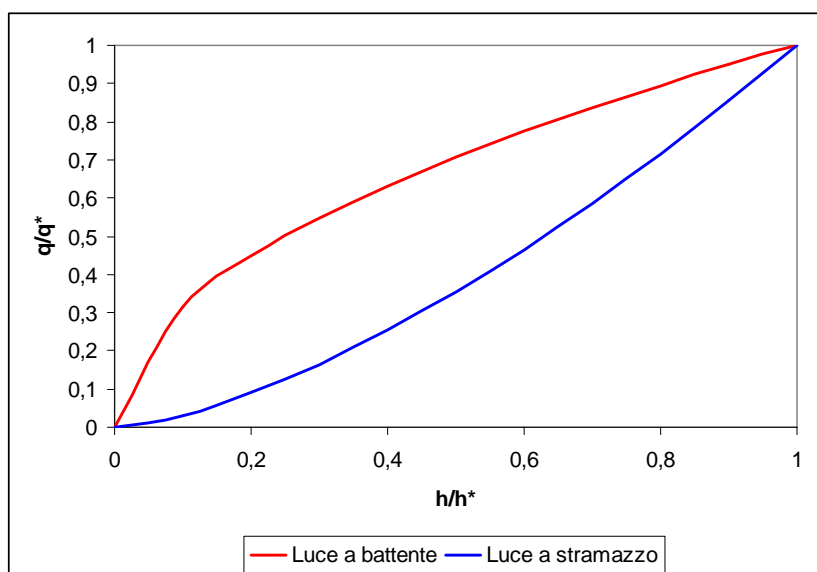


Figura 9-6: Andamento delle portate di sbocco nel caso di luci a battente e a stramazzo

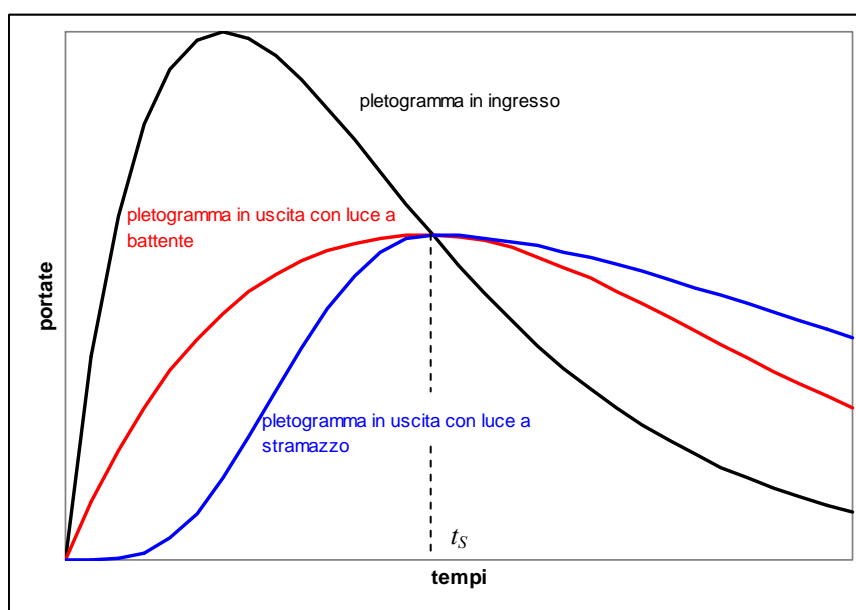


Figura 9-7: Andamento dei pletogrammi in uscita da una cassa d'espansione in linea mediante una luce a battente e una luce a stramazzo

Appurata la maggiore efficacia di uno scarico a battente rispetto ad uno sfioro libero, si propone nel seguito una **procedura di dimensionamento preliminare di una cassa d'espansione con luce di scarico fissa, utilizzando l'ipotesi d'invaso statico**. Supponendo che la cassa sia cilindrica (la superficie bagnata non varia con l'altezza), che il pletogramma d'ingresso sia noto, e ponendo con Q^* la portata massima in uscita, occorre definire il valore delle seguenti incognite: l'area S della superficie perfluviale da destinare alla cassa, l'altezza utile h^* della cassa (misurata in corrispondenza del manufatto di chiusura) e l'area A della luce di sbocco.

L'area della superficie S potrebbe avere costo nullo, qualora appartenga al demanio pubblico, ma potrebbe anche essere destinata ad attività agricole, la cui redditività può essere in prima approssimazione considerata proporzionale all'ampiezza della superficie da destinare alla cassa d'espansione. Quindi:



$$\text{Costo } S = C_s \cdot S$$

(9.10)

con C_s commisurato all'indennizzo per unità di superficie delle aree da destinare all'allagamento.

L'altezza utile della cassa ha un costo legato alla realizzazione dei manufatti arginali. In prima approssimazione tale costo può essere considerato proporzionale al volume dei rilevati, ovvero al prodotto del perimetro P dell'area da inondare per la sezione tipo delle arginature. Quest'ultima può essere definita, in maniera speditiva, pari ad un triangolo alto h^* con base pari a $4h^*$. Quindi:

$$\text{Costo } h^* = C_{h^*} \cdot P \cdot 2h^{*2} \quad (9.11)$$

con C_{h^*} pari al costo per unità di volume delle arginature.

Si fissa un primo valore dell'area sommersibile $S(1)$. Si assegna un valore all'area della luce di scarico $A(1)$. Si risolve il sistema (9.7) mediante uno dei metodi delle differenze finite sopra illustrati e si determina la portata massima di efflusso $Q_U^{\max}(1)$ e l'altezza utile $h^*(1)$ dovuta al pletogramma di progetto.

Mantenendo costante $S(1)$ e variando l'ampiezza della luce $A(i)$ si ricavano altri valori di $Q_U^{\max}(i)$ e $h^*(i)$ corrispondenti a luci di diversa apertura. Interpolando le coppie di valori $(Q_U^{\max}(i); h^*(i))$ si ottiene una curva simile a quelle illustrate in Figura 9-8, mentre interpolando le coppie di valori $(Q_U^{\max}(i); A(i))$, si ottiene una curva simile a quelle illustrate in Figura 9-10.

Si fissano altri valori dell'area sommersibile $S(j)$ e si ripete la procedura precedentemente illustrata. Si ottengono, così, gli abachi in Figura 9-8 e 9-10.

Nell'abaco in Figura 9-8 si traccia la retta orizzontale corrispondente a Q^* . Questa interseca diverse curve $(Q_U^{\max}(j); h^*(j))$, alcune ottenute mediante la procedura di calcolo sopra esposta ed altre tramite interpolazione grafica. L'intersezione della retta con le curve di superficie $S(j)$ consente di conoscere diversi battenti $h^*(j)$, che rappresentano le altezze utili necessarie per consentire il deflusso di Q^* in corrispondenza di diverse ampiezze $S(j)$ delle superfici sommersibili.

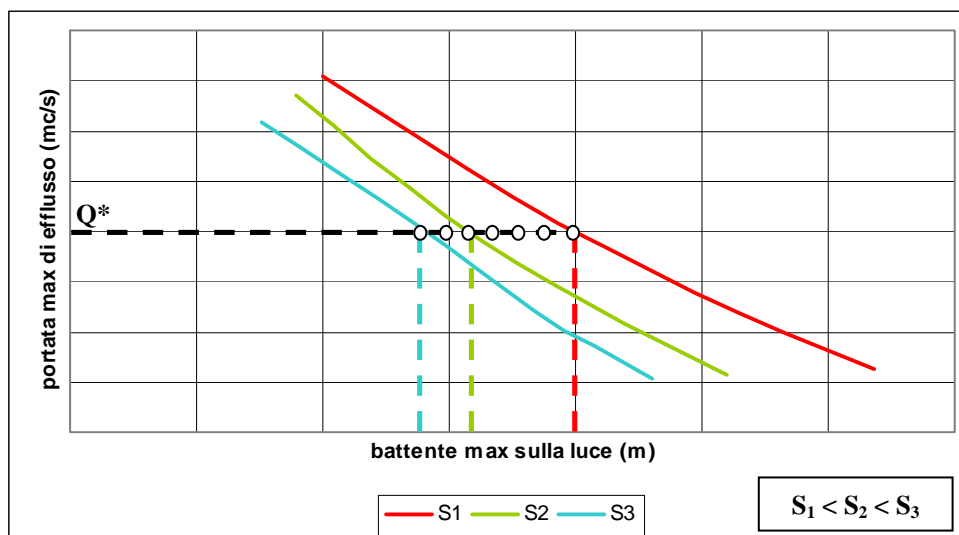


Figura 9-8: Abaco delle portate massime di efflusso, del battente massimo sulla luce e dell'area della superficie sommersibile



Dalle coppie di valori ($S(j)$; $h^*(j)$) così ottenute è possibile dedurre, applicando le (9.10) e (9.11) il valore della superficie sommersibile e il costo dell'arginatura. All'aumentare di $S(j)$ diminuisce $h^*(j)$, e in genere all'aumentare di $h^*(j)$ diminuisce il costo della superficie e aumenta quello dell'arginatura (cfr. Figura 9-9). La somma dei due importi costituisce la funzione da minimizzare, che vincola sulla scelta ottimale dell'ampiezza della superficie e, quindi, dell'altezza utile della cassa (cfr. Figura 9-9).

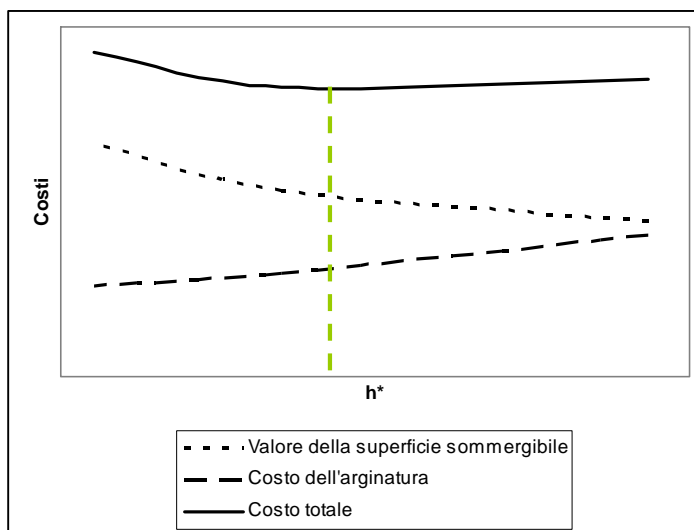


Figura 9-9: Analisi dei costi da sostenere al variare di h^* (e quindi di S) per assicurare la portata massima di deflusso pari a Q^*

I diagrammi rappresentati in Figura 9-9 sono caratteristici di un determinato valore della portata Q^* e consentono l'individuazione della coppia ottimale (S_{ott} ; h^*_{ott}).

Una volta individuata l'area ottimale della superficie da destinare alla cassa d'espansione e una volta nota l'altezza da assegnare alle arginature, occorre determinare l'ampiezza A_{ott} della luce di scarico. Nell'abaco di Figura 9-10 si individua la curva relativa alla superficie S_{ott} e intersecandola con la retta relativa ad h^*_{ott} si ottiene A_{ott} .

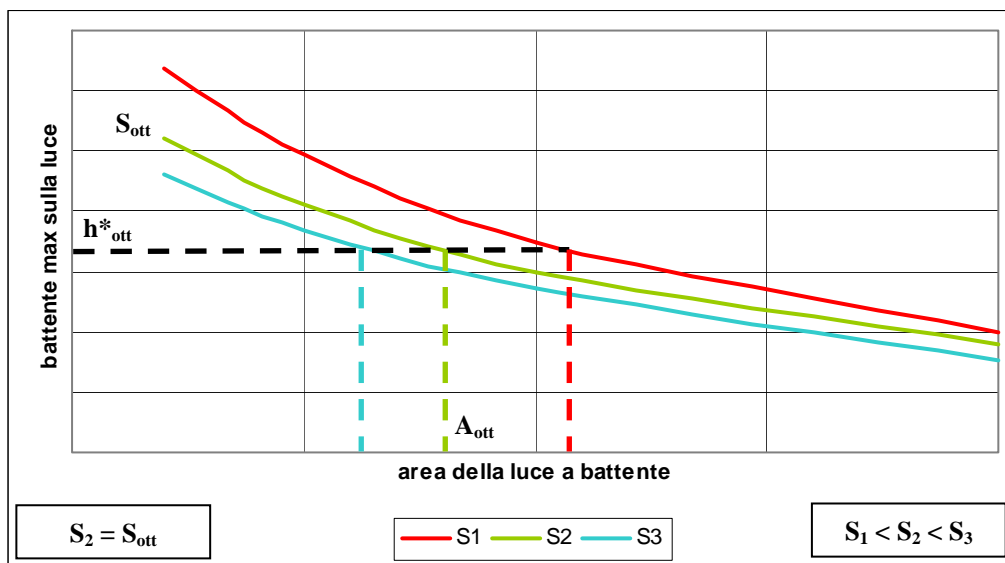


Figura 9-10: Abaco del battente massimo sulla luce, dell'area della luce e dell'area della superficie sommersibile



9.2.2 Validazione dell'ipotesi di invaso statico su un modello sperimentale di cassa di espansione in linea

L'ipotesi zero dimensionale, pur restituendo leggi di notevole semplicità per il dimensionamento e la verifica di un sistema di laminazione in linea, appare poco aderente alle dinamiche di invaso della casse d'espansione in linea. Si è già detto che i rigurgiti possono risentirsi a distanze non trascurabili, ma è anche vero che i volumi di ritenuta hanno una geometria caratterizzata da uno sviluppo verticale di diversi ordini di grandezza inferiore rispetto allo sviluppo orizzontale. In queste condizioni le pendenze che il pelo libero della corrente assume in direzione trasversale al moto, durante il riempimento e lo svuotamento della cassa, potrebbero provocare delle differenze di quota del pelo libero all'interno dell'invaso non trascurabili rispetto al tirante idrico medio.

Per verificare in che misura l'ipotesi di invaso statico possa approssimare la complessa fenomenologia dell'inondazione di una cassa in linea, è stato svolto uno studio sperimentale su uno specifico modello di cassa d'espansione in linea realizzata presso il Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale "G. Ippolito" dell'Università Federico II di Napoli. Il modello sperimentale della cassa è stato progettato e costruito adeguando *ad hoc* una preesistente struttura sperimentale, costituita da un canale rettangolare in calcestruzzo armato levigato, largo 45 cm e alto 30 cm, con pendenza media pari a 0,0025.

Il modello sperimentale

Il modello utilizzato per le esperienze è parte integrante di una installazione sperimentale il cui schema di funzionamento idraulico è rappresentato in Figura 9-11. Un serbatoio di accumulo sotterraneo raccoglie le acque in uscita dai diversi modelli presenti nel laboratorio del Dipartimento. Esso è collegato a tre gruppi motore-pompa, che insieme riescono a sollevare nella vasca di carico una portata nominale di circa 175 l/s. La vasca di carico consente di fissare la lama d'acqua alla quota massima di circa 5 m rispetto al piano di calpestio del laboratorio. A valle della vasca di carico è presente una diramazione a pettine, costituita da tre tubazioni di diametro pari a 100, 200 e 300 mm, su cui sono montati altrettanti diaframmi, per la lettura delle portate in uscita. Il diaframma realizzato sulla tubazione di diametro pari a 100 mm è utilizzato per portate di lavoro non superiori a 15 l/s; il diaframma montato sulla tubazione di 200 mm è utilizzato per portate di lavoro comprese tra 10 e 60 l/s; il diaframma relativo alla tubazione di 300 mm consente la misurazione di portate comprese tra 50 e 110 l/s.

Un ulteriore diaframma, ricavato in una tubazione di 200 mm di diametro, è posto nei pressi del modello sperimentale.

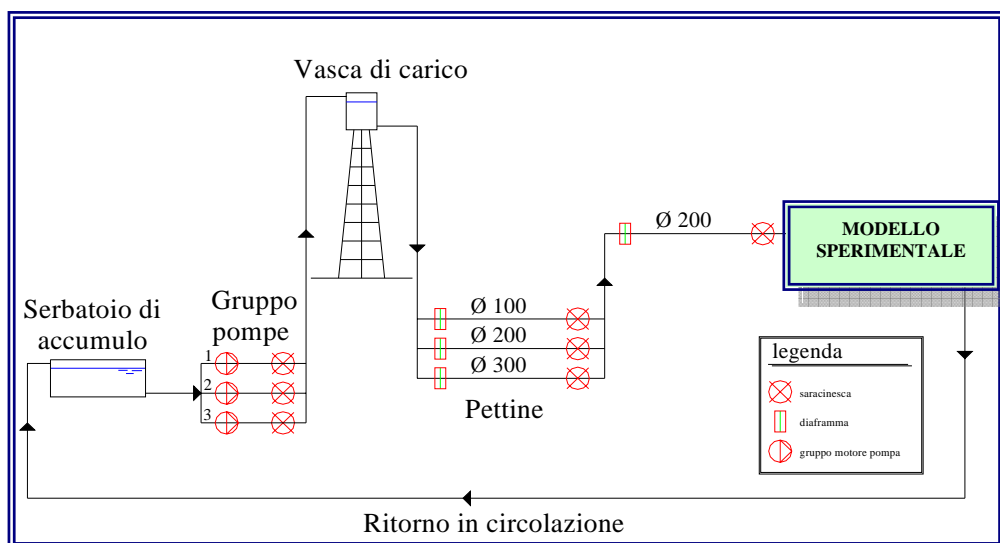


Figura 9-11: Schema di funzionamento idraulico dell'installazione sperimentale disponibile presso il Laboratorio di Ricerca del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università Federico II di Napoli.

Il modello fisico della cassa d'espansione in linea è rappresentato, in alcuni suoi particolari, in Figura 9-

12.

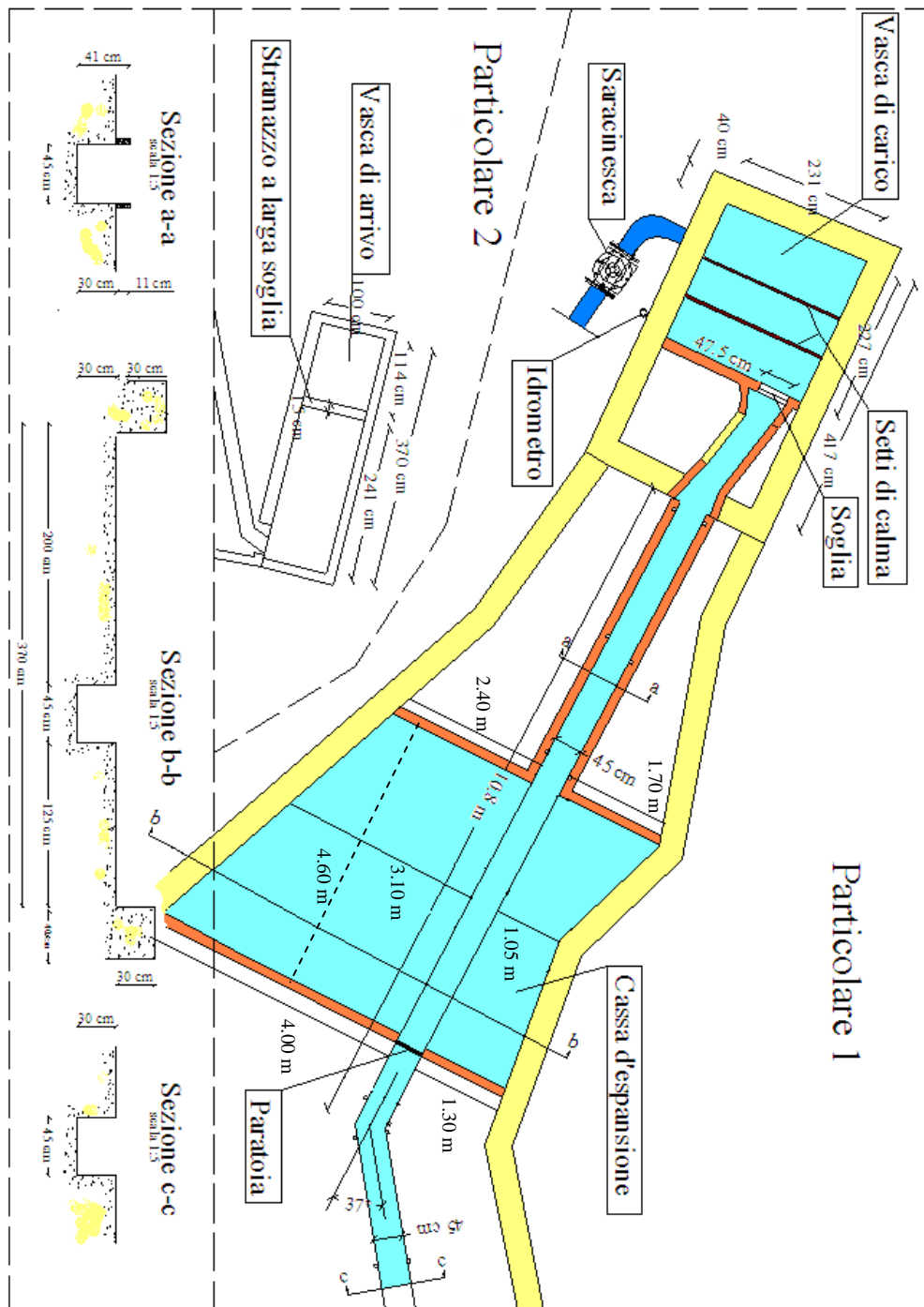


Figura 9-12: Particolari costruttivi del modello sperimentale di cassa d'espansione presso il Laboratorio di Ricerca del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale "Ghirolamo Ippolito" dell'Università Federico II di Napoli.

In particolare l'ingombro planimetrico del canale nel tratto che va dallo stramazzo alla paratoia è di 4,95 m², mentre la superficie della cassa, al netto del canale centrale, è pari a 22 m².



Una saracinesca, regolabile a mano, consente di modulare le portate in ingresso alla vasca di carico, al cui interno sono opportunamente disposti dei setti di calma in legno. L'acqua, raggiunta la sommità della soglia di sfioro della vasca di carico, inizia a tracimare cementando il canale e passando a pelo libero attraverso la luce di fondo della paratoia. Tale luce è fissa ed ha la stessa larghezza del canale ed altezza che può essere preventivamente modificata per consentire lo studio per diverse aperture della luce di sbocco. Allorquando i tiranti idrici iniziano a lambire il fondo della paratoia, si innesca l'efflusso a battente e la corrente viene rigurgitata. Il sollevamento dei tiranti impegna inizialmente i volumi contenuti nel solo canale. Se i tiranti diventano superiori a 30 cm la cassa viene inondata. Sia la cassa che il tratto del canale a monte di essa sono dotati di opportuna arginatura (cfr. sez. a-a e b-b in Figura 9-12). L'altezza utile del sistema di laminazione canale-vasca è pari a 41 cm (ovvero 30 cm del canale più 11 cm della vasca). Il sistema di laminazione sperimentale è dotato di una sconnessione idraulica proprio in corrispondenza della soglia della vasca di carico. In questo modo il rigurgito viene confinato a monte dalla parete di separazione della vasca di carico dal canale.

Start up strumentale

Le ricerche sul modello sperimentale di laminazione hanno richiesto la misurazione sincronizzata delle portate di sbocco dalla vasca di carico e delle portate di efflusso dalla paratoia posta a valle della cassa di espansione. A tal fine sono stati installati due idrometrografi in registrazione continua: uno disposto nella vasca di carico a misurare la variazione dei carichi idraulici sul ciglio di sfioro della soglia e l'altro disposto immediatamente a monte della paratoia a misurare il battente idrico rispetto al fondo alveo. Gli idrometrografi, di tipo resistivo (cfr. sottoparagrafo G.2.2 in Appendice), sono stati cablati ad un alimentatore di corrente elettrica e ad una scheda di acquisizione alloggiata in un PC (cfr. Figure 9-13 e 9-14).



Figura 9-14: Sonda resistiva installata nella vasca di carico

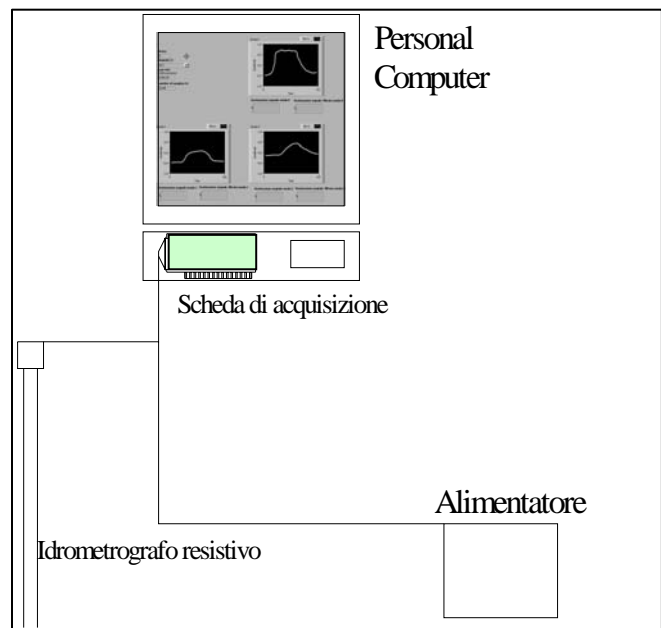


Figura 9-13: Schema dei cablaggi realizzati per consentire il funzionamento della sonda

Per consentire la registrazione sincronizzata delle misure (nel caso specifico i valori di differenza di potenziale provenienti dagli idrometrografi) è stato implementato un codice di acquisizione ed elaborazione di segnali, utilizzando la piattaforma *software* ad oggetti *Labview*. In Figura 9-15 è mostrata la struttura del programma. In essa si distingue il blocco di acquisizione, in cui è possibile definire la frequenza di acquisizione e la durata della stessa. Vi sono poi i due blocchi di registrazione delle misure, riferiti ai rispettivi idrometrografi.



Ogni blocco di registrazione è costituito da due sottoblocchi: uno per la registrazione diretta del segnale e l'altro per il filtraggio e la registrazione. Il filtraggio consente di eliminare o quantomeno ridurre il rumore di fondo che disturba il segnale acquisito. Tale rumore è caratterizzato da segnali ad alta frequenza che non consentono di registrare misure sufficientemente stabili.

Tramite la programmazione ad oggetti è stato virtualmente applicato ai segnali acquisiti il filtro di tipo R-C, che fisicamente è rappresentato da un circuito composto da due elementi passivi (detti anche bipoli): una resistenza R che ha un comportamento costante con il variare della frequenza ed un condensatore C la cui impedenza varia con l'inverso della frequenza. Il circuito, peraltro rappresentato in Figura 9-16, consente di eliminare tutti quei segnali aventi frequenza maggiore della **frequenza critica** f_c , definita dalla resistenza R e dal condensatore C secondo la seguente formulazione:

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

Proprio perché il filtro consente il passaggio dei segnali aventi frequenza inferiore al valore critico f_c , è anche noto come **filtro passa basso**.

La piattaforma *Labview* è in grado di simulare tale filtro, chiedendo semplicemente in *input* il valore di f_c . Questo può essere impostato applicando la regola di *Nyquist*, secondo cui:

$$0 \leq f_c \leq \frac{1}{2} f_s$$

dove f_s è la frequenza di campionamento.

Nelle sperimentazioni svolte si è posto $f_s = 10 \text{ Hz}$ e $f_c = 0,2 \text{ Hz}$.

In Figura 9-17 sono messi a confronto i tiranti idrici misurati dalla sonda installata sulla vasca di carico, durante due prove di invaso a portata costante, eseguite per la calibrazione/validazione dei coefficienti di efflusso della soglia e della paratoia.

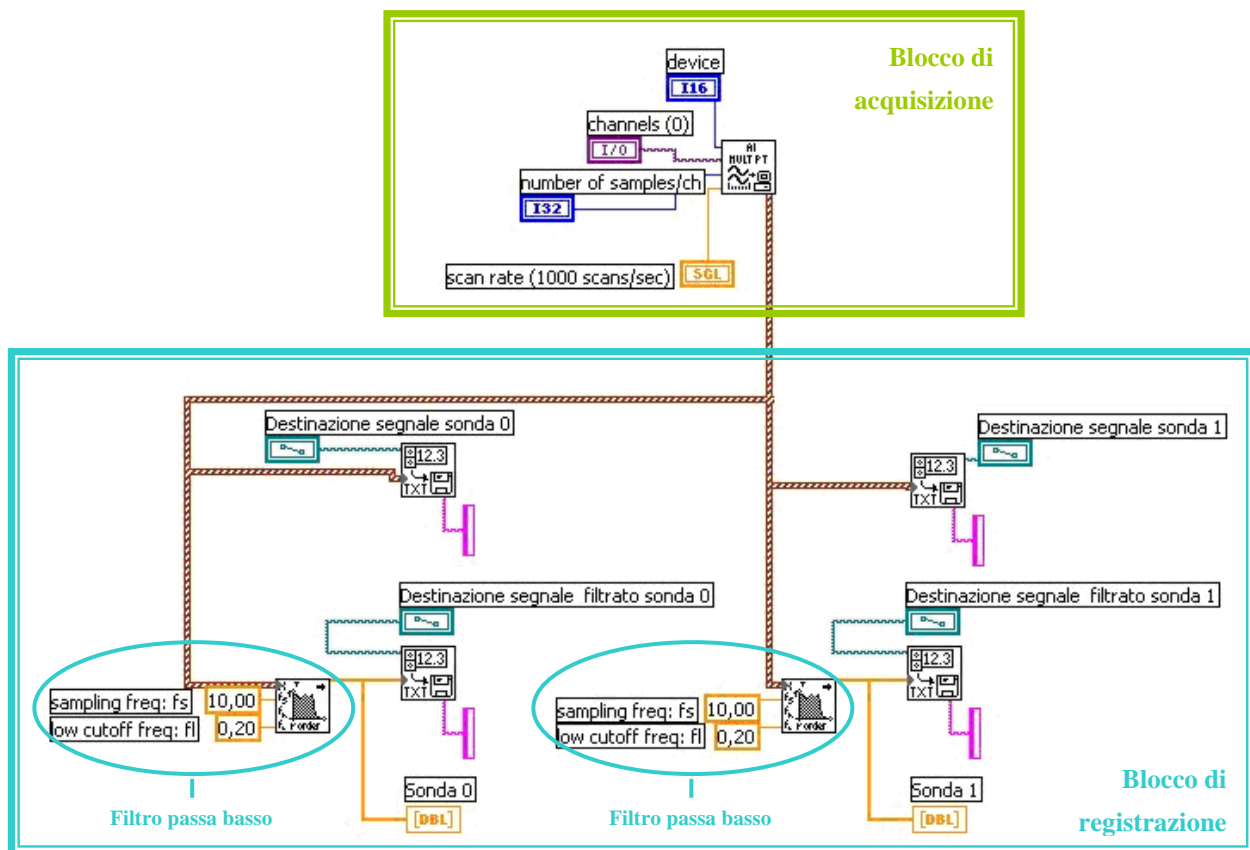


Figura 9-15: Struttura del programma di acquisizione e registrazione sincronizzata dei segnali provenienti dagli idrometrografi resistivi (*piattaforma software Labview*)

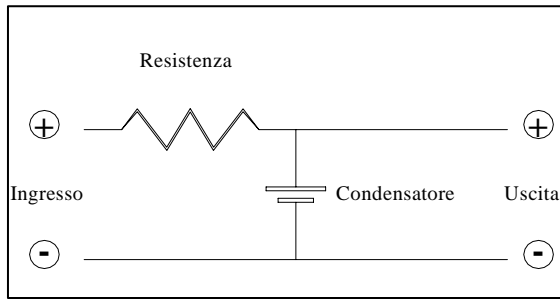


Figura 9-16: Circuito R-C

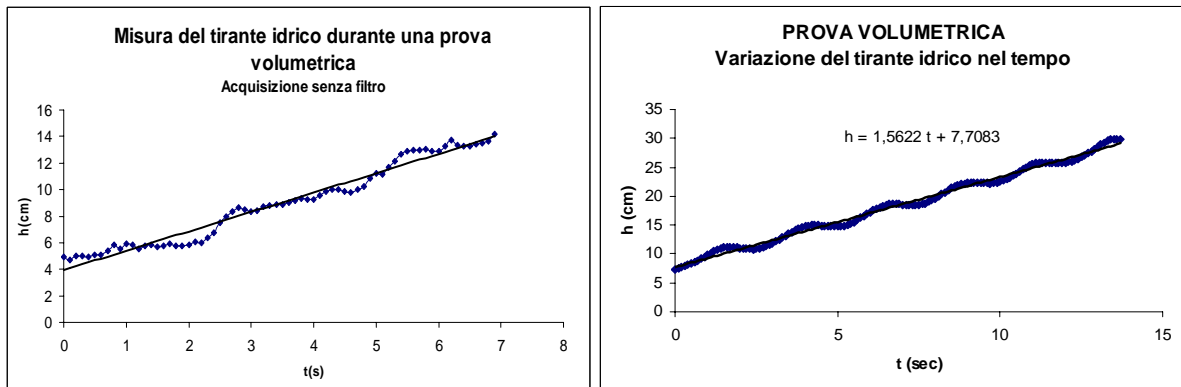


Figura 9-17: Confronto di una registrazione senza filtro (a sinistra) e con filtro (a destra), ottenute durante due prove di invaso a portata costante, eseguite per la calibrazione dei coefficienti di efflusso della soglia e della paratoia

Le esperienze

Diverse esperienze sono state svolte sul modello sperimentale per confrontare le misure registrate dei tiranti idrici a monte della paratoia con i valori desunti dall'applicazione del metodo zero-dimensionale.

Quest'ultimo è stato implementato risolvendo il sistema (9.6) mediante il metodo della funzione N , di cui si ripropone l'espressione:

$$N = \frac{V_{12}}{\Delta\tau} + \frac{Q(2)}{2}$$

È appena il caso di ricordare che tale funzione dipende esclusivamente dalla geometria del sistema sperimentale di laminazione, dalla tipologia di luce di efflusso e dall'intervallo temporale di integrazione. In ogni sperimentazione l'efflusso dalla cassa è stato garantito da una luce di fondo a battente alta 5 cm e larga 45 cm (ovvero quanto la larghezza stessa del canale), ricavata nella sezione di chiusura della cassa. Il coefficiente di efflusso medio dello scarico ha un valore sperimentalmente ricavato pari a 0,64. L'intervallo di integrazione temporale applicato alla funzione N è stato posto pari a 0,1 sec, che è lo stesso intervallo temporale di acquisizione delle sonde resistive.

Il diagramma di correlazione tra i tiranti idrici h alla paratoia e la funzione N è rappresentato in Figura 9-18. Si tratta di una linea spezzata in corrispondenza dell'ascissa $h = 30$ cm, dove il diagramma mostra una repentina riduzione della pendenza per via dell'improvviso aumento della superficie inondabile, dovuto alla cassa d'espansione.

L'espressione di N è caratterizzata da un primo addendo che varia linearmente con h e da un secondo addendo che varia con h secondo una legge di potenza con esponente pari a $\frac{1}{2}$. Essendo $\Delta\tau$ pari a 0,1 sec, il pri-



mo addendo, per la geometria dello specifico modello sperimentale, ha inciso sul valore complessivo di N molto più del secondo addendo, influenzando la forma del diagramma $h=h(N)$, che è stata approssimativamente considerata come una sequenza di funzioni lineari.

Le equazioni delle due rette costituenti la spezzata di Figura 9-18 sono:

$$h = 0,0202 \cdot N \quad 0 < h \leq 0,3 \text{ m}$$

$$h = 0,0037 \cdot N + 0,2448 \quad h > 0,3 \text{ m}$$

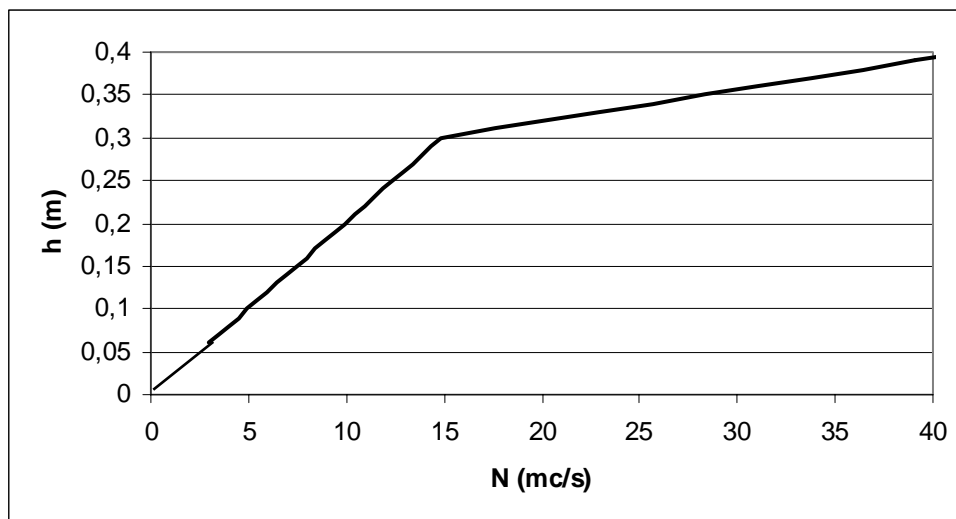


Figura 9-18: Andamento della funzione $h(N)$ in riferimento al modello sperimentale utilizzato

L'attività sperimentale è stata condotta cimentando il sistema di laminazione canale – cassa con diverse onde di piena, la cui forma e il cui colmo sono dipese dalla manovra di apertura e chiusura della saracinesca di alimentazione della vasca di carico.

In particolare si vuole illustrare in maniera approfondita i risultati ottenuti cimentando il sistema di laminazione sperimentale mediante tre pletogrammi di piena, caratterizzati da una medesima portata di colmo del valore di 53 l/s, e da forma e volumi di piena differenti. Mediante opportuna manovra della saracinesca di alimentazione del sistema, si è cercato di riprodurre forme dell'onda di piena di tipo triangolare, a campana e rettangolare.

In ogni sperimentazione sono stati registrati in maniera sincronizzata i battenti idrici a monte dello stramazzo della vasca di carico e i battenti idrici a monte della paratoia. Da tali misure, applicando le formule monomie dell'efflusso, sono state dedotte le portate in ingresso e uscita dalla cassa.

I tiranti misurati alla paratoia e le portate d'efflusso conseguentemente dedotte sono stati confrontati con i tiranti e le portate calcolate con il metodo dell'invaso statico. Questo è stato implementato fissando un istante di tempo iniziale τ_0 . Si è poi ipotizzato, come condizione iniziale, che il tirante idrico alla paratoia fosse quello misurato durante la sperimentazione all'istante τ_0 , mentre la condizione al contorno è stata definita utilizzando quella frazione dell'onda di piena in ingresso misurata durante la sperimentazione a partire dall'istante τ_0 . Il sistema (9.6) è stato quindi risolto con il metodo della funzione N precedentemente esplicitata.

L'istante iniziale τ_0 a cui viene applicato il procedimento di calcolo risulta particolarmente ritardato rispetto all'istante iniziale dell'onda di piena in ingresso per i seguenti motivi:

- 1) l'idrometrografo resistivo ha la capacità di misurare solo variazioni di tiranti non superiori a 25 cm, mentre l'altezza utile del sistema canale – soglia in corrispondenza della paratoia è pari a 41 cm; la necessità di misurare il massimo tirante idrico sperimentalmente raggiunto in corrispondenza della paratoia ha richiesto



l'inevitabile sollevamento della sonda rispetto al fondo del canale, con perdita delle informazioni relative alla variazione dei tiranti idrici quando questi erano particolarmente bassi;

- 2) quando l'acqua in sollevamento inizia a lambire la sonda, chiudendo il circuito elettrico, il transitorio, caratterizzato da un repentino sbalzo di tensione, non viene annullato dal "filtro passa basso"; poiché il repentino aumento del segnale non corrisponde all'effettivo aumento dell'affondamento della sonda, è stato necessario utilizzare le misure registrate solo dopo un certo intervallo di tempo (generalmente non superiore a 2 sec) dall'inizio dell'immersione dell'idrometrografo.

L'istante iniziale di tempo τ_0 utilizzato per l'applicazione del modello statico è stato scelto in modo tale che la lama d'acqua in corrispondenza della paratoia fosse sempre superiore all'altezza della luce (pari a 5 cm) e inferiore alla quota a cui è ubicata la cassa d'espansione (pari a 30 cm). Pertanto nelle condizioni iniziali, l'efflusso è a battente e il volume di laminazione è ancora contenuto esclusivamente all'interno del canale.

In Figura 9-19 sono riportati i pletogrammi sperimentali d'ingresso e i pletogrammi sperimentali e teorici in uscita dal sistema di laminazione, per i tre tipi di onde di piena precedentemente citati. Si osserva immediatamente che l'ipotesi di invaso statico sottostima le massime portate uscenti dalla cassa. Le differenze percentuali si mantengono, in ogni caso, molto basse, anche se tendono ad aumentare all'aumentare del volume della piena (cfr. Tabella 9-1). In particolare si vuole evidenziare l'inerzia con cui avviene nella realtà lo svuotamento della cassa. Tale inerzia determina una fase di recessione del pletogramma in uscita molto dolce. Per il principio di continuità, però, nella fase di svuotamento l'area compresa tra il pletogramma in uscita e quello in ingresso deve essere uguale all'area compresa nella fase di riempimento tra il pletogramma in ingresso e quello in uscita. Ne consegue che nella fase finale dello svuotamento il pletogramma reale debba abbassarsi improvvisamente ed esaurirsi prima di quello teorico.

In Figura 9-20 sono riportati gli idrogrammi sperimentali e teorici a monte della paratoia. Si evince che l'ipotesi di invaso statico sottostima anche i tiranti idrici a monte della paratoia, con differenze percentuali più significative rispetto a quelle riscontrate per le portate (cfr. Tabella 9-1). Ciò è facilmente comprensibile, atteso che le portate in uscita e i tiranti a monte della paratoia sono legati da una legge di potenza del tipo:

$$Q = c_b \cdot \Delta h^{\frac{1}{2}}$$

Il modello dell'invaso statico sottostima le portate in uscita e i battenti sulla paratoia in quanto durante la fase di riempimento presuppone che l'incremento volumetrico si spalmi in maniera omogenea su tutta la superficie del sistema di laminazione. Nella realtà la corrente idrica che giunge alla paratoia viene progressivamente rigurgitata longitudinalmente e trasversalmente, cosicché il pelo libero del sistema di laminazione diminuisce all'allontanarsi dalla sezione di chiusura della cassa.

Se da un lato il battente più elevato in prossimità della paratoia causa l'efflusso di portate maggiori di quelle desumibili col metodo dell'invaso statico, dall'altro provoca uno svuotamento della cassa più rapido di quello che si otterrebbe dall'applicazione dell'ipotesi zero-dimensionale, per cui quest'ultima tende a sovrastimare i volumi di ritenuta. Non a caso in Figura 9-21 i volumi d'invaso stimati con il metodo dell'invaso statico sono superiori a quelli misurati nelle diverse sperimentazioni (cfr. Tabella 9-1).

Poiché i volumi di ritenuta reali sono inferiori a quelli stimati con il metodo dell'invaso statico e poiché l'altezza utile in prossimità della sezione di chiusura della cassa è superiore a quella desumibile con l'ipotesi zero-dimensionale, per il principio della conservatività dei volumi, si deduce che l'altezza utile della cassa in prossimità degli argini marginali sia in realtà inferiore a quella stimabile con l'ipotesi di invaso statico.

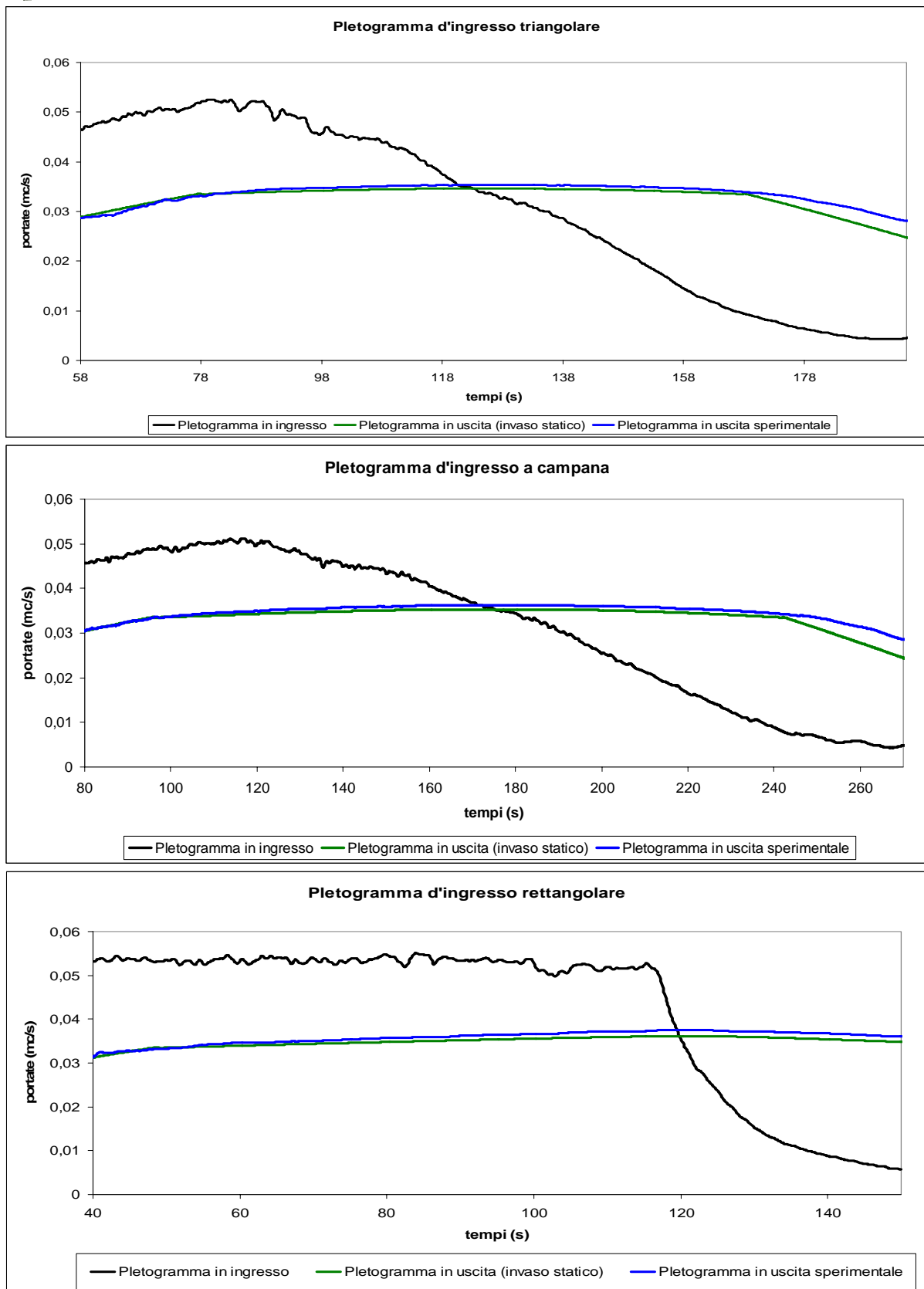


Figura 9-19: Confronto tra i pletogrammi sperimentali e quelli desunti dall'applicazione dell'ipotesi d'invaso statico

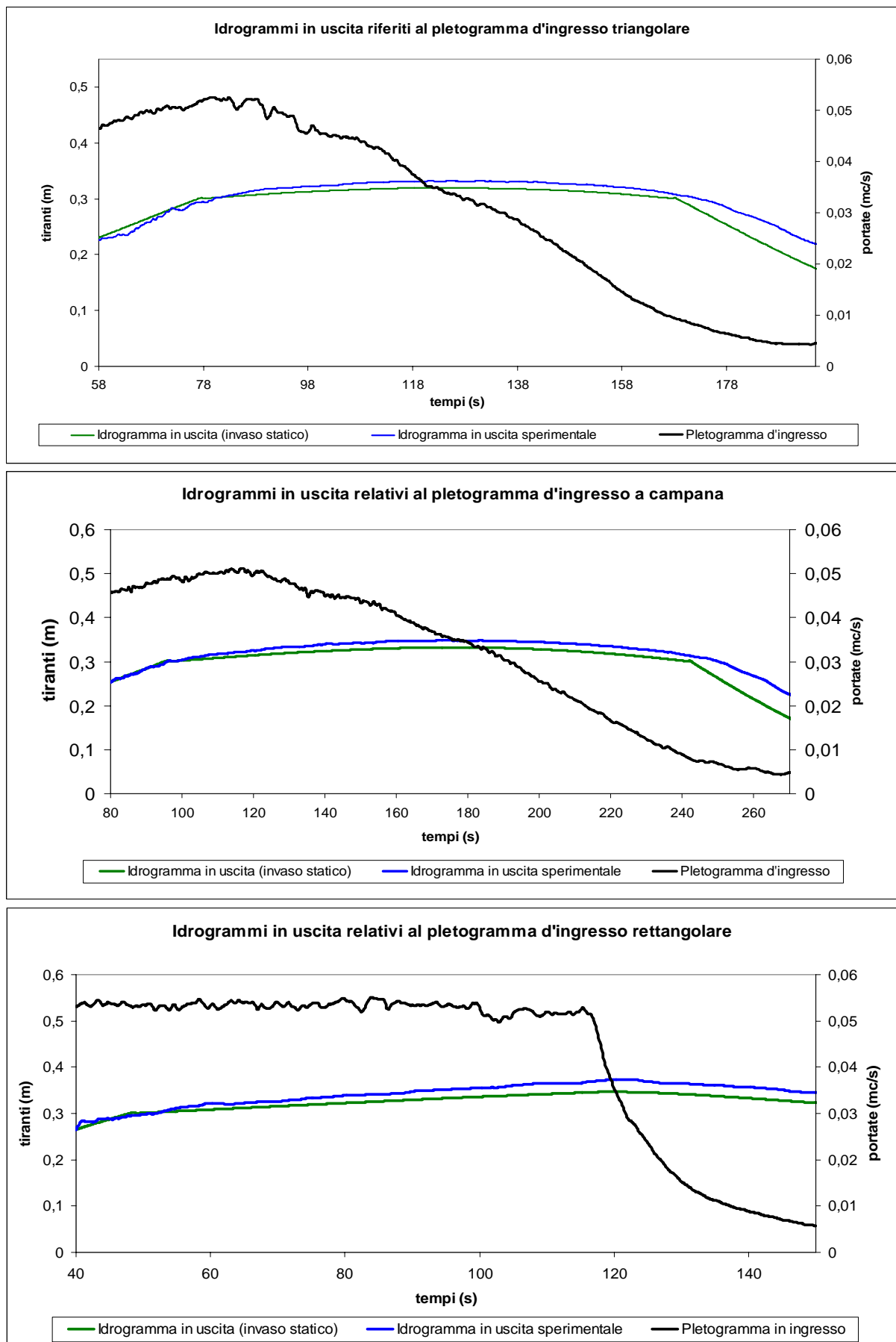


Figura 9-20: Confronto tra gli idrogrammi sperimentali e quelli desunti dall'applicazione dell'ipotesi d'invaso statico

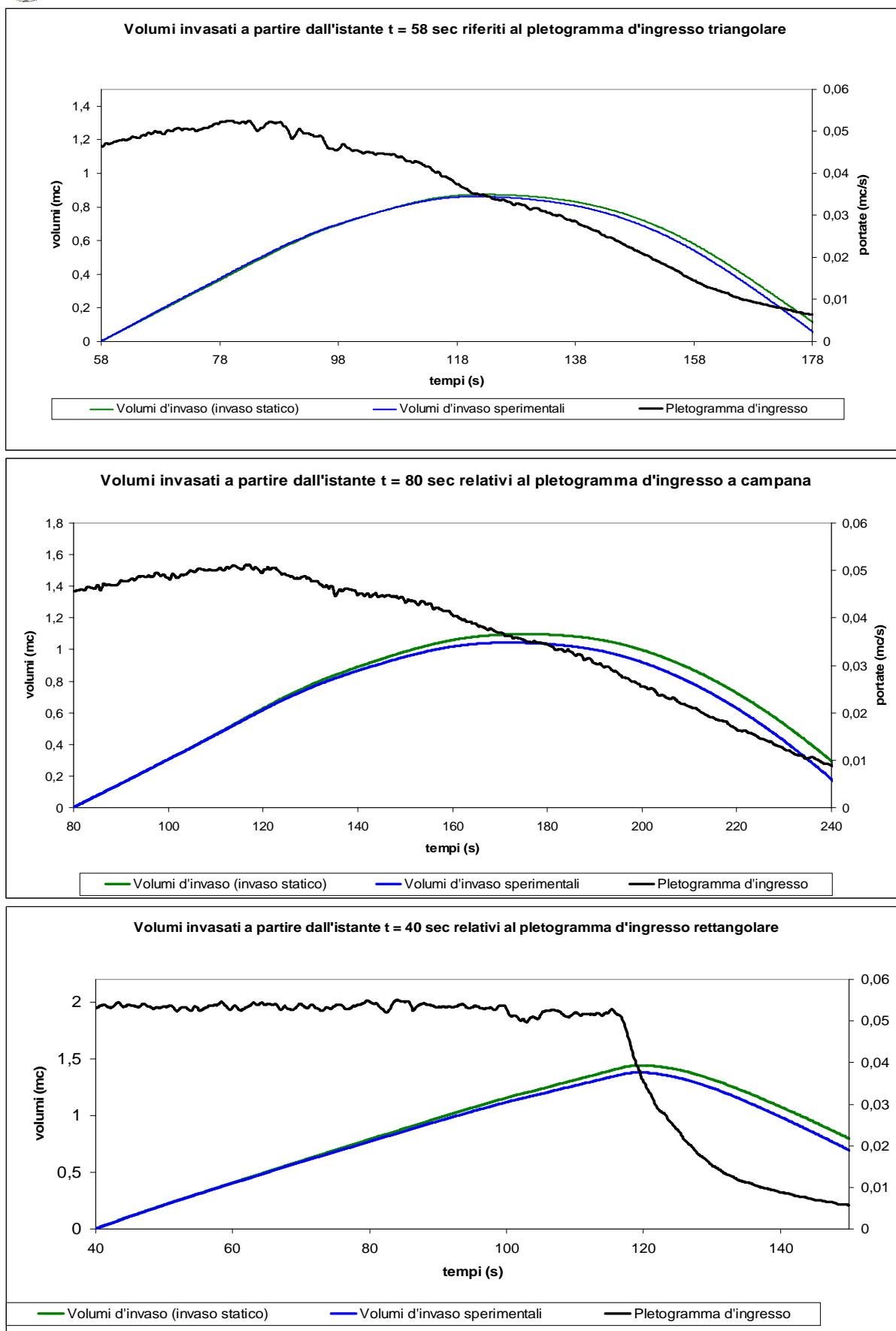


Figura 9-21: Confronto tra i volumi invasati sperimentali e quelli desunti dall'applicazione dell'ipotesi d'invaso statico



	Portate al colmo in uscita (%)	Tiranti massimi alla paratoia (%)	Massimi volumi d'invaso (%)
Pletogramma d'ingresso triangolare	- 2,1	- 3,9	+ 1,4
Pletogramma d'ingresso a campana	- 2,6	- 4,8	+ 5,1
Pletogramma d'ingresso rettangolare	- 3,9	- 7,1	+ 4,5

Tabella 9-1: Scarti percentuali tra le portate al colmo in uscita, i tiranti massimi alla paratoia e i massimi volumi d'invaso desunti dall'applicazione del metodo dell'invaso statico, rispetto alle rispettive grandezze sperimentalmente misurate in riferimento a tre tipologie di pletogrammi in ingresso.

È appena il caso di notare che in Figura 9-20 gli idrogrammi sperimentali in uscita, per tiranti inferiori a 30 cm, si sovrappongono con discreta approssimazione a quelli teorici calcolati in base all'ipotesi di invaso statico. A partire dall'istante di tempo in cui il tirante idrico diventa superiore a 30 cm i due idrogrammi iniziano a staccarsi, raggiungendo uno scarto massimo in corrispondenza dei rispettivi colmi. Si può, pertanto affermare che il colmo dell'idrogramma teorico in uscita non dipenda dall'istante iniziale di tempo, qualora in tale istante il tirante idrico alla paratoia sia compreso tra 5 e 30 cm, ovvero sia ancora interno al canale.

9.3 Le casse d'espansione in derivazione

Le casse d'espansione in derivazione sono capacità d'invaso poste lateralmente al corso d'acqua, destinate a raccogliere e trattenere una parte del volume dell'onda di piena che proviene da monte. In questo modo consentono il transito a valle di onde di piena "decapitate", ovvero con colmi ridotti.

Il manufatto d'imbocco è uno scolmatore di piena, ricavato in fregio al corso d'acqua, per i cui particolari costruttivi e funzionali si rimanda al paragrafo 8.2. I manufatti di sbocco sono scarichi di fondo e sfioratori di troppo pieno ricavati lungo la parete perimetrale della cassa.

Sia il manufatto di imbocco che quelli di sbocco possono alimentare canali intermedi tra la cassa e il fiume, qualora l'area da sommergere non sia prospiciente al fiume stesso. Le modalità di invaso e di svasso di una cassa di espansione in derivazione dipendono dal tipo di funzionamento dei dispositivi di imbocco e sbocco. Per tale motivo è preferibile parlare di funzionamento di un **sistema di laminazione in derivazione** più che di funzionamento della sola cassa d'espansione.

In Figura 9-22 è rappresentata la decapitazione di un'onda di piena per mezzo di un sistema di laminazione in derivazione con manufatto di imbocco costituito da una soglia di sfioro. Si è ipotizzato che la lama d'acqua nella cassa non raggiunga mai la quota della soglia d'imbocco, e che, pertanto, questa funzioni in maniera non rigurgitata.

Il funzionamento non rigurgitato della soglia di imbocco di una vasca di espansione in derivazione può avvenire aumentando l'estensione delle aree allagabili, ovvero dimensionando opportunamente uno scarico di fondo da tenere sempre aperto, in grado di far confluire le portate evacuate o in un altro corso d'acqua o nello stesso corso d'acqua di provenienza, ma a valle dell'area da salvaguardare (cfr. Figura 9-23).

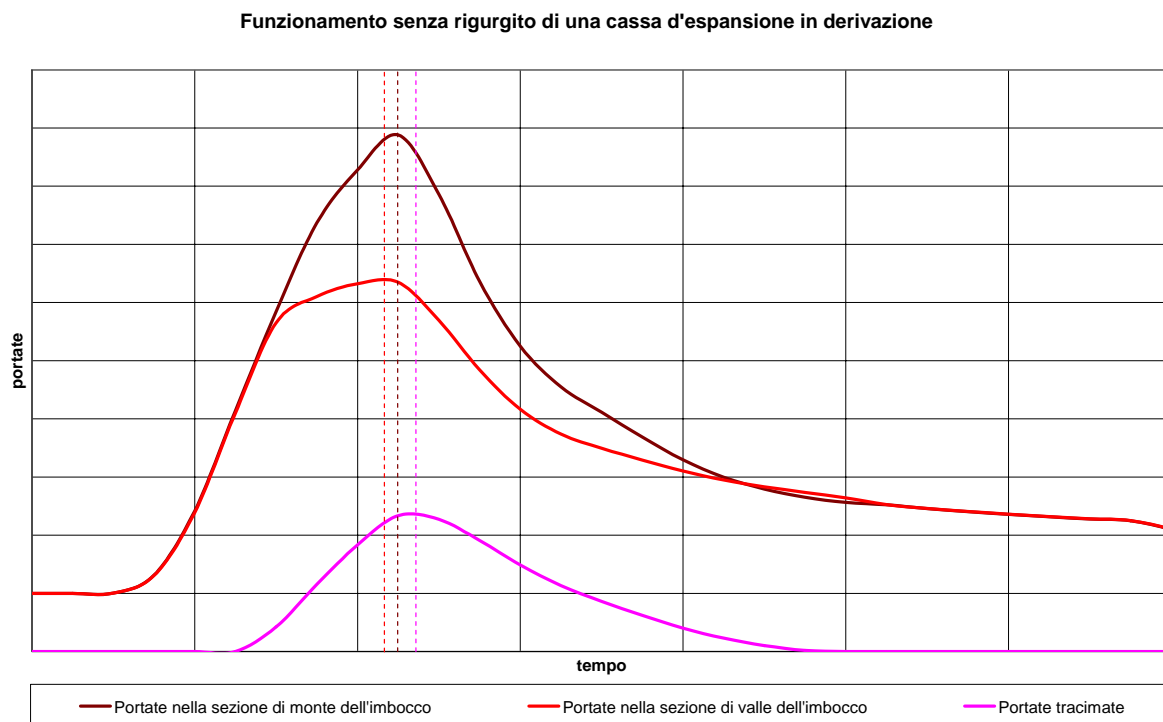


Figura 9-22: Funzionamento di una cassa di espansione in derivazione cimentata per mezzo di una soglia di sfioro non rigurgitata

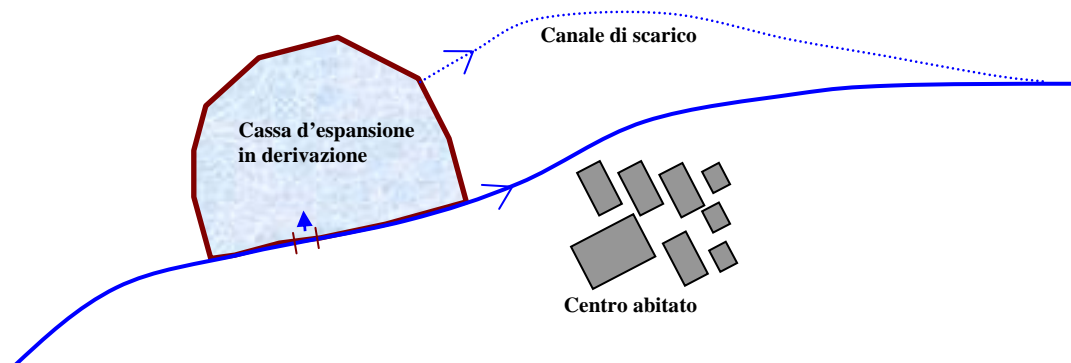


Figura 9-23: Schema di cassa di espansione in derivazione con canale di scarico confluyente a valle dell'area da salvaguardare

Non è raro che vincoli di natura economica e topografica inducano a progettare una cassa d'espansione in derivazione la cui quota utile superi la quota della soglia d'imbocco. In questo caso la cassa sarà alimentata da uno sfioro libero che, dopo un certo periodo di tempo, verrà rigurgitato.

In Figura 9-24 è rappresentato il funzionamento con rigurgito di un sistema di laminazione in derivazione sottodimensionato, con scarico di fondo chiuso. In pratica il rigurgito è così forte da provocare nel pleto-gramma in uscita un secondo picco più alto del primo. Ciò accade quando la cassa d'espansione è poco estesa o la soglia d'imbocco è molto bassa o lunga (Si fa notare che le portate sfiorate dopo un certo istante di tempo diventano negative, a significare che l'efflusso avviene dalla cassa verso l'alveo).

In Figura 9-25 è rappresentato, invece, il funzionamento con rigurgito di un sistema di laminazione in derivazione sovradimensionato, con scarico di fondo chiuso. In esso il rigurgito è minimo e non provoca la for-



mazione di un secondo picco di piena nel pletogramma in uscita. Ciò accade quando la cassa d'espansione è molto estesa o la soglia è molto alta o corta.

In Figura 9-26 è, infine, rappresentato il funzionamento con rigurgito di un sistema di laminazione in derivazione ottimale, con scarico di fondo chiuso, in cui il secondo picco di piena è uguale al primo.

I casi illustrati nelle Figure 9-24, 9-25 e 9-26 si riferiscono a sistemi di laminazione le cui casse d'espansione hanno lo scarico di fondo che viene aperto solo a seguito del passaggio dell'onda di piena per consentire lo svuotamento dell'invaso.

Si supponga di lasciare lo scarico di fondo sempre aperto nello stesso sistema di laminazione di Figura 9-24. Durante il passaggio dell'onda di piena lo scarico consente l'evacuazione di parte dei volumi entranti nella cassa, ritardando il sollevamento della lama d'acqua. Un adeguato dimensionamento della luce a battente di scarico può ottimizzare il sistema di laminazione (cfr. Figura 9-27).

Il caso rappresentato in Figura 9-27 si verifica solo se lo scarico alimenta un canale che confluisce in un altro recapito ovvero nel fiume originario a valle dell'area da salvaguardare (cfr. Figura 9-23). Quando la possibilità di convogliare gli scarichi a tergo dell'area da proteggere è impedita dai forti costi realizzativi o da una morfologia ostile, conviene far funzionare la vasca con scarico di fondo chiuso. Infatti, se si consentisse di scaricare i volumi invasati nel fiume di provenienza a monte dell'area da salvaguardare, le portate rilasciate nel fiume principale si sommerebbero a quelle del pletogramma "decapitato", determinando un'onda di piena con colmo superiore a quello che si riscontrerebbe con l'ipotesi di scarico chiuso. In Figura 9-28 è illustrato il funzionamento di un sistema di laminazione con luce di fondo non rigurgitata che scarica direttamente nel fiume immediatamente a valle della soglia di imbocco.

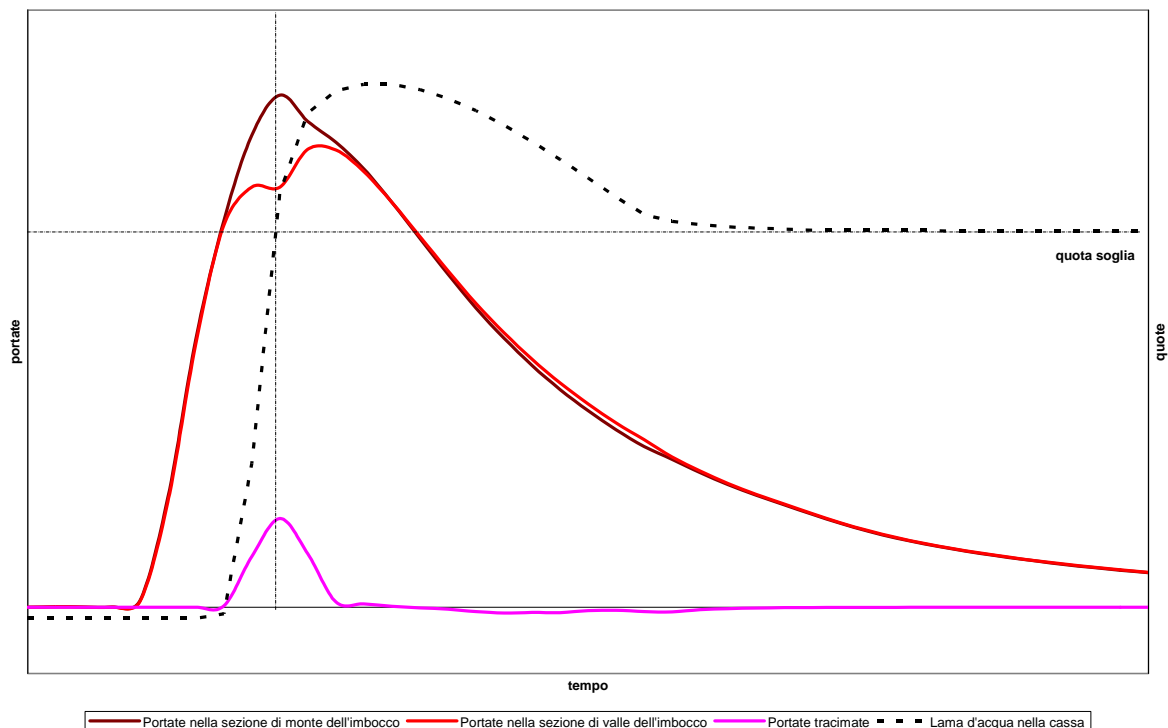


Figura 9-24: Funzionamento con rigurgito di un sistema di laminazione in derivazione sottodimensionato

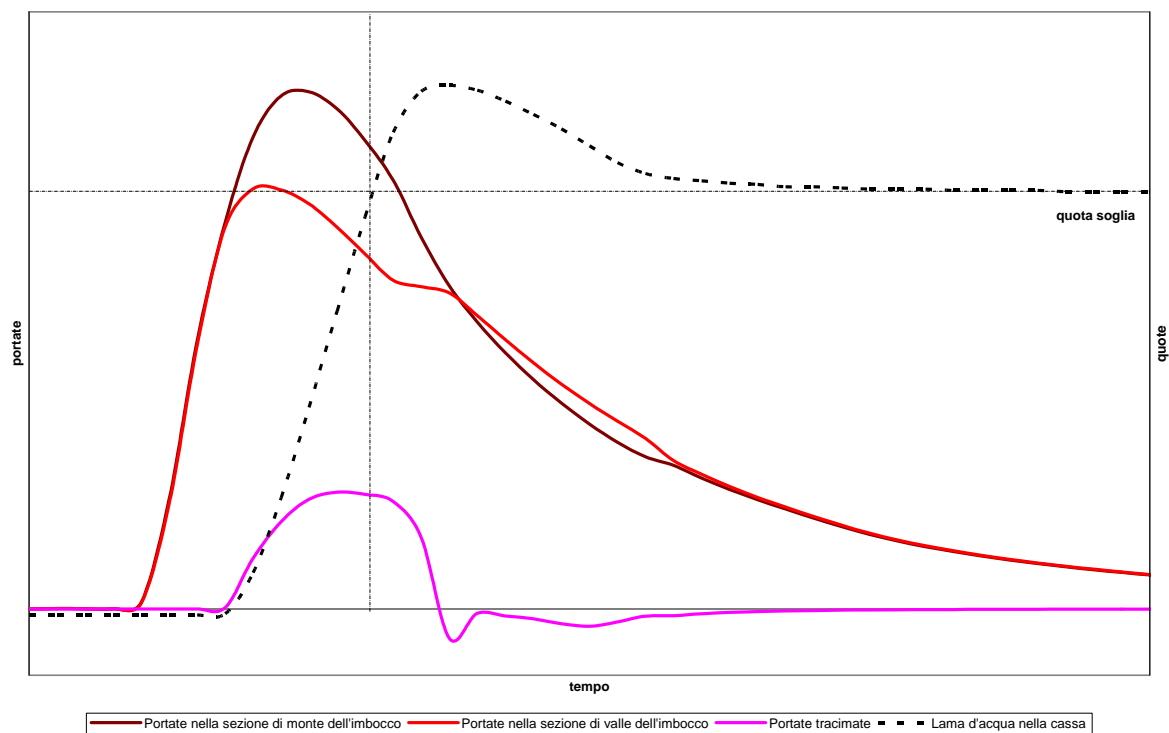


Figura 9-25: Funzionamento con rigurgito di una cassa d'espansione in derivazione sovradimensionata

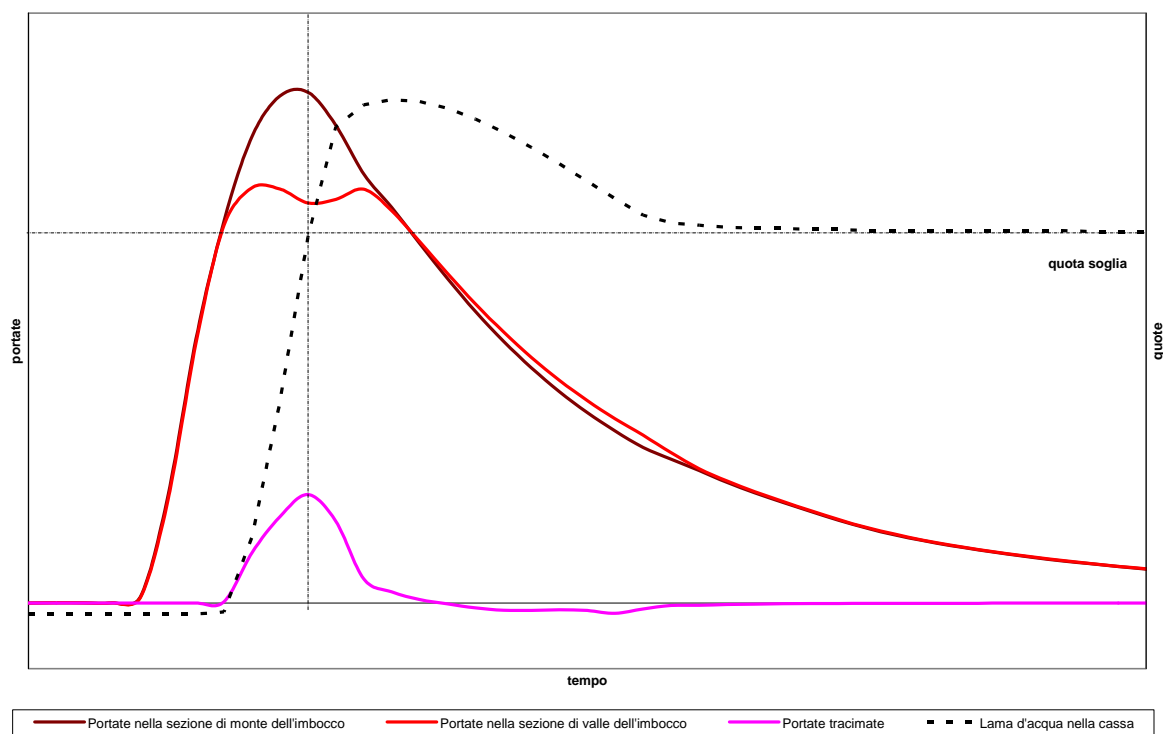


Figura 9-26: Funzionamento con rigurgito di una cassa d'espansione in derivazione ottimale

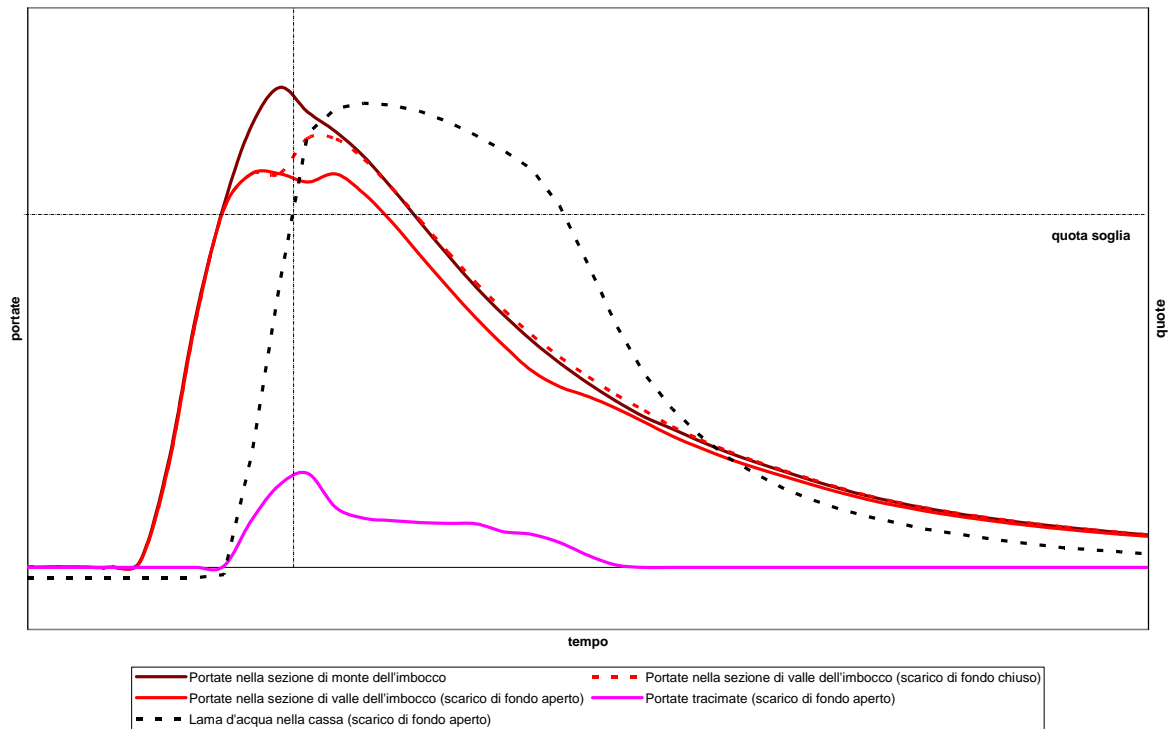


Figura 9-27: Funzionamento con rigurgito di una cassa d'espansione in derivazione provvista di uno scarico sempre aperto che confluisce nel fiume a valle dell'area da salvaguardare

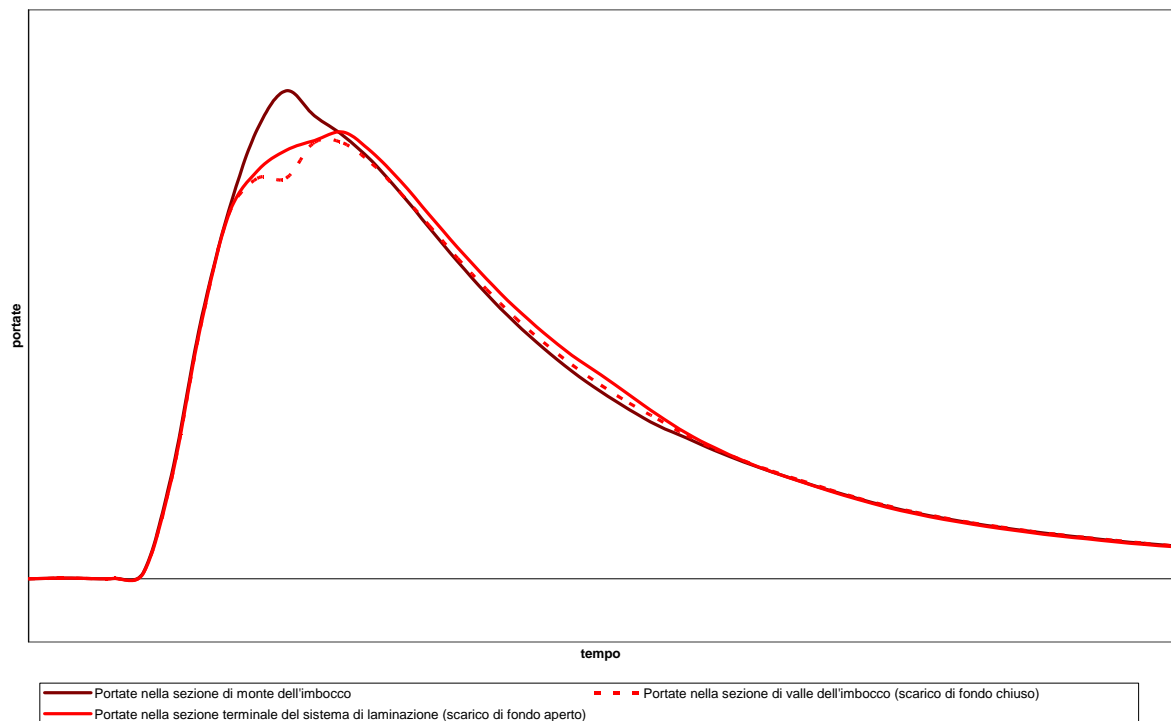


Figura 9-28: Funzionamento con rigurgito di una cassa d'espansione in derivazione provvista di uno scarico sempre aperto che confluisce immediatamente nel fiume

Altra modalità di funzionamento dei sistemi di laminazione in derivazione prevede l'uso di una traversa o di una briglia di sostegno dei livelli idrici per anticipare l'ingresso dell'acqua nell'invaso laterale. In tali siste-



mi l'imbocco alla cassa avviene tramite un manufatto di sfioro ricavato lateralmente al corso d'acqua a monte della paratoia. Lo sbocco, invece, avviene tramite un'altra soglia di sfioro laterale al corso d'acqua, disposta a quota più bassa della prima, e ubicata a valle della traversa (cfr. Figura 9-29).

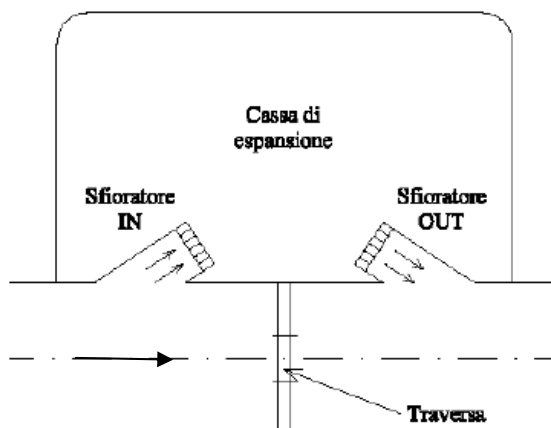


Figura 9-29: Schema di funzionamento di un sistema di laminazione in derivazione con traversa di sostegno

Come già anticipato al paragrafo 9.2, l'uso delle traverse per il sostegno dei livelli idrici deve essere studiato con molta attenzione soprattutto nelle zone di fondo valle, in quanto altera i regimi di piena, amplificando i colmi. In Figura 9-30 è riportato il funzionamento di un sistema di laminazione in derivazione rigurgitato con traversa di sostegno. Si tratta di un sistema con manufatto d'imbocco e cassa d'espansione simili a quelli relativi alla Figura 9-24, a cui è stata aggiunta una traversa per il sostegno dei tiranti idrici e una soglia di scarico a valle più bassa di quella di imbocco. Le portate che sfiorano dalla soglia di sbocco, essendo in ingresso al corso d'acqua, sono considerate negative nel diagramma di Figura 9-30.

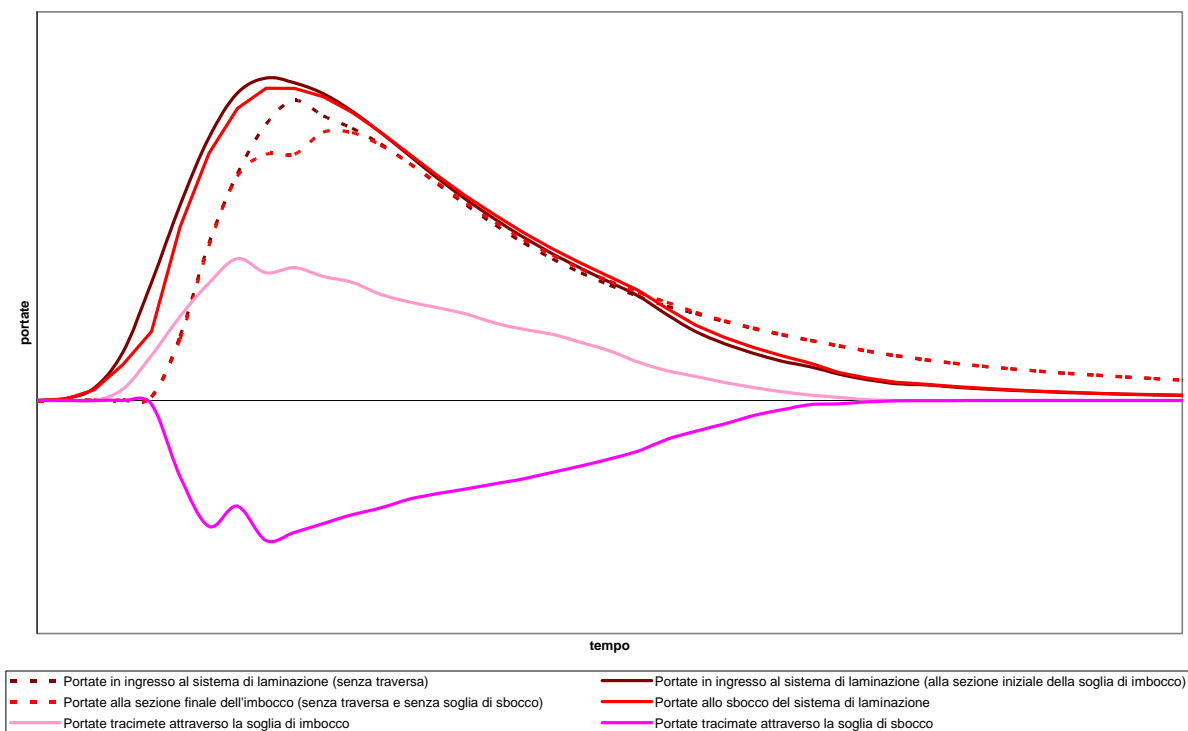


Figura 9-30: Funzionamento con rigurgito di un sistema di laminazione in derivazione con traversa di sostegno e soglia di sbocco



Cimentando il fiume da monte con la medesima onda di piena, in Figura 9-30 si osserva immediatamente che il pletogramma alla sezione iniziale della soglia d'imbocco è amplificato dalla presenza dello sbarramento. I forti tiranti causano il rigurgito sia alla soglia di imbocco che alla soglia di sbocco. Complessivamente il sistema di laminazione rilascia addirittura una portata al colmo superiore a quella che sarebbe entrata nello stesso sistema in assenza della traversa. La Figura 9-30 fa riferimento ad un'asta fluviale con pendenza particolarmente bassa, dell'ordine dell'uno per diecimila e suggerisce che prima di prevedere un'opera di sbarramento per il sostegno dei livelli idrici, occorre verificare se non sia addirittura controproducente per la laminazione.

9.4 Sistemi complessi di laminazione

Non sempre il progettista può disporre di superfici sommergibili adatte a consentire la laminazione desiderata. Tale carenza in alcuni casi può essere superata prevedendo sbancamenti lungo il perimetro della cassa oppure una maggiore altezza utile di riempimento.

Per le casse d'espansione in linea l'aumento dell'altezza utile richiede necessariamente un sollevamento delle arginature non solo lungo il perimetro dell'invaso, ma anche lungo il tratto del fiume a monte della cassa, che a volte potrebbe essere svilupparsi anche per parecchi chilometri (cfr. Figura 9-31-a).

Anche per le casse d'espansione in derivazione l'aumento dell'altezza utile può essere conseguito mediante il sollevamento delle arginature perimetrali. L'intervento di ringrosso arginale, però, è limitato al solo perimetro della cassa (cfr. Figura 9-31-b).

Sia per le casse in linea che per quelle in derivazione l'aumento dell'altezza utile può essere realizzato anche mediante l'abbassamento della piattaforma di base dell'invaso (cfr. Figure 9-31-c e 9-31-d). È ovvio che le arginature destinate a separare l'alveo dalla cassa devono essere adeguatamente impermeabilizzate (eventualmente munite di taglioni impermeabili molto profondi), per evitare il moto di filtrazione dal fiume verso la cassa e i fenomeni di sifonamento durante i periodi di deflusso ordinario.

L'abbassamento delle casse in linea non può essere inferiore alla quota delle sponde dell'alveo di magra nella sezione di chiusura della cassa. Infatti, per consentire di scaricare in alveo dopo la piena l'intero volume ritenuto, occorre assicurare una pendenza alla cassa verso la sezione di chiusura. Il rilevato che separa l'alveo dalla cassa si abbassa sempre di più verso valle, fino a scomparire, consentendo ivi lo scarico di esaurimento (cfr. Figura 9-31-c).

Per le casse in derivazione l'abbassamento della piattaforma di base richiede la realizzazione di uno scarico di esaurimento, sottoposto allo scarico di fondo, che consenta lo svuotamento completo della cassa d'espansione dopo l'inondazione. Lo scarico di esaurimento può essere realizzato mediante un sistema di tubazioni sotterranee confluenti più a valle nel fiume, in un punto in cui la quota del livello idrico ordinario del fiume sia sufficientemente inferiore alla quota di fondo della cassa (cfr. Figura 9-31-d). Quando lo scarico di esaurimento a gravità non può essere realizzato, si può prevedere il funzionamento di idrovore trasportabili, da collocare in punti prestabiliti del perimetro della cassa. Quest'ultima soluzione richiede costi di esercizio molto onerosi e pertanto può essere applicabile qualora la cassa d'espansione sia cementabile raramente. Le casse d'espansione approfondite, in ogni caso, richiedono tempi di svuotamento completo particolarmente elevati.

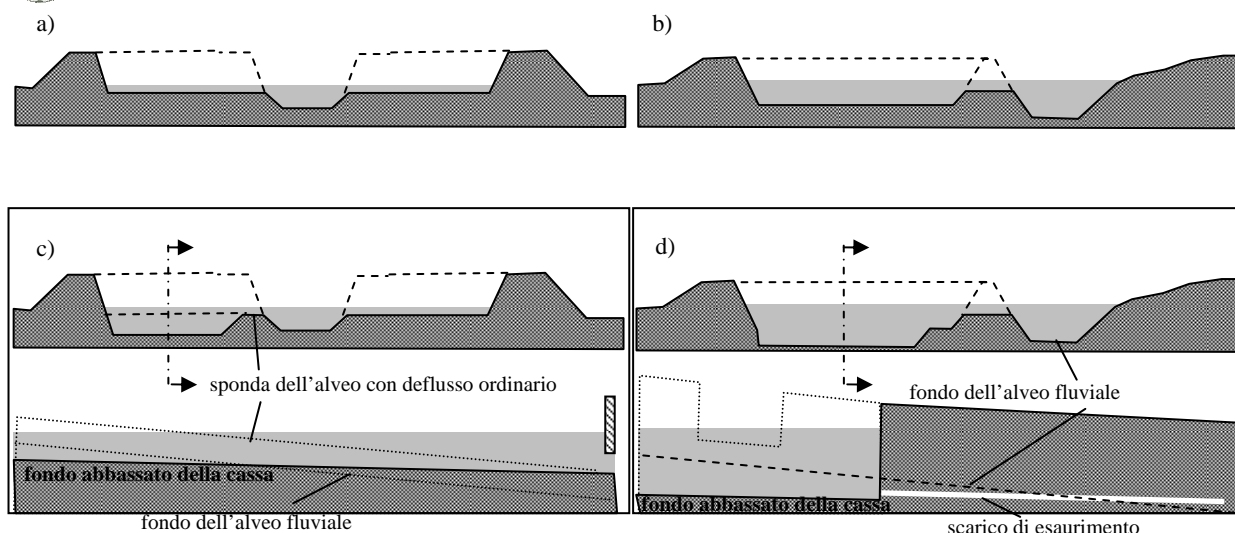


Figura 9-31: Alcuni schemi di funzionamento di casse d'espansione in linea e in derivazione

Durante lo studio di fattibilità di una cassa d'espansione non è raro che si possano individuare più zone lungo un corso d'acqua, cui associare la funzione di invasi in linea. È il caso, questo, delle **casse di espansione in linea disposte in serie**. Trattasi di un sistema di laminazione complesso, in cui occorre tenere conto dell'azione combinata di tutte le casse in linea per poter determinare l'effettiva efficienza di laminazione.

Il principio di funzionamento delle casse in linea disposte in serie può essere notevolmente semplificato mediante lo schema di Figura 9-32, in cui sono rappresentati: un serbatoio cilindrico con una determinata superficie di base (a), due serbatoi cilindrici in serie con superficie di base pari alla metà di quella del serbatoio precedente, disposti in modo che il secondo serbatoio sia alimentato dal primo mediante efflusso a battente non rigurgitato (b), due serbatoi cilindrici in serie simili a quelli precedenti, ma disposti in modo tale che il primo alimenti il secondo in maniera rigurgitata (c).

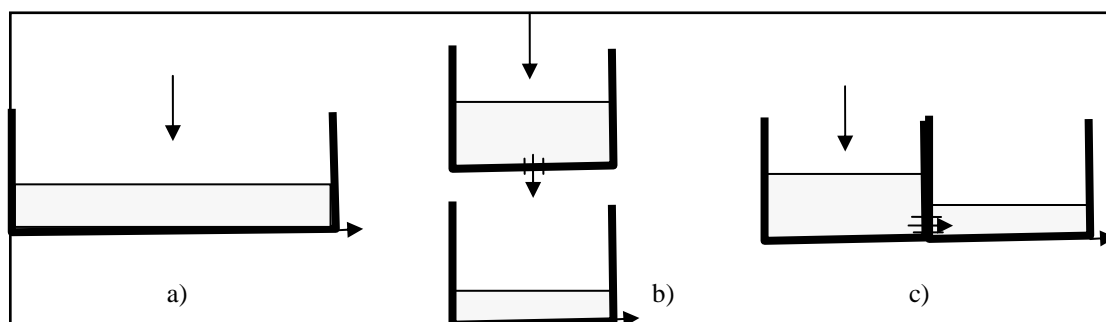


Figura 9-32:

Schema di funzionamento di due casse d'espansione in linea disposte in serie: a) cassa unica di estensione pari ad A; b) due casse in serie con estensione pari ad A/2: funzionamento non rigurgitato; c) due casse in serie con estensione pari ad A/2: funzionamento rigurgitato

Si supponga che l'estensione planimetrica dell'invaso unico sia di 100 m^2 , mentre per i due bacini disposti in serie sia di 50 m^2 . Si supponga di cimentare i sistemi di laminazione con un pletogramma di piena rettangolare di durata pari a 4 sec e portata di picco pari a $10 \text{ m}^3/\text{s}$. Si supponga che la luce di efflusso del serbatoio unico e del primo serbatoio (nel caso appartenga al sistema in serie) sia di 5 m^2 e che il coefficiente di efflusso sia pari a 0,4. Il pletogramma in uscita dal serbatoio unico è quello riportato in Figura 9-33, in cui la massima



portata in uscita è pari a $4,7 \text{ m}^3/\text{s}$. Per ottenere la stessa portata massima in uscita dal sistema dei due serbatoi in serie, supponendo costante il coefficiente di efflusso pari a 0,4, occorre ricavare nel secondo serbatoio una luce di scarico di ampiezza pari a $6,3 \text{ m}^2$, nel caso di funzionamento non rigurgitato, e una luce di scarico di ampiezza pari a $7,8 \text{ m}^2$, nel caso di funzionamento rigurgitato. I pletogrammi in Figura 9-33 mostrano che il funzionamento rigurgitato riduce il tempo di sfasamento dell'onda di piena. Infatti il colmo del pletogramma in uscita dal sistema non rigurgitato si verifica a 5,9 sec, mentre il colmo del pletogramma in uscita dal sistema rigurgitato si verifica a 5,2 sec.

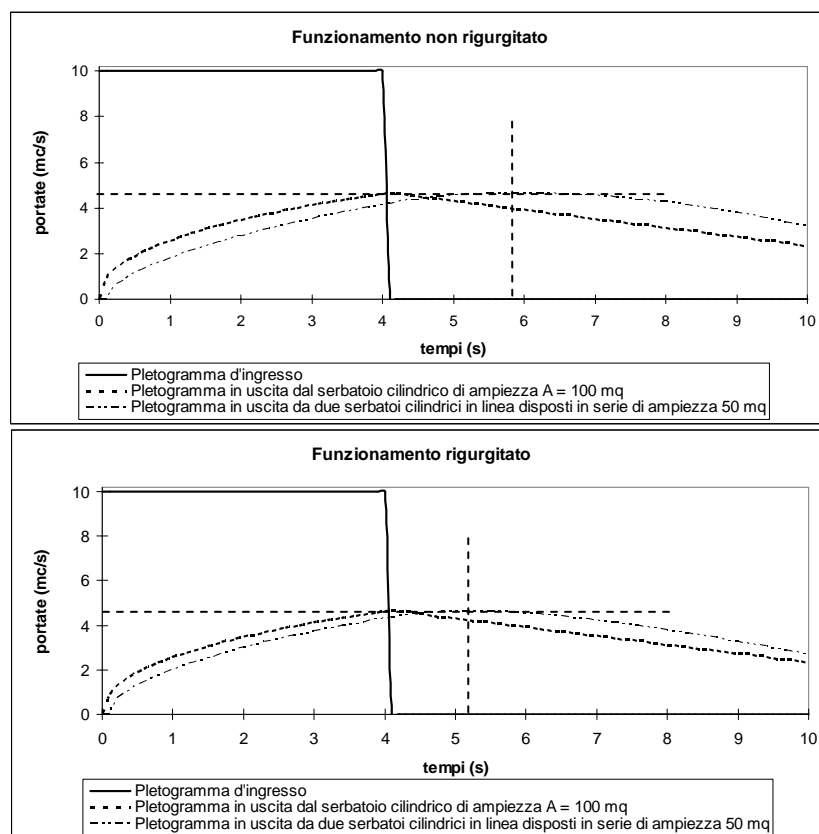


Figura 9-33:
Pletogrammi riferiti ad un sistema di laminazione costituito da un solo invaso e ad un sistema di laminazione costituito da due invasi in serie

Il calcolo dei volumi invasati consente di rappresentare i diagrammi in Figura 9-34, in cui si osserva che un sistema di laminazione costituito da serbatoi in serie, a parità di efficienza sulla laminazione delle piene, richiede un volume utile maggiore rispetto ad un sistema di laminazione costituito da un unico serbatoio. Si deduce, quindi, che dal punto di vista della sola efficienza idraulica, è preferibile fare ricorso ad un'unica cassa d'espansione in linea o invaso di laminazione, più che ad un sistema di più casse in linea o di serbatoi disposti in serie.

Dividendo, poi, i volumi di invaso per le rispettive superfici dei singoli serbatoi, si deducono i diagrammi rappresentati in Figura 9-35, in cui si evince che nel sistema di due serbatoi in serie il primo serbatoio necessita di un'altezza utile d'invaso superiore (di circa il doppio) rispetto al sistema costituito dall'unico serbatoio di laminazione. Inoltre nel sistema in serie non rigurgitato il primo serbatoio si svuota più velocemente del secondo, mentre nel sistema in serie rigurgitato lo svuotamento avviene quasi contemporaneamente.

A seconda delle altezze utili di invaso che è possibile raggiungere nei due serbatoi in serie, il progettista modula le rispettive luci di scarico. Se si volesse consentire il raggiungimento della stessa altezza utile in entrambi i serbatoi, questa sarebbe in ogni caso superiore all'altezza utile che si avrebbe in un unico serbatoio di estensione planimetrica pari alla somma dei primi due, a parità di efficienza di laminazione.



Figura 9-34:
Volumi d'invaso riferiti ad un sistema di laminazione costituito da un solo invaso e ad un sistema di laminazione costituito da due invasi in serie

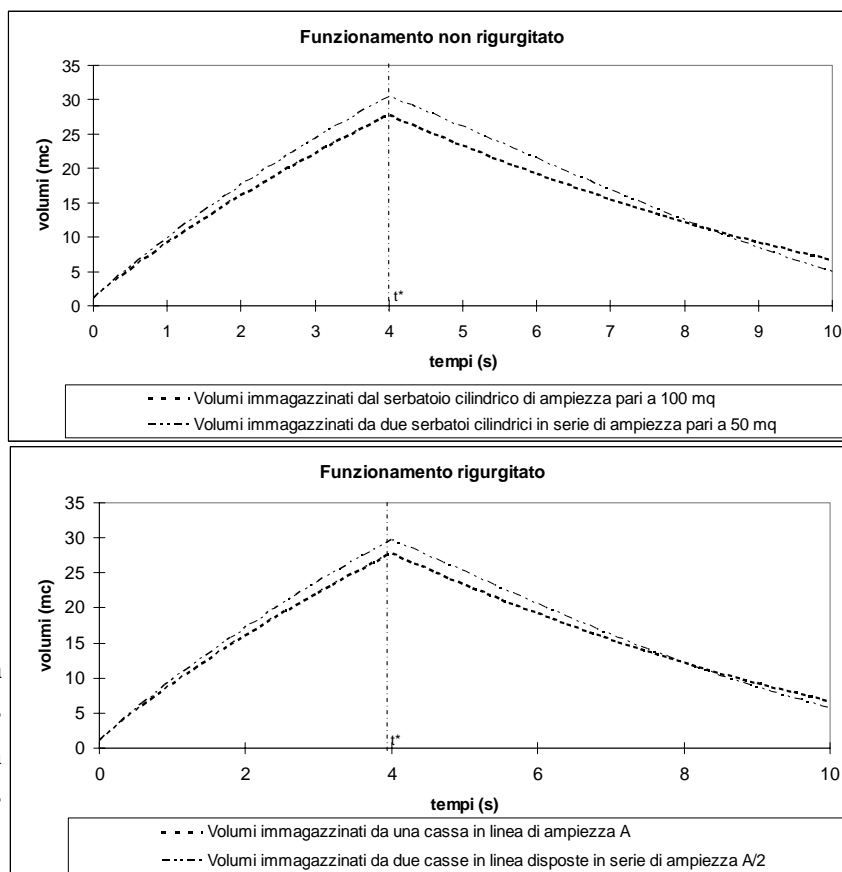
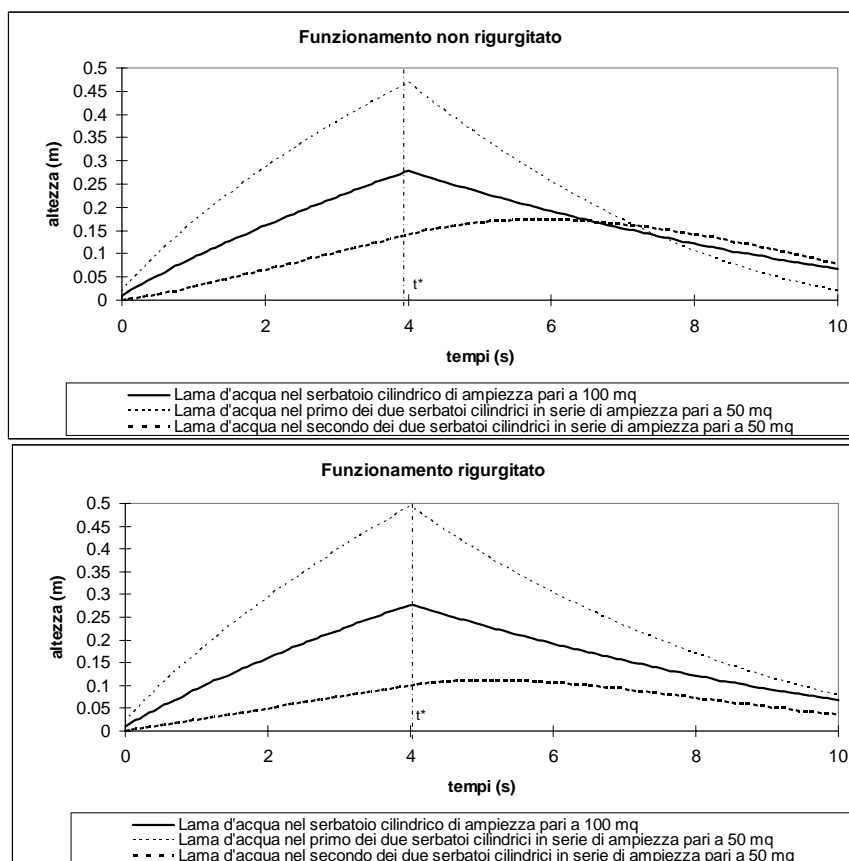


Figura 9-35:
Altezze d'invaso riferite ad un sistema di laminazione costituito da un solo invaso e ad un sistema di laminazione costituito da due invasi in serie





Le casse di espansione in linea realizzate in serie possono essere previste anche per consentire sommergenze più elevate in quei luoghi meno vulnerabili e morfologicamente delimitati da alti versanti, e sommergenze più basse in quei luoghi più vulnerabili o che occorre delimitare da una lunga e dispendiosa arginatura. Un territorio destinato alla coltura orticola verrebbe equamente danneggiato da qualsiasi inondazione e pertanto potrebbe essere destinato a laminare le piene con grandi tiranti idrici. Un territorio limitrofo con alberi da frutto, vigne o uliveti verrebbe marginalmente danneggiato solo da inondazioni basse e pertanto potrebbe essere destinato a laminare le piene con tiranti idrici piuttosto bassi (cfr. Figura 9-36). La scelta progettuale di due casse in linea disposte in serie, anche se idraulicamente poco efficiente, potrebbe invece mostrarsi molto efficace per la gestione ottimale del territorio perfluviale e per mitigare quei costi legati ai danni provocati.

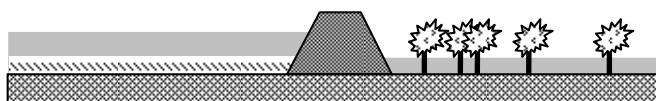


Figura 9-36: Schema di funzionamento di due casse in linea realizzate in serie per la salvaguardia delle attività agricole

Anche per i sistemi di laminazione in derivazione esistono diverse soluzioni progettuali adottabili più complesse di quelle illustrate al paragrafo 9.3, in grado sia di aumentare l'efficienza di laminazione che migliorare la gestione del territorio durante le piene.

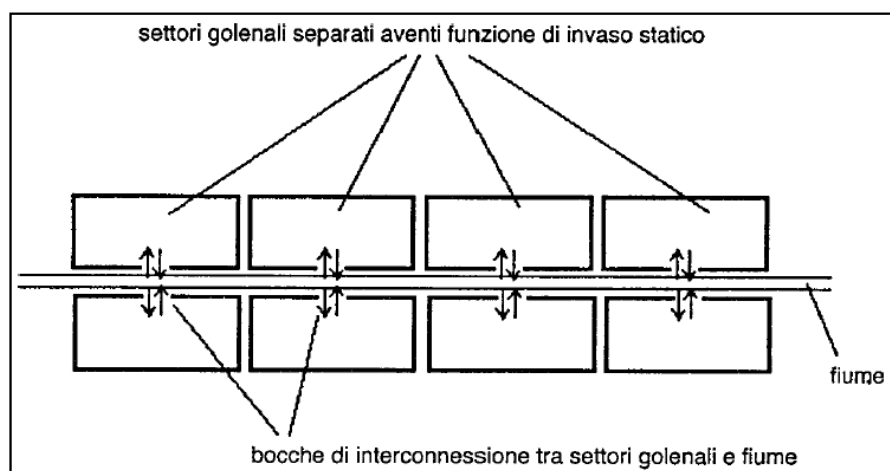
È appena il caso di ricordare che più soglie di sfioro disposte in serie sono in grado di abbattere con maggiore efficienza i colmi di piena (cfr. il Sottoparagrafo 8.2.1). Qualora la cassa in derivazione abbia una estensione longitudinale particolarmente rilevante da poter essere alimentata da due o più soglie laterali di sfioro debitamente distanziate, è preferibile valutare la compatibilità di tale soluzione con il volume utile disponibile della cassa. Infatti il sistema d'imbocco costituito da più soglie in serie comporta invasi più rapidi e richiede volumi di ritenuta maggiori. Ne consegue che la rapidità di riempimento della cassa in derivazione potrebbe provocare o amplificare il funzionamento rigurgitato e rendere poco significativo l'incremento prestazionale del sistema di laminazione. Inoltre l'aumento dei volumi invasati potrebbe richiedere un aumento delle altezze arginali. La soluzione progettuale a due o più soglie in serie potrebbe essere preferita anche per motivi economici legati al costo di fabbricazione delle soglie. Infatti, a parità di efficienza di laminazione, un sistema di più soglie in serie debitamente distanziate consente di ridurre la lunghezza complessiva della sommità sfiorante. È ovvio che non sempre a tale riduzione corrisponde l'abbattimento dei costi dei materiali costruttivi e in ogni caso occorre valutare l'eventuale aumento dei costi logistici dovuti allo spostamento del cantiere e alla creazione di nuovi accessi lungo il fiume, per realizzare più manufatti d'imbocco.

La disposizione di più soglie sfioranti in serie può essere anche utilizzata per alimentare più casse d'espansione disposte sulla stessa sponda e/o su sponde differenti (cfr. Figura 9-37). Il volume utile di ogni cassa dipende dal manufatto d'imbocco; se questo è una soglia sfiorante, dipende dalla sua lunghezza e dal suo petto. Se si utilizzassero soglie di imbocco tutte uguali, il volume utile da assegnare alla prima delle casse in derivazione disposte in serie sarebbe il più grande.

L'uso di più casse d'espansione in derivazione disposte in serie è generalmente indotto dalla necessità di allagare in maniera modulata le varie zone perfluviali. Così l'area che offre la possibilità di garantire naturalmente altezze utili maggiori potrà essere sommersa con tiranti idrici maggiori; l'area più vulnerabile e soggetta ad attività agricole redditizie potrà essere inondata solo in casi eccezionali. Il controllo delle inondazioni delle aree può avvenire progettando adeguatamente i manufatti d'imbocco.

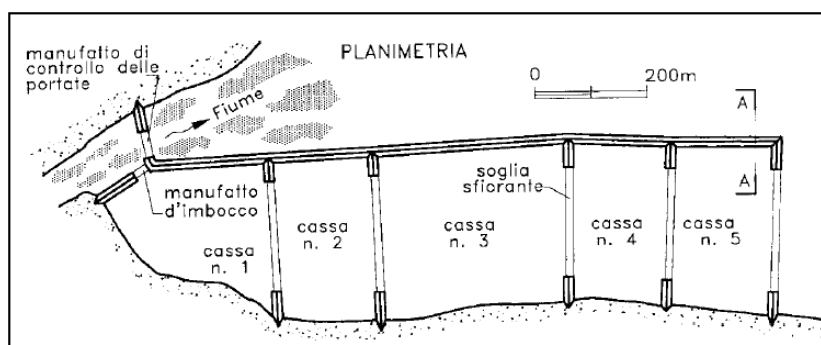


Figura 9-37:
Schema di un sistema di laminazione costituito da casse in derivazione disposte in serie (Paoletti, 1997)



Se la pendenza dell'alveo è elevata o se l'area inondabile è molto estesa, per ottimizzare il sistema di laminazione, soprattutto in riferimento ai periodi di deflusso ordinario o di piena non particolarmente eccezionale, si potrebbe ricorrere a **casse d'espansione a settori**. Queste sono collegate in serie, per cui rispettano lo stesso principio di funzionamento degli schemi illustrati in Figura 9-32. In genere il collegamento dei diversi settori avviene tramite sfiori liberi. In questo modo i primi settori della serie vengono allagati dalle piene più frequenti ma meno intense, mentre gli ultimi vengono allagati solo in occasione della piena di progetto (cfr. Figura 9-38). Naturalmente, a causa della peggiore efficacia degli scarichi di superficie, a parità di efficienza di laminazione, un sistema di cassa d'espansione a settori richiede un volume utile superiore rispetto a un medesimo sistema di laminazione costituito da settori collegati con scarichi di fondo, ovvero da una cassa unica.

Figura 9-38:
Schema di cassa in derivazione a settori (Da Deppo, 1998)



9.5 Il pletogramma di progetto

La fase più delicata nella progettazione di una cassa d'espansione in linea o in derivazione, è la determinazione del pletogramma di piena. Se per le casse d'espansione in derivazione ampio riferimento può essere fatto al capitolo precedente, in cui sono state affrontate le problematiche idrauliche connesse alla scelta sia del sistema di sfioro che del modello di onda di piena da utilizzare, per quanto riguarda le casse d'espansione in li-



nea sono particolarmente interessanti, nelle pratiche applicazioni, i vari studi e approfondimenti svolti da diversi autori, per il dimensionamento degli invasi di laminazione in linea di tipo generalmente montano, per il quale, quindi, è ammissibile l'ipotesi d'invaso statico. Tali autori, partendo da predefinite ipotesi sulla forma o costruzione analitica dell'onda di piena, hanno determinato delle formule speditive di calcolo per il dimensionamento degli invasi e dei manufatti di scarico. Di seguito si propongono alcuni degli studi più importanti.

L'autore che per primo affrontò il problema della determinazione dell'onda di piena è stato *Gregorig*, che nel 1940 propose un modello di pletogramma adimensionalizzato di durata totale pari a quattro volte il tempo di picco T (cfr. Figura 9-39). Indicando con Q^{max} la portata di colmo, deducibile da metodi di stima diretti o indiretti, e con T il tempo di corrivazione del bacino sotteso dalla sezione di chiusura dalla cassa, *Gregorig*, applicando l'ipotesi d'invaso statico e di scarico a sfioro libero, ricavò la seguente formulazione del rapporto di laminazione:

$$\lambda = 1 - 183 \frac{S \cdot h^*}{Q_I^{max} \cdot T}$$

in cui: S = superficie della cassa espressa in km^2 ;

h^* = carico sullo sfioratore espresso in metri,

corrispondente al volume utile V^*

Q_I^{max} = portata di colmo in ingresso espressa in m^3/s .

T = tempo di picco espresso in ore.

Da tale rapporto si deduce che:

$$Q_U^{max} = Q_I^{max} - 183 \frac{S \cdot h^*}{T}$$

Ponendo Q_U^{max} pari a Q^* , noti che siano Q_I^{max} e T , occorre variare S e h^* in modo tale che risulti:

$$S \cdot h^* = \frac{Q_I^{max} - Q^*}{183} T$$

Noto h^* e applicando la (9.9), si ottiene il valore di c_s , pari a $\mu \cdot L \cdot \sqrt{2g}$, con μ rappresentante il coefficiente di efflusso ed L la lunghezza da assegnare alla soglia.

Negli anni sessanta del secolo scorso *Marone*¹ riprese le applicazioni di *Gregorig*, ma fece riferimento a più modelli di onda di piena adimensionalizzati e a sbarramenti provvisti sia di luce a sfioro libero che a battente.

I 6 pletogrammi di piena proposti da *Marone* hanno forma triangolare e a campana, così come rappresentati in Figura 9-40.

Applicando il metodo semplificato dell'invaso statico, *Marone* ipotizzò che il volume invasato in una cassa

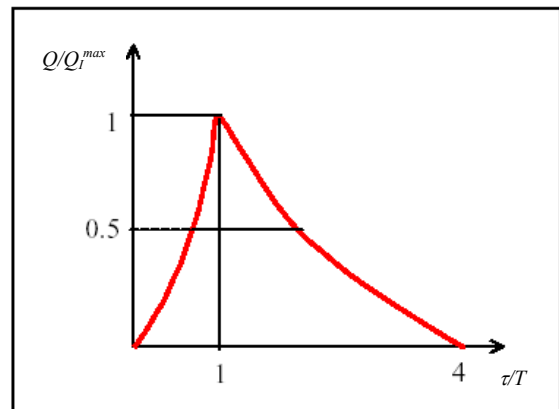


Figura 9-39:

Modello adimensionale di onda di piena proposto da Gregorig nel 1940

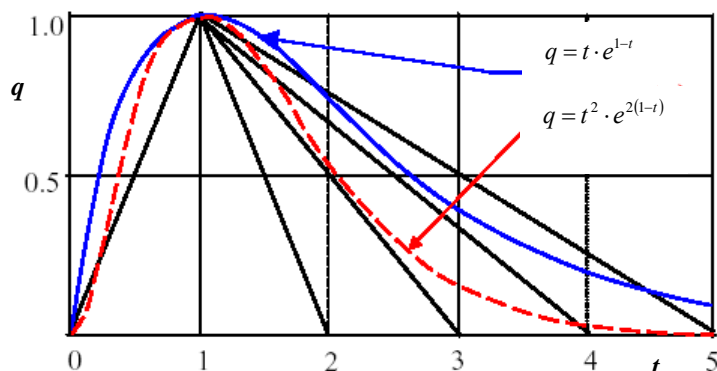


Figura 9-40:

Modelli adimensionali di onda di piena proposti da Marone (1964)

¹ Cfr. MARONE V. (1964)



potesse essere espresso in funzione del carico h sulla luce di sbocco, mediante un'espressione monomia del tipo:

$$V = V_1 \cdot h^\gamma$$

con γ variabile da 1 a 4,5.

Sintetizzando le (9.8) e (9.9) con la seguente espressione monomia delle portate di sbocco Q_U

$$Q_U = c \cdot h^\beta$$

ed eliminando h mediante l'espressione monomia dei volumi, ottenne:

$$Q_U = c \left(\frac{V}{V_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} \quad (9.12)$$

Sostituendo la (9.12) nell'equazione di continuità dei serbatoi, ovvero la prima delle (9.5), si ottiene:

$$Q_I - c \left(\frac{V}{V_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} = \frac{dV}{d\tau} \quad (9.13)$$

in cui Q_I è la portata in ingresso nel generico istante di tempo τ .

Marone adimensionalizzò il problema ponendo con q_I il rapporto Q_I/Q_I^{\max} , con t il rapporto τ/T e con v il rapporto $V/(T \cdot Q_I^{\max})$. Si ricorda che Q_I^{\max} e T rappresentano rispettivamente la portata al colmo dell'onda di piena e il tempo di picco.

Ottenne così dalla (9.13) la seguente espressione:

$$q_I Q_I^{\max} - c \left(\frac{v \cdot T \cdot Q_I^{\max}}{V_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} = Q_I^{\max} \frac{dv}{dt} \quad (9.14)$$

Dividendo la (9.14) per Q_I^{\max} e ponendo $\frac{c}{Q_I^{\max}} \left(\frac{T \cdot Q_I^{\max}}{V_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}}$ pari a k , e β/γ pari ad n , *Marone* semplificò

la (9.14) nella seguente formulazione:

$$q_I - k \cdot v^n = \frac{dv}{dt} \quad (9.15)$$

utilizzata al posto delle (9.5) per il dimensionamento degli invasi.

La (9.15) restituisce l'andamento dei volumi d'invaso adimensionalizzati nel tempo adimensionalizzato.

Indicando con v^* il volume utile adimensionalizzato e con t^* il tempo adimensionalizzato in cui viene raggiunto il valore di v^* , nonché tenendo conto che la portata Q_U^{\max} viene raggiunta dal pletogramma Q_U in corrispondenza della fase di recessione del pletogramma Q_I , *Marone* dedusse la seguente espressione del rapporto di laminazione:

$$\lambda = \frac{Q_U^{\max}}{Q_I^{\max}} = \frac{Q_I(t^* \cdot T)}{Q_I^{\max}} = q_I(t^*) \quad (9.16)$$

Infine, indicando con ω^* il rapporto tra il volume utile V^* dell'invaso e il volume complessivo V_P dell'onda di piena, e, adimensionalizzando quest'ultimo secondo la seguente espressione: $v_P = V_P / (T \cdot Q_I^{\max})$, *Marone* ottenne che:

$$\omega^* = \frac{V^*}{V_P} = \frac{v^* Q_I^{\max} \cdot T}{V_P} = \frac{v^*}{v_P} \quad (9.17)$$

I volumi adimensionalizzati di v_P per i 6 modelli di onda di piena considerati da *Marone* sono riportati in Tabella 9-2.

Variando n e k e variando il modello dell'onda di piena, *Marone* interpolò le coppie di punti (ω^*, λ) ottenendo, in funzione della tipologia di scarico a pelo libero e a battente, i grafici illustrati nelle Figure 9-41 e 9-42.



Onda	v_P
Triangolare con durata pari a $2T$	1
Triangolare con durata pari a $3T$	1,5
Triangolare con durata pari a $4T$	2
Triangolare con durata pari a $5T$	2,5
$q = t \cdot e^{1-t}$	e
$q = t^2 \cdot e^{2(1-t)}$	$e^2/4$

Tabella 9-2: Valori di v_P per i diversi modelli di onda di piena utilizzati da Marone

Figura 9-41:

Abacchi di correlazione (ω^*, λ) in funzione di diversi valori di n e k per scarichi a stramazzo [Marone (1964)]

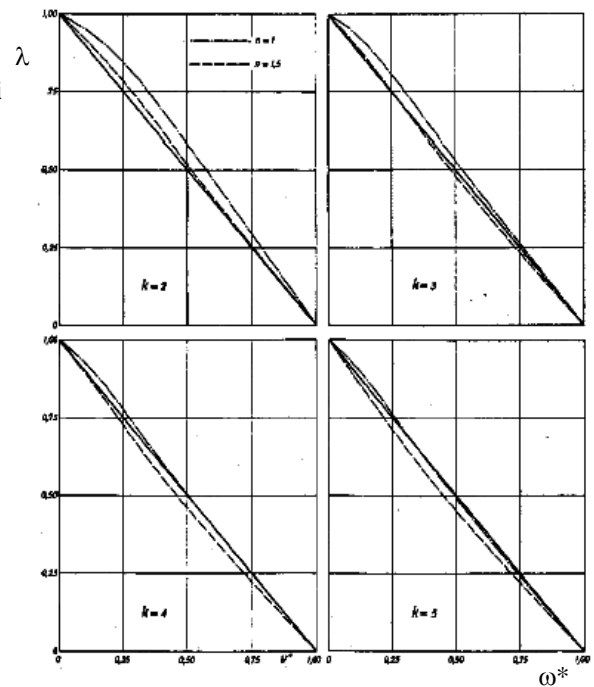
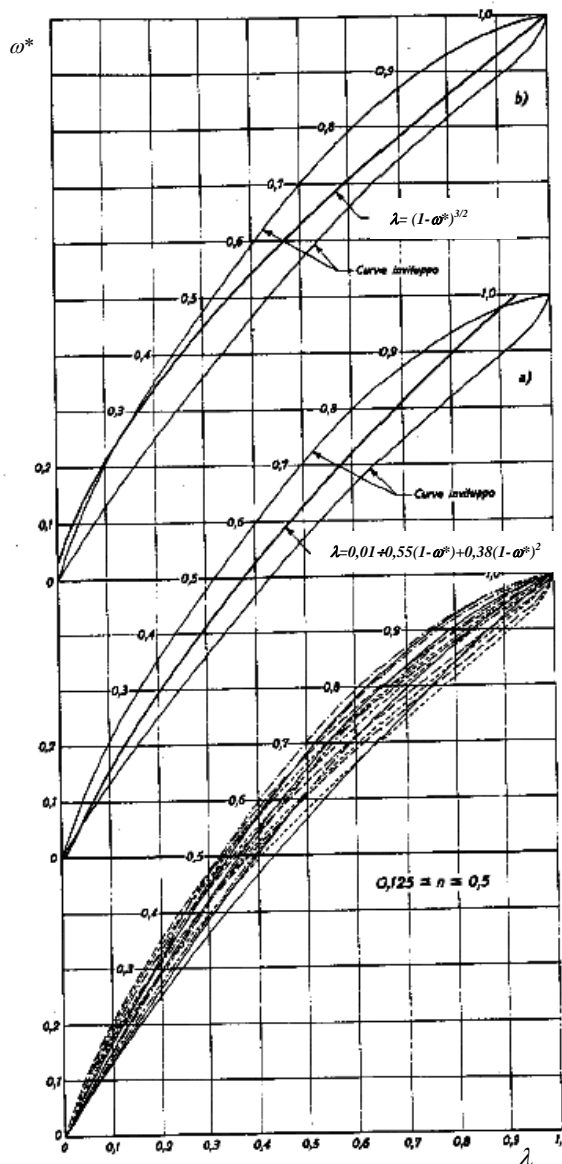


Figura 9-42:

Abacchi di correlazione (ω^*, λ) in funzione di diversi valori di n e k per scarichi a battente [Marone (1964)]



Le Figure 9-41 e 9-42 evidenziano che la forma dell'onda di piena incide in maniera ridotta sulla forma delle curve e che, con una certa approssimazione, le diverse curve possono essere interpolate dalle seguenti espressioni:

$$\lambda = 1 - \omega^* \quad \text{per scarichi a sfioro libero} \quad (9.18)$$

$$\lambda = (1 - \omega^*)^{3/2} \quad \text{per scarichi a battente} \quad (9.19)$$

Dal grafico riportato in Figura 9-43, che rappresenta le (9.18) e (9.19), viene confermato che per ottenere lo stesso rapporto di laminazione λ è necessaria una capacità utile maggiore per un serbatoio a sfioro libero rispetto ad uno con luce a battente. Viceversa, a parità di capacità utile, si ottiene un rapporto di laminazione minore e, quindi, una maggiore efficienza di laminazione con scarichi a battente.

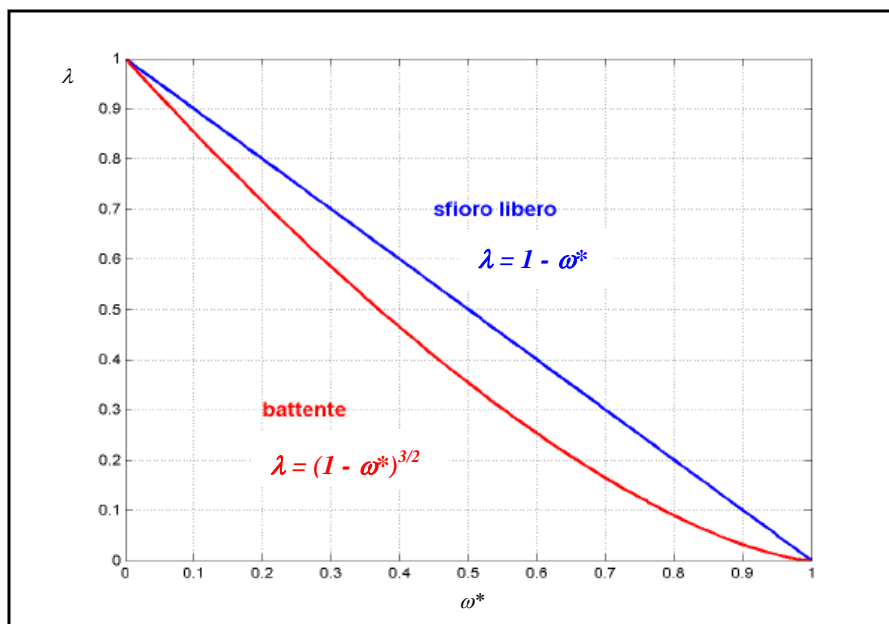


Figura 9-43: Diagrammi semplificati di (ω^*, λ) validi, con una certa approssimazione, per tutti i modelli di onde di piena considerate da Marone

Le equazioni (9.18) e (9.19) sono utili per determinare in maniera rapida, anche se approssimata, le dimensioni ottimali della luce di scarico. Noti che siano la portata al colmo in ingresso Q_I^{\max} e il volume V_P dell'onda di piena, variando la capacità utile del serbatoio V^* e il carico utile h^* sulla luce, le (9.18) e (9.19) si specializzano in:

$$Q_U^{\max} = Q_I^{\max} \left(1 - \frac{V^*}{V_P} \right) \quad \text{per luci a sfioro libero}$$

$$Q_U^{\max} = Q_I^{\max} \left(1 - \frac{V^*}{V_P} \right)^{3/2} \quad \text{per luci a battente}$$

da cui è possibile ricavare rispettivamente la lunghezza L della soglia e l'ampiezza A della luce di fondo:

$$L = \frac{Q_U^{\max}}{\mu \sqrt{2g} \cdot h^{*2/3}} \quad \text{per luci a sfioro libero} \quad (9.20.a)$$



$$A = \frac{Q_U^{\max}}{\mu \sqrt{2g \cdot h^*}} \quad \text{per luci a battente} \quad (9.20.b)$$

Le dimensioni delle luci sono ad ogni modo indicative e, pertanto, occorre validarle integrando il sistema (9.5) mediante, ad esempio, il metodo alle differenze finite.

In riferimento alle esperienze svolte sul modello sperimentale di cassa d'espansione in linea, descritte al sottoparagrafo 9.2.2, sono stati determinate diverse coppie di valori λ e ω^* . Indicando con ω_s^* e λ_s i valori misurati sperimentalmente, con ω_{mdf}^* e λ_{mdf} i valori dedotti applicando il metodo delle differenze finite in ipotesi d'invaso statico, è stata elaborata la Tabella 9-3 riportante lo scarto percentuale tra detti valori e quelli che la formula speditiva di Marone (9.19) restituisce. In particolare i valori di ω_s^* e ω_{mdf}^* sono stati calcolati a partire dall'istante iniziale di tempo τ_0 , che, si ricorda, non coincidono con l'inizio della piena.

Tipo di pletogramma	ω_s^*	ω_{mdf}^*	λ_s	λ_{mdf}	$\lambda'_s = (1 - \omega_s^*)^{3/2}$	$\lambda'_{mdf} = (1 - \omega_{mdf}^*)^{3/2}$	$(\lambda'_s - \lambda_s)/\lambda_s$ %	$(\lambda'_{mdf} - \lambda_{mdf})/\lambda_{mdf}$ %
Triangolare	0,26	0,27	0,61	0,60	0,64	0,62	1,6	3,3
Triangolare 2	0,20	0,20	0,67	0,66	0,71	0,71	6,1	7,8
A campana	0,25	0,25	0,62	0,61	0,65	0,65	4,8	6,6
A campana 2	0,17	0,18	0,71	0,69	0,75	0,74	6,1	7,2
Rettangolare	0,30	0,31	0,68	0,66	0,59	0,57	-14	-13

Tabella 9-3: Confronto tra i valori di λ e di ω^* desunti dalle esperienze in laboratorio e i rispettivi valori calcolati con la formula speditiva di Marone.

Dalla Tabella 9-3 si evince che la formula speditiva di Marone, applicata ai pletogrammi triangolare e a campana, sovrastima con un errore inferiore all'8% il rapporto di laminazione per le onde di piena esaminate sperimentalmente. Tale errore, che peraltro nel caso specifico va a vantaggio di sicurezza, rientra nel grado di approssimazione con cui la formula speditiva di Marone è stata proposta al fine di determinare il volume utile d'invaso per onde di piena triangolari e gaussiane. Viene evidenziata infine la scarsa aderenza della stessa formula speditiva nel descrivere la dinamica d'invaso con il pletogramma di piena di tipo rettangolare (il rapporto di laminazione stimato si differenzia per più del 10% dal valore reale o determinato mediante l'applicazione del metodo delle differenze finite).

In Figura 9-44 è riportato il confronto dei dati sperimentali e dedotti applicando il metodo delle differenze finite con la curva di Marone per le luci a battente.

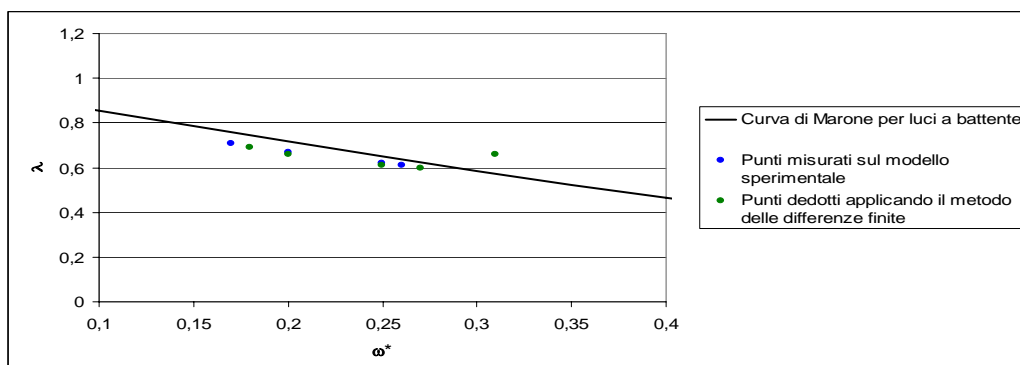


Figura 9-44: Confronto dei punti (ω_s^*, λ_s) e $(\omega_{mdf}^*, \lambda_{mdf})$ con la curva di Marone per luci a battente



Marone² affinò ulteriormente lo studio evidenziando che il rapporto di laminazione in realtà non è influenzato dall'intero volume dell'onda di piena, ma solo dal volume invasato fino all'istante in cui si verifica il colmo della portata in uscita dall'invaso. Si ricorda che tale istante adimensionalizzato è stato precedentemente indicato con t^* .

Marone definì con $\omega^*(t^*)$ il rapporto tra il volume utile V^* dell'invaso e il volume sotteso al pletogramma d'ingresso fino all'istante $t^* \cdot T$, definito anche come **volume efficace**.

Svolgendo nuove elaborazioni numeriche Marone sviluppò nuovi abachi $(\omega^*(t^*), \lambda)$ trovando, per le curve interpolanti, un andamento simile ma non del tutto uguale alle precedenti. In Figura 9-45 sono rappresentate le curve di correlazione tra $\omega^*(t^*)$ e λ , che interpolano con una sufficiente approssimazione le curve ottenute con i 6 modelli di pletogramma adimensionalizzato considerate da Marone nel precedente lavoro del 1964.

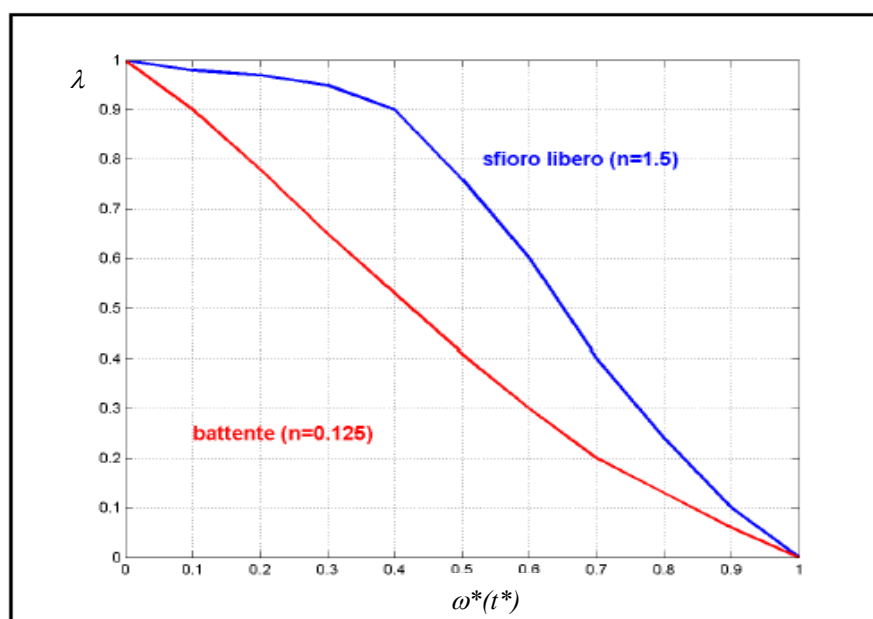


Figura 9-45: Diagrammi semplificati di $(\omega^*(t^*), \lambda)$ validi, con una certa approssimazione, per tutti i modelli di onde di piena considerate da Marone (1971)

Con il metodo del volume efficace il procedimento di calcolo per la determinazione delle dimensioni delle luci di scarico risulta più elaborato del precedente, essendo di tipo iterativo. Tale metodo in ogni caso non ha alcun interesse pratico in quanto l'esigenza di una maggior precisione del procedimento entrerebbe in contraddizione con i limiti del modello, applicabile solo per determinate forme di onde di piena.

Sempre negli anni '60 del secolo scorso Supino propose un altro metodo speditivo basato sull'applicazione del metodo dell'invaso, tradizionalmente impiegato per le reti di bonifica e fognatura.

Il metodo prende a riferimento la curva segnalatrice di possibilità pluviometrica $h = a \cdot t^n$ (con t pari alla durata di una meteora ed a e n parametri della curva di possibilità pluviometrica) per definire gli scrosci ad intensità costante cui applicare il metodo di trasformazione afflussi – deflussi dell'invaso. Secondo tale metodo il volume immagazzinato dal sistema costituito dal serbatoio e dalla rete idrografica può essere espresso da una formula monomia del tipo $V = V_I \cdot \Delta h^m$, con Δh pari al battente sulla luce di scarico. Variando la durata dello

² Cfr. MARONE (1971)



scroscio, *Supino* definì la seguente espressione, relativa all'evento più gravoso, la cui durata non necessariamente coincide con il tempo di corrivazione del bacino:

$$Q_U^{max} = u \cdot A_b \quad (9.21)$$

Il parametro u rappresenta la portata massima in uscita dal serbatoio per unità di area del bacino idrografico e A_b rappresenta l'area del bacino idrografico.

Supino espresse u in $m^3 / (m^2 \cdot \text{giorni})$ e trovò per esso la seguente formulazione sintetica, in ipotesi di funzionamento a battente dello scarico:

$$u = \frac{32n - 2}{35 + 5m} \cdot \frac{(\alpha \cdot a)^{\frac{1}{n}}}{v^{\frac{1}{n}-1}} \quad (9.22)$$

I coefficienti a e n sono i parametri della curva segnalatrice di probabilità pluviometrica $h = a \cdot t^n$, in cui la durata t della meteora è espressa in giorni e l'altezza di pioggia h in metri. Il parametro m è l'esponente della formula monomia $V = V_l \cdot \Delta h^m$, in cui il battente Δh sullo scarico è espresso in metri. Il parametro α tiene conto del coefficiente di afflusso e del coefficiente di riduzione areale dell'intensità di pioggia. Il parametro v , infine, rappresenta il rapporto tra il volume complessivamente immagazzinato dal sistema serbatoio – rete idrografica del bacino e l'area A_b del bacino.

Nota la portata Q_U^{max} e definito il battente utile Δh^* sulla luce di scarico, si determina, mediante la (9.26.b), l'ampiezza A della luce a battente.

Il metodo appena illustrato richiede l'imposizione del tempo di ritorno T_R di progetto, in base al quale determinare i parametri a e n .

*D'Alpaos*³ negli anni '70 del secolo scorso svolse un'indagine più raffinata di *Supino*, in quanto il procedimento di quest'ultimo fornisce risultati corretti solo quando il volume accumulabile nella rete idrografica sia trascurabile rispetto a quello invasabile localmente nel serbatoio (ipotesi sostanzialmente valida solo nell'ambito dei serbatoi di alta quota). Infatti, se per il volume d'invaso del serbatoio è applicabile il modello di regolazione con luce a battente, lo stesso metodo risulta poco aderente nei confronti dei corpi idrici superficiali, per i quali è più adatto un modello di regolazione a sfioro libero, che, come si è più volte evidenziato, a parità di rapporto di laminazione, richiede volumi d'invaso certamente maggiori.

Per tali motivi *D'Alpaos*, partendo sempre dalle curve segnalatrici di possibilità pluviometrica $h = a \cdot t^n$, suggerì di applicare il metodo di trasformazione afflussi – deflussi di *Nash* per determinare i pletogrammi di piena cui fare riferimento nel dimensionamento dei serbatoi.

In Figura 9-46 sono rappresentati i pletogrammi in ingresso e in uscita da un invaso di laminazione preso a modello dall'autore e dedotti applicando il metodo di *Nash* a meteore di intensità costante e durata differente. L'autore, nel caso specifico, verificò che il pletogramma più gravoso per l'invaso non fosse quello alimentato dallo scroscio di durata pari al tempo di corrivazione del bacino, ma da una meteora di durata maggiore.

Fissato il periodo di ritorno T e interpolando le Q_U^{max} per un numero discreto di eventi di diversa durata, si ricava la durata critica t_C della meteora cui occorre fare riferimento per il dimensionamento dell'invaso di laminazione (cfr. Figura 9-47). Tale tempo è noto anche in letteratura come **durata di pioggia critica per l'invaso**.

³ Cfr. D'ALPAOS (1979)



D'Alpaos verificò, nel caso specifico da lui studiato, che la durata di pioggia critica per l'invaso dipende dal tempo di ritorno: in pratica all'aumentare di questo diminuisce t_C (cfr. Figura 9-48).

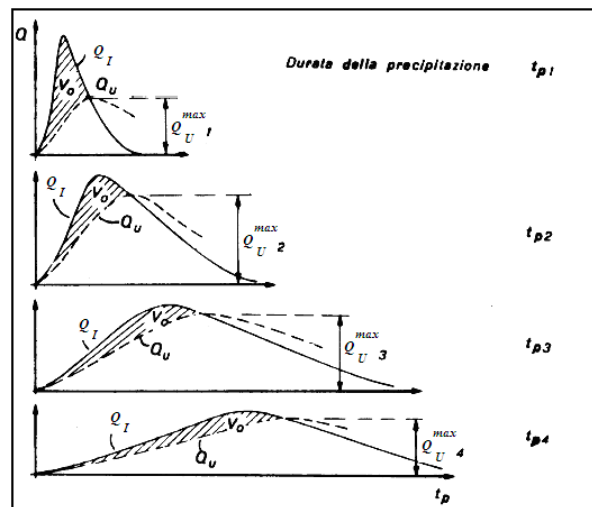


Figura 9-46: Pletogrammi studiati da *D'Alpaos* per definire i massimi volumi di invaso e, quindi, le massime portate di efflusso [D'ALPAOS, 1979]

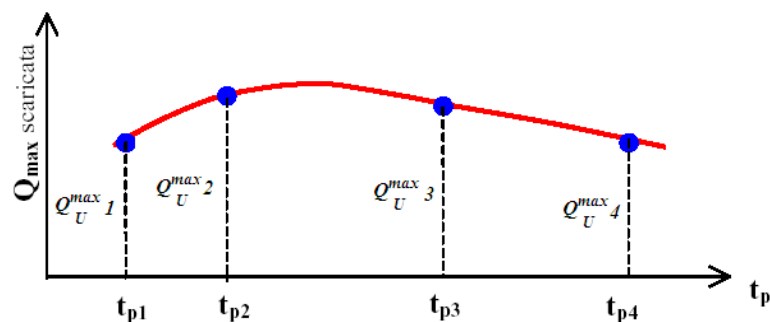


Figura 9-47: Curva di interpolazione dedotta da *D'Alpaos* per la massime portate di efflusso in funzione della durata della meteora.

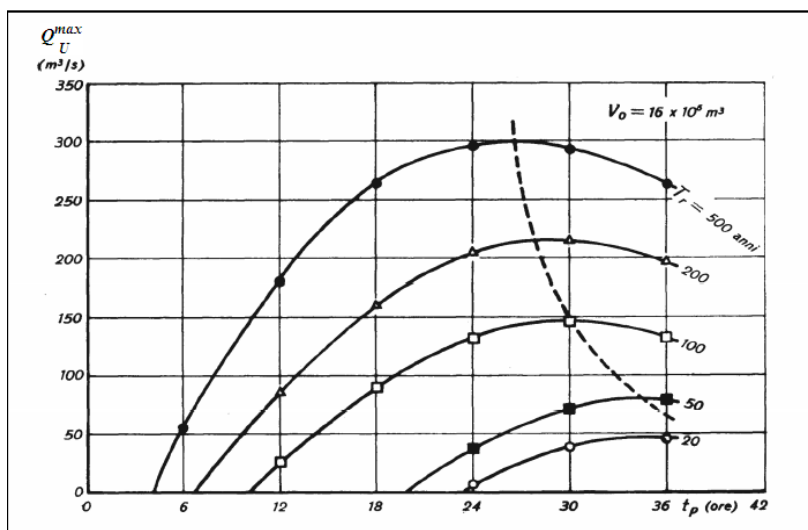


Figura 9-48: Variazione della durata dell'evento critico in funzione del tempo di ritorno nelle elaborazioni idrologiche svolte da *D'Alpaos* [D'ALPAOS, 1979]



Negli anni '80 del secolo scorso il problema della definizione del pletogramma di piena è stato ripreso da *Pianese e Rossi*⁴, che si riferirono alla curva di riduzione dei colmi di piena (cfr. sottoparagrafo 4.3.4) per definire dei pletogrammi di piena di tipo rettangolare, con durata D e portata di picco pari a:

$$\bar{Q}_D = \max \left(\frac{1}{D} \int_{\tau_0}^{\tau_0+D} Q(\tau) d\tau \right)$$

Nel caso di assenza di misure idrometriche la portata \bar{Q}_D è deducibile dalla (4.25), applicando una delle (4.26), (4.27) e (4.28), le quali, si ricorda, sono valide indipendentemente dal tempo di ritorno.

Gli autori hanno ipotizzato che il serbatoio sia dotato di una luce a battente e che prima che questa venga totalmente impegnata, il volume immagazzinato sia pari a V_0 . Hanno quindi definito con ω_D il volume specifico invasato a partire dall'istante in cui la luce di scarico inizia a funzionare a battente:

$$\omega_D = \frac{V - V_0}{\bar{Q}_D \cdot T}$$

in cui V rappresenta il volume complessivamente immagazzinato nel serbatoio e T la durata dell'onda di piena rettangolare.

Il pedice D ricorda che si sta facendo riferimento all'invaso provocato dal pletogramma rettangolare di durata D .

Seguendo un procedimento simile a quello di *Marone* i due autori hanno applicato il metodo semplificativo dell'invaso statico, ipotizzando che il volume nel serbatoio potesse essere espresso in funzione del carico h sulla luce di sbocco, mediante una espressione monomia del tipo:

$$V = V_I \cdot h^\gamma$$

con γ variabile da 1 a 4,5.

Hanno poi utilizzato la formula monomia dell'efflusso da luci a battente per la determinazione di Q_U

$$Q_U = c \cdot h^\beta$$

con β uguale a 0,5.

Ponendo con ν il rapporto γ/β , con λ_D il rapporto di laminazione Q_U^{max}/\bar{Q}_D e con $1/\varepsilon_D$ il reciproco del rapporto di riduzione definito dalla (4.25), *Pianese e Rossi* hanno determinato la seguente funzione esplicativa di ω_D :

$$\frac{1}{\omega_D} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\nu}{\nu+i} \cdot \frac{\lambda_D^{\nu+i} - \left(\frac{1}{\varepsilon_D}\right)^{\nu+i}}{\lambda_D^\nu - \left(\frac{1}{\varepsilon_D}\right)^\nu} \quad (9.23)$$

La (9.23) consente di risalire ad ω_D al variare di D ed è stata definita da *Pianese e Rossi* **curva di possibilità di laminazione**.

Per determinare tale curva occorre fissare la portata massima Q_0 riferita alla meteora istantanea e, mediante il coefficiente di riduzione ε_D , si determinano le portate al colmo dei pletogrammi rettangolari per diverse durate D . Risolvendo numericamente il sistema (9.6) si ottengono, per ogni durata D le coppie di valori (λ_D, ω_D) . L'interpolazione dei punti (D, ω_D) costituisce la curva di possibilità di laminazione.

Il punto più importante della curva di possibilità di laminazione è quello di massimo $(D', \omega_{D'})$, che consente di dedurre Q_U^{max} secondo la seguente formulazione:

$$Q_U^{max} = \omega_{D'} \cdot Q_{D'} \quad (9.24)$$

⁴ Cfr. PIANESE & ROSSI (1986)



Nel 2000 un ulteriore studio sull'invaso delle casse d'espansione in linea è stato svolto presso il Dipartimento d'Ingegneria Idraulica e Ambientale "G. Ippolito" dell'Università "Federico II" di Napoli ⁵. Partendo dagli studi di *Marone*, e applicando l'ipotesi d'invaso statico, è stata riscritta la (9.12) nel seguente modo:

$$Q_U = \left(\frac{V}{K} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} \quad (9.25)$$

in cui si ricorda che:

γ è variabile da 1 a 4,5;

β è pari a 0,5 per luci di scarico a battente 1,5 per luci di scarico a stramazzo.

e in cui è stato definito con K la seguente costante:

$$K = \frac{V_1}{c^{\frac{\gamma}{\beta}}} \quad (9.26)$$

detta **costante d'invaso** e dipendente esclusivamente dalla morfologia della cassa, dalla geometria e dal coefficiente di efflusso dello scarico.

Supponendo la cassa cilindrica, γ può essere posto pari a 1 e la (9.13) si può riscrivere in:

$$Q_I - \left(\frac{V}{K} \right)^{\beta} = \frac{dV}{d\tau} \quad (9.27)$$

Al fine di pervenire ad una soluzione generale, si è proceduto all'adimensionalizzazione della (9.27) mediante le seguenti variabili:

$$t = \frac{\tau}{T} \quad q_I(\tau) = \frac{Q_I(\tau)}{Q_I^{\max}} \quad \lambda = \frac{Q_U^{\max}}{Q_I^{\max}} \quad \omega = \frac{V(\tau)}{Q_I^{\max} T}$$

in cui T rappresenta il tempo di picco dell'onda in ingresso e Q_I^{\max} il colmo dell'onda di piena entrante.

L'equazione di continuità (9.27) diviene, dunque, nel caso generale, dopo semplici passaggi:

$$q_I - \left(\frac{\omega}{k} \right)^{\beta} = \frac{d\omega}{dt} \quad (9.28)$$

dove k rappresenta la **costante di invaso adimensionalizzata**:

$$k = K \frac{(Q_I^{\max})^{\frac{1}{\beta}-1}}{T} \quad (9.29)$$

A questo punto sono stati definite quattro tipologie di pletogrammi adimensionalizzati d'ingresso, rappresentati in Figura 9-49:

- a) un'onda di piena triangolare simmetrica,
- b) un'onda di piena rettangolare $q_I = 1$,
- c) un'onda di piena a campana del tipo $q_I = \tau \cdot e^{1-\tau}$,
- d) un'onda di piena a campana del tipo $q_I = \tau^2 \cdot e^{2(1-\tau)}$.

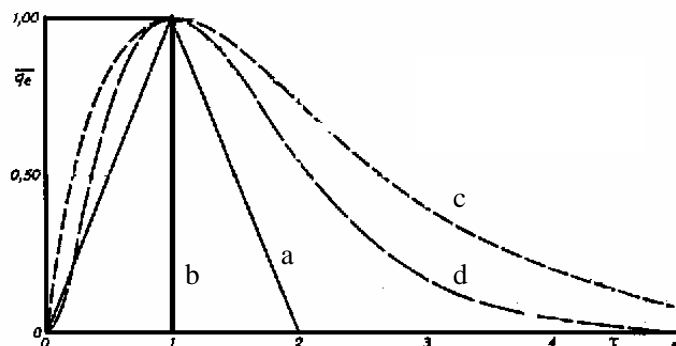


Figura 9-49: Pletogrammi di piena esaminati
[De Martino et Alii, 2000]

⁵ Cfr. DE MARTINO ET ALII (2000)



Risolvendo la (9.28) per diversi valori di T^6 , Q_I^{max} e K per efflussi a battente, sono state ricavate, per ogni tipo di pletogramma di piena, delle curve d'interpolazione cubica per relazionare il rapporto di laminazione $\lambda = Q_U^{max}/Q_I^{max}$ e il volume utile adimensionalizzato della cassa ω^* . L'espressione generale della cubica è:

$$\lambda = a \cdot \omega^{*3} + b \cdot \omega^{*2} + c \cdot \omega^* + 1 \quad (9.30)$$

e i parametri dedotti per i diversi pletogrammi adimensionali d'ingresso sono riportati nella Tabella 9-4.

PLETOGRAMMA ADIMENSIONALE D'INGRESSO	a	b	c
Triangolare simmetrico	-0.1460	0.4839	-1.3379
Rettangolare	0.6383	-1.7091	0.0708
$q_I = \tau \cdot e^{(1-\tau)}$	1.6100	-2.5500	-0.0600
$q_I = \tau^2 \cdot e^{2(1-\tau)}$	0.4600	-0.3330	-1.1270

Tabella 9-4: Coefficienti a , b , e c della formula (9.30) al variare del pletogramma adimensionale di piena [DE MARTINO ET ALII, 2000]

Come accade per le curve definite da *Marone*, anche la formula (9.30), con i relativi coefficienti tabellati, soddisfa le condizioni ai limiti:

- per $\omega^* = 0$, ossia in assenza di volume invasato all'interno della cassa, il rapporto di laminazione λ diventa uguale a 1, cioè l'onda di piena entrante non subisce alcuna attenuazione del colmo;
- per $\omega^* = 1$, ossia quando la cassa trattiene tutto il volume della piena, il rapporto di laminazione λ si annulla, cioè non vi è deflusso a valle.

Gli scostamenti massimi dei risultati forniti dalla (9.30) nei confronti di quelli desunti dalla soluzione numerica della (9.28) sono risultati piuttosto modesti, raggiungendo valori massimi intorno al 3% in corrispondenza dei valori estremi di ω^* (intorno a 0.1 e 0.9), che non sono di pratica applicazione.

De Martino et Alii, partendo dalle stesse ipotesi di *Marone*, hanno individuato, quindi, delle curve $\lambda = \lambda(\omega^*)$ differenti da quella dedotta da *Marone* stesso nel 1964. In Figura 9-50 sono riportati i diagrammi relativi allo studio di *Marone* e a quello di *De Martino et Alii*, in cui si evincono scostamenti che in media sono pari al 26%, ma raggiungono punte anche del 151%.

Tali confronti consentono di sviluppare alcune considerazioni sulla validità di tali metodi adimensionali per la determinazione delle curve $\lambda = \lambda(\omega^*)$.

Si supponga che una cassa d'espansione in linea sia munita di una luce di scarico a battente, di ampiezza σ e coefficiente di efflusso μ . Si supponga inoltre che il volume d'invaso sia cilindrico, con superficie di base S . La costante d'invaso K può essere così esplicitata:

$$K = \frac{S \cdot 1}{(\sigma \cdot \mu \cdot \sqrt{2g})^2} = \frac{S}{\sigma^2 \cdot \mu^2 \cdot 2g}$$

⁶ Si tenga presente che per i pletogrammi di piena a campana il volume della piena non è dato dal prodotto semplice $q_I^{max} \cdot T$. Questo deve essere moltiplicato per un coefficiente che nel caso dell'onda di tipo c è pari a 2.7170, mentre nel caso dell'onda di tipo d vale 1.8473.



Supponendo di fare riferimento a luci con pari coefficiente di efflusso K , esistono infinite combinazioni di S e σ capaci di restituire sempre lo stesso valore di K . Affinché ciò possa avvenire deve essere:

$$S = K \cdot \mu^2 \cdot 2g \cdot \sigma^2$$

in cui S e σ^2 sono proporzionali, con coefficiente di proporzionalità pari a $K \cdot \mu^2 \cdot 2g$.

Fissando uno specifico pletogramma d'ingresso cimentante diversi sistemi di laminazione caratterizzati dalla stessa costante d'invaso e applicando il metodo dell'invaso statico, si ottengono, per ogni sistema di laminazione, diverse coppie di valori $(\lambda; \omega^*)$. In particolare, essendo K costante, al diminuire di S deve diminuire anche σ , per cui i battenti sulla luce tendono ad aumentare fino a che non si raggiunge la condizione estrema di luce di efflusso infinitesima, che provoca l'invaso di tutto il volume dell'onda di piena ($\lambda = 0$; $\omega^* = 1$); al contrario, all'aumentare di S deve aumentare anche σ , per cui il tirante idrico sulla luce tendono a diminuire fino a che non si arriva alla condizione estrema in cui non si forma più il battente e la portata uscente uguaglia in ogni istante quella entrante ($\lambda = 1$; $\omega^* = 0$).

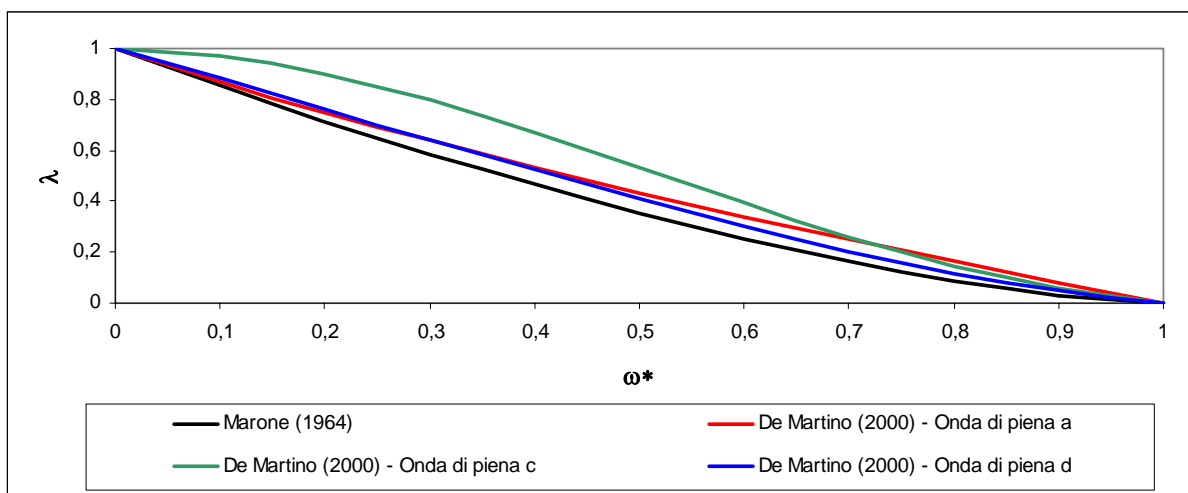


Figura 9-50: Confronto delle curve $\lambda = \lambda(\omega^*)$ dedotte da Marone (1940) e De Martino et Alì (2000).

A sostegno di tale tesi sono state simulate numericamente le dinamiche d'invaso indotte da una serie di onde di piena rettangolari, di diversa portata di picco (1000 m³/s, 500 m³/s, 300 m³/s e 200 m³/s) e diversa durata (20 ore, 10 ore, 5 ore) su sistemi di laminazione caratterizzati dalla stessa costante d'invaso K pari a 162 s²/m³.

Variando l'ampiezza della luce di scarico a battente, i punti (λ, ω^*) si dispongono su curve polinomiali diverse, anche se relativamente vicine (Cfr. Figura 9-51).

Ad ulteriore sostegno della necessità di tenere conto, a parità di K , delle diverse combinazioni di σ , μ e S , sono stati utilizzati i risultati dedotti dal modello sperimentale illustrato al sottoparagrafo 9.2.2, a seguito di diverse prove d'invaso eseguite con diverse onde di piena dalla forma rettangolare.

In Figura 9-52 sono riportati i punti $(\lambda_s; \omega_s^*)$ relativi alle misure sperimentali. Tali punti si dispongono lungo la seguente curva polinomiale (il coefficiente di determinazione è pari a $R^2 = 0,9805$):

$$\lambda_s = -2,743 \cdot \omega_s^{*3} + 1,2774 \cdot \omega_s^{*2} - 0,3105 \cdot \omega_s^* + 1$$

che si discosta dalla curva polinomiale (9.30) per onde di piena rettangolari secondo uno scarto medio del 11,6% e uno scarto massimo del 19,3%.

Lo stesso confronto è stato svolto utilizzando i punti $(\lambda_{mdf}; \omega_{mdf}^*)$ dedotti applicando il metodo delle differenze finite in ipotesi d'invaso statico, secondo la stessa procedura illustrata al sottoparagrafo 9.2.2. Anche in tale caso (cfr. Figura 9-53) si può osservare una discordanza con la polinomiale (9.30) per onde di piena ret-



tangolari. La polinomiale dei punti $(\lambda_{mdf}; \omega_{mdf}^*)$ è la seguente (il coefficiente di determinazione è pari a $R^2 = 0,9775$):

$$\lambda_{mdf} = -2,9208 \cdot \omega_{mdf}^{*3} + 1,5345 \cdot \omega_{mdf}^{*2} - 0,3571 \cdot \omega_{mdf}^* + 1$$

Lo scostamento dalla curva polinomiale (9.30) ha un valore medio pari al 13,5% e un valore massimo pari al 22,0%. Tale scostamento risulta, quindi, addirittura superiore a quello relativo ai punti sperimentali, nonostante la polinomiale (9.30) sia stata ricavata in ipotesi di invaso statico.

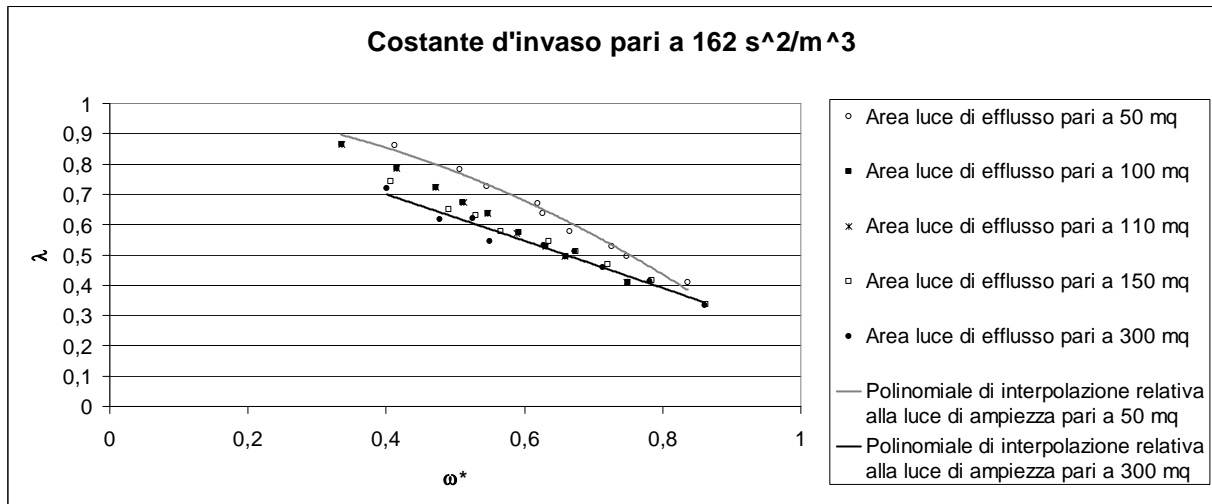


Figura 9-51: Rappresentazione delle coppie di valori (λ, ω^*) desunte dall'applicazione del metodo delle differenze finite in ipotesi d'invaso statico su diversi sistemi di laminazione con stessa costante d'invaso e luce d'efflusso differente

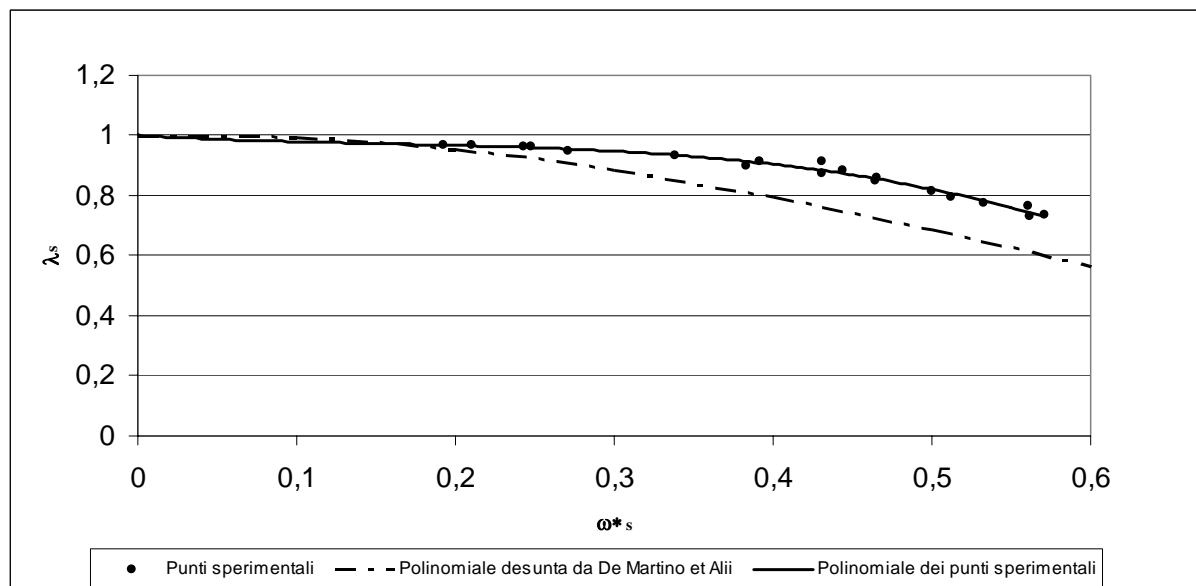


Figura 9-52: Confronto tra i punti sperimentali $(\lambda_s; \omega_s^*)$ e la polinomiale dedotta da De Martino et Alii (2000), per onde di piena rettangolari

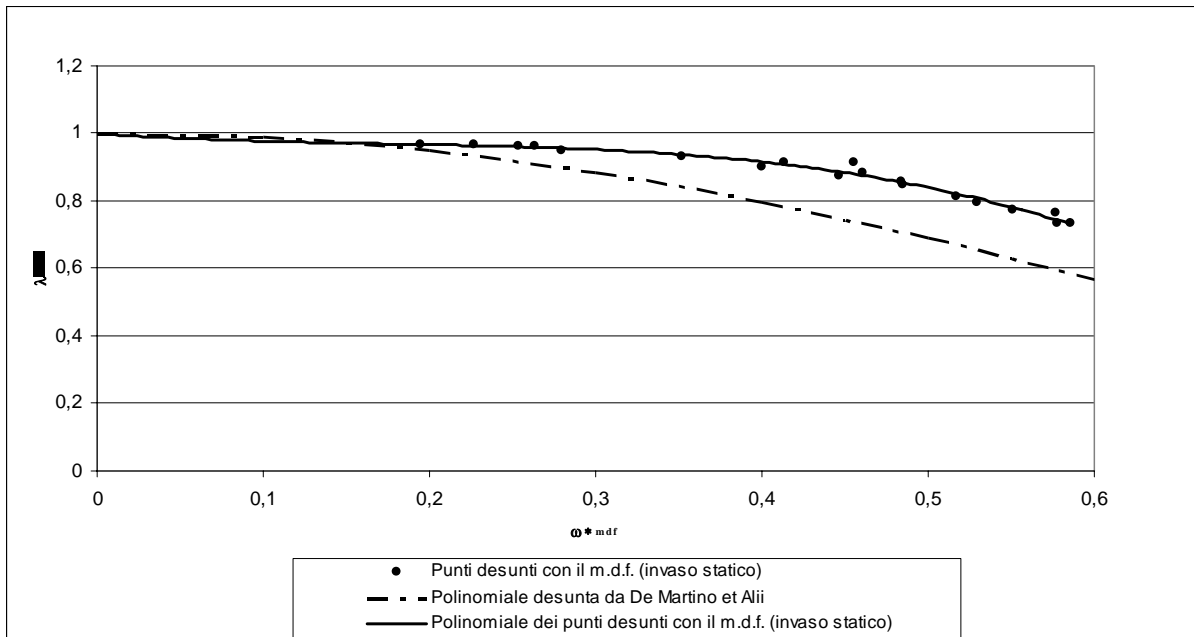


Figura 9-53: Confronto tra i punti dedotti applicando il metodo delle differenze finite in ipotesi d'invaso statico e la polinomiale dedotta da De Martino et Alii (2000), per onde di piena rettangolari

Di particolare interesse risulta, infine, il grafico in Figura 9-54, che riporta le due serie di punti $(\lambda_s; \omega^*_s)$ e $(\lambda_{mdf}; \omega^*_{mdf})$. Si osserva che lo scostamento relativo è molto esiguo: le due curve di interpolazione sono molto vicine. Ciò conferma quanto già osservato al sottoparagrafo 9.2.2 sulla buona approssimazione con cui l'ipotesi d'invaso statico consente di simulare le dinamiche di laminazione per la specifica cassa d'espansione sperimentale.

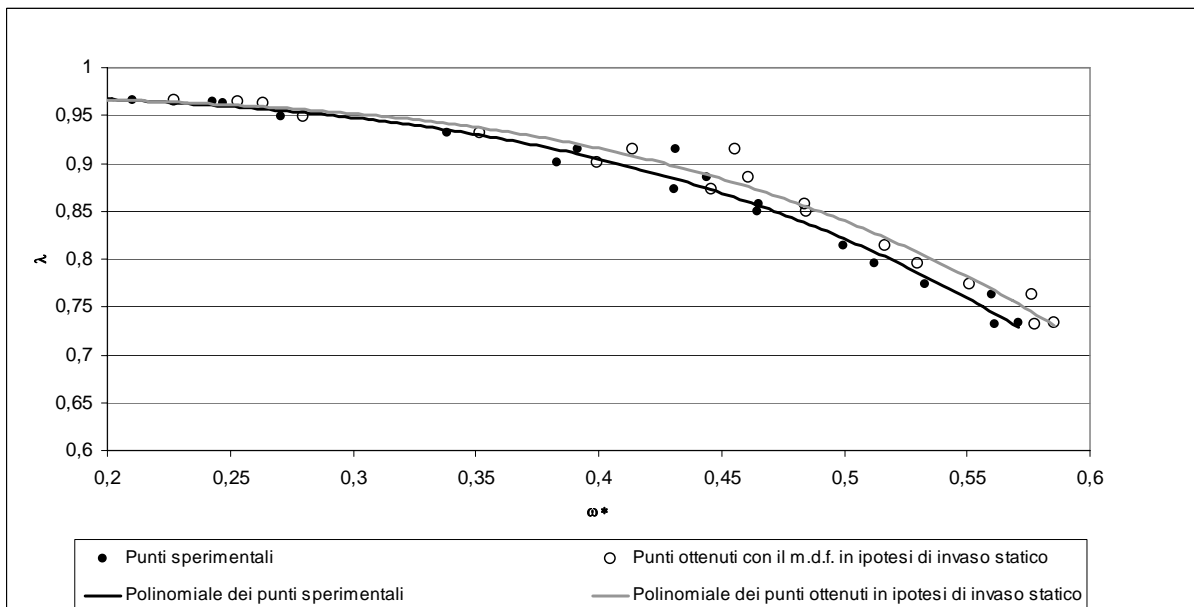


Figura 9-54: Confronto tra i punti $(\lambda; \omega^*)$ ottenuti dalle misure sperimentali e dall'applicazione del metodo delle differenze finite in ipotesi di invasio statico



9.6 Opere idrauliche accessorie a servizio delle casse d'espansione

Le casse d'espansione in linea e in derivazione si differenziano non solo per il principio di funzionamento, ma anche per la tipologia di opere idrauliche accessorie necessarie al funzionamento.

In particolare, per le casse d'espansione in linea, occorre prevedere un'unica opera idraulica: lo **sbarramento di imbocco e sbocco**. Questo generalmente è costituito da una platea di fondo con scivolo a valle sagomato (cfr. Figura 9-55). Sulla platea spiccano dei setti per il sostegno della traversa di sbarramento, che è sospesa sull'alveo e la cui cresta è sagomata a ciglio arrotondato per agevolare la funzione di scarico di superficie.

Tra un setto e l'altro occorre prevedere dei gargami per l'inserimento provvisorio di panconature. Infatti ai sensi del titolo I) *Sbarramenti per la laminazione delle piene* del D.P.R. 1° novembre 1959 n.1363, meglio noto come *Regolamento Dighe*, “*gli sbarramenti di qualsiasi tipo aventi l'ufficio principale d'invaso dell'acqua per attenuazione delle portate di piena a valle (laminazione), siano essi della specie a luci di scarico libere o di quelle a luci regolabili, devono essere dotati oltreché di scarichi di superficie, di dispositivi di chiusura delle luci predette (paratoie o ture di rapida rimozione) tali da consentire il riempimento del serbatoio a fine costruzione della diga, a scopo di collaudo, nonché periodicamente durante l'esercizio, a scopo di controllo dello stato di efficienza dell'opera*”.

A valle dello sbarramento occorre prevedere una vasca di dissipazione dell'energia, la cui funzione viene espletata esclusivamente durante le piene (cfr. Figure 9-55 e 9-56). Nei periodi di deflusso ordinario la corrente attraversa a pelo libero la sezione di chiusura della cassa d'espansione. La quota dell'intradosso dell'impalcato di sbarramento viene determinata in funzione dell'onda di piena di progetto e della portata massima che occorre assicurare in uscita. L'altezza della traversa dipende, invece, dal volume utile di progetto.

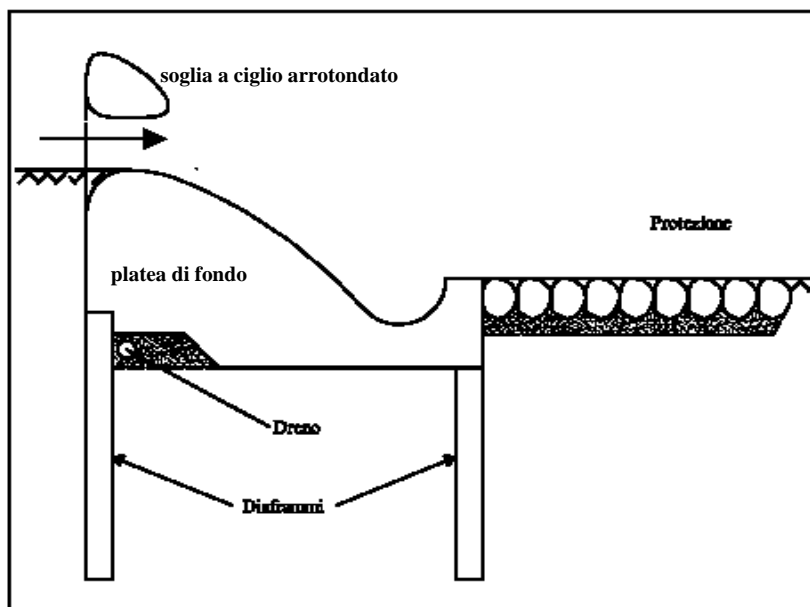


Figura 9-55: Schema di sbarramento d'invaso e svaso di una cassa d'espansione in linea

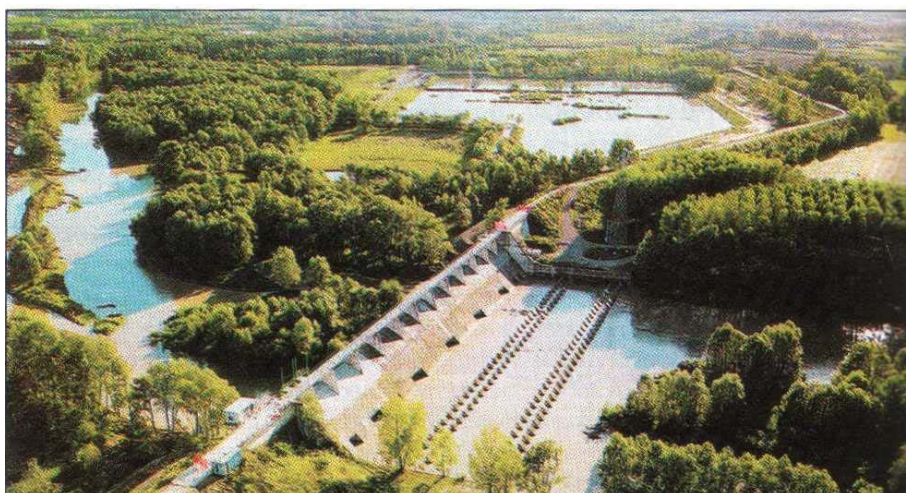


Figura 9-56: Sbarramento della cassa in linea sul Fiume Panaro (MAIONE E RIBONI 2002)

Un altro tipo di sbarramento fluviale per casse d'espansione in linea può essere costituito da una traversa simile a quelle impiegate per la derivazione (cfr. sottoparagrafo 8.1.3), realizzata con paratoie mobili. Quest'ultime inizialmente sono sollevate per consentire il passaggio della corrente a pelo libero, fintantoché i deflussi si mantengono al di sotto della portata massima Q^* compatibile a valle. Dal momento in cui la portata di deflusso raggiunge Q^* si provvede alla chiusura graduale delle luci, preferibilmente in maniera tale da consentire l'efflusso a valle di una portata costante pari a Q^* . In questo modo, a parità di efficienza di laminazione, viene minimizzata la capacità utile dell'invaso (cfr. Figura 9-57). L'uso di paratoie mobili consente di ridurre anche la frequenza delle inondazioni della cassa, che viene sommersa solo quando defluiscono portate superiori a quella compatibile con le condizioni di valle. In alcuni casi la cassa può essere anche inondata in condizioni di deflusso ordinario, chiudendo parzialmente le luci di efflusso a battente, al fine di consentire la realizzazione di un'area umida.

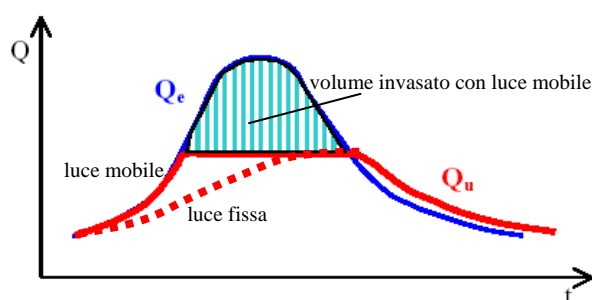


Figura 9-57: Onde di piena in ingresso e in uscita da una cassa d'espansione in linea con scarico a luce fissa e mobile

Gli sbarramenti fluviali d'imbocco e sbocco di tipo mobile, però, sono molto funzionali dal punto di vista idraulico e poco funzionali dal punto di vista logistico e gestionale, soprattutto se si fa riferimento a casse d'espansione in linea progettate per eventi di piena ultradecennali. Infatti la scarsa continuità di esercizio a cui sarebbero sottoposti gli organi di regolazione li renderebbe poco sicuri e affidabili. Un'eventuale manutenzione ed esercizio provvisorio di tutte le parti in movimento, pur aumentandone l'affidabilità, richiederebbe forti costi, che non sempre possono essere sostenuti. Inoltre per eseguire una manovra ottimale della chiusura e apertura delle paratoie, bisognerebbe conoscere in anticipo l'onda di piena che entra nella cassa, ma, per l'incertezza dei modelli di previsione in tempo reale (cfr. paragrafo 6.4), l'andamento dell'onda può essere soltanto stimato con



anticipo piuttosto limitato e scarsa accuratezza. Pertanto, compiere delle manovre di regolazione delle paratoie in tali condizioni diventa piuttosto rischioso.

In riferimento, invece, ai manufatti di imbocco e di scarico superficiale delle casse d'espansione in derivazione, si fa generalmente riferimento a **soglie sfioranti** a pianta rettilinea il cui ciglio e paramento di valle sono sagomati in modo che per il carico di progetto la lama effluente aderisca a quest'ultimo e non crei depressioni locali (profilo *Scimemi - Creager* rappresentato in Figura J-8 in Appendice).

Talvolta il profilo è realizzato solo per la cresta dello sfioratore con una disposizione che proietta a valle la lama stramazante. In questo caso deve essere assicurata l'aerazione della vena sottostante (cfr. Figura 8-49).

Nel caso lo sviluppo planimetrico della soglia non consenta di smaltire la portata di progetto, per l'esiguo spazio disponibile, si può ricorrere ad una forma planimetrica articolata, a pianta rettangolare o a becco d'anatra, come già esposto al sottoparagrafo 8.2.1 (cfr. Figura 8-49).

In alternativa alle soglie fisse appena indicate, possono essere utilizzati sfioratori fusibili (cfr. sottoparagrafo 8.2.1), scaricatori a sifone (cfr. paragrafo 8.2.2) e soglie regolabili automatiche (dotate in ogni caso di dispositivi per il comando volontario), il cui petto si abbassa all'aumentare del battente. Di particolare interesse per la funzione di scarico è la **ventola automatica** rappresentata in Figura 8-50, dotata di un martinetto oleodinamico, il cui scarico, una volta aperto, consente l'evacuazione dell'olio e l'abbassamento controllato della paratoia.

Sempre in riferimento alla funzione di scarico, la ventola automatica può essere sovrapposta ad una paratoia piana, sollevabile a comando, per assolvere alla funzione di scarico di fondo⁷ (cfr. Figura 9-58).

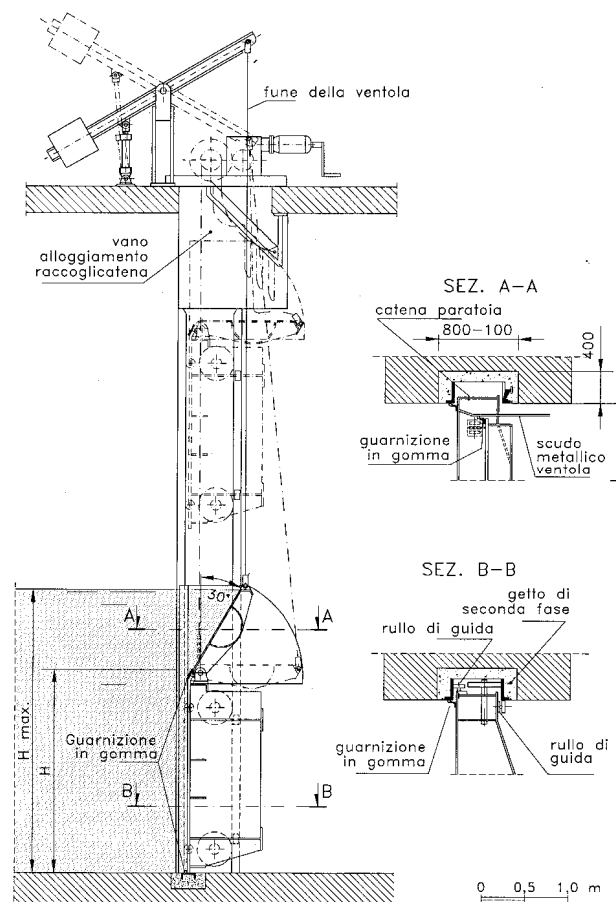


Figura 9-58: Paratoia piana con ventola automatica sovrapposta [DA DEPPLO L. & DATEI C. (2001)]

⁷ Cfr. DA DEPPLO & DATEI (2002)



Un altro tipo di manufatto preposto allo scarico promiscuo sia superficiale che di fondo è la **paratoia piana su piana**, composta da due elementi sovrapposti (Figura 9-59). Quando l'elemento superiore viene abbassato avviene l'efflusso a stramazzo per lo scarico di superficie. I due elementi affiancati possono poi essere sollevati assieme consentendo lo scarico di fondo con efflusso a battente⁸.

L'uso della paratoia piana su piana permette di perseguire diversi vantaggi tra cui quello di richiedere un solaio di manovra più basso (infatti, a parità di ritenuta, l'ingombro verticale della paratoia a due elementi è pari alla metà dell'ingombro verticale di una paratoia singola) e quello di provocare, prima dell'apertura, la riduzione della ritenuta e, quindi, della spinta orizzontale espletata dall'acqua invasata, con enorme risparmio dello sforzo di sollevamento della paratoia⁹.

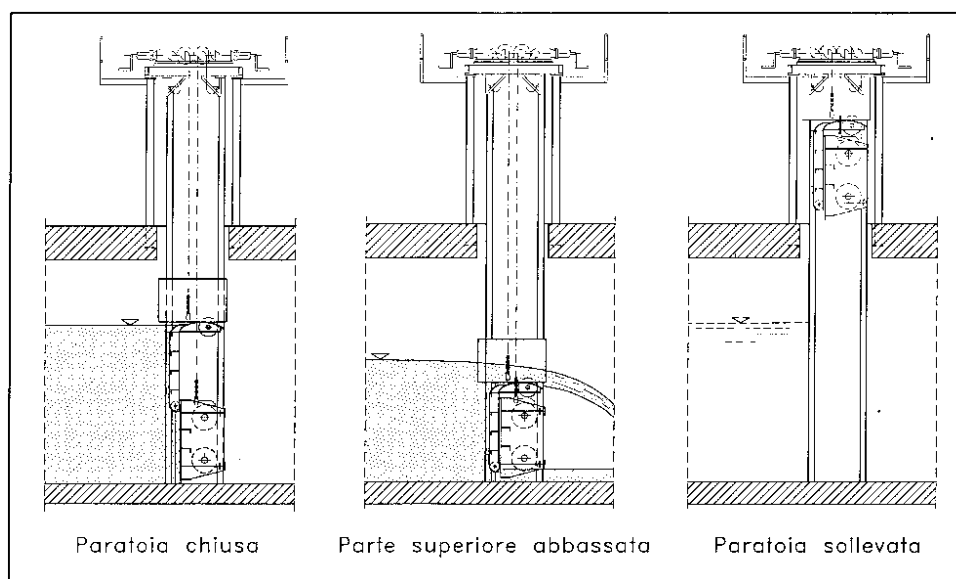


Figura 9-59: Schema di funzionamento di una paratoia piana su piana

Quando lo scarico di fondo non è ubicato al di sotto di uno scaricatore di superficie, in genere è ricavato all'interno dell'arginatura mediante la realizzazione di una o più tubazioni in parallelo rivestite internamente in acciaio, al fine di evitare danni da abrasione e urti del materiale solido trasportato dalla corrente (cfr. Figura 9-60). È preferibile ricorrere a sistemi di scarico costituiti da tubazioni facilmente ispezionabili e quindi di grande diametro, per agevolarne la pulizia dello speco. Lo sbocco al fiume viene generalmente protetto da valvole di non ritorno; in questo modo si evita che piene ordinarie possano rigurgitare nella cassa attraverso il canale di scarico (cfr. Figura 9-61).

L'opera di presa per lo scarico può essere a luce libera (cfr. Figura 9-62), ovvero presidiata da paratoie. Un tipo di paratoia molto utilizzato è quella a settore, che è di agevole manovrabilità e può essere applicata, per la scarsa tenuta idraulica, laddove le ritenute d'esercizio sono piuttosto basse¹⁰ (cfr. Figura 9-63).

Attese le forti pendenze delle condotte di scarico e le elevate velocità che si determinano quando nella fase terminale di svaso la corrente defluisce a pelo libero, alla testa delle condotte viene realizzato un aeroforo per il necessario rifornimento dell'aria¹¹.

⁸ *Ibidem*

⁹ *Ibidem*

¹⁰ *Ibidem*

¹¹ *Ibidem*



L'opera di presa al suo imbocco è generalmente protetta da una griglia a maglie larghe per impedire l'ingresso di corpi che non potrebbero passare attraverso le paratoie (cfr. Figura 9-62). In ogni caso la griglia viene prevista di dimensioni particolarmente ampie onde evitare che la sua occlusione parziale possa ridurre notevolmente la velocità di svuotamento della cassa.

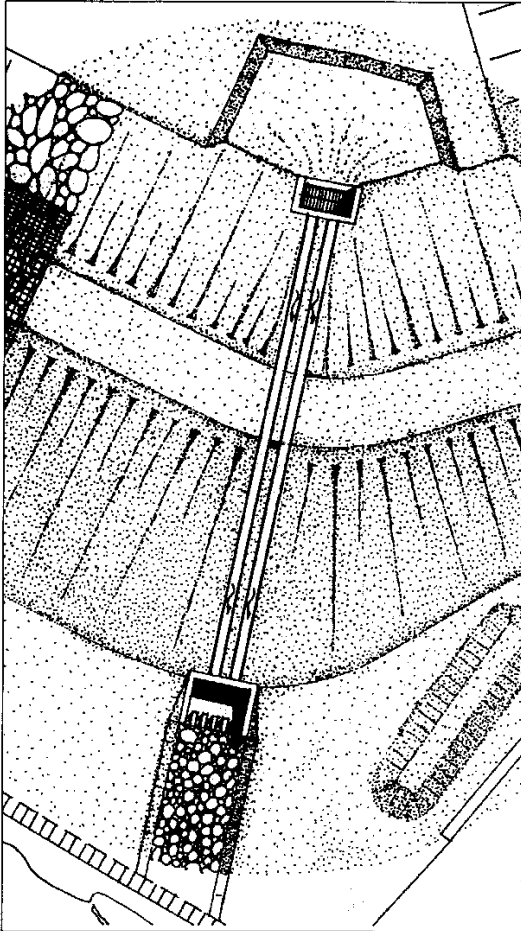


Figura 9-60: Pianta dello scarico di fondo della cassa d'espansione sul Torrente Pesa [MAIONE, 2002]

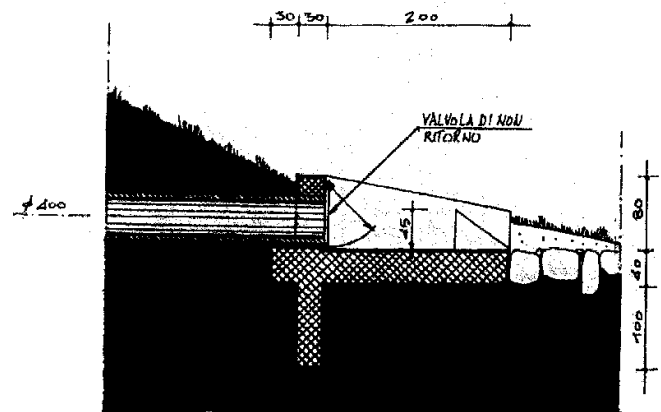


Figura 9-61: Particolare dello sbocco dello scarico di fondo della cassa di espansione sul *Torrente Pesa* [MAIONE, RIBONI (2002)]

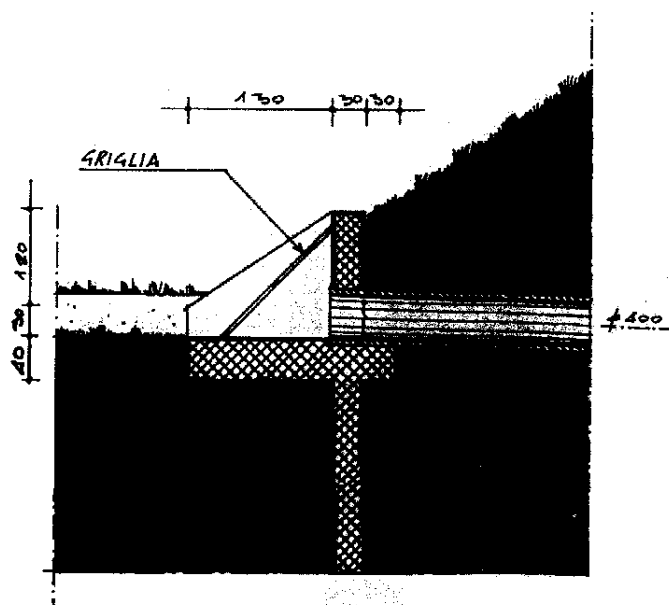


Figura 9-62: Sezione dell'imbocco dello scarico di fondo della cassa d'espansione sul *Torrente Pesa* [MAIONE, RIBONI (2002)]

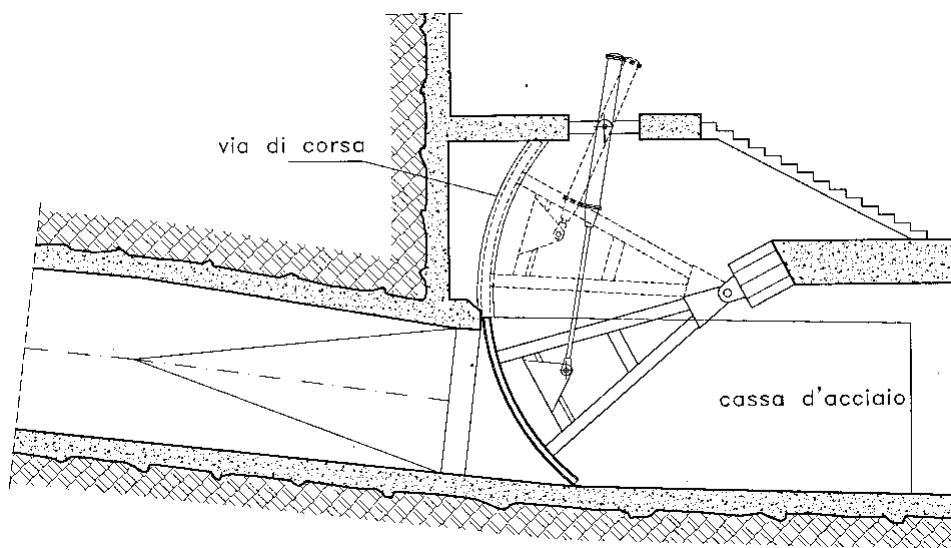


Figura 9-63: Schema di uno scarico di fondo presidiato da una paratoia a settore [DA DEPPO, DATEI (2001)]

9.7 Elementi di pianificazione, progettazione e gestione delle casse d'espansione

L'esigenza di realizzare una cassa d'espansione può nascere per diversi motivi¹²:

- 1) per mettere in sicurezza un centro abitato immediatamente a valle: in tal caso si parla di **cassa d'espansione di difesa locale**;
- 2) per coadiuvare nell'ufficio della difesa idraulica gli interventi strutturali disposti più a valle: in quest'altro caso si parla di **cassa d'espansione di servizio**;
- 3) per ridurre il rigurgito e le conseguenti esondazioni in corrispondenza della confluenza con un corso d'acqua: in quest'ultimo caso si parla di **cassa d'espansione tampone**.

La scelta della tipologia della cassa d'espansione più idonea fra la tipologia in linea e in derivazione dipende da molteplici fattori che possono essere così sintetizzati¹³:

- 1) **Condizioni topografiche.** Laddove il corso d'acqua risulta pensile, è possibile fare ricorso a casse d'espansione in derivazione, mentre laddove il fiume risulta incassato la soluzione ottimale resta quella della cassa in linea.
- 2) **Recupero di manufatti idraulici esistenti.** Il recupero dei manufatti idraulici esistenti può comportare vantaggi di carattere sia ambientale che economico. In particolare le arginature possono essere recuperate e modificate *ad hoc* nel rispetto del paesaggio locale e del risparmio della spesa. L'adeguata impermeabilizzazione di eventuali rilevati stradali esistenti può consentire di suddividere casse d'espansione molto ampie in più settori, nei casi in cui tale soluzione risulti vantaggiosa per la gestione migliore del territorio. Per casse

¹² Cfr. RIBONI [2001]

¹³ Cfr. MAIONE & RIBONI [2002]



d'espansione di limitata estensione superficiale, eventuali rilevati stradali esistenti possono essere adeguati per fungere da argini di delimitazione perimetrale. I canali di scolo esistenti, inoltre, possono essere risistemati per facilitare e rendere più rapido lo svuotamento delle casse d'espansione.

- 3) **Condizioni ambientali.** Dal punto di vista ambientale le casse d'espansione sono manufatti poco impattanti, in quanto si integrano facilmente nel contesto territoriale e ambientale. In particolare le casse d'espansione in linea possono essere realizzate anche con sbarramenti in gabbioni e terra, che ben si mimetizzano nel paesaggio fluviale. L'attenzione maggiore che il progettista deve rivolgere al disegno dello sbarramento di una cassa in linea deve essere riservata nei confronti della continuità che occorre garantire al corso d'acqua, mediante luci di fondo sempre aperte, ovvero scale di risalita dei pesci da ricavare lateralmente allo sbarramento. Per quanto riguarda le casse d'espansione in derivazione, le luci di imbocco e di scarico superficiale sono generalmente realizzate in calcestruzzo armato, ma in alcuni casi, possono essere realizzate con gabbionate o materassi di pietrame. Di particolare interesse può risultare, invece, la progettazione di una cassa d'espansione multifunzionale, la quale, oltre all'ufficio della laminazione, provveda, in fase di deflusso ordinario, alla riqualificazione naturalistica di aree degradate, mediante l'inondazione periodica controllata, a beneficio dello sviluppo di specie vegetali e animali autoctoni di pregio, preventivamente installate.
- 4) **Condizioni idrauliche.** Fermo restando tutte le osservazioni illustrate ai paragrafi precedenti, occorre sottolineare in particolare la necessità di valutare, per le casse d'espansione in linea, la compatibilità dello sfasamento dell'onda in uscita alla eventuale confluenza con un altro fiume. Infatti, come si è potuto constatare, la cassa d'espansione in linea provoca un significativo sfasamento del colmo di piena, che, seppur attenuato, potrebbe sovrapporsi al colmo di piena proveniente dal fiume con cui si verifica la confluenza, con effetti che potrebbero rivelarsi nel complesso controproducenti e inaspettati. Di particolare ausilio, nella verifica di compatibilità dello sfasamento, possono essere le misure idrometriche rilevate a monte della confluenza sui rispettivi fiumi. Dalle letture delle portate nel tempo, infatti, è possibile dedurre la distribuzione probabilistica dello sfasamento dei colmi dei due fiumi allo stato di fatto e confrontare tali risultati con lo sfasamento che sarebbe indotto dalla cassa. Di particolare importanza assume, in questo caso, lo studio di una eventuale disposizione in serie delle casse in linea, che, come si è illustrato al paragrafo 9.4, provocano un'ulteriore ritardo al picco dell'onda uscente dal sistema di laminazione.

Quanto premesso deve indurre necessariamente i progettisti a svolgere una prima attività di raccolta di tutte le informazioni esistenti, sia tecniche che storiche, non solo in relazione all'area d'influenza della cassa, ma anche in relazione all'area da proteggere. In realtà tale attività è di completamento al quadro conoscitivo preliminare che i progettisti devono già aver compiuto per orientarsi in maniera consapevole alla scelta della cassa d'espansione.

Le indagini conoscitive di tipo tecnico devono essere rivolte al bacino idrografico sotteso alla cassa, all'asta fluviale di monte, al territorio ospitante la cassa, all'asta fluviale di valle¹⁴.

In particolare, per quanto riguarda l'asta fluviale di monte, nelle occasioni in cui si ricorre a metodi indiretti di stima dell'onda di piena, occorre definire la **portata morfologica** in ingresso alla cassa, ovvero quella desunta dall'analisi delle piogge e dall'ampiezza del bacino e compatibile con la effettiva capacità idrovettitrice dell'alveo di monte. Inoltre occorre indagare in maniera adeguata sulle dinamiche di trasporto solido, per la stima della sedimentazione interna alla cassa e le variazioni che la stessa induce su tale fenomeno. Non secondaria è, infine, la conoscenza dello stato qualitativo delle acque, quando la cassa d'espansione debba espletare anche l'ufficio di riqualificazione di aree umide. La conoscenza della qualità delle acque potrebbe risultare poco rile-

¹⁴ Cfr. RIBONI [2001]



vante allorché la cassa assolva solo la funzione di laminazione delle piene, per via dell'enorme capacità di diluizione che queste esercitano sui contaminanti.

Lo studio dell'asta fluviale di valle consente di individuare il punto più critico per il deflusso delle portate e quindi il valore da assegnare alla portata massima in uscita dal sistema di laminazione. Tale studio deve considerare anche le modifiche morfologiche indotte sul tratto fluviale di valle dalla laminazione delle piene, a causa della variazione delle dinamiche di trasporto solido. I tratti critici individuati allo stato di fatto potrebbero nel tempo manifestarsi in altri punti, magari per effetto della deposizione del materiale solido trasportato da un'onda di piena laminata con conseguente sollevamento del fondo alveo.

Per quanto riguarda, infine, la gestione di una cassa d'espansione, si può ricorrere ad una schematizzazione che individua due periodi distinti di funzionamento: il periodo di deflusso ordinario e il periodo di deflusso straordinario¹⁵.

Nel **periodo di deflusso ordinario** la cassa è fruibile dal punto di vista sia agro-forestale che naturalistico, qualora siano stati previsti interessi turistici ricreativi ad essa coniugabili. In questa fase devono essere assicurate le diverse attività ordinarie e straordinarie, di cui se ne elencano alcune:

ATTIVITÀ ORDINARIE

- 1) il taglio stagionale selettivo della vegetazione erbacea che cresce sui paramenti arginali, al fine di consentire, durante il funzionamento della cassa, il monitoraggio di eventuali fenomeni di filtrazione sul lato campagna;
- 2) il monitoraggio della falda interna ed esterna alla cassa d'espansione;
- 3) il controllo (almeno trimestrale) di tutti i manufatti della cassa d'espansione;
- 4) la lubrificazione (almeno trimestrale) degli organi di regolazione delle luci di efflusso;
- 5) le simulazioni (almeno trimestrali) delle manovre elettromeccaniche da eseguire durante la piena, per verificare il corretto funzionamento;

ATTIVITÀ STRAORDINARIE

- 6) gli interventi di riparazione, ripristino, rinnovamento e sostituzione di parti dell'impianto di laminazione che nelle fasi ordinarie di controllo sono risultate deteriorate; tali interventi possono consistere ad esempio in:
 - tagli di vegetazione alligante sulle opere di imbocco e sbocco;
 - ripresa di eventuali scoscendimenti dei paramenti arginali;
 - riparazione dei manufatti connessi con l'impianto;
 - rimozione delle alberature e dei rifiuti solidi in prossimità dei manufatti di imbocco e sbocco;
 - risagomatura del fondo cassa e asportazione dei sedimenti accumulati a seguito di una piena (tale attività è fondamentale per le casse d'espansione in derivazione, mentre per le casse d'espansione in linea, durante la fase di svuotamento, il richiamo della corrente verso l'alveo, avendo generalmente una forte capacità di erosione e trascinamento, causa un'azione di autodilavamento della cassa).

La gestione di una cassa d'espansione nel **periodo di deflusso straordinario** richiede necessariamente a livello organizzativo l'istituzione di una struttura centrale per la gestione e il monitoraggio della cassa in fase di piena, il cui responsabile di turno deve garantire la reperibilità 24 ore su 24. A livello operativo, invece, il periodo di deflusso straordinario può essere gestito solo con l'installazione di organi di preallarme all'interno della cassa per l'evacuazione delle persone eventualmente presenti (evidentemente non in maniera stabile), e con l'installazione di strumentazione in telerilevamento per il monitoraggio del funzionamento idraulico¹⁶.

¹⁵ Cfr. ARMANI [2001]

¹⁶ Cfr. RIBONI [2001]



Di seguito sono elencate alcune delle attività che il responsabile del *servizio di cassa* deve svolgere durante una piena:

- 1) il controllo dell'impianto con il monitoraggio continuo in telerilevamento delle portate d'ingresso e d'uscita e dei volumi immagazzinati;
- 2) lo scambio d'informazioni con le autorità competenti sullo stesso segmento idrografico;
- 3) la verifica e il continuo aggiornamento della risorsa umana e materiale disponibile e da richiedere;
- 4) l'attivazione della **guardia di sospetto** o **di primo stadio**, anche nota come allerta idrometrografica: è quella di incipiente innesco del battente per le casse d'espansione in linea o di incipiente raggiungimento della soglia sfiorante di imbocco per le casse d'espansione in derivazione; a tale stadio deve essere già assicurato lo sgombero di persone e attrezzature di valore mobili;
- 5) l'attivazione della **guardia normale** o **di secondo stadio**, nota anche come preallarme: è quella di incipiente interessamento delle arginature perimetrali da parte dei volumi d'acqua immagazzinati; in questa fase, con riferimento alle casse d'espansione in derivazione ricavate su superfici destinate a produzioni agricole compatibili con inondazioni di breve durata (al massimo un paio di giorni), occorre cronometrare il tempo dell'invaso per programmare, compatibilmente con la durata della piena, i tempi di svuotamento a salvaguardia delle colture e delle aree vallive;
- 6) l'attivazione della **guardia rinforzata** o **di terzo stadio**, nota anche come allarme: è quella a cui la lama d'acqua interna alla cassa raggiunge la soglia dei manufatti di scarico superficiale; in questa fase potrebbe essere valutata la necessità di ricorrere ad idrovore di ausilio, ovvero potrebbe essere necessario monitorare la dinamica di disfacimento di eventuali arginature fusibili o *fusegate* realizzati in ausilio al sistema di laminazione.

9.8 L'uso polivalente delle casse d'espansione: le aree umide¹⁷

La peculiarità delle casse d'espansione è la loro polivalenza funzionale, che ne consente l'uso non solo per la laminazione delle piene, ma anche per la costituzione di **aree umide** (*wetland*) per:

- migliorare la qualità dell'acqua attraverso processi di assimilazione e trasformazione dei nutrienti e di altri inquinanti,
- aumentare il valore naturalistico dei siti in cui sono realizzate, attraverso la produzione fotosintetica, la produzione di vita animale, l'aumento della biodiversità, l'esportazione verso ecosistemi adiacenti,
- dare valenza sociale ai siti confinati dalle casse per usi paesaggistici, ricreativi, commerciali e didattici,
- ricaricare le falde.

Lo spettro delle tipologie di aree umide è molto ampio. Vi sono aree umide costruite nelle serre (*living machines*), **aree umide costruite** (*constructed wetlands*) laddove naturalmente non si possono mai verificare condizioni spontanee per la formazione di un'area umida. Vi sono aree **umide ricostruite** (*reconstructed wetlands*) laddove aree umide esistevano già un tempo, naturalmente, prima della bonifica e del drenaggio meccanico del suolo. Esistono, infine, **aree umide naturali** (*natural wetlands*), che non necessitano di interventi strutturali notevoli per essere salvaguardate.

¹⁷ Il contenuto di questo paragrafo è stato in gran parte estratto da DAL CIN ET ALII (2002)



La tecnologia impiegata per la loro costruzione, gestione e mantenimento decresce passando dalle aree umide costruite a quelle ricostruite e a quelle naturali mentre il grado di naturalità (*greenness*) aumenta progressivamente.

L'uso delle aree umide per il miglioramento della qualità dell'acqua può essere previsto per recuperare le capacità autodepurative degli ecosistemi legati alla rete idrica superficiale. Le aree umide, infatti, sono in grado di abbattere varie specie inquinanti, tra cui i solidi sospesi, il BOD, i composti dell'azoto e del fosforo, la carica batterica, i metalli, attraverso processi chimici, fisici e biologici.

Le aree umide realizzate con finalità di trattamento dei reflui civili o industriali possono essere molto sofisticate. Possono nascere addirittura su suoli aridi dove mai un'area umida potrebbe esistere ed essere configurate in modo geometrico e schematico assolutamente innaturale.

La necessità di impermeabilizzare l'area umida destinata alla depurazione, per isolarla dalla falda sotterranea e la dipendenza dell'efficienza di depurazione dalle condizioni meteorologiche (al punto tale che non sempre si riesce a garantire il raggiungimento degli standard di concentrazione degli inquinanti allo scarico, imposti per legge) suggeriscono di utilizzare tale tecnologia a supporto degli impianti tradizionali di depurazione, ovvero per la depurazione dell'acqua fluviale contaminata da inquinamento diffuso di tipo rurale. Le aree umide a servizio della depurazione sono particolarmente adatte a ricostituire la capacità di autodepurazione dei corpi idrici superficiali, perduta a causa di interventi di regimazione idraulica, poco rispettosi delle esigenze ambientali.

Suoli con una permeabilità inferiore a circa 10^{-6} cm/s vengono normalmente considerati ottimali barriere contro l'infiltrazione. In caso di permeabilità più elevate l'infiltrazione in falda può essere eliminata costruendo un substrato argilloso o utilizzando materiali plastici impermeabili. L'uso di uno strato d'argilla viene generalmente considerata una scelta più efficace e di minore impatto ambientale rispetto alla membrana sintetica. Se si usa una membrana sintetica, si deve poi provvedere a un'adeguata copertura di suolo per uno spessore sufficiente, in modo tale da proteggere la membrana da danni accidentali e dalla penetrazione delle radici vegetali. È necessario considerare anche che mammiferi possono danneggiare la membrana mordendola.

Naturalmente la realizzazione di aree umide finalizzate alla depurazione naturale delle acque comporta anche svantaggi legati alla propagazione d'insetti molesti e di odori nauseabondi.

Diventa, pertanto, determinante, in fase progettuale, la corretta localizzazione, dimensionamento e tipologia costruttiva da adottare per le aree umide da destinare alla depurazione. Queste possono essere previste laddove esistevano già in precedenza, prima di scomparire per effetto delle attività umane (zone umide ricostruite), ovvero possono essere inserite in quei tratti fluviali palesemente inquinati, che impediscono il loro uso per fini produttivi, irrigui, o ricreativi.

L'uso delle aree umide per aumentare il valore naturalistico locale deve essere associato alla produzione di materia organica come base della catena alimentare a sostegno della popolazione animale, utilizzando quegli accorgimenti progettuali e gestionali che riducano i fattori limitanti. Se, ad esempio, nell'area umida si vogliono ridurre i solidi sospesi di origine algale, allora è opportuno prevedere una zona a densa vegetazione emergente in prossimità dell'opera di sbocco dell'area umida; se viceversa si desidera accentuare la produttività algale per sostenere una rete alimentare acquatica, è bene includere nel progetto specchi d'acqua liberi da vegetazione.

I più alti valori di produzione primaria netta si misurano generalmente in paludi a vegetazione emergente, con flusso idrico regolare e poco profonde ($< 0,3$ m)¹⁸. In tali sistemi un'alta produzione primaria general-

¹⁸ Cfr. BROWN ET ALII (1979)



mente dipende dalla disponibilità d'acqua combinata con la disponibilità di luce e di alti livelli di ossigeno disciolto. Più i livelli idrici sono fluttuanti nel corso dell'anno, più bassa generalmente risulta la produzione netta primaria: se ad esempio si verificano ripetuti eventi di piena e l'area umida viene inondata molte volte all'anno, con intermezzi di periodi di magra, la comunità vegetale potrebbe risultare stressata e si otterrebbe una bassa produzione primaria.

La destinazione d'**uso sociale delle aree umide** è in genere considerata solo se esistono presupposti commerciali (esempi comuni sono la raccolta delle canne, la riserva di specie animali, la caccia, l'acquacoltura) legati al valore non produttivo dell'area (paesaggio, opportunità ricreative, didattiche e di ricerca). Le aree umide possono essere ad esempio attrezzate con pannelli informativi che descrivano i percorsi naturalistici e le specie animali e vegetali presenti. Si può inoltre prevedere un centro informativo in cui venga predisposto un museo e materiali per attività didattiche. Strutture specifiche possono poi essere progettate per favorire la fruizione dell'area da parte di pedoni e ciclisti, per consentire il *bird-watching* e lo *jogging*.

In alcuni casi le aree umide possono essere utilizzate anche per la **ricarica della falda**. Questo avviene trattenendo l'acqua superficiale all'interno della cassa per un tempo tale da consentirne la percolazione nell'acquifero. Ovviamente la ricarica delle falde è possibile solo in caso di terreni permeabili (alluvioni di fondo valle).

9.8.1 La sostanze presenti nelle zone umide

Le aree umide rappresentano sistemi molto complessi in cui si evolvono processi fisici, chimici e biologici che possono avvenire simultaneamente o sequenzialmente, durante la permanenza dell'acqua all'interno dell'area. Le sostanze presenti nelle zone umide sono: solidi, forme azotate, fosforo, sostanze organiche, metalli e a volte organismi patogeni.

I solidi

La quantità di solidi contenuti nelle aree umide è normalmente superiore al carico entrante. Ciò è dovuto alla capacità di sedimentazione e di intercettazione che l'area umida ha nei confronti dei sedimenti entranti e di quelli che si formano a seguito dei processi di produzione autoctona, connessi alla morte di invertebrati, alla frammentazione di tessuti vegetali, alla produzione di fitoplancton e batteri e alla formazione di composti insolubili quali i solfuri di ferro.

I sedimenti e il detrito prodotti all'interno delle aree umide hanno pesi specifici vicini a quello dell'acqua e vi si trovano prevalentemente in sospensione. Ciò avviene per via del moto ondoso che, a causa dei bassi tiranti idrici, è in grado di esercitare sul fondo una forza sufficiente per portare in sospensione i sedimenti più leggeri; ma avviene anche a causa della bioturbazione indotta da invertebrati che vivono nel sedimento e dei movimenti di organismi superiori (uccelli, carpe, nutrie) che cercano cibo nel sedimento. Un'altra causa che favorisce la sospensione dei solidi nelle aree umide è dovuta al rilascio dal fondo di sostanze gassose, prodotte dalla fotosintesi e dalla decomposizione anaerobica della sostanza organica, che nella loro risalita trasportano particelle solide inizialmente sedimentate.

La sedimentazione delle particelle più dense dell'acqua può riguardare anche particelle che raggiungono le condizioni necessarie per la loro caduta solo dopo meccanismi di aggregazione con altre particelle o sostanze, meglio noti come **processi di flocculazione**. In questi casi la presenza di cariche superficiali, o la spontaneità di determinate reazioni, permettono a sostanze disciolte, o a particelle di per sé non sedimentabili, di partecipare a



processi di trasformazione e aggregazione, che ne favoriscono la sedimentazione per gravità. La flocculazione è favorita dal movimento relativo delle particelle e dalla conseguente probabilità di collisione. La turbolenza indotta in un'area umida dalla presenza dei fusti della vegetazione emersa aumenta la probabilità di collisione, ma l'adesione di queste particelle resta comunque dipendente dalle proprietà elettriche superficiali, che sono influenzate a loro volta dalla qualità dell'acqua circostante.

Le particelle più pesanti, che nel fiume vengono mantenute in sospensione da velocità e turbolenze maggiori di quelle presenti nelle aree umide, sedimentano in prossimità dell'imbocco delle stesse, mentre la sedimentazione di particelle più piccole dipende dai tempi di permanenza, dalle loro specifiche caratteristiche chimico-fisiche e dalla qualità dell'acqua.

Il biofilm costituito da organismi di vario tipo (batteri, alghe, funghi, protozoi), che in genere ricopre gli steli delle piante e i sedimenti sommersi, può, a sua volta, intercettare efficacemente, a mo' di filtro, le particelle solide in sospensione che vi impattano. Queste possono semplicemente essere trattenute per adesione oppure per metabolizzare sostanze disciolte, o colloidali, con conseguente produzione di ulteriore biomassa e sostanze solubili. L'efficienza di intercettazione dipende dalla velocità di scorrimento dell'acqua, dalla densità, dimensione e caratteristiche delle particelle e dei substrati del biofilm.

Forme azotate

Nelle acque superficiali le forme azotate di maggior interesse sono i nitrati, i nitriti, l'ammoniaca e l'azoto organico. Tutte queste forme, incluso l'azoto gassoso, sono biochimicamente interconnesse e partecipano al ciclo dell'azoto.

L'azoto, come nitrato e in misura minore come ammoniaca, rappresenta un importante nutriente per la produzione primaria. La sua abbondanza nelle acque, derivante dall'utilizzo di fertilizzanti e dalla ossidazione delle forme organiche e ammoniacali contenute negli scarichi civili, è una delle cause dei fenomeni di eutrofizzazione delle acque.

Le trasformazioni biochimiche che coinvolgono l'azoto all'interno di una zona umida sono molto complesse dato che tale elemento ha in natura un numero di ossidazione variabile da -III (NH_3) a +V (NO_3^-).

La vegetazione costituisce un deposito temporaneo, nel breve periodo, di azoto, tramite il processo dell'assimilazione, che permette di utilizzare i composti azotati inorganici per la sintesi di macromolecole organiche che costituiscono la biomassa vegetale. Così le macrofite emergenti e, in parte, quelle sommerse, assimilano le sostanze nutritive minerali in forma disciolta attraverso le radici situate nel sedimento mentre fitoplancton e macrofite flottanti assimilano i nutrienti disciolti nella colonna d'acqua.

La sostanza organica derivante dalla morte degli organismi e dalla sedimentazione dei solidi sospesi viene decomposta con rilascio di azoto organico spesso disciolto (urea, aminoacidi, proteine). La mineralizzazione dell'azoto è il processo che trasforma tale elemento dalla forma organica alla forma inorganica di ione ammonio (NH_4^+). Questo processo, fortemente dipendente dalla temperatura, può avvenire sia in condizioni anaerobiche che aerobiche.

In particolare lo ione ammonio può partecipare allo scambio ionico in presenza di materiale argilloso qualora raggiunga il sedimento (per diffusione o per decomposizione della sostanza organica). Tale capacità di scambio è comunque una potenzialità di breve termine perché soggetta a saturazione.

In ambiente aerobico si realizza la nitrificazione di NH_4^+ che diventa nitrato NO_3^- . Questo può seguire diversi destini: nel terreno può essere assimilato dalle piante attraverso le radici, oppure, in presenza di condizioni riducenti (anaerobiosi), può subire la denitrificazione, da parte di batteri anaerobi facoltativi, che usano il nitrato in luogo dell'ossigeno come accettore di elettroni nel processo della respirazione.



La denitrificazione comporta la produzione di azoto molecolare in forma gassosa che torna all'atmosfera. La denitrificazione, che richiede una forma ossidata di azoto e un ambiente anaerobico (due condizioni contrastanti tra loro), nelle aree umide diventa un processo rilevante grazie alla presenza di microzone aerobiche, necessarie alla sintesi del nitrato, circondate da ambienti anaerobici, necessari alla denitrificazione.

La contiguità di questi due tipi di condizioni (aerobiche e anaerobiche) si riscontra attorno alle radici (rizosfera) di piante tipiche delle aree umide che vivono radicate nel sedimento anaerobico e che trasferiscono ossigeno atmosferico al sedimento attraverso gli apparati radicali. Condizioni analoghe si riscontrano anche lungo il biofilm che circonda i sedimenti. La reazione di denitrificazione richiede una fonte di carbonio organico che in alcuni casi può costituire un fattore limitante.

Altri processi che coinvolgono l'azoto all'interno della zona umida, sono la volatilizzazione dell'ammoniaca e la fissazione dell'azoto atmosferico. La prima trasformazione ha luogo in presenza di elevati pH e di alte temperature e prevede il passaggio dell'ammoniaca (NH_3) alla fase gassosa e quindi il suo trasferimento all'atmosfera. Essa può diventare rilevante durante i mesi caldi quando la produzione fotosintetica può indurre valori di pH elevati ($8 \div 8.5$). Di segno opposto è invece la fissazione dell'azoto atmosferico, che permette ad alcuni microrganismi di utilizzarlo come nutriente per la loro crescita.

Il fosforo

Il fosforo è presente nelle acque superficiali come fosforo solubile inorganico e come fosforo organico. Il primo rappresenta la forma biologicamente attiva e spesso rappresenta per i produttori primari un fattore nutritivo limitante, tant'è che si ritrova nella composizione dei fertilizzanti e rappresenta, assieme ai sali di azoto, una delle sostanze responsabili dei fenomeni di eutrofizzazione, specialmente nei corpi idrici recettori delle acque superficiali.

Il ciclo del fosforo non ha una fase gassosa e questo comporta, nei sistemi naturali, una graduale perdita di questo elemento nei sedimenti dei corpi idrici.

Il fosforo solubile inorganico viene generalmente rimosso per mezzo di processi di natura biologica, (assimilazione da parte delle piante) e di natura chimica e chimico-fisica (adsorbimento-deadsorbimento, precipitazione, complessazione) che ne favoriscono la sottrazione dall'acqua per sedimentazione. Se però l'assimilazione da parte delle piante attraverso l'apparato radicale gioca un ruolo minore di quello visto per l'azoto e quantificabile in un rapporto in peso N/P di 1/7 (cioè ogni 7 grammi di azoto ne viene assimilato 1 di fosforo), i processi di adsorbimento alle particelle solide hanno luogo molto rapidamente, per cui si può pensare che il fosforo entri nell'area umida in massima parte come adsorbito dalla materia sospesa.

Nonostante la reversibilità dei processi sopra discussi, nel lungo termine si ha normalmente una sottrazione di fosfato grazie al graduale seppellimento del sedimento. Il fosforo ad esso legato subisce così un isolamento fisico che ne riduce nel tempo la mobilità.

Nel loro insieme i meccanismi di residenza del fosforo disciolto nelle aree umide non sono molto efficienti; risulta, invece, molto più significativa la rimozione del fosforo associato alle particelle solide sospese soggette a sedimentazione.

Sostanza organica

La composizione della sostanza organica presente nelle acque superficiali è complessa essendo costituita da molte forme chimiche presenti in basse concentrazioni. Essa viene quindi misurata con parametri che tengono conto di tutti i composti organici presenti nel campione quali ad esempio il BOD (richiesta di ossigeno per l'ossidazione biologica), il COD (richiesta di ossigeno per l'ossidazione chimica) e il TOC (carbonio organico totale).



La sostanza organica può essere presente sia in forma solubile che particellata. Nella forma particellata essa è soggetta a flocculazione e successiva sedimentazione, a intercettazione ed assimilazione da parte del biofilm che ricopre le piante e i sedimenti, a mineralizzazione ad opera della flora microbica. Nella forma disciolta può invece essere assimilata e decomposta dai microrganismi presenti nel biofilm e possono essere associate alla fase solida sospesa nell'acqua, alla vegetazione e al sedimento.

La rimozione della sostanza organica biodegradabile, in un ambiente naturale, avviene per successive trasformazioni biochimiche operate da un insieme di organismi specializzati, che traggono da tale attività l'energia e le sostanze necessarie al proprio sostentamento.

L'ambiente può influenzare marcatamente il tipo di trasformazione biochimica. La disponibilità di ossigeno come accettore finale di elettroni permette una serie di reazioni che costituiscono la respirazione aerobica. In mancanza di ossigeno, condizione frequente nei sedimenti, altre sostanze organiche o inorganiche come nitrati, solfati e carbonati vengono usate come accettori di elettroni (respirazione anaerobica). Le condizioni ambientali, in termini di tenore di ossigeno disciolto, selezionano quindi il tipo di metabolismo degradativo realizzabile e di conseguenza i prodotti terminali del processo di degradazione: anidride carbonica e acqua per la respirazione aerobica e, ad esempio, ossidi di azoto, azoto gassoso, zolfo, tiosolfati, idrogeno, metano, per la respirazione anaerobica.

La decomposizione della sostanza organica può modificare in modo importante la qualità delle acque dell'area umida: la respirazione aerobica consuma ossigeno disciolto mentre quella anaerobica produce sostanze indesiderate. Di qui la necessità di ubicare le aree umide laddove vi sono modesti carichi di sostanza organica.

Metalli

I metalli possono entrare nelle aree umide in forma disciolta o come composti insolubili associati ai solidi sospesi. In quest'ultimo caso, essi subiscono processi di flocculazione/sedimentazione, filtrazione e intercettazione.

I metalli in forma disciolta invece, possono essere "sequestrati" dalla fase acquosa per essere associati a quella solida sedimentata, sospesa, umifica, ovvero possono precipitare come sali insolubili di solfuri, carbonati, idrossidi, ovvero ancora possono essere assimilati da piante, alghe e batteri.

Il destino principale dei metalli è quello di formare composti con i solfuri presenti nel sedimento anossico finendo, col tempo, per essere seppelliti con il sedimento. Processi di risospensione, di movimentazione e di ossigenazione dei sedimenti possono invertire questo percorso provocando la solubilizzazione dei metalli che, non più legati alla frazione solida, ritornano disponibili in fase acquosa.

Organismi patogeni

I microrganismi patogeni presenti nelle acque sono rappresentati da virus, batteri, funghi, elminti e protozoi. La loro rilevazione è onerosa e di solito affidata alla quantificazione di indicatori più generici, quali i coliformi fecali, gli streptococchi fecali ed altre classi di batteri, che indicano con la loro presenza la probabilità di inquinamento di tipo fecale delle acque.

Si deve considerare però che i coliformi fecali, come pure alcuni microrganismi patogeni, possono trovarsi nell'area umida non solo attraverso gli scarichi antropici, ma anche perchè prodotti dalla fauna ospitata all'interno.

I microrganismi patogeni entrano nell'area umida associati ai solidi sospesi o come colonie sospese. Nel caso siano associati ai solidi sospesi, essi possono andare incontro a processi di flocculazione. Una volta sedimentati, i patogeni, adattati a vivere all'interno di organismi a sangue caldo, si trovano in una matrice ambientale ostile. Essi, infatti, richiedono temperature alte e substrati ricchi di sostanza organica per vivere e generalmente



non sopravvivono alla competizione della comunità di microrganismi ambientali. Essi possono anche venire predati o distrutti dall'irradiazione ultravioletta, se adeguatamente esposti alla luce solare.

La rimozione degli organismi patogeni, in ogni caso, è correlata alla rimozione dei solidi sospesi.

9.8.2 La progettazione delle aree umide

La progettazione delle aree umide richiede l'apporto di specifiche competenze in biologia, botanica, zoologia, geologia, geotecnica e idraulica. All'ingegnere spetta la cura della progettazione degli interventi funzionali alle diverse esigenze di natura biologica, botanica, zoologica, tossicologica, definite nella fase preliminare impiantistica dell'area umida da realizzare.

Un primo aspetto da considerare è la determinazione delle portate ordinarie di esercizio da immettere nell'area umida e il volume idrico da assicurare.

La **portata d'acqua** influenza la presenza di ossigeno disciolto nell'area umida. Alte portate in zone d'acqua bassa tendono a creare le condizioni per una concentrazione di ossigeno disciolto maggiore che nel caso di basse portate. Livelli maggiori di ossigeno disciolto generalmente portano ad una presenza maggiore di animali acquatici.

Il **volume idrico** da assicurare nelle condizioni ordinarie di esercizio dell'area umida viene determinato in base alla profondità dell'acqua necessaria a condizionare la crescita desiderata delle piante. Alti livelli idraulici provocano uno stress per la crescita delle macrofite radicate emergenti, mentre incoraggeranno la dominanza di vegetazione flottante o sommersa, o di alghe. Una progettazione ideale dovrebbe consentire una variazione dei livelli idrici da zero alla massima profondità tollerabile dalla comunità vegetale desiderata.

Il volume idrico deve essere definito trascurando i volumi d'ingombro della vegetazione e degli accumuli detritici. In particolare viene definita **porosità di un'area umida** il rapporto tra il volume dell'area umida disponibile per il deflusso dell'acqua e il volume totale. La porosità di un'area umida risulta difficile da misurare accuratamente in campo, in quanto varia lungo il piano orizzontale per la composizione e la distribuzione delle specie vegetali, e lungo la direzione verticale con valori inferiori vicino al fondo dove si accumulano i detriti vegetali.

Per la fase progettuale dovrebbero essere usati, se possibile, diversi valori di porosità a seconda della presenza di specchi d'acqua liberi e delle specie previste per ciascuna zona vegetata; se si fa riferimento ad un solo valore di porosità, questo deve essere pesato con riferimento alle condizioni vegetative delle diverse zone.

Elemento fondamentale per la definizione progettuale della porosità di un'area umida è il rapporto tra zone a specchio d'acqua privo di vegetazione e zone a canneto (cfr. Figura 9-64). Questo rapporto dipende dalla destinazione d'uso prevalente dell'area umida.

Ad esempio, se l'obiettivo primario è quello di migliorare la qualità dell'acqua, le zone a canneto sono necessarie per la filtrazione, l'abbattimento dei nutrienti e per favorire la sedimentazione, mentre gli specchi d'acqua liberi da vegetazione favoriscono l'eliminazione dei batteri patogeni oltre che l'ossigenazione; le zone profonde d'acqua libera da vegetazione, inoltre, aumentano i tempi di residenza e favoriscono il rimescolamento e i processi di rimozione degli inquinanti ad esso legati.

Se l'obiettivo primario è quello di garantire la diversità dell'habitat, gli specchi d'acqua libera da vegetazione sono necessari per l'atterraggio degli uccelli acquatici, le zone d'acqua profonda sono necessarie alla salvaguardia dei pesci nei periodi di secca e di ghiaccio, i piccoli canali meandrati consentono ai pesci di spostarsi all'interno dell'area umida, gli specchi d'acqua attorno alle isole proteggono la fauna dai predatori e dal di-



sturbo antropico. Le zone a canneto, invece, forniscono un habitat per i macroinvertebrati e il giusto equilibrio con gli specchi d'acqua aperti crea l'ambiente ideale per garantire diversità d'habitat.

Se, poi, l'obiettivo primario è la ricreazione, gli specchi d'acqua libera da vegetazione offrono una piacevole visuale, che può essere, però, bilanciata anche dalle zone a canneto.

Nella Tabella 9-5 sono riportati alcuni rapporti ottimali tra specchi d'acqua liberi da vegetazione e zone a canneto¹⁹.

Rapporto tra specchi d'acqua liberi e zone a canneto	Obiettivo primario dell'area umida		
	Qualità dell'acqua	Diversità dell'habitat	Ricreazione
1:6	Filtrazione, trasformazione dei nutrienti		
1:4		Macroinvertebrati	
1:2	Sedimentazione		
1:1	Abbattimento dei patogeni e riaerazione	Specie uccelli acquatici	Bilancio visivo, ricreazione passiva

Tabella 9-5: Rapporti ottimali tra specchio d'acqua libero da vegetazione e zone a canneto [DAL CIN ET ALII (2002)]

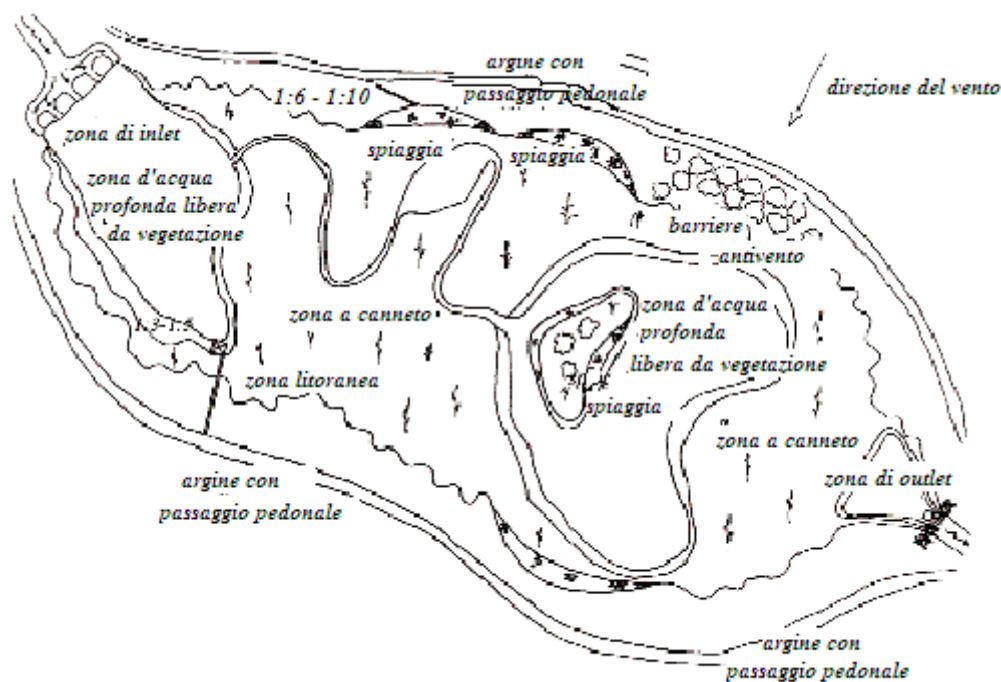


Figura 9-64: Schema di funzionamento di un'area umida a flusso superficiale [DAL CIN ET ALII (2002)]

Il canneto deve essere piantato in maniera tale da massimizzare la capacità di rimozione degli inquinanti dell'intera area umida, massimizzare il valore del suo habitat e incrementare la sua attrattiva visiva. La profondità dell'acqua nella zona a canneto dovrebbe variare da un minimo di 0,1 m a un massimo di 0,5 m, con una pro-

¹⁹ Cfr. DAL CIN ET ALII (2002)



fondità ottimale di 0,4 m²⁰. E' importante che le variazioni di livello del terreno nella zona a canneto vengano realizzate perpendicolarmente al flusso per prevenire problemi indesiderati di canalizzazione.

Altro parametro idraulico fondamentale nella progettazione delle aree umide è il **tempo nominale di residenza idraulica** (o **tempo nominale di ritenzione**). In condizioni stazionarie di moto, il tempo nominale di residenza idraulica può essere definito secondo la seguente formulazione:

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{\varepsilon Ah}{Q}$$

dove:

τ = tempo di residenza nominale, espresso in giorni;

V = volume d'acqua nell'area umida, espresso in m³;

Q = portata d'acqua, espressa in m³/giorno;

A = superficie dell'area umida (superficie allagata), espressa in m²;

h = profondità media dell'acqua, espressa in m;

ε = porosità dell'area umida.

La portata d'acqua Q dovrebbe essere posta pari al valore medio di quella in ingresso e in uscita, anche se a volte, per carenza di adeguate misure, si fa riferimento esclusivamente a quella in ingresso, che, purtroppo non consente di conoscere eventuali diminuzioni o incrementi di deflusso, dovuti ad esempio a precipitazioni, evapotraspirazione e infiltrazione.

Il tempo di residenza nominale fornisce in genere una stima inesatta e generalmente superiore dell'effettivo tempo di residenza dell'acqua nell'area, in quanto non tiene conto dei corto-circuiti idraulici e delle zone idraulicamente morte.

Una stima accurata del tempo di residenza può essere effettuata tramite uno studio con tracciante.

Per ovviare ai corto-circuiti e alle zone idraulicamente morte si può prevedere la realizzazione di **rilevati interni per la diversione del flusso**, con l'ufficio di disegnare percorsi idrici ben definiti ed eventualmente tortuosi, al fine anche di incrementare il tempo di residenza dell'acqua. Non necessariamente la sommità del rilevato deve fuoriuscire dai livelli ordinari del pelo libero. Qualora sia previsto l'uso di tali rilevati anche per l'accesso pedonale (cfr. Figura 9-64), occorre prevedere che la sommità sia asciutta ed abbia sufficiente larghezza (almeno 1m).

Non esiste una pendenza standard che possa essere usata come valore guida generale per garantire la stabilità dei rilevati interni e degli argini di perimetrazione dell'area umida. Se esigenze geotecniche e idrauliche legate alla tutela dalla instabilità e dall'erosione suggeriscono pendenze dolci, pendenze elevate possono essere utili invece alla realizzazione di zone d'acqua profonda, allo stazionamento degli uccelli acquatici in zone maggiormente visibili ai visitatori.

La zona a canneto dovrebbe avere pendenze molto lievi (1:6 ÷ 1:8) per poter garantire acque basse e favorire i processi nell'area umida. Una pendenza bassa (1:4 ÷ 1:6) consente libero movimento alle specie di uccelli acquatici che nidificano e/o si procurano il sostentamento dalle adiacenti aree emerse, oltre a massimizzare la disponibilità di habitat d'acqua bassa utile come zona di pascolo per gli uccelli. Questa zona, infatti, è nelle condizioni di attrarre potenziali sorgenti di cibo per l'avifauna, come ad esempio invertebrati e pesci.

Una maggiore varietà di pendenze lungo la linea di costa crea una maggiore varietà di habitats per la flora e la fauna.

²⁰ DLWC – NEW SOUTH WALES (1998)



Anche la scelta del rapporto tra lunghezza e larghezza dell'area umida è molto importante sulla distribuzione del flusso e sui cortocircuiti idraulici. Un alto rapporto tra lunghezza e larghezza minimizza i cortocircuiti e massimizza il contatto dell'acqua con il substrato di biofilm. D'altra parte, un alto rapporto tra lunghezza e larghezza porta a maggiori sviluppi arginali, con conseguente aumento dei costi di realizzo. Anche la forma dell'area umida, la localizzazione dell'imbocco (*inlet*) e dello sbocco (*outlet*) e il posizionamento di rilevati interni (isole) influenzano l'idrodinamica del sistema. Si definisce **efficienza idraulica** di un'area umida il rapporto tra il tempo di ritenzione effettivo e quello nominale. In uno studio su ipotetiche aree umide²¹ si è riuscito a definire un abaco dell'efficienza idraulica in funzione delle varie forme assunte dalle stesse (cfr. Figura 9-65).

La presenza di **isole**, se ben posizionate, oltre a migliorare l'efficienza idraulica e la diversione del flusso in specchi d'acqua non vegetati risulta anche piacevole alla vista e contribuisce a creare una varietà d'habitat. Le dimensioni e la forma dell'isola devono essere determinate dalle condizioni del flusso e delle caratteristiche dell'area umida, dall'impatto visivo che si vuole ottenere, dall'utilizzo dell'isola come diversore di flusso o come dissipatore dell'energia delle onde (cfr. Figura 9-64). Le isole hanno un benefico effetto anche per l'avifauna che può utilizzarle per la nidificazione e il ricovero. Le isole, inoltre, possono essere progettate in modo da eliminare qualsiasi accesso via terra da parte degli uomini e dei predatori. Anche quando si prevede un'isola occorre valutare eventuali effetti erosivi delle sponde, inibendoli con una buona copertura vegetativa nei punti più esposti al moto ondoso e in generale sulla riva.

Le isole previste con funzione di *habitat* devono avere anche una spiaggia o almeno una zona che consenta la risalita degli uccelli acquatici. Questa zona, che deve essere libera da vegetazione, può essere protetta dall'erosione tramite substrati di ghiaia. Quando è possibile, la spiaggia può essere realizzata con una varietà di substrati (ad esempio sabbia, ciottoli, argilla...) per variare la linea di costa, e creare in questo modo differenti habitats per piante e animali acquatici. Detriti come rami d'albero, tronchi cavi e rocce potranno essere posizionati all'interno e nei dintorni dell'area umida e sulle isole, in quanto costituiscono rifugio gradito per pesci, invertebrati acquatici, rane, etc.

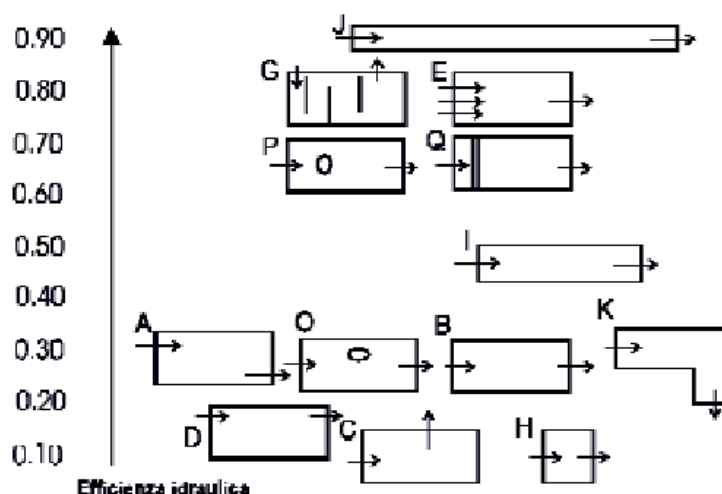


Figura 9-65: Efficienza idraulica per stagni di varie forme [PERSSON et ALII (1999)]

Il comportamento idraulico ordinario di un'area umida risulta di non facile determinazione e progettazione, sia per le variazioni del deflusso nello spazio e nel tempo, dovute al variare della morfologia, delle condi-

²¹ Cfr. PERSSON ET ALII (1999)



zioni vegetative e delle condizioni di ingresso, sia per la natura stocastica degli eventi idrologici che interessano l'area. Il campo di velocità in un'area umida è condizionato dal gradiente tra zona di *inlet* e zona di *outlet*, dipende dalla scabrezza di fondo e di parete, dalla vegetazione, dai detriti sul fondo e dalle condizioni della sponda della zona allagata. Strutture di regolazione finale possono inoltre essere usate per gestire il livello idrico. In fase progettuale occorre assicurare che l'area umida sia in grado di consentire il deflusso delle portate ordinarie attese senza creare problemi di rigurgito. Le formule utilizzabili per il calcolo delle perdite di carico possono essere quelle proposte al paragrafo F.5 in Appendice per le sezioni idrauliche composte.

I regimi piovosi condizionano fortemente i fenomeni di deflusso attraverso l'area umida, e, quindi, la qualità dell'acqua. Ad esempio le precipitazioni sull'area umida incrementano i valori di portata effettiva e, di conseguenza, diminuiscono i tempi di residenza idraulica; allo stesso tempo influiscono sulla qualità dell'acqua in quanto riducono le concentrazioni di eventuali inquinanti. L'evapotraspirazione ha invece l'effetto opposto di incrementare il tempo di residenza idraulica e di sfavorire la diluizione degli inquinanti.

Risulta per tale motivo importante lo studio del **bilancio idrico locale**, fornito dalla risoluzione della seguente equazione:

$$\frac{dV}{dt} = Q_i - Q_o + Q_c - Q_b - Q_{gw} + Q_{sm} + PA - ETA_v - E(A - A_v)$$

dove:

A = area superficiale dell'area umida, in m^2 ;

A_v = area della superficie vegetata dell'area umida, in m^2 ;

ET = evapotraspirazione, in m/giorno;

E = evaporazione da superficie liquida, in m/giorno;

P = precipitazione, in m/giorno;

Q_b = perdita attraverso gli argini, in m^3 /giorno;

Q_c = run-off del bacino idrico afferente all'area umida, in m^3 /giorno;

Q_{gw} = infiltrazione in falda, in m^3 /giorno;

Q_i = portata in ingresso all'area umida, m^3 /giorno;

Q_o = portata in uscita dall'area umida, m^3 /giorno;

Q_{sm} = scioglimento della neve, m^3 /giorno;

t = tempo, in giorni;

V = volume d'acqua immagazzinato nell'area umida, in m^3 .

Il periodo medio di tempo su cui calcolare le componenti del bilancio idrico deve essere sufficientemente breve, ad esempio settimanale o mensile, per poter cogliere gli effetti stagionali. Inoltre, tale periodo medio deve essere compatibile con la frequenza dei campionamenti per l'analisi della qualità delle acque.

La **velocità** con cui ordinariamente la corrente idrica deve attraversare l'area umida è un altro importante parametro di progetto. Essa non deve essere troppo bassa per evitare la sedimentazione spinta di solidi sospesi in arrivo dall'*inlet*. Allo stesso tempo non deve essere troppo alta per evitare fenomeni di rimozione (*shear stress*) dello strato di sedimenti in cui è radicato il sistema vegetale, con conseguente decespugliamento dell'area. Assicurare diverse profondità e larghezze alla corrente, consente di modulare all'interno dell'area umida le velocità e conseguentemente di favorire l'instaurarsi di diversità d'habitat.

La maggior parte dei solidi sospesi in ingresso all'area umida possono essere rimossi nella zona di *inlet*. È quindi possibile ottimizzare le potenziali possibilità di questa zona, prevedendo, a valle dell'imbocco, una **zona profonda**, priva di vegetazione emergente o sommersa, che funga da zona di sedimentazione (cfr. Figura 9-



64). Sarebbe opportuno distribuire tale zona lungo l'intera larghezza dell'*inlet*. La lunghezza dello specchio d'acqua della zona profonda dipende dalla velocità ordinaria di percorrenza dell'acqua e dalla dimensione dei solidi sospesi che si vuole decantare. La profondità deve essere sufficiente a consentire un adeguato deposito e accumulo dei sedimenti e a impedire la crescita di vegetazione emergente. I solidi accumulati nella zona profonda si riducono lentamente in volume nel tempo; tuttavia nell'arco di vita di un'area umida può essere necessario effettuare un periodico dragaggio.

Se non interessa una riossigenazione dell'acqua all'ingresso dell'area umida, si può favorire la crescita di vegetazione galleggiante lungo la zona profonda, per opporre resistenza al vento e al moto ondoso. In questo caso il tempo di residenza nell'area profonda deve essere inferiore a $3 \div 5$ giorni, per minimizzare il rischio di proliferazione algale ²².

In ogni area umida la presenza e la tipologia di vegetazione viene condizionata dalla durata e dalla frequenza con cui una certa zona viene sommersa e dalla altezza d'acqua mantenuta. Nell'intento di creare un'area umida che provveda a specifiche funzioni, è desiderabile e a volte necessario avere uno specifico idroperiodo od un intervallo di idroperiodi.

L'**idroperiodo** in un punto dell'area umida può essere definito come il numero di giorni all'anno in cui l'acqua è presente alla superficie²³. Allorquando l'acqua assume battenti tali da sommergere le macrofite emergenti, occorre conoscere l'influenza che la durata di sommersione e la profondità dell'acqua hanno sulla loro fisiologia, con particolare riferimento alla concentrazione di ossigeno nel terreno, al pH del terreno, alle concentrazioni dei nutrienti e delle sostanze tossiche. Per ciascuna specifica localizzazione all'interno dell'area umida può essere preparata una curva profondità-durata, nota anche come **curva del regime idrico**. Una raccolta di *range* tipici di idroperiodi tollerabili da differenti specie vegetali caratteristiche delle aree umide viene presentata, ad esempio, da *Kadlec e Knight* (1996). Essi suggeriscono, per le zone dell'area umida canalizzate un idroperiodo di almeno 360 giorni/anno, per i canneti un idroperiodo di almeno 300 giorni/anno, per le zone occupate da cespugli e alberi un idroperiodo da 0 a 60 giorni/anno.

Quando l'area umida è prevista in linea al corso d'acqua, occorre rivolgere particolare attenzione alla **zona litoranea**, interfaccia tra habitat terrestre periferiale e acquatico. Deve essere realizzata per favorire l'attecchimento della vegetazione e creare l'habitat ideale per uccelli, animali anfibi e macroinvertebrati. Ci sono alcune specie di uccelli acquatici, ad esempio, che nidificano solamente sulla riva.

La vegetazione litoranea protegge la sponda dall'erosione fluviale tramite l'azione legante del sistema radicale nel terreno e contribuisce a dissipare l'azione erosiva delle onde, riducendone l'impatto sugli argini. La vegetazione lungo la costa, inoltre, provvede ombra e riparo per i pesci, è fonte di residui vegetali per gli invertebrati (a loro volta sorgente di cibo per i pesci), contribuisce a regolare la temperatura dell'acqua riducendone il riscaldamento dovuto all'azione dei raggi solari.

Le opportunità per la costituzione di un habitat di pregio naturalistico possono essere massimizzate attraverso:

- la costruzione di pendenze lievi;
- la messa a dimora di diverse specie vegetali litoranee;
- la protezione dell'habitat naturale mediante sentieri e punti di accesso per i visitatori lontani da specifiche zone dell'area litoranea da mantenere del tutto inaccessibili;

²² Cfr. GEARHEART & FINNEY (1996)

²³ Cfr. KADLEC & KNIGHT (1996)



- la creazione di spiagge che consentano accessi sicuri e stabili alla linea di costa per finalità ricreative, che rompano la continuità della costa e che fungano da territorio di nutrimento per gli uccelli acquatici;
- la progettazione di un andamento sinuoso della linea di costa per massimizzare la lunghezza dell'habitat litoraneo (una linea di costa irregolare consente un maggiore accesso alla zona palustre di una linea di costa regolare).

Una zona litoranea ben progettata e ben realizzata, quindi, oltre a fornire un importante contributo al valore estetico e ricreativo dell'area umida, incrementa sicuramente la sua valenza ambientale.

Altro aspetto da valutare è la formazione delle onde. Si definisce *fetch* la massima lunghezza di superficie d'acqua esposta nella direzione del vento su cui il vento può soffiare e generare onde senza trovare alcun ostacolo. Una delle cause più critiche di erosione e di risospensione del sedimento è data proprio dalle onde create dal vento. E' dunque importante evitare di costruire l'area umida in una posizione per cui il *fetch* sia sufficientemente lungo da generare onde che erodano gli argini.

Le zone d'acqua libere da vegetazione devono essere progettate secondo un orientamento perpendicolare alla direzione del vento dominante.

L'opera di sbocco (*outlet*) dell'area umida coincide con la luce di sbocco ricavata nello sbarramento della cassa d'espansione in linea, ovvero con lo scarico di esaurimento della cassa d'espansione in derivazione. È molto sensibile all'accumulo di residui vegetali. Pertanto occorre munirla di un filtro della biomassa prodotta nell'area umida per ridurre l'esportazione e i conseguenti alti valori nelle concentrazioni di BOD, TSS e nutrienti. La maniera ottimale per realizzare la filtrazione finale è tramite le piante acquatiche stesse. Il fito-filtro può essere, ad esempio, provocato creando una zona profonda immediatamente a monte dello sbocco, i cui tempi di detenzione idrica (di 1 ÷ 3 giorni) consentano una produzione algale controllata. Altri tipi di filtri possono essere di tipo roccioso o artificiale, con griglia a maglie larghe posizionata un metro o due dalla struttura di sbocco. La biomassa filtrata che si accumula allo sbocco deve essere rimossa e trasferita lontano dall'area umida e dal fiume, per evitare che un evento meteorologico possa riportarla nell'area umida stessa o addirittura nel tratto di valle del fiume.

L'opera di sbocco in genere deve essere dotata di organo regolatore delle portate defluenti, in modo da poter essere utilizzata per lo svuotamento controllato dell'area, ovvero per la gestione dei livelli idrici. Poter gestire i livelli idrici in un'area umida è molto importante, perché consente ad esempio di:

- favorire l'attecchimento della vegetazione subito dopo la piantumazione;
- facilitare l'eventuale piantumazione supplementare (nel caso in cui la piantumazione iniziale abbia dato scarsi risultati);
- verificare la vegetazione infestante, particolarmente quella galleggiante non desiderata;
- ridurre la popolazione di zanzare e di specie ittiche dominanti;
- facilitare le eventuali operazioni necessarie alla soluzione di problemi erosivi o strutturali.

Per tutelare la ittiofauna durante i periodi di svuotamento, è necessario creare **zone d'acqua profonda** (*pool*) di rifugio, funzionali anche nei periodi di siccità e di gelo.

Le zone d'acqua profonda possono essere occupate da vegetazione flottante (come nei pressi dell'*outlet*), ma possono essere anche libere da vegetazione (come nei pressi dell'*inlet*). Quando le zone d'acqua profonda sono libere da vegetazione riescono a promuovere molti dei processi naturali che avvengono all'interno dell'area umida, tra questi:



- la riduzione di zone stagnanti tramite la miscelazione indotta dal vento e dalle variazioni di temperatura lungo la colonna d'acqua;
- la riduzione dei cortocircuiti idraulici attraverso un ri-orientamento dei flussi;
- la disinfezione dovuta alla radiazione ultravioletta del sole per batteri patogeni;
- la ri-ossigenazione della colonna d'acqua per riaerazione atmosferica e fotosintesi algale;
- la creazione di un habitat utile agli uccelli, ai pesci, agli invertebrati;
- la creazione di un rifugio per la fauna acquatica durante periodi di siccità o di svuotamento dell'area umida, così come durante i periodi in cui l'acqua ghiaccia;
- la creazione di zone sicure necessarie per l'atterraggio degli uccelli acquatici;
- la sedimentazione delle particelle più fini;
- la creazione di una zona in cui è maggiormente facilitata la predazione delle larve di zanzare da parte dei pesci e di altri animali;
- il miglioramento delle caratteristiche estetiche e della potenzialità ricreativa dell'area umida.

La profondità delle zone d'acqua libere da vegetazione in genere è compresa tra 1,3 e 2,5 m²⁴. Le pendenze lungo le sponde di queste zone possono essere relativamente ripide (da 1:3 a 1:5)²⁵. Tuttavia se la zona d'acqua profonda è posizionata adiacente ad un'isola che funge da habitat la pendenza dovrà essere più lieve per aumentare il valore d'habitat dell'isola, che necessita di zone d'acqua bassa per uccelli e macroinvertebrati.

Nelle zone dell'area umida libere da vegetazione e in presenza di condizioni meteorologiche sfavorevoli possono verificarsi episodi di *bloom* algali, con conseguente peggioramento della qualità delle acque in uscita. Per minimizzare la possibilità di crescita algale, le zone d'acqua prive di vegetazione dovrebbero essere progettate per avere tempi di residenza idraulica relativamente bassi: 2-3 giorni secondo l'EPA (2000), 3-5 giorni secondo Gaerheart e Finney (1996). In generale, infatti, il ciclo di crescita delle alghe può essere indicato approssimativamente di circa 7 giorni.

Allorquando le aree umide sono previste per la depurazione fluviale e la riqualificazione ambientale di un'area perifluviale, assume particolare importanza la conoscenza del **carico inquinante** all'ingresso dell'area umida per un determinato inquinante *i* di concentrazione C_i . Il carico inquinante è dato dal prodotto di $C_i \cdot Q$.

L'efficienza depurativa percentuale per le concentrazioni di uno specifico inquinante *i* viene, invece, indicata con:

$$EFF = 100 \frac{C_i - C_o}{C_i}$$

dove C_i e C_o sono rispettivamente le concentrazioni dell'inquinante in ingresso ed in uscita dall'area umida.

Specificamente per le aree umide a scopo depurativo, la letteratura suggerisce i valori da assegnare ad alcuni parametri caratteristici per migliorare l'efficienza depurativa. Nella Tabella 9-6 sono riportati gli intervalli di variazione di alcuni di essi, proposti da alcuni Autori in realtà territoriali geograficamente differenti da quella italiana²⁶.

In tale Tabella per carico inquinante specifico si intende il valore del carico inquinante per unità di superficie impegnata dall'area umida, per carico idraulico specifico si intende la portata idrica media per unità di

²⁴ DLWC – NEW SOUTH WALES (1998)

²⁵ *Ibidem*

²⁶ Cfr. REED ET AL., 1988; WATSON ET AL., 1989; WATSON AND HOBSON, 1989; HAMMER, 1989; CRITES, 1994; KADLEC AND KNIGHT, 1996; EPA, 2000



superficie impegnata dall'area umida, mentre per area richiesta si intende l'estensione dell'area umida da considerare in rapporto alla portata idrica media.

Parametro	Intervallo suggerito in letteratura
TEMPO DI RITENZIONE EFFETTIVA (PER LA RIMOZIONE DI SPECIE INQUINANTI SOLUBILI)	da 5 a 14 giorni
TEMPO DI RITENZIONE EFFETTIVA (PER LA RIMOZIONE DI SPECIE INQUINANTI SOSPESE)	da 0,5 a 3,0 giorni
MASSIMO CARICO SPECIFICO DI BOD ₅	da 45 a 112 kg/(ha·giorno)
CARICO IDRAULICO SPECIFICO	da 0.01 a 0.05 m/giorno
AREA RICHIESTA	da 0.002 a 0.014 ha/(m ³ /giorno)
RAPPORTO LUNGHEZZA/LARGHEZZA	da 2:1 a 10:1
PROFONDITÀ MEDIA	da 0,1 a 0,5 m
PENDENZA DEL FONDO	da 0 a 0,5 %

Tabella 9-6: Intervalli di variazione dei parametri progettuali delle aree umide dedotti dalla letteratura

In particolare, la rimozione dell'ammoniaca e dell'azoto totale disciolto oltre a dipendere dal tempo di ritenzione effettiva, è influenzata dalla temperatura e dal carico in ingresso.

In Figura 9-66 è riportato l'abaco di correlazione tra il tempo di ritenzione, la temperatura dell'acqua e l'efficienza di rimozione dell'azoto totale, dedotto in base ad uno specifico carico in ingresso di azoto totale disciolto. In Figura 9-67, invece, è riportato l'abaco di correlazione tra il tempo di ritenzione, il carico in ingresso di azoto totale e l'efficienza di rimozione, dedotto in base ad una specifica temperatura dell'acqua.

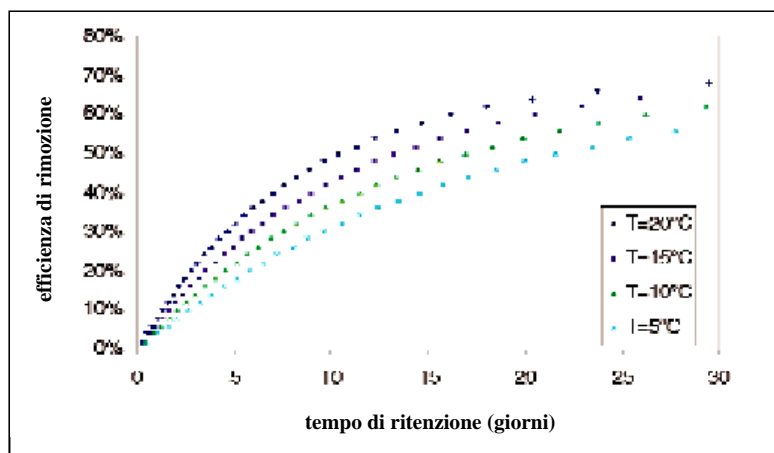


Figura 9-66:
Efficienze di rimozione per l'azoto totale disciolto (TDN) secondo il modello k-C* per $TDN_{ingresso} = 5\text{mg/l}$ e $h = 0.5\text{m}$, T variabile (KADLEC AND KNIGHT, 1996)

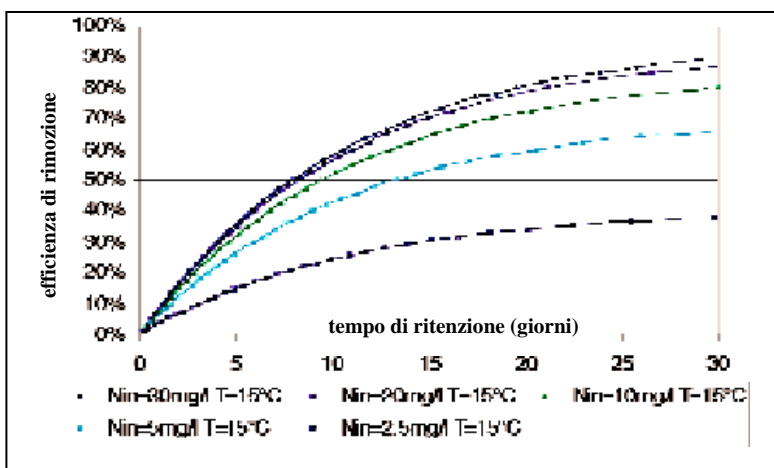


Figura 9-67:
Efficienze di rimozione per l'azoto totale disciolto secondo il modello k-C* per $T = 15^\circ\text{C}$ e $h = 0.5\text{m}$, Carico in ingresso variabile (Kadlec and Knight, 1996)



Il contributo (*uptake*) di fosforo disciolto nelle aree umide da parte delle piante è rapido e, dopo la morte della pianta, il fosforo può essere velocemente riciclato nell'acqua o depositato nei sedimenti. La principale modalità di rimozione del fosforo dall'acqua, nella maggior parte delle aree umide, è il deposito finale nel sedimento del suolo. Una rimozione significativa del fosforo disciolto, invece, richiede lunghi tempi di residenza (dai 15 ai 25 giorni) e bassi carichi specifici di fosforo (inferiori ai 0.3 kg/ha-giorno)²⁷.

La progettazione dell'**andamento altimetrico**, come più volte evidenziato, assume un'importanza fondamentale nella realizzazione di un'area umida, non solo per le problematiche connesse alla stabilità, ma anche per creare le condizioni di habitat ottimali. Un'altimetria irregolare attira un elevato numero di specie di avifauna poiché le diverse profondità creano differenti condizioni, ciascuna compatibile con le modalità di alimentazione preferite da specifiche varietà d'uccelli.

Esistono tabelle, come la Tabella 9-7, che collegano le profondità d'acqua con le specie di vertebrati che hanno in esse l'habitat ideale; queste possono essere utilizzate come guida generale per la progettazione, ma non possono sostituire gli esperti dell'avifauna locale.

L'altimetria irregolare migliora inoltre l'impatto visivo paesaggistico e l'attrattiva dell'area umida.

Zone umide con suolo saturo ^a											Cave di ghiaia bonificate ^b	
Gruppo di vertebrati	Alimentazione				Profondità dell'acqua (cm) ^c	Apertura	Copertura vegetativa					Profondità dell'acqua (cm)
	Vertebrati	Invertebrati	Semi	Germogli			Piana di fango	Rigogliosa	Scarsa	Densa	Rada	
Anfibi		√			0-20	√	√	√		√		
Rettili	√	√			0-50	√		√	√	√		
Svassi	√				>25	√			√		√	
Oche			√	√	0-10	√	√		√	√	√	
Anatre		√	√		5-25	√	√				30-200 con 30-70% di fosse di profondità <60 cm	
Anatre tuffatrici		√	√		>25	√					60-240; media 100	
Falchi	√				NA				√	√	√	
Galliformi		√	√		D-M			√	√	√	√	
Aironi	√	√			5-15	√			√		√	
Ralli		√	√		5-30			√	√	√		
Folaghe			√	√	30-35	√			√		√	
Uccelli di riva		√			0-10	√	√		√		√	
											<30 per 20% dello stagno quando pieno	
Gufi	√				D-M				√	√	√	
Rondini		√			NA	√			√		√	
Passeri nidificanti		√	√		NA			√	√	√	√	
Conigli				√	0			√		√		
Nutrie											20-45	

^a da: Fredricks and Taylor, 1982
^b da: Payne, 1992
^c D-M = varia da suolo asciutto a saturo; NA = non applicabile (l'uso non dipende da una profondità spe-

Tabella 9-7: Condizioni d'habitat che attraggono i vertebrati in zone umide con suolo saturo e in cave di ghiaia bonificate [BARTOLDUS ET ALII (1994)]

²⁷ Cfr. CRITES (1994)



Infine, tenendo sempre come riferimento le norme di sicurezza, la progettazione del paesaggio di un'area umida deve includere una diversità negli spazi aperti che invitino ad un utilizzo multiplo del sito. L'attenzione progettuale ad un utilizzo con finalità ricreative, ambientali ed educative ha rilanciato in molti casi la visibilità del progetto. Questa visibilità si è poi generalmente tradotta in un consenso della popolazione residente.

L'accesso all'area umida progettata in modo da non disturbare la vita animale è quindi da considerarsi una componente favorevole del progetto. Passerelle in legno e punti attrezzati per l'osservazione degli uccelli aumentano il valore ricreativo e didattico dell'area umida ricostruita. L'accesso deve essere garantito anche alle persone disabili: i requisiti d'accesso per le sedie a rotelle includono la creazione di vie d'accesso di pendenza inferiore a 1:10. Accessi appropriati devono essere previsti per i macchinari di manutenzione dell'area umida. Tali accessi devono essere realizzati con una pavimentazione utilizzabile sotto qualsiasi condizione meteorologica e dovrà essere drenata adeguatamente.

9.8.3 La vegetazione delle aree umide

I ruoli della vegetazione in un area umida sono molteplici:

- radici e rizomi forniscono ossigeno ai sedimenti;
- le parti sommerse delle piante fungono da supporto per il biofilm che facilita la trasformazione dei nutrienti, incrementa la flocculazione organica, realizza la filtrazione di eventuali inquinanti e favorisce la sedimentazione;
- le parti emergenti delle piante forniscono la protezione dal vento e dalla luce solare con conseguente attenuazione della temperatura e diminuzione della crescita algale;
- la presenza della pianta acquatica aumenta le perdite di carico e crea complessi percorsi nel flusso, favorendo i tempi di residenza ed i processi di abbattimento degli inquinanti;
- la presenza di vegetazione incrementa la biodiversità e fornisce una serie di habitats per la macro- e la microfauna;
- la vegetazione fornisce un contrasto visivo attraverso differenti strutture, dimensioni, forme e colori.

Per determinare la possibilità di vita e di sviluppo delle macrofite, l'area umida deve avere una bassa profondità, essere protetta, avere un suolo sufficientemente morbido ed esposto al sole per massimizzare la crescita delle piante.

Molte piante adatte alle aree umide crescono più rapidamente in suoli con tessitura da sabbiosa a limosa con alto contenuto organico. Suoli con eccessivo materiale roccioso o argille possono ritardare la crescita delle piante fino alla mortalità. Condizioni eccessivamente acide o basiche possono limitare la disponibilità dei nutrienti richiesti per la crescita. In alcuni casi, i macro o micronutrienti necessari alla crescita potrebbero non essere disponibili nel suolo originario; in questi casi è necessario utilizzare inizialmente fertilizzanti organici.

In generale le policulture sono preferibili alle monoculture, in quanto nel caso di monocultura c'è una maggiore probabilità di invasione di malerbe, distruzione da parassiti, incidenza di malattie. Diverse specie vegetali, invece, favoriscono differenti tipi di habitat, forniscono differenti sorgenti di cibo e conseguentemente incrementano la biodiversità degli organismi acquatici. Una diversità di condizioni d'habitat all'interno dell'area umida crea inoltre una biodiversità negli uccelli che vi risiedono o vi transitano. La biodiversità degli uccelli che vivono in un'area umida è legata anche al numero dei livelli verticali che la vegetazione crea. Un certo grado di complessità della vegetazione lungo l'asse verticale generalmente aumenta il numero di nicchie disponibili per la nidificazione, la nutrizione e il riparo degli uccelli.



La densità della vegetazione non deve essere tale da inibire la circolazione dell'acqua. Per aree umide destinate alla depurazione deve comunque essere sufficientemente alta da garantire i processi di depurazione richiesti e la fito-filtrazione del materiale organico trasportato dalla corrente.

Estese zone vegetate offrono anche una resistenza d'attrito al flusso favorendo i processi di sedimentazione. Più estesa è la zona vegetata, più alta è la capacità potenziale di favorire la sedimentazione. Una vegetazione con alta densità diminuisce poi la probabilità di risospensione dei sedimenti per azione del vento e del moto ondoso.

Aumentando la densità vegetazionale, inoltre, si incrementa la scabrezza e quindi la diffusività delle piene. Come già detto per i canneti, zone vegetate con la stessa specie di macrofite devono essere piantate in direzione perpendicolare al flusso: questo ridurrà il rischio della creazione di vie d'acqua preferenziali.

La vegetazione emergente e persistente per l'intero anno è in genere in grado di fornire un apporto prezioso alla stabilità erosiva della linea di costa offrendo una resistenza al moto ondoso e trattenendo il terreno con le radici. Gli alberi piantati lungo gli argini possono però provocare nel tempo dei crolli: il peso dell'albero potrebbe eliminare il vantaggio procurato dal sistema radicale. Gli alberi, e la vegetazione in genere possono essere utilizzati come schermatura naturale al vento nei casi in cui il *fetch* sia troppo lungo.

Le aree umide sono spesso considerate come uno dei sistemi biologici più produttivi per la loro capacità di esportare grandi quantità di materiale organico. La produttività primaria è più alta nelle aree umide con acqua in movimento con moto laminare; infatti alte velocità del flusso scoraggiano la crescita vegetale. La produttività primaria è più alta in acque con un pH tra 6 e 8.5 e le acque superficiali generalmente rientrano in questo intervallo di pH.

Quando le piante di un'area umida maturano e muoiono, vanno a formare del detrito organico. Questo rappresenta una sorgente di carbonio che viene usata come substrato dai microrganismi la cui attività influenza molti dei processi di depurazione dell'acqua. Il detrito organico tipico di un'area umida matura richiede da 1 a 5 anni per svilupparsi ²⁸.

Il giunco rappresenta una soluzione povera per le aree umide, il cui obiettivo è la denitrificazione. La struttura fisica del giunco ritarda infatti il rateo di trasferimento del carbonio organico alla colonna d'acqua. Le piante galleggianti e sommerse costituiscono invece una sorgente di carbonio per i batteri denitrificanti più velocemente disponibile.

Qualora un'area umida è progettata per abbattere l'azoto, occorre promuovere e mantenere una varietà di macrofite galleggianti e radicate, sia emergenti che sommerse.

Nella Tabella 9-8 si riporta un elenco delle più comuni piante adatte ad un'area umida con le relative tipiche profondità. La profondità dell'acqua non dovrebbe eccedere il 50% dell'altezza della pianta durante il periodo della crescita.

La fase di piantumazione e di attecchimento della vegetazione è di fondamentale importanza per il successo nella realizzazione di un'area umida. I rari casi in cui si ritenga di poter fare affidamento su una colonizzazione naturale della vegetazione richiederanno tempi più lunghi rispetto ai casi in cui si è ricorso alla piantumazione, con il rischio di ottenere poi una vegetazione distribuita in maniera non uniforme.

La piantumazione dell'area umida deve essere effettuata il più presto possibile nella sequenza delle procedure costruttive. Spesso, infatti, accade che durante la fase iniziale di vita dell'area umida, quando la vegetazione non è ancora presente, la qualità dell'acqua sia inferiore a quella prevista a causa della crescita algale, della risospensione dei sedimenti e dell'attività animale nelle zone d'acqua bassa previste per essere vegetate.

²⁸ KADLEC & KNIGHT (1996)



La possibilità di realizzare in sito un vivaio per il trapianto deve essere decisa con molto anticipo. Sono infatti preferibili piante di 1 o 2 anni ²⁹ avendo queste le riserve di energia sufficienti per sopravvivere alle operazioni di trapianto. Di conseguenza, la creazione di un vivaio deve essere completata molto prima delle altre operazioni costruttive.

Il successo della piantumazione dipende molto dall'abilità del vivaista, dal tipo e dalla qualità delle piante, dalla matrice del suolo, dal periodo in cui viene effettuata la piantumazione.

Solitamente il fondo dell'area umida dopo la fase di scavo è troppo compattato per consentire la crescita delle radici della pianta e potrebbe anche essere scarso di nutrienti. E' quindi necessario provvedere a substrati idonei alla piantumazione. La preparazione di un substrato idoneo deve tenere conto della capacità delle radici di infilarci nel terreno e della presenza di nutrienti. Lo spessore minimo del substrato deve essere di 25 cm e può essere costituito dallo strato umifico originario, asportato e conservato durante i lavori di modellamento altimetrico dell'area umida. Deve in ogni caso essere evitato l'utilizzo di substrato contenente semi di malerbe. Il substrato, una volta posizionato, deve essere livellato senza però essere compattato. Una fase di pre-allagamento è particolarmente benefica per la corretta posa in opera del substrato.

L'attecchimento della vegetazione è più rapido quando le piante sono a distanza inferiore ad 1 m, e piantate nel periodo della crescita ³⁰.

Tipologia vegetale	Nome della specie	Profondità tipiche (m)
Emergenti	Typha spp.	da 0.1 a 1
	Phragmites spp.	da 0.1 a 1
	Scirpus spp.	da 0.1 a 1
	Juncus spp.	da 0.1 a 0.3
	Carex spp.	da 0.1 a 0.3
Sommerse	Potamogeton spp.	> 0.5
	Vallisneria spp.	> 0.5
	Ruppia spp.	> 0.5
	Nuphar spp.	> 0.5
	Elodea spp.	> 0.5
Galleggianti	Lemna spp.	suolo inondato
	Eichornia crassipes	suolo inondato
	Hydrocotyle umbellata	suolo inondato
	Azolla spp.	suolo inondato
	Wolffia spp.	suolo inondato

Tabella 9-8: Profondità tipiche di alcune piante adatte ad un'area umida [DAL CIN ET ALII (2002)]

9.8.4 Il monitoraggio e la gestione della aree umide

Il monitoraggio costituisce uno dei più importanti aspetti nella gestione di un'area umida. Il monitoraggio della qualità dell'acqua in ingresso e in uscita fornisce un'indicazione sulla salute del sistema. Il monitoraggio della flora e della fauna fornisce un'indicazione sullo stato dell'ecosistema. Un monitoraggio di routine e dati di analisi periodiche sono essenziali per prendere decisioni che riguardano il controllo delle variabili operative come i livelli d'acqua e i carichi idraulici. Un monitoraggio aggiuntivo può essere previsto per supportare specifici obiettivi operativi.

²⁹ *Ibidem*

³⁰ Cfr. LEWIS & BUNCE (1980) e BROOME (1990)



Fattori da monitorare ancora prima dell'inizio dei lavori includono non solo la qualità dell'acqua e le condizioni del corpo idrico che beneficerà della costruzione dell'area umida, ma anche la popolazione di zanzare, degli uccelli acquatici, degli altri animali e della vegetazione presenti antecedentemente all'area umida.

Il monitoraggio più critico durante il periodo di *start-up* dell'area umida è invece la crescita e la diffusione della vegetazione. Altri fattori da monitorare durante il periodo di *start-up* includono il controllo degli uccelli acquatici, dei mammiferi e della vegetazione invasiva.

In seguito, quando l'area umida è già operativa, possono essere programmate le attività di monitoraggio riportate in Tabella 9-9.

Monitoraggio	Localizzazione	Frequenza di monitoraggio	
		Intensiva	Non intensiva
Idraulico			
Profondità	In ogni comparto	Settimanale	Settimanale
Portata in ingresso	Inlet di ogni comparto	Giornaliera	Settimanale
Portata in uscita	Outlet dell'ultimo comparto	Giornaliera	Settimanale
Qualità dell'acqua			
Ossigeno disciolto	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
Temperatura	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
Conducibilità	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
PH	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
BOD	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
TSS	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
TN	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
NH ₄	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
NO ₃	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
TP	Inlet di ogni comparto, outlet dell'ultimo comparto	Settimanale	Mensile
Biota dell'area umida			
Distribuzione/ densità vegetativa	In ogni comparto	Semestrale	Annuale
Uccelli	In ogni comparto	Mensile	Annuale
Zanzare	In ogni comparto	Settimanale ¹²	Settimanale ¹²
Pesci	In ogni comparto	Mensile	Annuale
Altri animali	In ogni comparto	Semestrale	Annuale
Opere civili			
Stato degli argini	Tutti gli argini	Mensile	Mensile
Stato dell'imper- meabilizzazione (se c'è)	In ogni comparto	Mensile	Mensile
Stato delle strutture di inlet/outlet	Tutte le strutture di inlet/outlet	Mensile	Mensile
Stato delle vie d'accesso	Tutte le vie d'accesso	Mensile	Mensile
Accumulo detriti e materiale vegetale	In ogni comparto	Mensile	Annuale
Uso pubblico			
Stato dei sentieri, osservatori, segnaletica	Nell'intera area umida	Annuale	Annuale
Numero di visitatori	Nei punti d'accesso	Annuale	Annuale

Tabella 9-9: Necessità minime di monitoraggio ottimale per un'area umida [DAL CIN ET ALII (2002)]

Tra le diverse attività di monitoraggio si vuole evidenziare il controllo della **distribuzione del tempo di residenza idraulica** (*residence time distribution: RTD*). L'RTD rappresenta il tempo che le varie particelle



d'acqua spendono all'interno del sistema; rappresenta quindi la distribuzione del tempo di contatto per il sistema. L'RTD è la funzione densità di probabilità per i tempi di residenza nell'area umida e può essere determinata iniettando in maniera impulsiva un tracciante inerte (per esempio cloruro di litio) nell'acqua in ingresso all'area umida e, quindi, misurando le concentrazioni di tracciante, in funzione del tempo, nell'acqua in uscita.

Il controllo del livello idrico e della portata sono spesso le uniche variabili su cui è possibile operare significativamente durante la gestione di un'area umida.

Il livello idrico influenza il tempo di residenza idraulica, la velocità dell'acqua, le aree inondate, la diffusione dell'ossigeno atmosferico, la copertura delle piante, la temperatura dell'acqua, la diffusione della luce solare, i processi di sedimentazione.

La portata influenza i carichi idraulici, i carichi di inquinanti, il tempo di residenza idraulica, la velocità dell'acqua.

Durante i periodi estivi quando le temperature dell'acqua risultano elevate, la saturazione potenziale d'ossigeno è inferiore e la produttività delle piante è più alta, i livelli idrici dovrebbero essere abbassati per consentire una migliore diffusione dell'ossigeno ai sedimenti, alle radici delle piante e alle comunità microbiche che realizzano la depurazione. D'altra parte un battente d'acqua meno elevato facilita l'aumento ulteriore della temperatura e la diffusione della luce, fattori questi che potrebbero causare un aumento della produttività algale.

Durante i periodi in cui l'acqua ghiaccia i livelli dovrebbero essere ridotti, in modo che l'acqua scorra liberamente sotto una zona d'aria al di sotto della copertura isolante del ghiaccio e della neve.

Gli uccelli acquatici utilizzano le isole per la nidificazione: all'inizio del periodo di nidificazione i livelli idrici devono essere tenuti alti, in modo che gli uccelli siano forzati a costruire i loro nidi in posizioni più elevate, tutelati da eventuali sollevamenti naturali della lama d'acqua dovuta alle piogge e alle piene.

Livelli idraulici diversi creano generalmente anche un maggior numero di nicchie ecologiche e una maggiore biodiversità. Poiché molte specie di uccelli sono attratte dalle zone umide con una presenza duratura d'acqua, le zone meno frequentemente allagate avranno in generale una popolazione inferiore di uccelli.

Fluttuazioni drastiche del livello idrico possono provocare seri danni erosivi e dovrebbero essere evitate. La velocità di fluttuazione del livello deve essere sufficientemente lenta anche per consentire la migrazione della fauna bentonica.

Dopo forti eventi meteorologici e inondazioni occorre ispezionare l'area umida, non appena sia praticabile. I danni devono essere riparati e i detriti rimossi. Durante i periodi di inondazione la maggior parte delle piante mature sono in grado di sopravvivere anche per 1-2 settimane³¹. Laddove la vegetazione risulta persa, potrebbe riabilitarsi naturalmente se occupa piccole aree, mentre potrebbe richiedere una seconda piantumazione se occupa aree più estese. A volte occorre ripristinare anche il substrato eroso dalla piena, prima di svolgere la ripiantumazione.

9.8.5 Impatti negativi delle aree umide sull'ambiente naturale esistente

Gli impatti negativi più rilevanti che un'area umida può produrre sull'ambiente naturale esistente sono legati alla fauna, alle zanzare e all'eventuale emanazione di odori sgradevoli.

Alcuni uccelli, ad esempio, possono creare problemi alle pianticelle appena piantumate, che possono costituire un cibo apprezzato, ostacolandone così l'attecchimento. Gli uccelli migratori possono avere un impatto

³¹ Cfr. DLWC-NEW SOUTH WALES (1998)



negativo se attratti in un numero di esemplari troppo elevato. Le nutrie possono costruire gallerie sotto gli argini creando problemi di stabilità e di permeabilità delle arginature, ed utilizzare la vegetazione o i germogli come sorgente di cibo.

In regioni con lunghi periodi di siccità si possono avere forti aumenti di batteri coliformi, solidi sospesi, ammoniaca e torbidità nel momento in cui riprendono le prime piogge. Questi incrementi nella concentrazione di tali parametri sono dovuti al materiale fecale e ad altro particolato che viene dilavato dalle piante alla ripresa delle piogge.

Nei sistemi palustri i problemi di zanzare sono principalmente causati da eccessivi carichi organici, che riducono i livelli di ossigeno disciolto, limitando l'efficacia dei predatori acquatici come pesci e insetti acquatici (libellule e coleotteri). Le popolazioni di larve di zanzare e dei pesci che le predano devono essere, quindi, monitorate regolarmente per bilanciare il rapporto preda-predatore.

La presenza di vegetazione troppo densa o di vegetazione galleggiante può limitare l'accesso dei pesci predatori alle larve delle zanzare (Walton et al., 1990). Questa condizione può essere migliorata progettando le aree umide con zone d'acqua profonde e libere da vegetazione e ottimizzando la gestione dei livelli. Ad esempio, durante la stagione di deposizione delle uova da parte delle zanzare, l'abbassamento dei livelli e la messa a secco delle zone meno profonde e vegetate favorisce la predazione dei pesci all'interno delle zone d'acqua profonde e libere da vegetazione. Altri animali come le rane, gli uccelli e soprattutto i pipistrelli sono anch'essi efficaci nel controllo della popolazione di zanzare. Anche un batterio insetticida, il *Bacillus thuringiensis israeliensis*, è stato utilizzato efficacemente nel controllo della popolazione di zanzare. Una lotta integrata richiede, invece, predatori di zanzare adulte, predatori delle larve, inibitori della crescita e parassiti.

Le aree umide tipicamente non generano problemi di odori. Le sostanze che producono odori sono tipicamente associate a condizioni anaerobiche e dipendono largamente dai carichi di BOD e ammoniaca e dal solfuro di idrogeno prodotto. La possibilità che si instaurino condizioni di produzione di odori può essere ridotta riducendo i carichi di questi composti che richiedono ossigeno, e inserendo stagni aerobici o canali tra le componenti dell'area umida. Strutture a cascata e canali aperti costituiscono una possibilità per dissipare odori residui prima che raggiungano livelli fastidiosi.

APPENDICE

A

Fondamenti di analisi esplorativa dei dati (exploratory data analysis)

L'analisi esplorativa dei dati è un'attività di studio svolta su “dati grezzi”, misurati durante un determinato fenomeno fisico, finalizzata alla comprensione e alla corretta modellazione matematica del fenomeno. È utile per approcci sia analitici (di tipo deterministico), che statistici (di tipo aleatorio), affinché il fenomeno fisico oggetto di studio possa diventare **analiticamente controllabile**, ovvero **statisticamente controllabile**. L'analisi esplorativa dei dati può avvenire in maniera grafica e/o numerica.

Qualora i dati grezzi corrispondano a determinati eventi temporali, una volta disposti in ordine temporale, essi costituiscono una **serie temporale**. Le serie temporali sono, quindi, coppie di variabili: una indipendente, rappresentante l'evento temporale (secondo, ora, giorno, ecc.) e una dipendente (dato che si riferisce al particolare evento temporale).

La modellizzazione di una serie temporale (qualora il fenomeno sia analiticamente/statisticamente controllabile), avviene mediante la seguente relazione statistico/analitica:

$$y_\tau = f(\tau) + \varepsilon \quad (\text{A.1})$$

dove: y_τ = variabile dipendente dall'evento temporale τ ,
 $f(\tau)$ = funzione continua o discreta;
 ε = errore, il cui valore è variabile, anche a parità di τ .

Il generico valore della (A.1) si indica con Y e viene detto **variabile aleatoria**.

Qualora $f(\tau)$ dovesse risultare una funzione costante, il modello verrebbe ricondotto ad un **modello univariato, a posizione fissa (fixed location)**.

Qualora ε dovesse essere costituito da un unico valore costante, il modello verrebbe ricondotto ad un **modello analitico deterministico**.

Qualora dovessero risultare costanti sia la $f(\tau)$ che la ε , il modello degenererebbe in: $y_\tau = \text{costante}$. Quest'ultima situazione difficilmente si verifica in natura.

Non esiste un metodo scientifico che consente di indirizzare l'approccio matematico verso il modello più appropriato. Un'opportuna rappresentazione grafica dei dati può aiutare indubbiamente a individuare l'approccio più rappresentativo e all'interno di questo sarà poi possibile individuare il modello matematico che riproduca meglio il fenomeno.



A.1 Analisi grafica dei dati

Le rappresentazioni grafiche che meglio consentono di interpretare le serie temporali sono: il **diagramma sequenziale**, il **diagramma di ritardo**, il **diagramma di autocorrelazione**, il **diagramma spettrale**, il **diagramma della demodulazione complessa dell'ampiezza**, il **diagramma della demodulazione complessa della fase**.

A.1.1 Il diagramma sequenziale (Run-Sequence Plot)¹

Il diagramma è bidimensionale (Cfr. figura A-1). Sull'asse orizzontale si trovano gli eventi temporali e sull'asse verticale i dati descrittivi il fenomeno. Il diagramma è costituito da un insieme di punti.

Esso serve a visualizzare:

- Eventuali trend di posizione (ad esempio i valori dei dati tendono ad aumentare nel tempo); in questo caso la funzione $f(t)$, nell'espressione (A.1), non può essere più considerata costante.
- Eventuali trend di variazione (ad esempio i valori dei dati tendono a variare sempre di più nel tempo); in questo caso l'errore ε , nell'espressione (A.1), ha una distribuzione che varia in funzione di t .
- Eventuali *outliers* (valori erratici, come ad esempio valori eccessivamente alti rispetto alla massa dei dati).

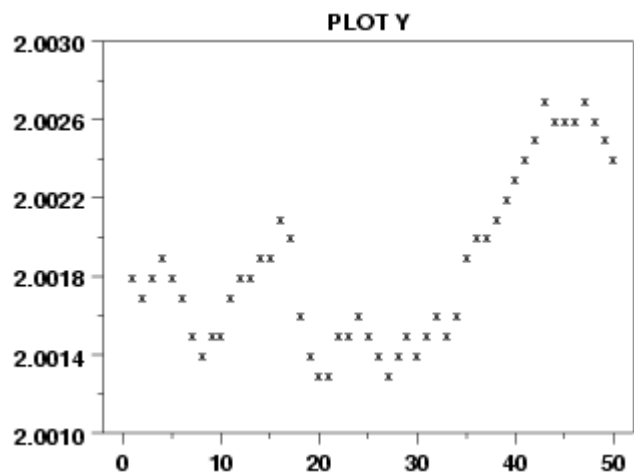


Figura A-1: Esempio di Run-Sequence Plot con trend finale

A.1.2 Il diagramma di ritardo (Lag Plot)

Il diagramma è bidimensionale e serve a verificare se i dati assumono valori casuali, ovvero se c'è una dipendenza tra il valore relativo ad un evento temporale e il valore relativo ad h eventi temporali prima (con h numero naturale).

Se le serie temporale afferisce a n eventi, il diagramma è costituito da punti che hanno le seguenti coordinate: (Y_{t-l}, Y_t) , dove l rappresenta il ritardo temporale (o *lag*) e t varia da $l+1$ a n . I punti rappresentati saranno $n-l$, aventi per ascissa i valori di Y compresi tra gli eventi 1 e $n-l$, e per ordinata i valori di Y compresi tra gli eventi $l+1$ e n .

Il diagramma serve a visualizzare (cfr. figure A-2, A-3, A-4, A-5):

- La casualità o l'autocorrelazione dei dati.
- L'eventuale tipo di autocorrelazione dei dati.
- Eventuali valori atipici dei dati.

L'autocorrelazione si evince se, nel diagramma caratterizzato da un determinato *lag*, è possibile delineare una "strutturazione" dei punti tale da consentire l'assegnazione di un valore univoco o di un intervallo piuttosto ristretto di valori di Y_{t-l} per ogni Y_t .

¹ Cfr. CHAMBERS, 1983



In tal caso la (A.1) può essere scritta in tale modo:

$$y_{\tau} = f(y_{\tau-l}) + \varepsilon$$

La $f(y_{\tau-l})$ è la funzione il cui diagramma è rappresentato da quella curva fittizia a cui convergono i vari punti del *lag plot*. Qualora tale curva risulta avere forma ellittica o circolare, la $f(y_{\tau-l})$ degenera in una funzione periodica di tipo sinusoidale.

Se dovesse verificarsi autocorrelazione nella serie temporale, ulteriori grafici, per valutarne la tipologia di autocorrelazione sono il diagramma di autocorrelazione², e, nel caso di *lag plot* ellittico, il diagramma spettrale³, il diagramma di demodulazione complessa dell'ampiezza⁴ e il diagramma della demodulazione complessa della fase⁵.

A.1.3 L'istogramma

Qualora dalle analisi grafiche sopra esposte dovesse risultare l'assenza di trend e di autocorrelazione, la serie temporale può essere statisticamente e analiticamente affrontata come un **modello univariato a posizione fissa**:

$$y = c + \varepsilon \tag{A.2}$$

dove c indica una costante, chiamata anche **posizione fissa del modello univariato**.

Per determinare il valore di c e i possibili valori di ε del modello univariato a posizione fissa, occorre una opportuna analisi dei dati rappresentativi del fenomeno. A tal fine i dati vengono disposti non più in ordine temporale, ma in ordine crescente di valore, dopodiché vengono raggruppati in **classi**. Ogni classe contiene i valori di Y appartenenti ad un determinato intervallo di valori. Tale intervallo prende il nome di **intervallo di classe**. Le classi costituiscono una partizione dell'insieme di tutti i valori che può assumere la variabile aleatoria Y , descrivente il fenomeno oggetto di studio. Esistono diversi criteri per la scelta ottimale del numero di classi (**K**), in cui suddividere gli n valori misurati.

Il numero di dati n_i che ricade nella i -ma classe prende il nome di **frequenza** della i -ma classe.

Su un sistema di assi cartesiani ortogonali si pongano in ascissa le classi di valori che può assumere la variabile aleatoria Y e in ordinata la frequenza. Il diagramma a barre, rappresentato in modo tale che ogni barra ha larghezza pari all'ampiezza della classe e altezza pari alla frequenza, prende il nome di **istogramma**.

Qualora ogni barra abbia altezza pari alla somma delle frequenze di tutte le classi non superiori a quella cui si riferisce, si ha l'**istogramma cumulato**. L'ultima barra ha altezza pari al numero totale di dati.

Il rapporto tra il numero di dati che ricade in ogni singola classe e il numero totale dei dati (n_i/n) prende il nome di **frequenza relativa**. A volte la frequenza relativa viene moltiplicata per 100 (scala percentuale).

L'istogramma cumulato delle frequenze relative prende il nome di **istogramma cumulato normalizzato** e l'istogramma delle frequenze relative si chiama **istogramma normalizzato**.

² Cfr BOX & JENKINS

³ Cfr. JENKINS & WATTS, 1968; BLOOMFIELD, 1976

⁴ Cfr. GRANGER, 1964

⁵ Ibidem

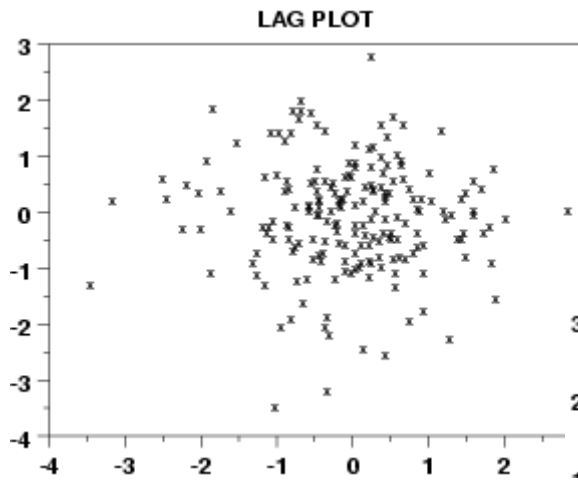


Figura A-2: Esempio di Lag Plot di dati casuali

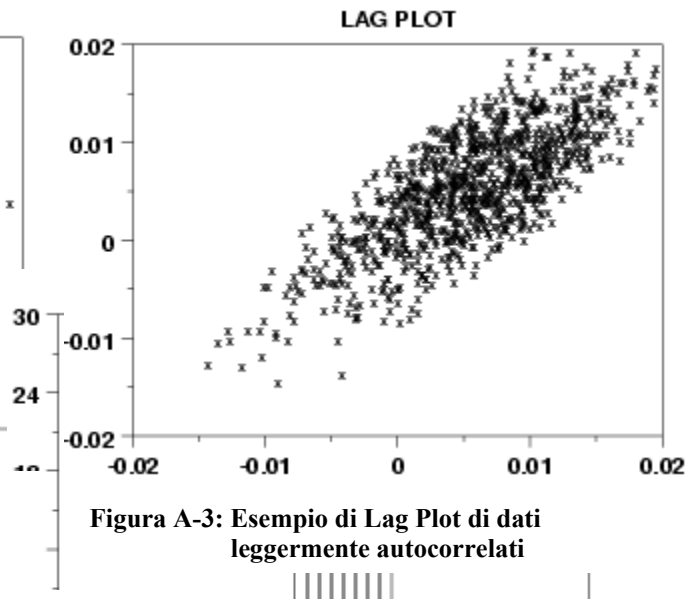


Figura A-3: Esempio di Lag Plot di dati leggermente autocorrelati

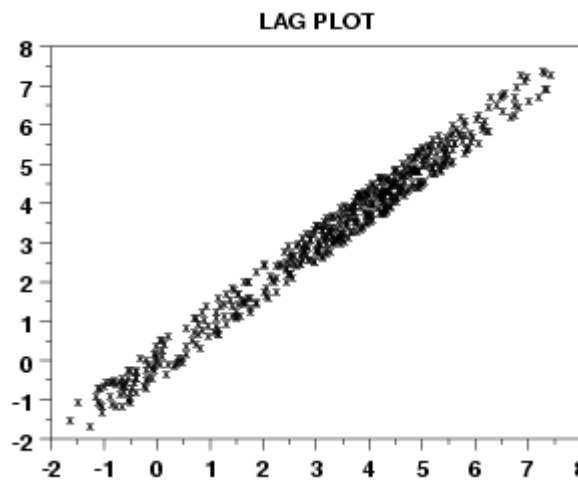


Figura A-4: Esempio di Lag Plot di dati fortemente autocorrelati

L'istogramma (normalizzato o meno) serve a visualizzare:

- La distribuzione della frequenza dei valori assunti dalla variabile aleatoria.
- Se esiste una distribuzione simmetrica dei dati.
- Eventuali outliers.

L'istogramma può assumere le forme più disparate e suggerire altrettante tipologie di modelli interpretativi.

La classica forma a campana dell'istogramma simmetrico (figura A-6), caratterizzata da una distribuzione simmetrica dei dati.

A-4

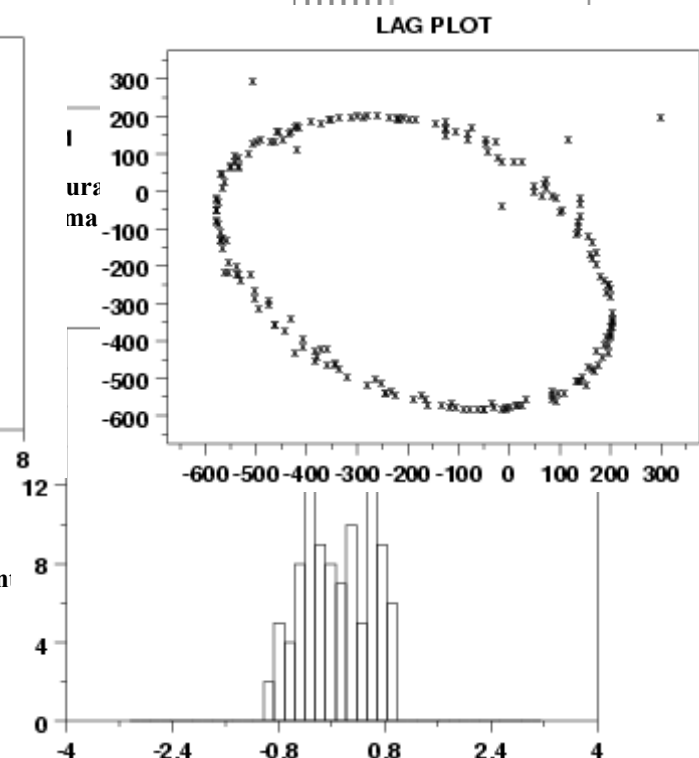


Figura A-7 Esempio di Istogramma simmetrico, privo di forma a campana e con code corte

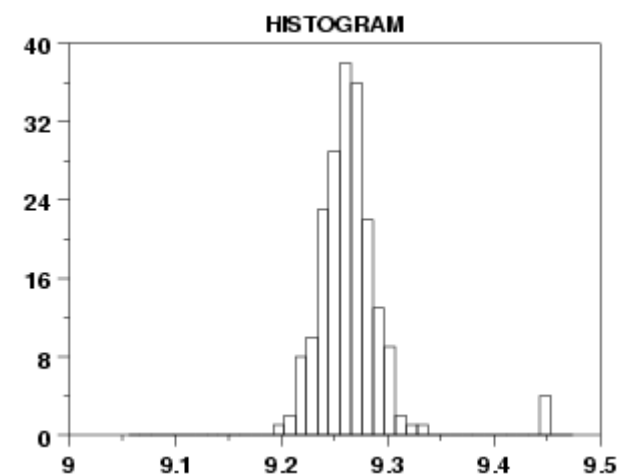


Figura A-8: Esempio di Istogramma con outlier



rizzata da un raggruppamento di dati nella zona centrale e da una rapida riduzione di frequenza lungo le code, rappresenta la distribuzione più frequente e rappresentativa dei dati in natura. L'istogramma potrebbe anche avere code particolarmente allungate (figura A-9), ovvero eccessivamente corte (figura A-7). Quando è possibile individuare un'unica classe con frequenza particolarmente alta, si dice che l'istogramma è **unimodale** (figura A-6). La maggior parte dei fenomeni in natura sono caratterizzati da istogrammi unimodali. Se si osservano diverse classi non adiacenti con frequenze particolarmente significative, si dice che l'istogramma è **plurimodale** (figura A-10). Gli istogrammi plurimodali sono in genere caratteristici o di dati autocorrelati con legge sinusoidale o di dati che potrebbero appartenere a più istogrammi traslati l'uno rispetto all'altro (in tal caso il fenomeno oggetto di studio può essere costituito da una combinazione, variabile nel tempo, di due fenomeni elementari). In alcuni casi gli istogrammi non sono simmetrici, presentando code più pronunciate a sinistra o a destra (figure A-11 e A-12). L'asimmetria è a volte causata da una condizione temporanea (avvio di un processo), altre volte è causata dal fatto che i valori non possono essere negativi, per cui il limite inferiore è fisicamente vincolato, al contrario di quello superiore (asimmetria a destra), altre volte da situazioni in cui i valori rappresentativi sono fisicamente vincolati a non superare un valore massimo di soglia (asimmetria a sinistra).

Qualora l'istogramma dovesse presentare delle barre “atipicamente” alte nei pressi di una o entrambe le code (figura A-8), occorre indagarne la causa o le cause principali della loro presenza, prima di rigettarne i valori. Queste anomalie sono in genere dovute agli errori umani, ai guasti delle attrezzature, agli effetti giornalieri, alle “partenze a freddo”, ecc.

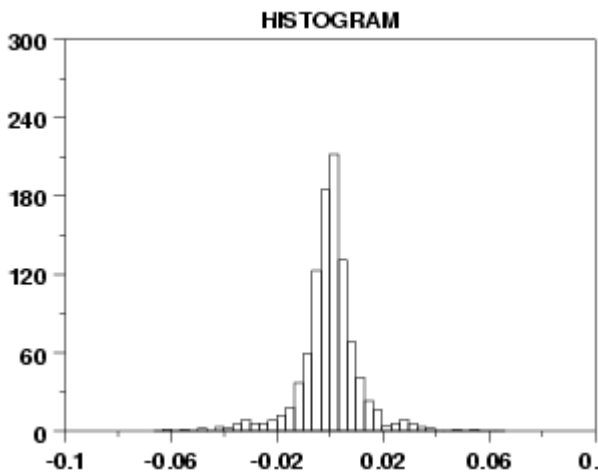


Figura A-9: Esempio di Istogramma simmetrico, privo di forma a campana e con code lunghe

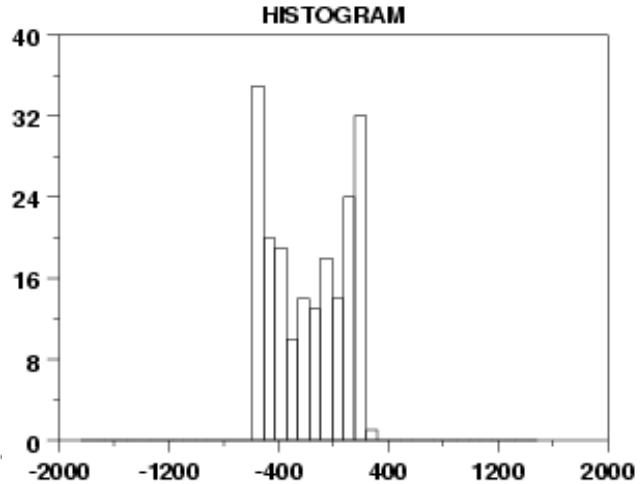


Figura A-10: Esempio di Istogramma simmetrico e bimodale

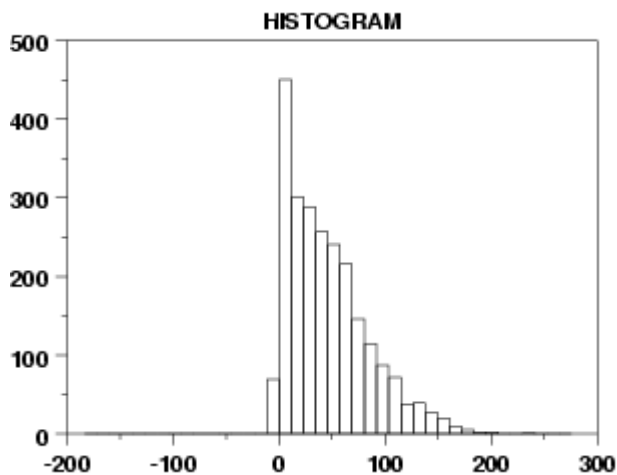


Figura A-11: Esempio di Istogramma asimmetrico a destra

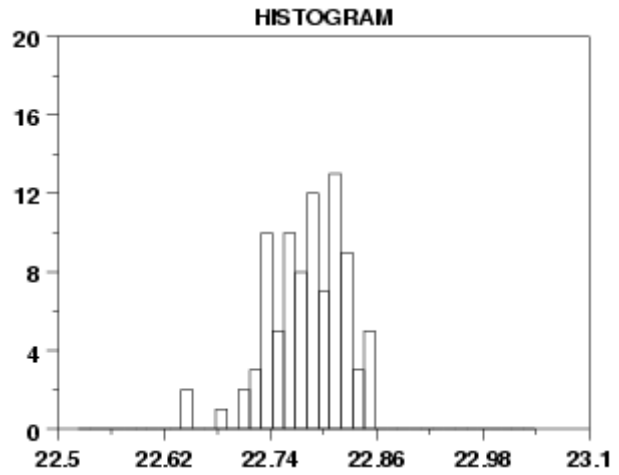


Figura A-12: Esempio di Istogramma asimmetrico a sinistra

A.2 I momenti delle serie di dati

Assegnata una serie di n dati Y_i , si definisce **momento di ordine r rispetto al valore X** , la seguente quantità:

$$[Y]_X^r = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - X)^r}{n}$$

A.2.1 La valutazione della posizione fissa dei modelli univariati

Molto importante per lo studio dei modelli univariati è la determinazione della posizione fissa. Questa in genere viene definita come momento del primo ordine ($r = 1$) rispetto ad $X = 0$:



$$[Y]_0^1 = \mu = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

Tale momento rappresenta la **media aritmetica** dei valori Y .

Un'altra posizione fissa dei modelli univariati è la **moda**. Questa è rappresentata dal valore o dalla classe di valore con frequenza (o frequenza relativa) più alta. A volte i modelli univariati possono essere caratterizzati da più mode (**modelli plurimodali**).

Altre posizioni fisse possono essere riferite ai cosiddetti percentili, quartili e quantili.

Si definisce p -mo **percentile** o q -mo **quantile** il valore o la classe di valori a cui è associata una frequenza relativa cumulata pari a $p\%$.

Si definisce Q -mo **quantile** il valore o la classe di valori a cui è associata una frequenza relativa cumulata pari al 25% (primo quantile, ovvero $Q = 1$), al 50% (secondo quantile, ovvero $Q = 2$), al 75% (terzo quantile, ovvero $Q = 3$).

Il cinquantesimo percentile o anche secondo quantile prende il nome di **mediana** e rappresenta quel valore o classe di valori tale che il 50% dei valori di Y è inferiore ad esso e il 50% dei valori di Y è superiore ad esso.

In una distribuzione simmetrica dei valori Y si ha che la media aritmetica coincide con la moda e con la mediana.

In una distribuzione asimmetrica la media è maggiore della moda, nel caso di asimmetria a destra, ed è minore della moda nel caso contrario.

A.2.2 La dispersione nei modelli univariati

Nell'ipotesi in cui il fenomeno oggetto di studio generi nel tempo dei valori casuali di y , non autocorrelati e privi di trend, dalla loro rappresentazione tramite istogramma possono evincersi valutazioni qualitative sulla distribuzione delle frequenze della variabile aleatoria Y .

Il calcolo della posizione fissa determina la possibilità di quantificare uno dei tanti aspetti dell'istogramma.

La dispersione dei dati rispetto ad un determinato valore, quale la media aritmetica, può essere quantificata calcolando il momento del secondo ordine rispetto alla media aritmetica degli n dati in esame:

$$[Y]_{\mu}^2 = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_0^1)^2}{n}$$

Tale valore prende il nome di **varianza** di Y . Quanto maggiore è la varianza, tanto più grande è la dispersione dei dati rispetto alla media aritmetica.

La radice quadrata della varianza si chiama **deviazione standard** (σ).

Un'altra misura della dispersione è data dalla **semidifferenza interquartile**:

$$\frac{3^{\circ}\text{quartile} - 1^{\circ}\text{quartile}}{2}$$

La dispersione può essere anche misurata dalla **larghezza dell'intervallo tra il 10° e il 90° percentile**.

In molti casi può essere importante valutare la **dispersione relativa**, che è la dispersione rapportata alla media aritmetica dei dati. A tal proposito prende il nome di **coefficiente di variazione** (C_v) il rapporto tra la deviazione standard e la media:



$$C_v = \frac{\sigma}{\mu}$$

Per quantificare l'**asimmetria (A)** si può ricorrere a diversi indicatori, utilizzando la combinazione dei momenti del terzo ordine, della moda, dei quartili e dei percentili.

$$\frac{[Y]_{\mu}^3}{\sigma^3} \quad \frac{\mu - \text{Moda}}{\sqrt{\sigma^2}} \quad \frac{(3^{\circ}\text{quartile} - 2^{\circ}\text{quartile}) - (2^{\circ}\text{quartile} - 1^{\circ}\text{quartile})}{(3^{\circ}\text{quartile} - 1^{\circ}\text{quartile})}$$

$$\frac{(90^{\circ}\text{percentile} - 50^{\circ}\text{percentile}) - (50^{\circ}\text{percentile} - 10^{\circ}\text{percentile})}{(90^{\circ}\text{percentile} - 10^{\circ}\text{percentile})}$$

Per quanto riguarda, infine, il grado di altezza della distribuzione, chiamato anche **curtosi (C)**, questo può essere definito in termine di momenti del quarto ordine:

$$C = \frac{[Y]_{\mu}^4}{(\sigma^2)^2}$$

A.2.3 Relazioni tra i momenti

È possibile dimostrare le seguenti relazioni tra i momenti:

$$[Y]_{\mu}^2 = [Y]_x^2 - ([Y]_x^1)^2$$

$$[Y]_{\mu}^4 = [Y]_x^4 - 4[Y]_x^1 [Y]_x^3 + 6([Y]_x^1)^2 [Y]_x^2 - 3([Y]_x^1)^4$$

$$[Y]_{\mu}^3 = [Y]_x^3 - 3[Y]_x^1 [Y]_x^2 + 2([Y]_x^1)^3$$

A.3 Distribuzioni di probabilità

La determinazione di un modello univariato a posizione fissa non richiede solo la valutazione di tale posizione e di alcuni parametri rappresentativi della dispersione, dell'asimmetria e della curtosi. L'uguaglianza della media aritmetica, del coefficiente di asimmetria e della curtosi è condizione necessaria per avere uguaglianza di distribuzione delle variabili aleatorie, ma tale condizione non è sufficiente. Due istogrammi diversi possono avere comunque stessa media, asimmetria e curtosi.

La caratterizzazione del modello univariato (A.2) avviene determinando il valore di c e la funzione ε , in modo tale che la y produca valori della variabile aleatoria Y con la stessa frequenza riscontrata nell'istogramma. In riferimento alla frequenza relativa, occorre che il valore della variabile aleatoria Y sia prodotto con una probabilità di accadimento pari alla frequenza relativa che caratterizza Y sull'istogramma normalizzato.

Per determinare il modello univariato a posizione fissa (A.2) occorre, pertanto, ricorrere alla teoria del "calcolo della probabilità".



A.3.1 Il concetto di probabilità

Dato un insieme discreto (e non necessariamente finito) di possibili valori y_i che può assumere la variabile aleatoria Y , si definisce **probabilità che Y assuma valore y_i** il numero reale $p(y_i) \in [0,1]$.

La funzione $p(Y)$, che ad ogni valore y_i di Y associa la relativa probabilità, è tale che:

$$\sum_i p(y_i) = 1$$

In molti casi la modellizzazione richiede il ricorso ad una variabile aleatoria Y continua e non discreta. In tal caso non è possibile enumerare con un indice tutti i singoli valori di Y ; inoltre la probabilità che Y assuma un singolo valore y diventa nulla, essendo y uno degli infiniti valori che può assumere Y . Nel caso di variabile aleatoria continua, si definisce **probabilità che Y assuma valore compreso tra y_a e y_b** il numero reale $p(y_a, y_b) \in [0,1]$, dato da:

$$p(y_a, y_b) = p(y_a \leq y \leq y_b) = \int_{y_a}^{y_b} f(y) dy$$

con $f(y)$ funzione continua i cui valori sono contenuti nell'intervallo $[0,1]$. La $f(y)$, chiamata **densità di probabilità** (in inglese **Probability Density Function**, o **PDF**), è tale che :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y) dy = 1$$

L'area sottesa alla curva $f(y)$ nell'intervallo $[y_a, y_b]$ rappresenta la probabilità $p(y_a, y_b)$.

Quando $y_b = y_a + dy$, si ha la probabilità elementare: $f(y_a) dy$

Il concetto di densità di probabilità può essere esteso, in senso lato, anche al caso di variabile aleatoria discreta, ove, la densità è concentrata (e non distribuita in modo continuo) in singoli punti.

La probabilità $p(Y \leq y_i)$ per variabili aleatorie discrete e $p(Y \leq y)$ per variabili aleatorie continue sono determinate come segue:

$$F(y_i) = p(Y \leq y_i) = \sum_{j=1}^i p(y_j)$$

$$F(y) = p(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y f(y) dy$$

La funzione $F(y_i)$, ovvero $F(y)$, prende il nome di funzione di **probabilità cumulata** (in inglese **Cumulative Distribution Function**, o **CDF**).

La probabilità cumulata di una variabile aleatoria discreta ha lo stesso significato della frequenza relativa cumulata e, pertanto, raggruppando in classi di n elementi (con $n \geq 1$) i valori di Y , si può ottenere la rappresentazione della probabilità cumulata, mediante un istogramma cumulato normalizzato.

Qualora si raggruppino in classi di ampiezza a (con $a > 0$) i valori di una variabile aleatoria Y continua, si può ottenere la rappresentazione della probabilità cumulata, mediante un istogramma cumulato normalizzato, in cui, l'altezza delle barre riferita alla classe $[y_a, y_b]$ è data da $F(y_b)$.

Da quanto visto, le funzioni **densità di probabilità** possono costituire dei veri e propri modelli univariati a posizione fissa.

Esistono diverse famiglie di distribuzione di probabilità. Esse sono in genere caratterizzate da una funzione matematica che esprime la densità di probabilità, ovvero la probabilità cumulata. Questa funzione in genere è basata su non più di tre parametri: uno di posizione, uno di dispersione (che sono i parametri indispensabili



di una distribuzione di probabilità) e uno di forma (non sempre necessario e grazie a cui cambia l'aspetto del diagramma di densità o di probabilità cumulata). È possibile ricondurre una distribuzione di probabilità ad una **formulazione standard**, in cui il parametro di posizione viene posto uguale a 0, e quello di dispersione uguale a 1.

Le formule che seguono associano le funzioni di probabilità alle rispettive formulazione standard:

Funzione di probabilità cumulata	$F(y, p, d) = F\left(\frac{y-p}{d}, 0, 1\right) = F(y^*, 0, 1)$
Funzione di densità di probabilità	$f(y, p, d) = \frac{1}{d} f\left(\frac{y-p}{d}, 0, 1\right) = \frac{1}{d} f(y^*, 0, 1)$

ove p è il parametro di posizione e d è il parametro di dispersione.

Segue la rassegna di alcune tra le più utilizzate famiglie di distribuzione di probabilità.

A.3.2 La distribuzione normale

La distribuzione normale è probabilmente la più importante in statistica, sia perché è matematicamente ben trattabile, sia perché ha un'estesa applicabilità.

La formula generale della funzione di densità di probabilità di una distribuzione normale è:

$$f(y) = \frac{e^{-\left(\frac{y-\mu}{2\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

dove μ è il parametro di posizione e σ è il parametro di dispersione. La distribuzione normale standard ha la seguente equazione:

$$f(y^*) = \frac{e^{-\frac{y^{*2}}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

La funzione di probabilità cumulata della distribuzione normale non esiste in forma chiusa ed è determinata numericamente.

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione normale:

Media	μ
Mediana	μ
Moda	μ
Raggio	Infinito a sinistra e a destra
Deviazione standard	σ
Coefficiente di variazione	σ / μ
Coefficiente di asimmetria	0
Coefficiente di curtosi	3

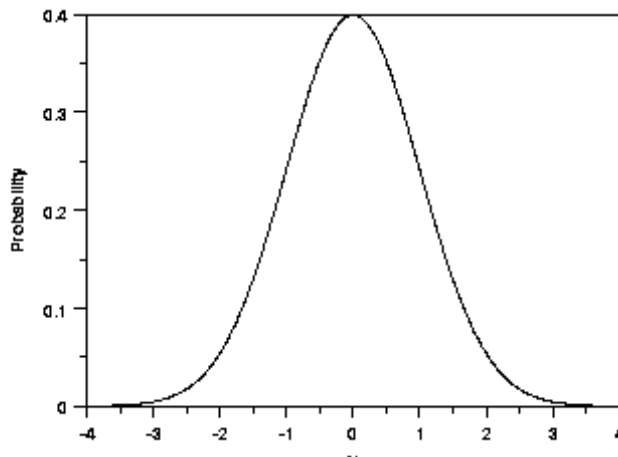


Figura A-13: PDF normale standard

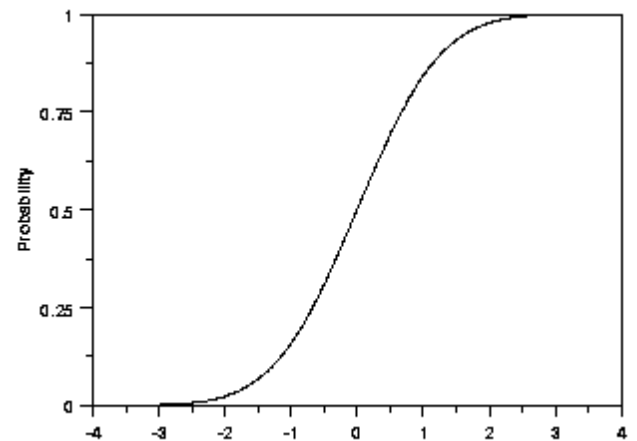


Figura A-14: CDF normale standard

A.3.3 La distribuzione uniforme

La distribuzione uniforme associa uguale probabilità a tutti gli elementi di un determinato intervallo.

Una delle applicazioni più importanti di tale distribuzione di probabilità avviene nei modelli di generazione di numeri casuali aventi stessa probabilità di uscita.

La formula generale della funzione di densità di probabilità di una distribuzione uniforme è:

$$f(y) = \frac{1}{B - A} \quad \text{con } y \in [A, B]$$

dove A è il parametro di posizione e $(B - A)$ è il parametro di dispersione. Quando $A = 0$ e $B = 1$, si ha la distribuzione uniforme standard:

$$f(y^*) = 1 \quad \text{con } y^* \in [0, 1]$$

La funzione di probabilità cumulata della distribuzione uniforme è:

$$F(y^*) = y^* \quad \text{con } y^* \in [0, 1]$$

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione uniforme:

Media	$(A+B)/2$
Mediana	$(A+B)/2$
Moda	-
Raggio	$B-A$
Deviazione standard	$\sqrt{\frac{(B-A)^2}{12}}$
Coefficiente di variazione	$\frac{(B-A)}{\sqrt{3}(B+A)}$
Coefficiente di asimmetria	0
Coefficiente di curtosi	9/5

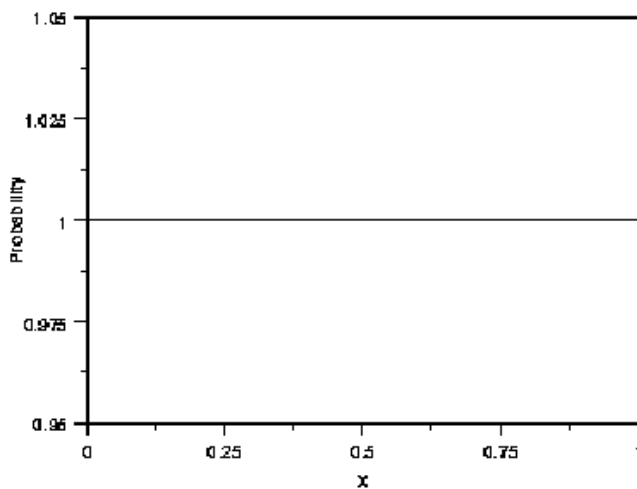


Figura A-15: PDF uniforme standard

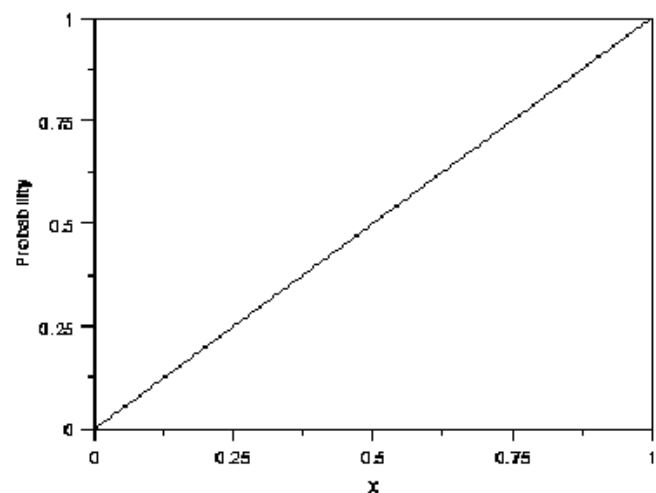


Figura A-16: CDF uniforme standard

A.3.4 La distribuzione *t*-Student

La formula standard della funzione di densità di probabilità della distribuzione *t* è:

$$f(y) = \frac{\left(1 + \frac{y^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}}{B(0.5; 0.5 \cdot \nu) \sqrt{\nu}}$$

dove *B* è la “funzione beta” e ν è un intero positivo che rappresenta il parametro di forma.

In particolare la “funzione beta” ha la seguente formulazione:

$$B(\alpha; \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt$$

Il parametro di forma ν gioca un ruolo fondamentale nella determinazione della grandezza delle code. Quando $\nu = 1$, la distribuzione *t* degenera in un'altra distribuzione di probabilità chiamata **distribuzione di Cauchy**. Con $\nu \geq 30$ la distribuzione si approssima molto bene con la **distribuzione normale**.

La formulazione della funzione di densità di probabilità della distribuzione *t* è complessa e non viene qui riportata.

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione *t*-Student:

Media	0 (è indefinita quando $\nu = 1$)
Mediana	0
Moda	0
Raggio	Infinito a sinistra e a destra
Deviazione standard	$\sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}}$ (è indefinita quando $\nu = 1$ o 2)
Coefficiente di variazione	Indefinito
Coefficiente di asimmetria	0 (è indefinito quando $\nu = 3$)
Coefficiente di curtosi	$\frac{3(\nu-2)}{\nu-4}$ (è indefinito quando $\nu = 4$)

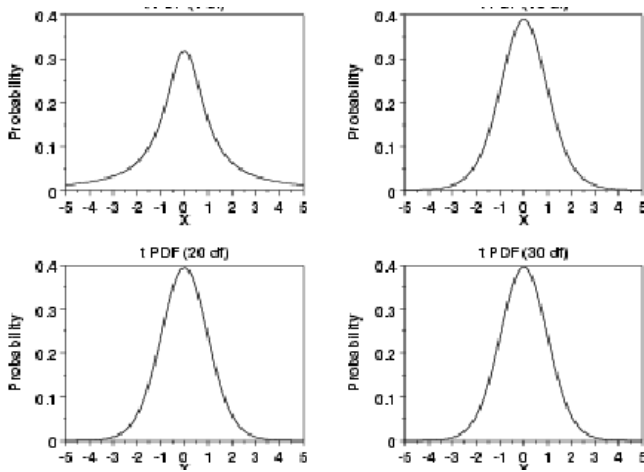


Figura A-17: PDF t standard con $v = 1, 10, 20$ e 30

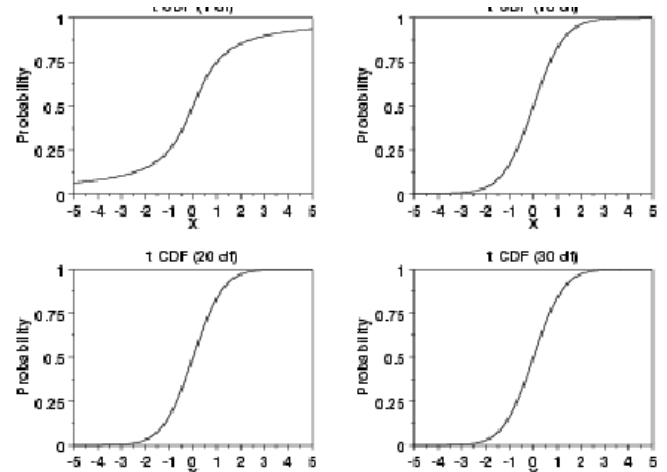


Figura A-18: CDF t standard con $v = 1, 10, 20$ e 30

A.3.5 La distribuzione X^2

Quando ν variabili aleatorie indipendenti x_1, \dots, x_ν con distribuzione normale sono elevate al quadrato e poi sommate, la funzione densità di probabilità della variabile aleatoria $y = x_1^2 + \dots + x_\nu^2$ assume la distribuzione di probabilità X^2 (chi-quadro), la cui formula standard è:

$$f(y) = \frac{e^{-\frac{y}{2}} \cdot y^{\frac{\nu}{2}-1}}{2^{\frac{\nu}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \quad \text{per } y \geq 0$$

dove il numero ν di variabili aleatorie è il parametro di forma e Γ è la “**funzione gamma completa**”, che ha la seguente formulazione:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

La distribuzione di probabilità cumulata standard è, invece:

$$F(y) = \frac{\gamma\left(\frac{\nu}{2}, \frac{y}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}$$

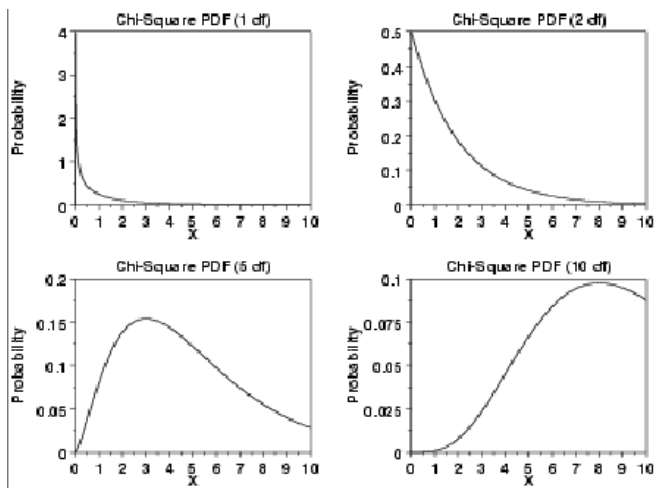
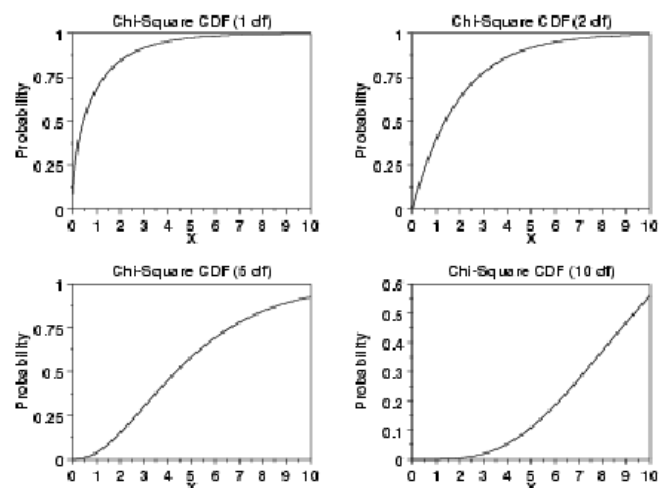
dove la funzione γ è la “**funzione gamma incompleta**”:

$$\gamma(\alpha; \beta) = \int_0^\beta t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione X^2 :



Media	ν
Mediana	approssimativamente $\nu - 2/3$ per grandi valori di ν
Moda	$\nu - 2$ per $\nu > 2$
Raggio	Da zero a Infinito positivo
Deviazione standard	$\sqrt{2\nu}$
Coefficiente di variazione	$\sqrt{\frac{2}{\nu}}$
Coefficiente di asimmetria	$\frac{2^{1,5}}{\sqrt{\nu}}$
Coefficiente di curtosi	$3 + \frac{12}{\nu}$

Figura A-19: PDF X^2 standard con $\nu = 1, 2, 5$ e 10 Figura A-20: CDF X^2 con $\nu = 1, 2, 5$ e 10

A.3.6 La distribuzione F

La distribuzione F rappresenta la variabile aleatoria ottenuta mediante il rapporto di due distribuzioni X^2 con gradi di libertà rispettivamente ν_1 e ν_2 .

La formula standard della funzione di densità di probabilità è:

$$f(y) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} \cdot y^{\frac{\nu_1}{2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{\nu_1 \cdot y}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}}} \quad \text{per } y \geq 0$$

dove ν_1 ν_2 sono i parametri di forma e Γ è la “funzione gamma completa”(cfr. A.3.5)

Si omette la formula della distribuzione di probabilità cumulata standard, ma vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione F :



Media	$\frac{\nu_2}{\nu_2 - 2}$ per $\nu_2 > 2$
Mediana	-
Moda	$\frac{\nu_2(\nu_1 - 2)}{\nu_1(\nu_2 + 2)}$ per $\nu_1 > 2$
Raggio	Da zero a infinito positivo
Deviazione standard	$\sqrt{\frac{2\nu_2^2(\nu_1 + \nu_2 - 2)}{\nu_1(\nu_2 - 2)^2(\nu_2 - 4)}}$ per $\nu_2 > 4$
Coefficiente di variazione	$\sqrt{\frac{2(\nu_1 + \nu_2 - 2)}{\nu_1(\nu_2 - 4)}}$ per $\nu_2 > 4$
Coefficiente di asimmetria	$\frac{(2\nu_1 + \nu_2 - 2)\sqrt{8(\nu_2 - 4)}}{\sqrt{\nu_1(\nu_2 - 6)}\sqrt{\nu_1 + \nu_2 - 2}}$ per $\nu_2 > 6$
Coefficiente di curtosi	-

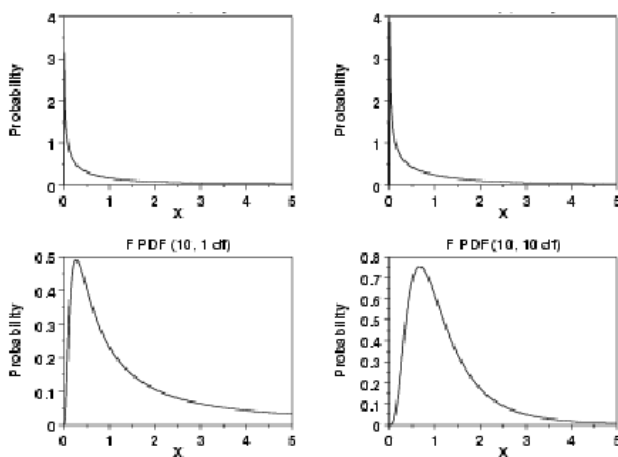


Figura A-21: PDF F standard con $(\nu_1, \nu_2) = (1, 1); (1, 10); (10, 1); (10, 10)$

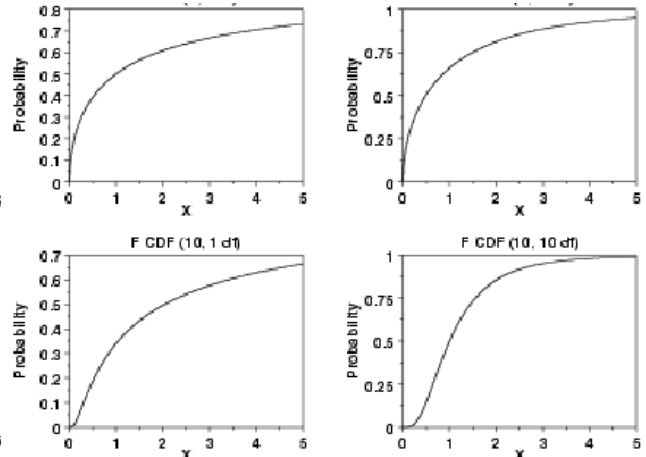


Figura A-22: CDF F standard con $(\nu_1, \nu_2) = (1, 1); (1, 10); (10, 1); (10, 10)$

A.3.7 La distribuzione di Weibull

La formula generale della funzione di densità di probabilità, per la distribuzione di Weibull, è:

$$f(y) = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \left(\frac{y - \mu}{\alpha} \right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\left(\frac{y - \mu}{\alpha} \right)^\gamma} \quad \text{per } y \geq \mu \text{ e } \gamma, \alpha > 0$$

dove γ è il fattore di forma, μ è il parametro di posizione e α rappresenta il parametro di dispersione. In alcuni casi si pone $\mu=0$ e si ha la distribuzione di Weibull biparametrica.

La distribuzione standard di Weibull, con $\mu=0$ e $\alpha=1$, è:

$$f(y^*) = \gamma \cdot y^{*\gamma-1} \cdot e^{-y^{*\gamma}} \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \gamma > 0$$

La funzione di distribuzione della probabilità cumulata in forma standard è:



$$F(y^*) = 1 - e^{-y^{*\gamma}} \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \gamma > 0$$

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione di Weibull:

Media	$\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)$ dove Γ è la “funzione gamma completa” (cfr.A.3.5)
Mediana	$\ln(2)^{\frac{1}{\gamma}}$
Moda	$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ con $\gamma > 1$
Raggio	Da zero a infinito positivo
Deviazione standard	$\sqrt{\Gamma\left(\frac{\gamma+2}{\gamma}\right) - \left[\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)\right]^2}$
Coefficiente di variazione	$\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{\gamma+2}{\gamma}\right)}{\left[\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)\right]^2} - 1}$
Coefficiente di asimmetria	-
Coefficiente di curtosi	-

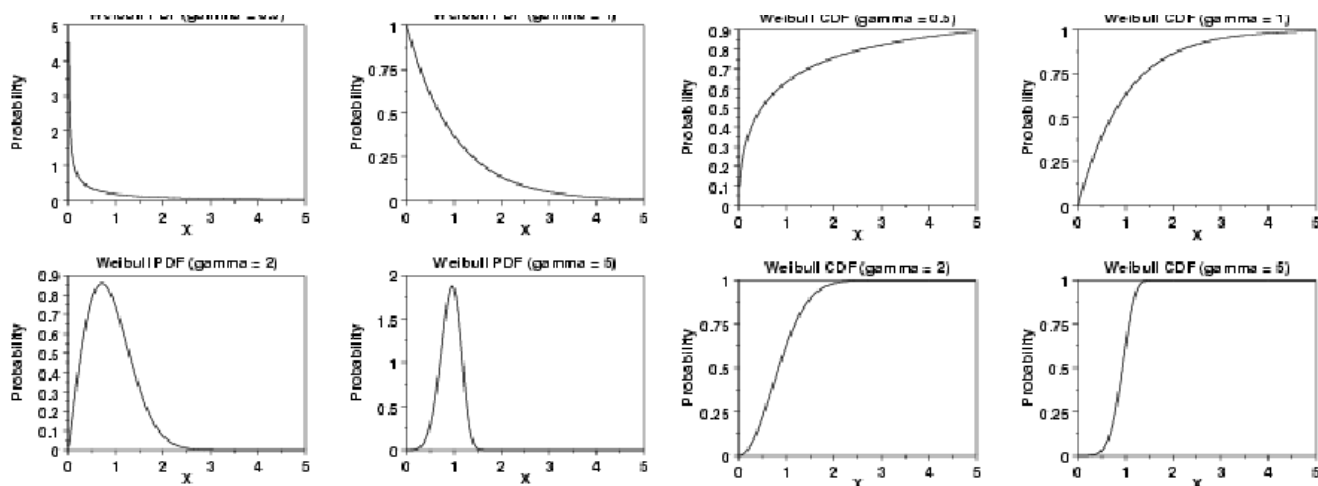


Figura A-23: CDF Weibull standard con $\gamma = 0.5, 1, 2$ e 5

Figura A-24: CDF Weibull standard con $\gamma = 0.5, 1, 2$ e 5

A.3.8 La distribuzione Lognormale

Una variabile aleatoria Y è lognormalmente distribuita se $Y = \ln(X)$, con X variabile aleatoria normalmente distribuita.

La formula generale della funzione di densità di probabilità, per la distribuzione lognormale, è:



$$f(y) = \frac{e^{-\frac{\ln\left(\frac{y-\theta}{m}\right)^2}{2\sigma^2}}}{(y-\theta) \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \quad \text{per } y \geq \theta \text{ e } m, \sigma > 0$$

dove σ è il fattore di forma, θ è il parametro di posizione e m rappresenta il parametro di dispersione.

La distribuzione standard lognormale, con $\theta=0$ e $m=1$, è:

$$f(y^*) = \frac{e^{-\frac{(\ln y^*)^2}{2\sigma^2}}}{y^* \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \sigma > 0$$

La funzione di distribuzione della probabilità cumulata in forma standard è:

$$F(y^*) = \Phi\left(\frac{\ln y^*}{\sigma}\right) \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \sigma > 0$$

dove $\Phi()$ è la Cdf della distribuzione normale standard.

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione lognormale:

Media	$e^{\frac{\sigma^2}{2}}$
Mediana	M
Moda	$\frac{1}{e^{\sigma^2}}$
Raggio	Da zero a infinito positivo
Deviazione standard	$\sqrt{e^{\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)}$
Coefficiente di variazione	$\sqrt{e^{\sigma^2}-1}$
Coefficiente di asimmetria	$(e^{\sigma^2}+2)\sqrt{e^{\sigma^2}-1}$
Coefficiente di curtosi	$(e^{\sigma^2})^4 + 2(e^{\sigma^2})^3 + 3(e^{\sigma^2})^2 - 3$

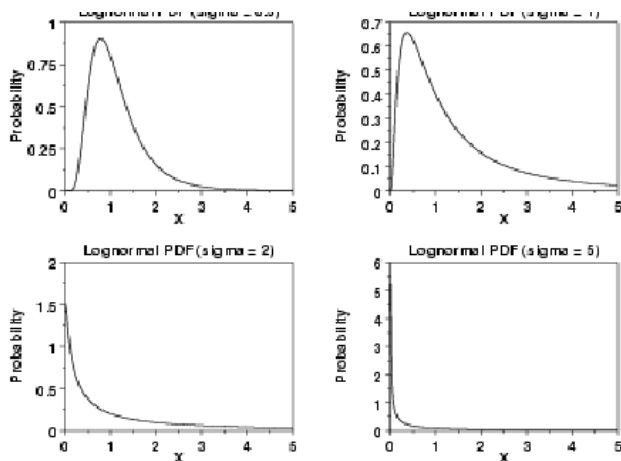


Figura A-25: PDF Lognormale standard per $\sigma = 0.5, 1, 2$ e 5

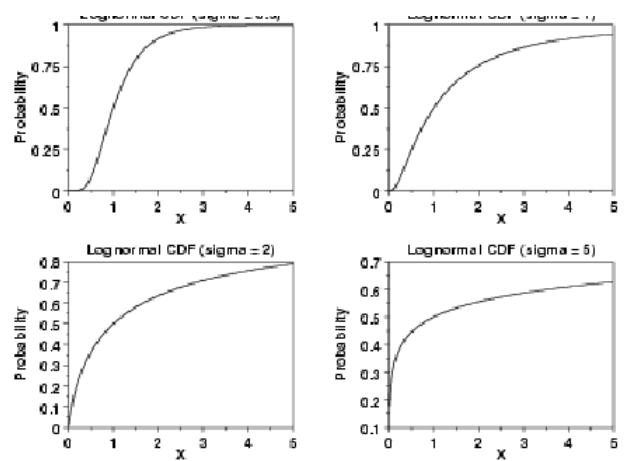


Figura A-26: CDF Lognormale standard per $\sigma = 0.5, 1, 2$ e 5



A.3.9 La distribuzione del valore estremo di primo tipo

La distribuzione del valore estremo di primo tipo assume due diverse configurazioni, a seconda se il valore estremo funge da minimo o da massimo. Tale tipo di distribuzione prende anche il nome di **distribuzione di Gumbel**.

Ci si soffermerà sulla distribuzione di Gumbel con valore estremo massimo, asimmetrica verso destra (al contrario della distribuzione di Gumbel con valore estremo minimo, che è asimmetrica verso sinistra).

Le formule generali della PDF e CDF, per la distribuzione di Gumbel con valore estremo massimo, sono:

$$f(y) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-\frac{y-\alpha}{\beta}} \cdot e^{-e^{-\frac{y-\alpha}{\beta}}} \quad F(y) = e^{-e^{-\frac{y-\alpha}{\beta}}}$$

dove α rappresenta la posizione fissa e β rappresenta la dispersione. La distribuzione standard di Gumbel, con $\alpha=0$ e $\beta=1$, si riduce a:

$$f(y^*) = e^{-y^*} \cdot e^{-e^{-y^*}}$$

La funzione di distribuzione della probabilità cumulata è:

$$F(y^*) = e^{-e^{-y^*}}$$

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione di Gumbel:

Media	$\alpha + 0.5772 \beta$
Mediana	$\alpha - \beta \ln(\ln(2))$
Moda	A
Raggio	Infinito a sinistra e a destra
Deviazione standard	$\frac{\beta\pi}{\sqrt{6}}$
Coefficiente di variazione	$\frac{\beta\pi}{\sqrt{6}(\alpha + 0.5772\beta)}$
Coefficiente di asimmetria	1.13955
Coefficiente di curtosi	5.4

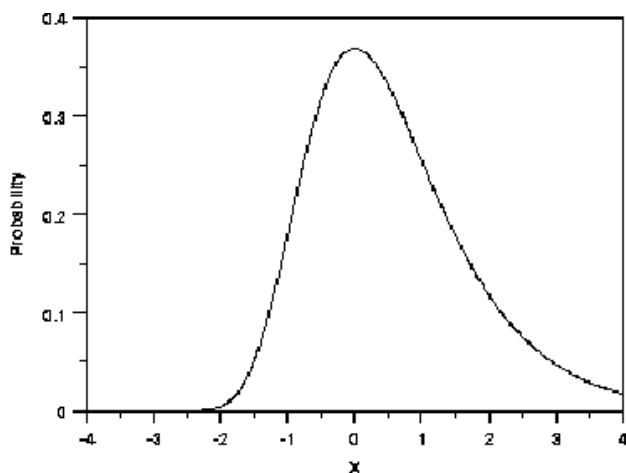


Figura A-27: PDF Gumbel standard con valore estremo massimo

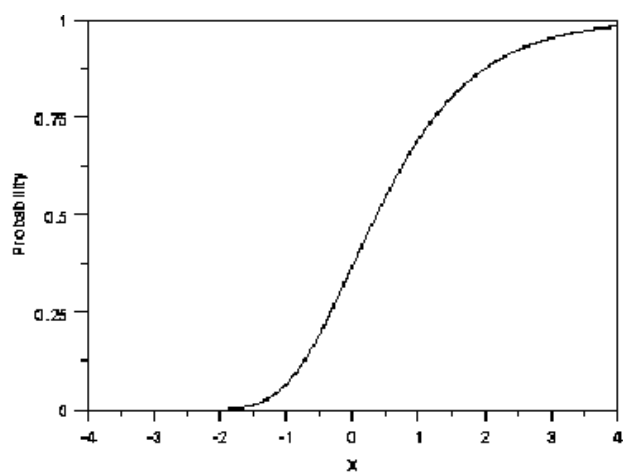


Figura A-28: CDF Gumbel standard con valore estremo massimo



A.3.10 La distribuzione di Poisson

La distribuzione di Poisson serve a determinare la probabilità che si verifichi un certo numero di eventi in un prefissato intervallo temporale. È una distribuzione discreta, la cui formulazione è:

$$p(y, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^y}{y!} \quad \text{con } y \in N_0$$

Il parametro λ rappresenta il “numero medio” di eventi che si verifica nell’assegnato intervallo temporale ed è chiamato **parametro di forma**.

La CDF della Poisson è:

$$F(y, \lambda) = \sum_{i=0}^y \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^i}{i!}$$

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione di Poisson:

Media	λ
Mediana	-
Moda	se λ non è intera, la moda è l'intero che approssima per eccesso λ ; se λ è intera, la moda è pari a λ e $\lambda-1$
Raggio	Da 0 a infinito a destra
Deviazione standard	$\sqrt{\lambda}$
Coefficiente di variazione	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
Coefficiente di asimmetria	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$
Coefficiente di curtosi	$3 + \frac{1}{\lambda}$

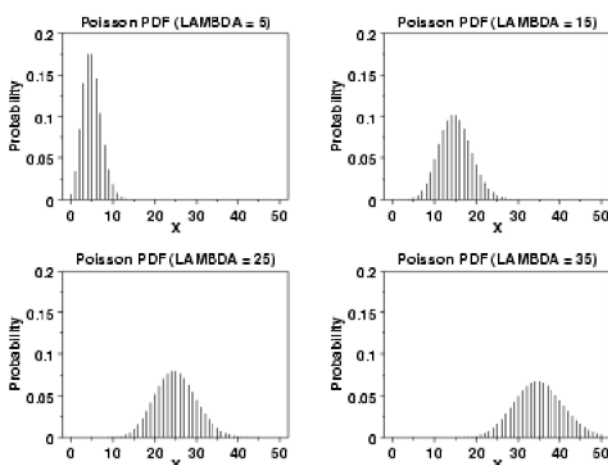


Figura A-29: PDF Poisson con λ variabile

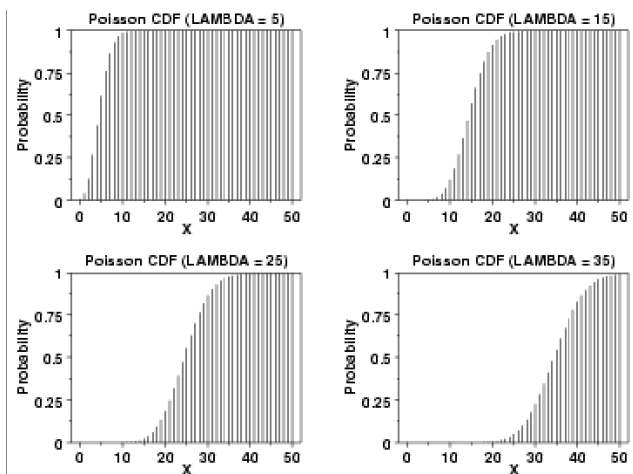


Figura A-30: CDF Poisson con λ variabile



A.3.11 La distribuzione Gamma

La formula generale della funzione di densità di probabilità, per la distribuzione Gamma è:

$$f(y) = \frac{\left(\frac{y-\mu}{\beta}\right)^{\gamma-1} \cdot e^{-\left(\frac{y-\mu}{\beta}\right)}}{\beta \cdot \Gamma(\gamma)} \quad \text{per } y \geq \mu \text{ e } \alpha, \beta > 0$$

dove α è il fattore di forma, μ è il parametro di posizione e β rappresenta il parametro di dispersione. Γ è la funzione gamma completa (cfr. A.3.5).

Ponendo $\mu=0$ e $\beta=1$ si ha la distribuzione Gamma in forma standard:

$$f(y^*) = \frac{y^{*\gamma-1} \cdot e^{-y^*}}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \alpha > 0$$

La funzione di distribuzione della probabilità cumulata in forma standard è:

$$F(y^*) = \frac{\gamma(y^*, \alpha)}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{per } y^* \geq 0 \text{ e } \alpha > 0$$

dove γ è la funzione Gamma incompleta e Γ è la funzione Gamma completa (cfr. A.3.5).

Vengono di seguito tabellate le principali statistiche della distribuzione di Weibull:

Media	α
Mediana	$\alpha-1 \quad \alpha \geq 1$
Moda	$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{con } \gamma > 1$
Raggio	Da zero a infinito positivo
Deviazione standard	$\sqrt{\alpha}$
Coefficiente di variazione	$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$
Coefficiente di asimmetria	$\frac{2}{\sqrt{\alpha}}$
Coefficiente di curtosi	$3 + \frac{6}{\alpha}$

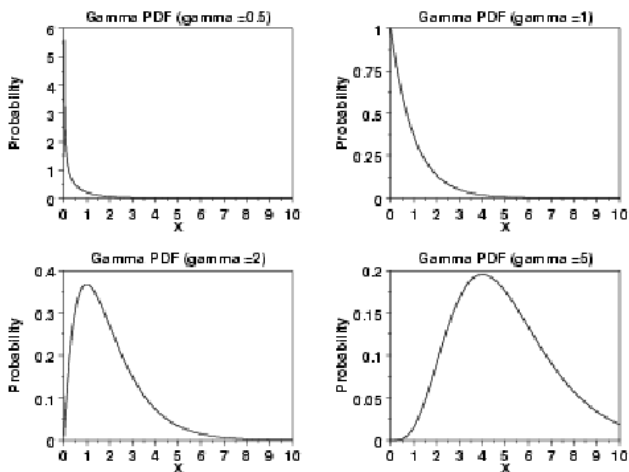


Figura A-31: PDF Gamma con α variabile

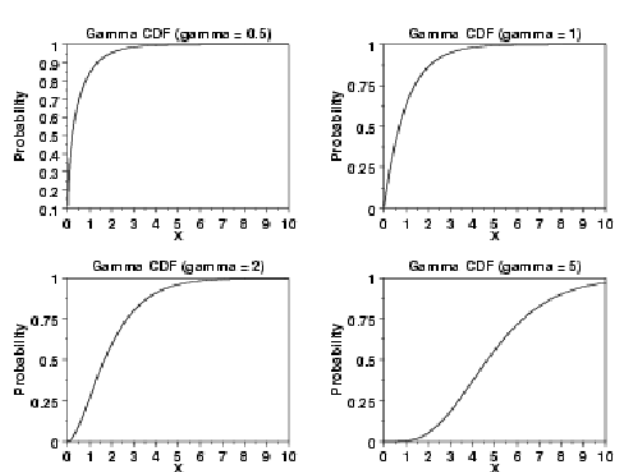


Figura A-32: CDF Gamma con α variabile



A.4 L'inferenza statistica

Lo studio di una determinata variabile statistica su un'intera popolazione di dati è spesso troppo oneroso o addirittura tecnicamente impossibile. Con opportuni metodi statistici è possibile individuare un campione, che dev'essere rappresentativo della popolazione, e su questo realizzare un'indagine, per estenderne le conclusioni tratte all'intera popolazione.

L'estensione dei risultati da un campione alla totalità della popolazione è detta **inferenza statistica**.

Qualunque proprietà della popolazione dedotta dal campione prende nome di **stima**. La stima rappresenta un'approssimazione statistica dei risultati che si potrebbero ricavare da un'indagine sull'intera popolazione, ma con tempi e costi di esecuzione molto inferiori.

A.4.1 Stima dei parametri di una distribuzione

Una importante stima su un campione di dati o su una serie storica è quella della distribuzione di probabilità che li caratterizza. Tale stima avviene mediante due fasi:

1. Determinazione della distribuzione più adatta;
2. Stima dei parametri della distribuzione.

Ci sono diversi metodi per la stima dei parametri della distribuzione, di tipo analitico e grafico.

Il **metodo dei momenti** consente di esprimere i parametri della distribuzione in funzione dei momenti calcolati sul campione. Lo svantaggio di questo metodo è che le relazioni tra i parametri di una popolazione e i momenti non sono disponibili per tutti i tipi di distribuzione di probabilità, ma solo per alcuni di esse, per le quali il metodo offre il vantaggio della semplicità applicativa.

Assegnato un campione di n elementi x_i , la **media campionaria**, o momento del I ordine del campione, è data da

$$m_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

e la **varianza campionaria**, o momento del II ordine del campione, è data da

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n - 1}$$

Nella seguente tabella sono riportate le relazioni tra i momenti campionari e i parametri di diverse distribuzioni di probabilità.

Distribuzione di probabilità	Momenti da calcolare
Normale	$\mu = m_x$ $\sigma = s_x$
Uniforme	$A = m_x - \sqrt{3} \cdot s_x$ $B = m_x + \sqrt{3} \cdot s_x$
Lognormale	$\mu = m_{\ln x}$ $m = e^\mu$ $\sigma^2 = s_{\ln x}^2$
Gumbel	$\beta = \frac{s_x \cdot \sqrt{6}}{\pi}$ $\mu = m_x - 0.5772 \cdot \beta$
Gamma	$\alpha = \left(\frac{m_x}{s_x} \right)^2$ $\beta = \frac{s_x^2}{m_x}$

Tabella A-1:
Momenti per la stima dei
parametri di diverse di-
stribuzioni di probabilità



Il **metodo della massima verosimiglianza** prende il nome dalla funzione di **verosimiglianza L** (*likelihood*):

$$L(x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_\pi) = \prod_{i=1}^n f(x_i, p_1, \dots, p_\pi)$$

in cui x_1, \dots, x_n rappresentano gli n valori del campione e p_1, \dots, p_π rappresentano i π parametri di una distribuzione di probabilità predestabilita, la cui PDF è $f(x_i, p_1, \dots, p_\pi)$.

I valori dei parametri p_1, \dots, p_π che meglio consentono alla distribuzione di probabilità prestabilita di interpretare la distribuzione dei valori campionari x_i , sono quelli che massimizzano la funzione di verosimiglianza L , ovvero sono quei valori che soddisfano le seguenti π condizioni:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial p_1} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial p_\pi} = 0 \end{cases} \quad \text{ovvero, per comodità di calcolo in diverse circostanze:} \quad \begin{cases} \frac{\partial \ln(L)}{\partial p_1} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial \ln(L)}{\partial p_\pi} = 0 \end{cases}$$

Il metodo della **carte o grafici di probabilità** è un metodo grafico-analitico per determinare i parametri di una distribuzione di probabilità.

Gli n dati campionari x_i si dispongono in ordine crescente e ad ognuno di essi si associa, in funzione del proprio indice i di posizione, la probabilità cumulata campionaria pari a⁶ $F_i = i/(n+1)$ e il valore che assumerebbe la variabile standard x_i^* della distribuzione di probabilità ad essa associata. Il valore x_i^* si ricava mediante il calcolo della media e della varianza del campione. Tali momenti campionari sono utilizzati nelle formulazioni della terza colonna della tabella A-2, come stima della media e della varianza della popolazione. La probabilità cumulata che assumerebbe x_i^* , in base alla distribuzione di probabilità ad essa associata, è ricavabile o invertendo la Cdf, o utilizzando (qualora la Cdf abbia formulazione complessa) appositi tabulati.

Si definisce, poi, la retta di regressione dei punti (x_i^*, x_i) con la seguente espressione:

$$x = a \cdot x^* + b \quad (\text{A.3})$$

Nell'ultima colonna della tabella A-2 si evincono le corrispondenze tra i parametri della distribuzione e i coefficienti caratteristici della curva di regressione come quelli della formula (A.3).

La rappresentazione grafica dei punti (x_i^*, x_i) e della relativa curva di regressione restituisce un'idea anche visiva della capacità che ha la distribuzione di probabilità stimata a rappresentare correttamente il fenomeno di cui si conosce un campione di soli n dati. Si può osservare, ad esempio, che alcune curve di regressione sovrastimano i valori di x per bassi valori di x^* e sottostimano i valori di x per alti valori di x^* . Ciò potrebbe non essere gradito, conducendo la scelta della distribuzione di probabilità su un'altra famiglia di distribuzioni.

⁶ Si usa dividere la posizione i -ma per $n+1$ invece che per n , per assegnare all'ultimo dato campionario una probabilità cumulata inferiore a 1, in accordo con la teoria statistica, che assegna la probabilità massima unitaria a $+\infty$.



Distribuzione di probabilità	Cdf standard	Variabile standard	Formula di regressione
Normale	$F(x^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{x^{*2}}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dx^*$	$x^* = \frac{x - \mu}{\sigma}$	$x = \sigma \cdot x^* + \mu$
Weibull	$F(x^*) = 1 - e^{-x^{*\gamma}}$	$x^* = \frac{x - \mu}{\alpha}$	$x = \alpha \cdot x^* + \mu$
Lognormale	$F(x^*) = \Phi\left(\frac{\ln x^*}{\sigma}\right) = \Phi(l)$	$l = \frac{\ln\left(\frac{x - \theta}{m}\right)}{\sigma}$	$x = m \cdot e^{\sigma \cdot l} + \theta$ la curva di regressione in questo caso deve essere esponenziale e non retta.
Gumbel	$F(x^*) = e^{-e^{-x^*}}$	$x^* = \frac{x - \alpha}{\beta}$	$x = \beta \cdot x^* + \alpha$

Tabella A-2: Variabili standard e formule di regressione per diverse distribuzioni di probabilità

A.4.2 I test di adattamento

Spesso bisogna prendere decisioni che riguardano l'intera popolazione e l'unico modo di verificare se tale decisione è stata giusta è quello di valutare le informazioni provenienti da un solo campione. Tale procedura rientra nel campo delle cosiddette **decisioni statistiche**.

In generale quando si formula un'ipotesi statistica sulla popolazione, questa viene chiamata **ipotesi nulla** e indicata con H_0 . Per verificare se tale ipotesi è da accettare o rifiutare si ricorre al **test di ipotesi**. Si dice che si commette un **errore di I tipo** allorché si rifiuta l'ipotesi nulla, che dovrebbe essere invece accettata. Si dice che si commette un **errore del II tipo** allorché si accoglie l'ipotesi nulla, che dovrebbe essere invece rifiutata.

Una volta formulata un'ipotesi (ipotesi nulla), si definisce un parametro statistico da valutare in seguito all'estrazione di un campione. Si definisce, poi, l'intervallo di valori entro cui tale parametro deve collocarsi per accettare l'ipotesi nulla. Tale intervallo è detto **intervallo di confidenza**. È ovvio che quanto più è grande tale intervallo, maggiore è la probabilità di incorrere nell'errore del II tipo, e quindi, di conseguenza, minore è la probabilità di commettere l'errore del I tipo. Per ogni parametro statistico da valutare tramite il campione, esiste una legge matematica che associa all'ampiezza dell'intervallo di confidenza la probabilità con cui si accetta di incorrere nell'errore del II tipo. La probabilità α di rigettare l'ipotesi nulla, e, quindi, la probabilità con cui si accetta di incorrere nell'errore del I tipo, viene detta **livello di significatività** del test. Di contro la probabilità $1 - \alpha$ rappresenta l'affidabilità dell'ipotesi nulla, ovvero la probabilità con cui si accetta di incorrere nell'errore del II tipo, ed è chiamata **livello di confidenza**. I valori più usati di α sono: 0.05 e 0.01, ovvero del 5% e dell'1%.

I test di significatività per valutare la bontà della stima della distribuzione di probabilità da associare alla popolazione, in funzione dei dati analizzati dal campione, prendono il nome di **test di adattamento**.

I test di adattamento possono essere di tipo **non parametrico**, e cioè sono adatti per qualsiasi tipo di distribuzione statistica della popolazione. Ci sono poi quelli di tipo **robusto**, ovvero molto performanti per campioni provenienti da popolazioni caratterizzate da un gran numero di distribuzioni statistiche. Ci sono infine i test **parametrici**, specifici per un particolare tipo di distribuzione, che sono sicuramente più potenti (ovvero più abili a individuare le effettive differenze tra il campione e la distribuzione ipotizzata) dei test non parametrici e robusti. I test di adattamento più comuni sono tre, che vengono di seguito descritti.



Il test **Kolmogorov-Smirnov**⁷, è un test robusto, adatto alle sole distribuzioni continue. È indicato anche con **K-S**, ed è basato sulla Cdf empirica

$$E(i) = \frac{i}{N+1} \quad \text{dove } N \text{ rappresenta la numerosità del campione.}$$

Sia $F(x)$ la Cdf ipotizzata per la popolazione da cui deriva il campione sotto analisi. Tale funzione è caratterizzata dai π parametri $p_1 \dots p_\pi$, a cui, ai fini del test di adattamento, è stato anche già assegnato il rispettivo valore.

Ordinato in modo crescente il campione degli N valori campionari $x_1 \dots x_N$, si consideri la seguente statistica:

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} |F(x_i) - E(i)|$$

Definito il livello di significatività α , l'ipotesi nulla (ovvero la popolazione ha Cdf pari a $F(x)$) è rigettata se la statistica D restituisce un valore più grande del valore critico riportato nella tabella A-3.

Dimensione del campione	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
5	0.51	0.56	0.67
10	0.37	0.41	0.49
15	0.30	0.34	0.40
20	0.26	0.29	0.35
25	0.24	0.26	0.32
30	0.22	0.24	0.29
40	0.19	0.21	0.25
>40	$1.22/N^{0.5}$	$1.36/N^{0.5}$	$1.63/N^{0.5}$

Tabella A-3: Valori critici della statistica D per il test K-S

Il test K-S è più sensibile vicino al centro della distribuzione che alle sue code.

Il test di **Anderson-Darling**⁸ è una variante del test K-S, rispetto al quale dà maggiore peso alle code. Il test è di tipo parametrico e pertanto i valori critici variano in funzione della distribuzione stimata della popolazione. Attualmente sono disponibili tavole di valori critici per le sole distribuzioni “normale”, “lognormale”, “Weibull”, “Gumbel” e “logistica”.

Sia $F(x)$ la Cdf ipotizzata per la popolazione da cui è stato estrapolato il campione sotto analisi. Tale funzione è caratterizzata dai π parametri $p_1 \dots p_\pi$, a cui, ai fini del test di adattamento, è stato anche già assegnato il rispettivo valore.

Dopo aver ordinato in modo crescente il campione $x_1 \dots x_N$, si consideri la seguente statistica:

$$A^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{2i-1}{N} \{ \ln[F(x_i)] + \ln[1 - F(x_{N+1-i})] \}$$

⁷ Cfr. CHAKRAVART ET ALII, 1967

⁸ Cfr. STEPHENS, 1974, 1976, 1977, 1979



Definito il livello di significatività α , l'ipotesi nulla (ovvero la popolazione ha Cdf pari a $F(x)$) è rigettata se la statistica A^2 è più grande di un valore critico ottenuto dalla specifica tavola dipendente dalla distribuzione ipotizzata.

Per distribuzioni normali e lognormali si ha la seguente tabella dei valori critici:

α	0.1	0.05	0.025	0.01
A^2_{crit}	0.631	0.752	0.873	1.035

Tabella A-4: Valori critici della statistica A^2 per il test A-D (distribuzioni normali e lognormali)

In particolare, per distribuzioni normali e lognormali, quando il campione è piccolo, ci si può riferire alla seguente formulazione matematica della statistica A^2 :

$$A_m^2 = A^2 \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right)$$

Per le distribuzioni di probabilità di valori estremi, come la Gumbel e la Weibull, la tabella dei valori critici diventa la seguente:

α	0.1	0.05	0.025	0.01
A^2_{crit}	0.637	0.757	0.877	1.038

Tabella A-5: Valori critici della statistica A^2 per il test A-D (distribuzioni di Gumbel e Weibull)

In particolare, per distribuzioni di Gumbel e Weibull, quando il campione è piccolo, ci si può riferire alla seguente formulazione matematica della statistica A^2 :

$$A_m^2 = A^2 \left(1 + \frac{0.2}{\sqrt{n}} \right)$$

Il test X^2 (**chi-quadro**)⁹ ha la caratteristica saliente di essere non parametrico e pertanto è applicabile a tutti i tipi di distribuzione di probabilità, comprese quelle discrete. Per applicare tale test occorre che i dati campionari x_i siano raggruppati in classi ed è quindi il caso di dire che il valore della statistica che verrà in seguito definita, dipende molto da come i dati sono raggruppati. A questo svantaggio si somma quello per cui il test è più significativo per grossi campioni.

Sia $F(x)$ la Cdf ipotizzata per la popolazione da cui deriva il campione sotto analisi. Tale funzione è caratterizzata dai π parametri $p_1 \dots p_\pi$, a cui, ai fini del test di adattamento, è stato anche già assegnato il rispettivo valore.

Dopo aver ordinato in modo crescente il campione delle N determinazioni campionarie $x_1 \dots x_N$, e dopo aver raggruppati i dati ordinati in k classi, si consideri la seguente statistica:

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - N \cdot p_i)^2}{N \cdot p_i} \quad (\text{A.4})$$

dove N_i rappresenta il numero di determinazioni raggruppate nella classe i -ma e p_i rappresenta la probabilità che un'osservazione possa ricadere nella classe i -ma, in funzione della Cdf stimata. In altre parole $p_i = F(x_i^{\text{sup}}) - F(x_i^{\text{inf}})$, dove x_i^{sup} è l'estremo superiore dell' i -ma classe e x_i^{inf} è l'estremo inferiore dell' i -ma classe.

⁹ Cfr. SNEDECOR & COCHRAN, 1989



Posto con k il numero di classi e con π il numero di parametri della distribuzione stimata, perché la statistica (A.4) si approssimi alla distribuzione di probabilità “chi-quadro” con parametro di forma $v = k-s-1$, è necessario che $N \cdot p_i \geq 5$. Pertanto, da un punto di vista operativo, conviene determinare le classi in modo equiprobabile, in maniera che i valori di p_i siano tutti uguali tra loro e in modo tale che sia soddisfatta la disuguaglianza: $N \cdot p_i \geq 5$.

Definito il livello di significatività α , l’ipotesi nulla (ovvero la popolazione ha Cdf pari a $F(x)$) è rigettata se la statistica X^2 è più grande del valore critico fornito dalla distribuzione “chi-quadro” con parametro di forma $v = k-s-1$, in riferimento alla probabilità α .

A.4.3 La stima dei parametri di una popolazione

Nel paragrafo A.4.1 si è ipotizzato che i parametri di un solo campione potessero essere utili alla determinazione di una distribuzione di probabilità e si sono analizzati i vari metodi per risalire alla formulazione di tale distribuzione. Tali procedure sono eseguite nei casi in cui si dispone di un solo campione, come nella pluviometria, in cui il campione è dato dalla finestra storica in cui sono state eseguite le registrazioni degli eventi pluviometrici.

Ci sono casi in cui è possibile analizzare più campioni e in tal caso appare logico valutare i parametri della popolazione sulla base dell’analisi statistica dei vari campioni. In questo caso la **stima dei parametri di una popolazione** consiste nell’uso dei parametri campionari per trarre conclusioni sui parametri di tutta la popolazione.

Consideriamo il parametro campionario P . Si definisce media campionaria di P , il valore medio di tutti i valori che assume P nei campioni analizzati. Se la media campionaria di P coincide con la media della popolazione, il parametro campionario P è detto **stimatore corretto**, altrimenti è detto **stimatore distorto**. I valori assunti dalla media campionaria di P prendono il nome, a seconda dei casi, di **stima corretta** o **stima distorta** (**stima affetta da errore sistematico**).

La media campionaria del parametro media m_x coincide con la media della popolazione μ e pertanto la media m_x è uno stimatore corretto.

$$media(m_x) = \mu$$

La media campionaria della deviazione standard s_x non coincide con la deviazione standard della popolazione σ e pertanto la deviazione standard s_x è uno stimatore distorto, valendo la seguente relazione:

$$media(s_x) = \sqrt{\frac{N-1}{N}} \cdot \sigma$$

dove N è la numerosità dei campioni.

Si consideri adesso il generico parametro campionario P . Lo studio di un certo numero di campioni N -dimensionali porterà a diversi valori di P . Si consideri il modello univariato costituito da tutti i valori assunti da P . Sia Δ la distribuzione di probabilità di tale modello univariato. Tale distribuzione può avere formulazione qualsiasi. Si calcolino la $media(P)$ e la $deviazione standard(P)$.

Posto z pari a un determinato numero reale, l’intervallo seguente:

$$[media(P) - z \cdot deviazione standard(P) ; media(P) + z \cdot deviazione standard(P)]$$



prende il nome di **intervallo di confidenza**. La z prende il nome di *valore critico*, mentre l'area sottesa alla PDF della Δ , all'interno dell'intervallo di confidenza, non rappresenta la probabilità che il valore del parametro P della popolazione ricada all'interno dell'intervallo di confidenza, ma più propriamente rappresenta la probabilità che il valore del parametro P di un campione casuale (prelevato dalla popolazione) ricada all'interno dell'intervallo di confidenza. Tale probabilità prende il nome di **livello di confidenza**.

Vale la pena, a questo punto, far osservare che:

$$\text{media}(m_x) = \mu \quad (\text{A.5})$$

$$\text{deviazione_stndr}(m_x) = \sqrt{\frac{N_{\text{popolazione}} - N_{\text{campione}}}{N_{\text{campione}}(N_{\text{popolazione}} - 1)}} \cdot \sigma \quad (\text{A.6})$$

La (A.6), per popolazioni infinite, diventa:

$$\text{deviazione_stndr}(m_x) = \frac{\sigma}{\sqrt{N_{\text{campione}}}} \quad (\text{A.7})$$

Il parametro “media” implica la valutazione di un momento del primo ordine, il parametro campionario “deviazione standard” implica la valutazione di un momento del secondo ordine, i parametri campionario “asimmetria” e “curtosi” implicano rispettivamente la valutazione di momenti del terzo e del quarto ordine. Ne consegue che, quanto più è alto l'ordine del momento necessario a valutare un determinato parametro campionario, tanto maggiore diventa il numeratore della deviazione standard del parametro campionario, e, quindi, tanto più ampio diventa l'intervallo di confidenza. Per ridurre tale intervallo è necessario, quindi, ridurre la deviazione standard del parametro, aumentando il suo denominatore, ovvero aumentando il numero di campioni.

Quanto detto serve a puntualizzare che per pochi campioni occorre scegliere distribuzioni di probabilità caratterizzate da due parametri (media e deviazione standard), onde evitare di commettere grandi errori nella stima di parametri come l'asimmetria e la curtosi.

A.5 Fondamenti di geostatistica

Quando si eseguono misure di una determinata grandezza fisica nel tempo, la serie temporale di dati può essere sottoposta a un'analisi esplorativa tradizionale, mediante l'ausilio dei diagrammi A-2, A-3, A-4 e A-5, al fine di individuare la legge (A.1).

Qualora, però, le misure vengono fatte nello spazio (su un determinato territorio) e non sono influenzate dal tempo, occorre modellare il fenomeno che si sta misurando mediante una legge matematica del tipo:

$$y_{x,y} = f(x, y) + \varepsilon \quad (\text{A.8})$$

dove: $y_{x,y}$ = variabile dipendente dalla misura nel punto di coordinate (x,y);

$f(x,y)$ = funzione continua o discreta;

ε = errore, il cui valore è variabile, anche a parità di (x,y).

Nel punto (x,y) la funzione $y_{x,y}$ assume il valore:



$$Y_{x,y} = f(x, y) + E$$

dove E rappresenta un valore imprevedibile e non univoco dell'errore.

Per valutare le funzioni $f(x, y)$ e ε si fa ricorso alla **geostatistica**, che a sua volta fa ricorso al **semivariogramma**, che è un grafico in base al quale è possibile stabilire quale funzione $f(x, y)$ caratterizzi un fenomeno, misurato in un numero finito di punti di un determinato territorio.

Ogni punto di campionamento P viene circondato da anelli concentrici di raggio crescente a *step* regolari ($r, 2r, 3r, \dots$). Si esegue, poi, il seguente calcolo:

$$\gamma(P, k) = \frac{1}{N_K} \sum_{i=1}^{N_K} [Y(P) - Y(Q)]^2 \quad (\text{A.9})$$

dove $\gamma(P, k)$ = varianza tra il valore misurato nel punto P e quelli misurati negli N_K punti Q contenuti nel k -mo anello;

N_K = numero di punti Q contenuti nel k -mo anello;

$Y(P)$ = valore della misura nel punto P ;

$Y(Q)$ = valore della misura nel punto Q .

Calcolando la (A.9) per tutti i punti P del territorio e facendo la media si ha:

$$\gamma(k) = \frac{1}{2N} \sum_{P=1}^N \gamma(P, k) \quad (\text{A.10})$$

dove N = numero complessivo di misure puntuali sul suolo.

Associando a $\gamma(k)$ della (A.10) il raggio esterno del k -mo anello o corona circolare, si individua un diagramma di punti ($r_K, \gamma(k)$), chiamato **semivariogramma sperimentale**.

La rappresentazione grafica della legge di interpolazione dei punti del semivariogramma sperimentale prende il nome di **semivariogramma di modello**. In figura A-33 se ne rappresentano quelli più comuni.

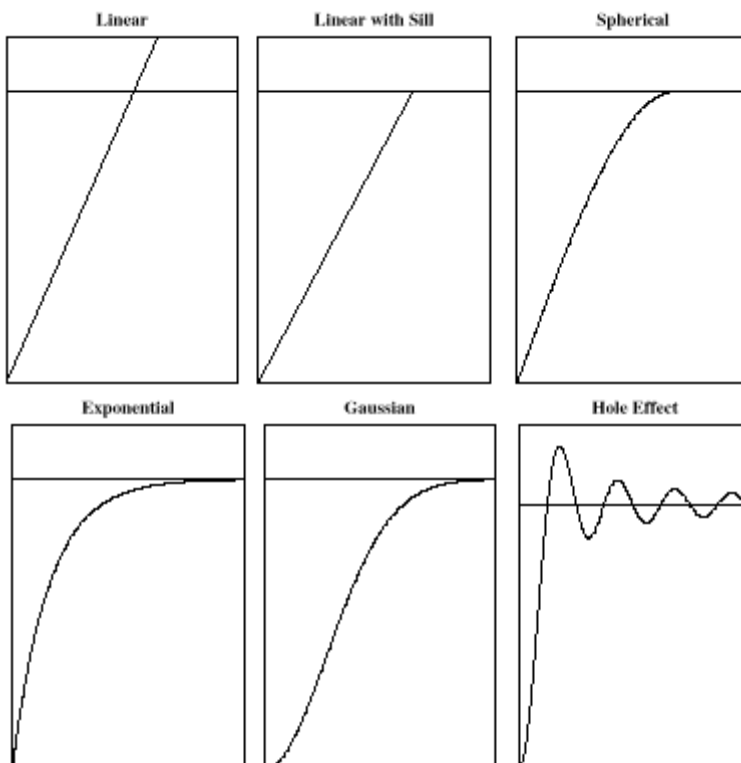


Figura A-33
Modelli di semivariogramma



In figura A-34 sono rappresentate le componenti di un semivariogramma di tipo sferico. In esso si definisce range la distanza fisica oltre la quale i campioni cessano di essere correlati. Il range non esiste nel modello esponenziale o gaussiano. Per il modello esponenziale, infatti, poiché esso utilizza una funzione crescente indefinitamente, il range è definito solo convenzionalmente, pari alla distanza a cui la funzione raggiunge il 95% della varianza dell'insieme di tutti i dati.

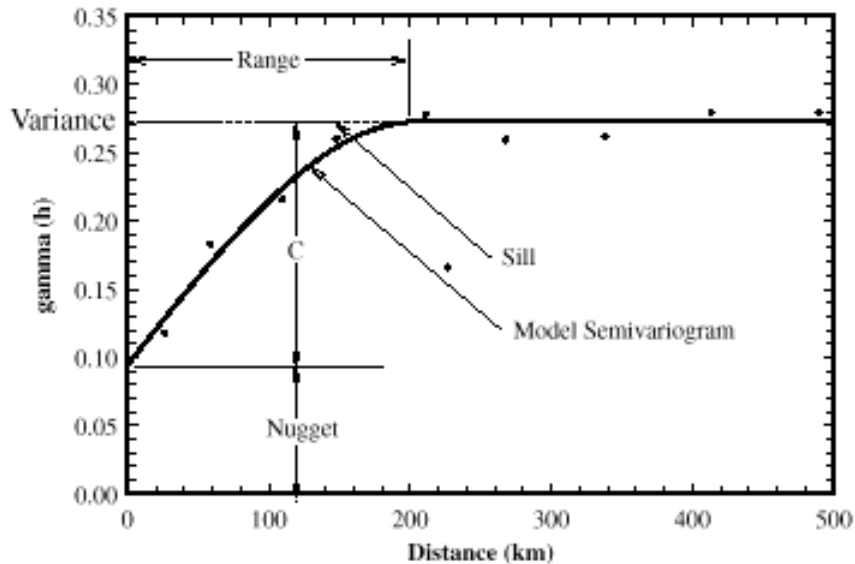


Figura A-34 Componenti di un Semivariogramma

In alcuni casi si può avere varianza anche a distanza nulla. Nei giacimenti minerari d'oro, ad esempio, dividendo un singolo campione d'oro in più pepite (*nuggets*) ed effettuando il controllo di qualità, si osserva una diversità di misure e pertanto una varianza non nulla, per errori di misurazione o per effettiva variazione aleatoria di alcune proprietà.

A.6 Variabili aleatorie dipendenti

Si supponga di avere n variabili aleatorie X_1, \dots, X_n . Il vettore costituito dalla n -pla (x_1, \dots, x_n) prende il nome di **variabile aleatoria n -dimensionale**.

In alcuni casi può verificarsi che vi sia una dipendenza tra tali variabili aleatorie, ovvero può verificarsi che esistano funzioni che esprimano i valori di alcune variabili aleatorie X_i in funzione dei valori di altre variabili aleatorie X_j . In tal caso si parla di **correlazione statistica**.

Il caso più frequente è quello della variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) , per la quale si vuole sapere se esiste una legge matematica $Y = f(X)$.

Si considererà nel seguito l'ipotesi di legge lineare (**correlazione lineare**):

$$Y = a + b \cdot X \quad (\text{A.11})$$



Misurando n coppie di valori $(x_i; y_i)$, si può determinare lo scarto quadratico (SQ) tra i valori misurati y e quelli associati alle x dalla (A.11):

$$SQ = \sum_{i=1}^n (y(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (a + b \cdot x_i - y_i)^2 \quad (A.12)$$

La retta che interpola meglio i punti misura è quella che ha lo scarto quadratico più basso. Occorre, pertanto, trovare il minimo della funzione (A.12). Allo scopo si annulla la derivata parziale della (A.12) rispetto ad a :

$$\frac{\partial}{\partial a} SQ = 2 \sum_{i=1}^n (a + b \cdot x_i - y_i) = 0$$

da cui:

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad , \text{ ovvero, } a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - b \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x} \quad (A.13)$$

in cui si è fatto riferimento ai valori medi di x e y , dedotti dalle misure.

Sostituendo la (A.13) nella (A.12) si ha:

$$SQ = \sum_{i=1}^n (\bar{y} - b \cdot \bar{x} + b \cdot x_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n [(\bar{y} - y_i) - b \cdot (\bar{x} - x_i)]^2$$

A questo punto si annulla la derivata totale di SQ rispetto a b :

$$\frac{d}{db} SQ = -2 \sum_{i=1}^n [(\bar{y} - y_i) - b \cdot (\bar{x} - x_i)] \cdot (\bar{x} - x_i) = 0$$

da cui:

$$\sum_{i=1}^n [(\bar{y} - y_i) \cdot (\bar{x} - x_i) - b \cdot (\bar{x} - x_i)^2] = 0 \quad , \text{ ovvero: } b = \frac{\sum_{i=1}^n [(\bar{y} - y_i) \cdot (\bar{x} - x_i)]}{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (A.14)$$

La media e la varianza della variabile aleatoria X sono uguali a:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n}$$

mentre, in ipotesi di correlazione lineare (A.11), la media e la varianza della variabile aleatoria Y possono essere scritte come segue:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^n y(x_i)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (a + b \cdot x_i)}{n} = a + \frac{b \sum_{i=1}^n x_i}{n} = a + b \cdot \bar{x} \\ \sigma_Y^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y} - y(x_i))^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n [(a + b \cdot \bar{x}) - (a + b \cdot x_i)]^2}{n} = b^2 \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n} = b^2 \sigma_X^2 \end{aligned}$$

Prende il nome di **covarianza** tra le due variabili aleatorie X e Y la seguente quantità:

$$\sigma_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i) \cdot (\bar{y} - y_i)}{n}$$



Nel caso di variabili correlate linearmente, secondo la (A.11), la correlazione diventa:

$$\sigma_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i) \cdot (a + b\bar{x} - a - bx_i)}{n} = b \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i) \cdot (\bar{x} - x_i)}{n} = b\sigma_X^2$$

Il sistema costituito dalle equazioni (A.13) e (A.14) può pertanto scriversi:

$$\begin{cases} a = \bar{y} - b\bar{x} \\ b = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \end{cases}$$

Un indice significativo molto utilizzato per verificare la correlazione tra due variabili aleatorie X e Y è il **coefficiente di correlazione** (ρ):

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sqrt{\sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2}} \quad (\text{A.15})$$

Si dimostra che la (A.15) è compresa nell'intervallo $[-1; +1]$.

Il quadrato del coefficiente di correlazione prende il nome di **coefficiente di determinazione** (ρ^2).

In ipotesi di correlazione lineare (A.11), la (A.15) diventa:

$$\rho^2 = \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2} = \frac{b^2 \sigma_X^4}{\sigma_X^2 \cdot b^2 \sigma_X^2} = 1$$

È molto raro trovare in natura una correlazione perfettamente lineare tra due variabili aleatorie X e Y , per cui $Y \approx a + bX$. Ciò è da addebitare a vari motivi, tra cui gli errori di misura. Ecco perché i coefficienti di determinazione in realtà approssimano per difetto il valore 1 senza mai riuscire ad uguagliarlo.

B

Misure ed errori di misura¹

Si riportano le definizioni dei principali termini utilizzati in materia di “misurazioni”.

Misura: azione intesa a determinare l'entità di una grandezza fisica, espressa nell'unità di misura prescelta. Il risultato di una misura non può ritenersi completo se non è accompagnato da una stima del margine di incertezza, espressa in termini statistici.

Misura di riferimento: misura effettuata facendo ricorso ai mezzi scientifici e tecnici più avanzati; il risultato di una siffatta misura individua nel miglior modo possibile il valore vero di una grandezza.

Valore vero: Valore che si suppone caratterizzi una grandezza nelle condizioni che sussistono nel momento in cui la grandezza stessa è osservata; si tratta di un valore ideale che potrebbe essere conosciuto solo se fossero eliminate tutte le cause di errore.

Correzione: valore da aggiungere al risultato di una misura per compensare tutti gli errori di cui sia nota l'esistenza e l'entità al fine di tentare di approssimare il meglio possibile il valore vero della misura.

Esattezza: grado della concordanza esistente tra la misura effettuata ed il valore vero, convenzionale, della grandezza misurata, che sarebbe conoscibile se alla misura fossero apportate tutte le possibili correzioni.

Incertezza: Zona od intervallo nel quale il valore vero di una grandezza deve trovarsi, secondo una assegnata probabilità.

Precisione: grado della concordanza tra i risultati di misure indipendenti di una stessa grandezza, effettuate in determinate condizioni e con gli stessi metodi di misura.

Riproducibilità: grado della concordanza tra i risultati delle misure di una stessa grandezza effettuate in condizioni differenti, da diversi operatori, in posti differenti, per mezzo di differenti strumenti e ad intervalli di tempo sufficientemente lunghi perché intervengano diversi errori casuali.

Risoluzione: valore minimo della variazione di una variabile fisica in grado di determinare una variazione di risposta del sistema di misura.

Errore: differenza tra il valore misurato di una grandezza ed il suo valore vero.

Errore di parallasse: errore che si determina nella lettura di una misura di uno strumento ad ago mobile, quando la linea di vista dell'osservatore non coincide con la perpendicolare al quadrante dello strumento passante per l'estremo dell'ago di misura.

Errore sistematico: aliquota dell'errore di misura che resta costante quando si effettuano più misure di una stessa grandezza, ovvero varia, al variare delle condizioni della misura, secondo una legge definita.

¹ Cfr. RUSSO M. ET ALII



Errore aleatorio (o casuale): aliquota dell'errore che varia, in valore assoluto e segno, in modo imprevedibile quando si effettuano più misure di una stessa grandezza in analoghe condizioni. Si precisa che la variazione delle componenti di un errore può cambiare secondo una legge definita quando cambiano le condizioni della misura; quando, inoltre, l'errore aleatorio deriva dal contributo di più cause diverse d'errore, un gruppo di tali componenti può essere tale che piccoli errori avvengano con grande frequenza mentre grandi errori avvengono con piccola frequenza: in tal caso la distribuzione di probabilità normale può permettere di effettuare una stima consistente dell'errore aleatorio e può essere utilizzata per circoscrivere entro limiti determinati la probabilità di errori aleatori.

Errori accidentali e valori anomali: la distribuzione degli errori può essere pressoché "normale"; essa può includere valori riconosciuti assolutamente errati, quali, ad esempio, quelli derivanti da errore umano nella misura o da malfunzionamento dell'apparecchio di misura. Questi errori, chiamati spesso "errori accidentali" possono non essere presi in considerazione. Una distribuzione quasi "normale", tuttavia, comprende spesso alcuni notevoli valori isolati, definiti spesso come anomali. Alcuni di questi valori possono essere palesemente assimilati ad errori accidentali. Gli altri valori "aberranti", tuttavia, non possono essere rigettati poiché possono ripetersi e vanno, a tutti gli effetti, considerati come errori "accidentali". Di conseguenza tutte le stime degli errori probabili dovranno, per il futuro, essere basate sulla distribuzione generale osservata, tenendo in conto che possono essere osservati anche valori aberranti superiori a valori dati, dovendosi ritenere anche possibile il verificarsi d'altri errori accidentali.

Ripetibilità: grado della concordanza esistente, in presenza di errori aleatori, tra i risultati di misure di una stessa grandezza effettuate, nelle stesse condizioni, dagli stessi operatori, con gli stessi strumenti, nella stessa località e ad intervalli di tempo talmente ravvicinati da far ritenere che la grandezza da misurare non sia, nel frattempo, variata.

Tempo di risposta: tempo necessario ad uno strumento di misura per registrare una determinata aliquota della variazione di un campione della grandezza misurata. Si indica, sovente, il tempo di risposta relativo al 90 o 95% della variazione della grandezza misurata. Il tempo di risposta relativo al 50% della stessa variazione è definito come "mezzo tempo di risposta". Nella maggior parte dei sistemi semplici il tempo di risposta ad una variazione della grandezza campione si valuta con la formula:

$$Y = A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

con: Y = Variazione dopo l'intervallo di tempo t;

A = Ampiezza della variazione del campione

t = Intervallo di tempo trascorso della variazione del campione

τ = Parametro caratteristico del sistema con le dimensioni di un tempo, denominato "costante di tempo" o "coefficiente di ritardo".

Errore d'inerzia: errore da cui può essere affetta una serie di misure in dipendenza dal tempo di risposta dello strumento che misuri una grandezza che varia.

Se si effettuano n misure con uno strumento, e se le misure vengono effettuate a parità di tutte le condizioni che sulle misure possono avere influenza, il grafico che esprime la frequenza con cui si hanno i vari valori misurati può presentarsi come in figura b.1

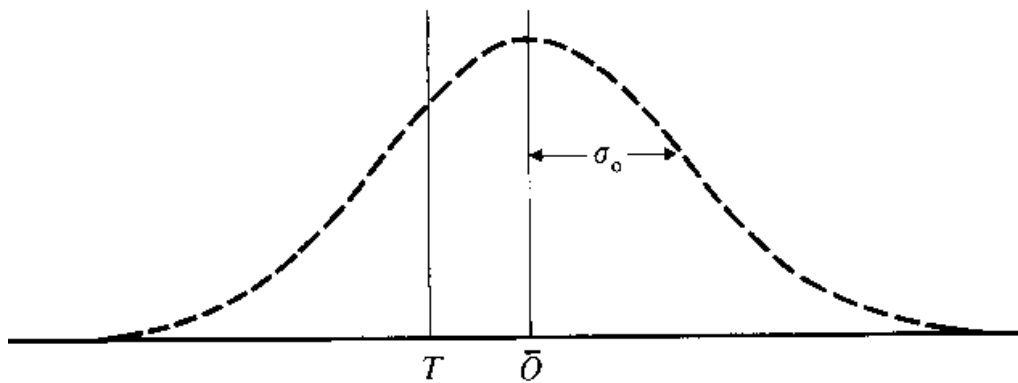


Fig. B.1 Rappresentazione della frequenza dei vari valori misurati

ove sono:

T = Valore vero della misura

\bar{O} = Valore medio delle n misure effettuate.

σ_0 = Deviazione standard delle n misure effettuate.

Con riferimento alle definizioni sopra riportate, si ha che:

Errore sistematico = $\bar{O} - T$;

Precisione = σ_0 . Se quest'ultimo ha piccolo valore ciò significa che le misure possono essere riprodotte entro limiti statisticamente ristretti; se la deviazione standard ha valore elevato le misure possono essere riprodotte, ma solo entro limiti statistici più larghi: la misura, in questo caso, è imprecisa od incerta;

Esattezza: è espressa dalla seguente formula:

$$(\bar{O} - T) \pm f(\sigma_0, n)$$

dove f è una funzione di probabilità. E' necessario che il valore di n sia grande perché si possano determinare lo scarto tipo e la curva d'errore.

Di norma le misure sono finalizzate ad ottenere il valore vero di una grandezza. Se l'errore sistematico è irrilevante, o se è stato possibile correggerlo (nel qual caso nella figura b.1 T e O coincidono), il valore vero può essere stimato in base al valor medio di una consistente serie di misure, eseguite con la massima accuratezza possibile.

Se il numero delle osservazioni è sufficientemente elevato, la distribuzione delle medie dei campioni è gaussiana, e ciò anche se non lo sia la distribuzione degli errori d'osservazione. In questo caso i limiti entro i quali si pone il valore vero possono calcolarsi con le seguenti formule:

$$L_{\text{sup}} = \bar{O} + z \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

$$L_{\text{inf}} = \bar{O} - z \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

dove:

L_{sup} = limite superiore di confidenza;

L_{inf} = limite inferiore di confidenza;

n = numero delle misure effettuate.

z = fattore dedotto dalle tavole della distribuzione normale dipendente dal livello di confidenza prescelto;



A titolo esemplificativo si riportano, nella tabella che segue, alcuni valori di z in relazione a determinati livelli di confidenza (test unilaterale).

<i>Livello di confidenza (test unilaterale)</i>	95%	97,5%	99,5%
Z	1,645	1,960	2,575

Il livello di confidenza indicato individua la probabilità che il valore vero della misura sia compreso tra i limiti inferiore e superiore calcolati.

Quando il numero delle misure è basso, le medie dei campioni si distribuiscono secondo la legge di Student. In tal caso i limiti, superiore ed inferiore, corrispondenti ad un assegnato livello di confidenza, possono così calcolarsi:

$$L_{\text{sup}} = \bar{O} + t \frac{\sigma_0}{\sqrt{n-1}}$$
$$L_{\text{inf}} = \bar{O} - t \frac{\sigma_0}{\sqrt{n-1}}$$

ove:

t = fattore che, secondo la teoria di Student, dipende dal prefissato livello di confidenza e dal numero n delle misure.

Il valore $n-1$ rappresenta il "grado di libertà" della distribuzione di probabilità di Student; nella tabella che segue sono indicati alcuni usuali valori di t .

<i>Livello di confidenza (test unilaterale)</i>	95%	97.5%	99.5%
n-1=1	6.314	12.706	63.657
n-1=4	2.132	2.776	4.604
n-1=8	1.860	2.306	3.355
n-1=60	1.671	2.000	2.660

I valori di t si approssimano a quelli di z all'aumentare del numero n delle misure ed, in pratica, t coincide con z per $n \geq 60$. In genere, però, viene in generale utilizzato il primo metodo di calcolo, quando n è superiore a 30.

C

Tipologie di pluviometri¹

C.1 Pluviometri non registratori

C.1.1 Pluviometri standard

Il pluviometro utilizzato per i rilievi giornalieri ha, in genere, la forma di un bordo cilindrico posto al di sopra di un imbuto ricevitore, che termina in un raccoglitore².

Per qualsiasi superficie della bocca dell'imbuto, ovviamente, devono ad essa adattarsi convenientemente i regoli misuratori o i recipienti graduati per la misura dell'acqua raccolta.

E' particolarmente importante che un pluviometro possieda le seguenti caratteristiche:

- il bordo dell'imbuto ricevitore deve essere affilato con superficie verticale rivolta verso l'interno, e con un bordo bombato abbastanza pronunciato verso l'esterno; i nivometri devono essere concepiti in modo che non si abbia una riduzione della superficie libera della bocca del ricevitore, per evitare l'effetto di un accumulo di neve bagnata;
- la superficie ricettrice deve essere nota, con errore minore dello 0.5% e lo strumento deve essere, nel suo complesso, sufficientemente robusto da resistere, senza deformarsi, alle sollecitazioni che normalmente possono verificarsi durante l'uso;
- l'imbuto di raccolta deve essere conformato in modo da non consentire il rimbalzo di gocce di pioggia né verso l'interno del pluviometro, né dall'interno verso l'esterno; il risultato può essere conseguito disponendo sul bordo dell'imbuto un anello cilindrico verticale sufficientemente alto e conformando le pareti dell'imbuto con inclinazione di almeno 45° (nella fi-

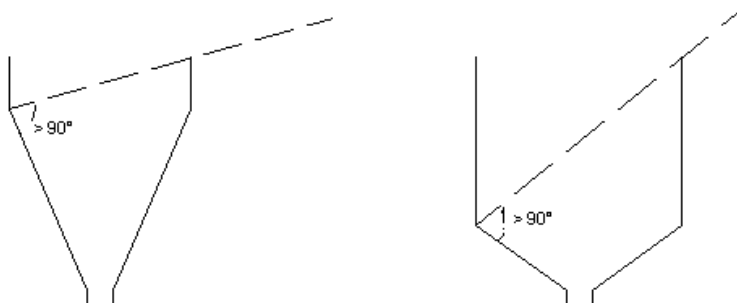


Figura C.1: Forme idonee di imbuto raccoglitori

¹ Per ulteriori informazioni in merito cfr. RUSSO M. ET ALII

² In Italia il S.I.M.N. ha installato imbuto ricevitori con bocca avente una superficie di 1000 cmq (corrispondente a un diametro di cm 35,7).



gura C.1 sono indicate due forme idonee di imbuto);

- per minimizzare le perdite per evaporazione, il recipiente ricevitore dovrà avere una bocca libera di piccole dimensioni ed essere sufficientemente protetto dall'irraggiamento diretto. I pluviometri destinati a misure settimanali o mensili sono realizzati come quelli destinati alle misure giornaliere, ma sono provvisti di un serbatoio di raccolta più robusto e di maggior capacità.

C.1.2 I Pluviometri totalizzatori

I pluviometri totalizzatori vengono utilizzati per misurare la quantità totale di precipitazione caduta, durante una stagione, su una zona poco raggiungibile e scarsamente abitata. Questi apparecchi sono costituiti da un ricevitore posto al di sopra di un imbuto, che termina su un serbatoio di capacità sufficiente a contenere le precipitazioni di una stagione (o di uno o due mesi in zone con precipitazioni di rilevante entità).

Nel recipiente può essere versata una soluzione antigelo per assicurare la fusione della neve raccolta. E' importante che questa soluzione resti omogenea.

Per ridurre l'evaporazione nel recipiente dovrà essere versato uno strato di circa mezzo centimetro d'olio o di altre sostanze che abbiano lo stesso effetto, con l'accortezza di operare in modo tale che la precipitazione possa comunque depositarsi al di sotto dello strato antieaporante.

La quantità di precipitazione caduta durante il periodo di osservazione si determina operando per differenza tra il peso del recipiente pieno e quello, preventivamente misurato, del recipiente posto in sede all'inizio della stagione, oppure misurando il volume totale del liquido ed operando le necessarie detrazioni.

La gestione e la manutenzione dei pluviometri totalizzatori ubicati in zone difficilmente accessibili pongono alcuni problemi legati, ad esempio, alla possibilità che la neve ricopra completamente lo strumento o alla difficoltà di reperire un sito idoneo.

E' opportuno, comunque, valutare attentamente la attendibilità dei dati così raccolti.

C.1.3 Metodi di misura

La misura della pioggia giornaliera dovrebbe essere effettuata alla stessa ora ogni giorno.³

Gli strumenti di misura della precipitazione raccolta da un pluviometro non registratore standard sono essenzialmente due: la **provetta graduata** o il **regolo graduato**.

Le **provette graduate** devono essere in vetro o in materia plastica trasparente. La precisione della misura è tanto maggiore quanto più piccolo è il rapporto tra il diametro della provetta e quello dell'anello superiore del pluviometro. L'errore massimo nelle graduazioni non dovrà essere superiore a ± 0.05 mm per valori uguali o superiori a 2 mm, e di ± 0.02 mm per i valori inferiori a 2 mm. Per assicurare la misura di precipitazioni poco rilevanti con buona precisione, il diametro interno della provetta dovrebbe ridursi progressivamente verso il basso. In tutte le misure il fondo del menisco formato dall'acqua dovrebbe essere preso come livello di riferimento e, durante la lettura, la provetta dovrebbe essere mantenuta assolutamente verticale in modo da evitare gli errori di parallasse; la graduazione ripetuta su due lati della provetta può essere utile per limitare l'errore di lettura.

I **regoli graduati** devono essere in materiale non igroscopico e tale da non dar luogo ad apprezzabili effetti di capillarità. Se nel recipiente è stato introdotto dell'olio per diminuire l'evaporazione, non potranno essere utilizzati regoli in legno; in questo caso conviene far uso di regoli in materiali che possano essere facilmente puliti. L'errore massimo sulle graduazioni di un regolo non dovrà, in nessun caso, superare l'ampiezza di 0.5 mm.

³ Il S.I.M.N., per convenzione, effettuava le misure alle ore 9.00 antimeridiane.



Ogni volta che sia possibile, comunque, le misure effettuate col regolo dovranno essere verificate con una successiva misura di volume. La precipitazione può essere anche misurata effettuando una **pesata** sufficientemente precisa dell'acqua raccolta; si determina il peso totale del contenuto e del recipiente, poi si sottrae il peso noto, di quest'ultimo. Questo metodo offre diversi vantaggi: elimina, in particolare, il rischio di versare a terra una parte dell'acqua raccolta ed include nella misura tutta l'acqua che aderisce alle pareti del recipiente.

C.2 Pluviometri registratori

Tali apparecchi –chiamati **pluviografi**– sono costituiti da tre parti principali:

- parte ricevitrice, costituita da un imbuto ricevitore di diametro diverso secondo il tipo di strumento;
- parte trasmettitrice, che varia da strumento a strumento;
- parte registratrice.

La parte trasmettitrice, che caratterizza il tipo di pluviometro registratore, può essere essenzialmente di tre tipi:

- 1) tipo a pesata;
- 2) tipo a galleggiante;
- 3) tipo a vaschetta, o a vaschette basculanti.

Il solo modello a pesata è utilizzabile per tutti i tipi di precipitazione, mentre l'uso degli altri due modelli è limitato, nella maggior parte dei casi, alla misura della pioggia.

C.2.1 Pluviometri a pesata

In questi strumenti il peso del recipiente raccogliitore e delle precipitazioni che vi si accumulano viene registrato con continuità o per mezzo di un meccanismo basato sulla deformazione di molle, o attraverso una bilancia a contrappesi. Tutta la precipitazione viene così rilevata man mano che si produce.

Errori di trasmissione possono derivare dalle oscillazioni della bilancia, per effetto di venti forti.

I dispositivi a pesata sono particolarmente indicati per la misura della neve, della grandine e dei miscugli acqua-neve, in quanto assicurano la registrazione della caduta delle particelle solide ancor prima che esse si siano sciolte.

C.2.3 Pluviometri a galleggiante

In questi modelli la pioggia passa dal ricevitore in un serbatoio che contiene un galleggiante di piccola massa. Lo spostamento di quest'ultimo, quando il livello dell'acqua nel serbatoio si alza, comanda, per mezzo di un adeguato meccanismo, lo spostamento del pennino su una carta diagrammata.

Per ottenere una registrazione di sufficiente durata (in genere pari a 24 ore), è necessario disporre sia di un serbatoio di grande capacità (in questo caso la scala del diagramma è molto compressa), sia di un meccanismo che assicuri lo svuotamento rapido automatico del serbatoio quando è pieno, riconducendo il pennino alla base del diagramma. Abitualmente, questo meccanismo è costituito da un sifone autoinnescante in grado di funzionare rapidamente e di dimensioni tali da consentire lo svuotamento del serbatoio, senza gocciolamenti iniziali o fi-



nali, in un tempo massimo di 15 secondi. In altri registratori, un sifonaggio forzato assicura lo svuotamento del serbatoio in meno di 5 secondi.

Durante l'inverno, per evitare la solidificazione dell'acqua in seguito a gelate, deve essere installato un sistema di riscaldamento, attivato da un termostato, all'interno dell'apparecchio. Si evitano, così, danni al serbatoio e al galleggiante, e si consente il normale funzionamento dell'apparecchio. La quantità di calore fornita deve essere appena sufficiente per evitare il congelamento dell'acqua, giacché ogni eccesso diminuirebbe la precisione dello strumento, in quanto provocherebbe una corrente ascensionale di aria al di sopra del pluviografo e determinerebbe un aumento delle perdite per evaporazione.

C.2.4 Pluviometri a vaschette basculanti

Un piccolo serbatoio leggero, in metallo, suddiviso in due scomparti, o vaschette, è in equilibrio instabile, essendo incernierato su un asse orizzontale. In posizione normale esso appoggia su uno dei due riscontri di cui l'apparecchio è dotato, il che gli impedisce di ruotare completamente. L'acqua passa dall'imbuto ricevitore nella vaschetta più in alto ed essa, quando ne ha immagazzinato una predeterminata quantità, fa ruotare tutto il serbatoio portando l'altra vaschetta, vuota, in posizione più alta. La forma delle vaschette è tale che esse si vuotano quando sono in posizione bassa. La pioggia si immette nella vaschetta che è in posizione alta. Il movimento oscillatorio delle vaschette comanda un relè, che fornisce degli impulsi a un registratore; sul diagramma l'intervallo tra i due scatti rappresenta il tempo necessario al riempimento di una vaschetta e, quindi, alla raccolta di una determinata quantità di acqua. Quando sono necessarie registrazioni dettagliate della precipitazione, questa quantità non deve superare 0.2 mm.

Il principale vantaggio di questo pluviografo è rappresentato dalla possibilità di fornire registrazioni a distanza.

I suoi inconvenienti sono i seguenti:

- La rotazione delle vaschette si effettua in un tempo ridotto, ma non nullo; ne deriva che, durante la prima parte della rotazione, una piccola quantità di pioggia arriva ancora nella vaschetta in via di svuotamento. E' possibile, per attenuare l'errore relativo, che può essere non trascurabile in caso di precipitazioni particolarmente intense, far ricorso ad un dispositivo che acceleri la rotazione delle vaschette.

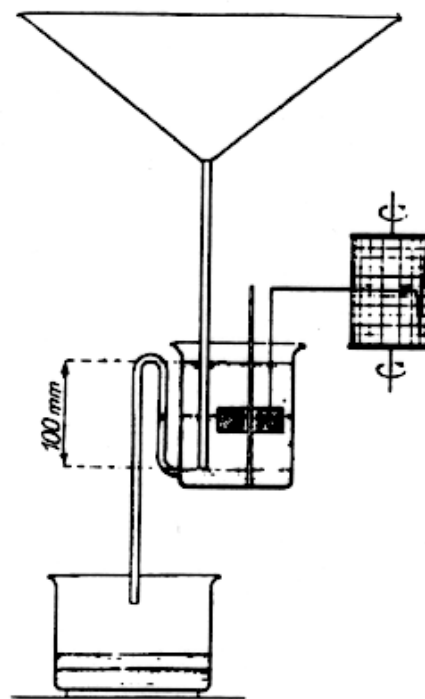


Figura C.2: Pluviometro a galleggiante

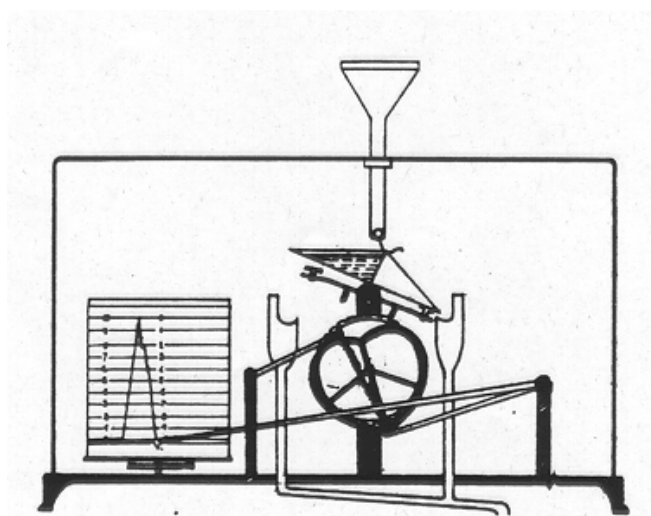


Figura C.3: Pluviometro a vaschette basculanti



- Le vaschette normalmente usate hanno forma tale che la superficie dell'acqua in esse contenuta è grande rispetto al volume della stessa acqua. Ne risulta una apprezzabile perdita per evaporazione, particolarmente nelle regioni calde, che può essere percentualmente rilevante se le precipitazioni hanno debole intensità.
- Il carattere discontinuo della registrazione può diminuire, in caso di bruma o di pioggia leggera, la precisione delle informazioni raccolte; in particolare, non è possibile determinare con precisione gli istanti in cui la precipitazione ha avuto inizio o fine.

C.2.5 Pluviografi registratori dell'intensità di pioggia

Per finalità particolari sono stati anche progettati e costruiti alcuni pluviografi registratori dell'intensità di precipitazione, che sono, in generale, molto complessi.

Per la maggior parte delle applicazioni si può, tuttavia, ottenere una indicazione della intensità di pioggia sufficientemente attendibile da un pluviografo a galleggiante o a vaschette basculanti adottando una scala dei tempi sufficientemente dilatata.

C.2.6 Metodi di registrazione

La tecnica di registrazione più semplice consiste nel far tracciare da un pennino, che si sposti per l'azione del sensore del pluviografo, un diagramma che avanza mediante un dispositivo, che può essere sia elettrico che meccanico. Esistono due tipi principali di diagrammi:

- **diagramma per tamburo ruotante**, che è avvolto intorno ad un tamburo ruotante, che compie una rotazione completa in un giorno, una settimana, o comunque in un periodo di tempo esattamente determinato;
- **diagramma a rullo**, che è avvolto su una bobina madre, viene trascinato davanti al pennino e riavvolto su una seconda bobina. Modificando la velocità di srotolamento della bobina, l'autonomia del registratore può variare da una settimana, a un mese o a più mesi. La scala temporale, in questo tipo di diagramma, può essere resa grande tanto da consentire di determinare facilmente l'intensità della precipitazione.

Occorre sottolineare che la registrazione su carta diagrammale presenta numerosi inconvenienti: possibili guasti all'apparato scrivente; limitati intervalli di tempo di registrazione, con conseguente ricambio frequente della carta diagrammale; notevole ingombro cartaceo nell'archiviazione dei dati; etc.

Sensibili vantaggi si hanno se, anziché registrare le informazioni su un diagramma, si trasformano i valori da registrare in forma digitale per mezzo di dispositivi elettronici o meccanici, che consentono di riportarli su nastri magnetici (sistema oggi sostanzialmente superato) o su dispositivi di memoria allo stato solido, in modo tale da poterne effettuare, in un secondo tempo, la lettura, l'acquisizione, l'aggregazione e il trattamento in un elaboratore elettronico.

I vantaggi più evidenti di tale tipo di registrazione sono: l'eliminazione degli errori di interpretazione della carta diagrammale da parte dell'operatore; la possibilità di raccogliere i dati in maniera più "compatta" e per un intervallo di tempo assai più rilevante; il possibile reimpiego del supporto registratore.

Accanto ai numerosi vantaggi sopra indicati, che giustificano la più ampia diffusione di tale tipo di registrazione dei dati, si deve peraltro tener conto di alcuni inconvenienti del sistema:

- A) la registrazione potrebbe arrestarsi senza che venga accertato tale arresto;



- B) potrebbe verificarsi (nel caso di impiego di nastri magnetici) uno "sfalsamento" nei tempi della registrazione, cui non si potrebbe ovviare in fase di "riversamento" dei dati nell'elaboratore elettronico;
- C) una scarsa manutenzione della sezione meccanica del dispositivo di misura può dar luogo ad una imprecisa registrazione del dato.

I movimenti dei galleggianti, delle vaschette basculanti e dei dispositivi per la pesatura possono anche essere convertiti in segnali elettrici e trasmessi, a mezzo radio o linea telefonica, ad una stazione ricevente lontana. Quest'ultima, cui possono giungere dati provenienti da numerose stazioni di misura, li invia ad un centro elettronico di raccolta ed elaborazione dati.

Tale sistema di **telemisura** (che presenta, rispetto al sistema più sopra descritto, il vantaggio di eliminare gli inconvenienti di cui alle voci A e B sopra riportate) consente l'osservazione in tempo reale dell'evolversi dei fenomeni di precipitazione, permettendo un'operazione integrata di rilevamento e sorveglianza, anche in vista di possibili interventi di protezione civile.⁴

⁴ Il S.I.M.N. ha lasciato in eredità alle Regioni una rete di circa 2600 stazioni pluviometriche (nell'anno 1931: 4300); di esse, poco meno di 300 sono attrezzate per il rilevamento in telemisura.

D

I terreni: caratterizzazione fisica e idrodinamica¹

Le rocce possono essere suddivise in due grandi gruppi:

- **Rocce lapidee**, a cui appartengono quelle rocce che, sottoposte ad una serie di successivi essiccamenti ed immersioni in acqua, restano inalterate;
- **Rocce sciolte**, a cui appartengono quelle rocce costituite da singole particelle o grani, ovvero che, dopo i trattamenti di essiccazione e di immersione in acqua, si disgregano in singoli frammenti.

Le rocce sciolte in particolare sono costituite dalle particelle solide aderenti le une alle altre (fase solida), da acqua interstiziale (fase liquida) e dell'aria interstiziale (fase gassosa).

La fase solida delle rocce sciolte è composta da un insieme di più particelle di varie dimensioni. Il campo di variazione del diametro dei granelli delle rocce sciolte è suddiviso in intervalli, per i quali non sono state ancora accettate convenzioni generali. La tabella D.1 ne mostra le tre classificazioni più usate in funzione del diametro del granulo.

	0.05 0.1 0.25 0.5 1									
Classificazione internazionale dell'ISSS	Argilla			Limo		Sabbia fine			Sabbia grossa	
Classificazione Statunitense dell'USDA	Argilla						Sabbia finissima	Sabbia fine	Sabbia media	Sabbia grossa
Classificazione europea di Attenberg	Argilla fine	Argilla media	Argilla grossa	Limo fine	Limo medio	Limo grosso	Sabbia fine		Sabbia media	Sabbia grossa
Mm	0.0002	0.0006	0.002	0.006	0.02	0.06	0.2		0.6	2

Tabella D.1: Differenti classificazioni della tessitura di un suolo in funzione del diametro del granulo

¹ Quanto esposto in questo capitolo è tratto da A. Pellegrino [1993], a cui si rimanda per ulteriori approfondimenti.



D.1 La dinamica dell'acqua nei terreni

Se si infigge un tubo di diametro centimetrico nel sottosuolo, potrebbe verificarsi una risalita d'acqua al suo interno fino ad una determinata profondità dal piano di campagna. Se ciò accade, vuol dire che l'estremità inferiore del tubo è sottoposto ad una pressione idraulica superiore a quella atmosferica, che consente all'acqua contenuta nel terreno di risalire all'interno del tubo fino alla quota rappresentativa del carico idraulico locale. Questo fenomeno si verifica quando l'estremità inferiore del tubo è immerso in uno strato di suolo saturo d'acqua. La quota del pelo libero dell'acqua all'interno del tubo viene chiamata **quota piezometrica** locale.

Se all'interno del tubo centimetrico si infigge nel sottosuolo un tubo di diametro millimetrico, si osserva che l'acqua risale nel tubo interno ad una quota superiore a quella del tubo esterno.

Quanto detto accade perché l'acqua, nelle rocce sciolte, assume differenti proprietà fisiche a seconda delle forze a cui è sottoposta, che sono di tre tipi:

1. forze di massa, determinate dal campo gravitazionale terrestre;
2. forze superficiali, determinate dalla forza di coesione e adesione dell'acqua;
3. forze elettriche, determinate dalla conformazione bipolare delle molecole d'acqua e dalla presenza di ioni disciolti in acqua; provocano fenomeni di adsorbimento tra solido e liquido.

Le forze di massa rendono possibile la risalita dell'acqua all'interno del tubo di diametro centimetrico, in accordo con tutte le leggi dell'idrostatica.

Le forze superficiali entrano in gioco in maniera predominante nel caso del tubo di diametro millimetrico, in quanto le forze di adesione dell'acqua nei confronti di un altro mezzo solido fanno sì che si inneschino i ben noti fenomeni di **risalita capillare**. Tale fenomeno, evidente in un tubo millimetrico, risulta ancora più accentuato per quei suoli in roccia sciolta caratterizzati da pori micrometrici. La risalita capillare consente di avere, sopra la quota piezometrica, ancora saturazione, per spessori di suolo che, per granulometrie molto fini, possono raggiungere anche metri di altezza. La risalita capillare, una volta innalzata la quota di suolo saturo, può evolversi ulteriormente, per altezze ancora più grandi, ma solo in alcune regioni discontinue di suolo, consentendo un certo contenuto d'acqua anche per gli strati quasi superficiali.

I fenomeni di risalita capillare nei terreni sono, tuttavia, molto complessi e vengono esaminati essenzialmente solo tramite procedimenti empirici. Molti di questi hanno dimostrato che il fenomeno di risalita capillare è molto più accentuato quando la falda sotterranea è alimentata dall'acqua di pioggia (dall'alto verso il basso), mentre è meno evidente quando la falda sotterranea è alimentata dal basso. Nel primo caso, durante la discesa dell'acqua attraverso i canalicoli del suolo, si formano dei piccoli depositi d'acqua, trattenuti dalle forze di tensione superficiale delle molecole d'acqua, che si trovano sulla superficie di tali depositi. Tali depositi concorrono ad alimentare localmente dei fenomeni di risalita capillare, che non possono certamente verificarsi nel caso di falda alimentata dal basso.

Le forze superficiali provocano anche un altro fenomeno, noto con il nome di **capacità di ritenuta dell'acqua**, che è la capacità di un terreno di trattenere l'acqua che sta drenando in esso per gravità. Questo fenomeno viene studiato graficamente mediante la **curva di ritenuta d'acqua**, che esprime il grado di saturazione di un suolo, sottoposto a drenaggio a gravità, in funzione del diametro granulometrico d_{10} . Tale curva è decrescente e tende asintoticamente a 0.

Le forze elettriche fanno sì che in natura ogni granello, anche se apparentemente secco, sia circondato da acqua; la distribuzione di cariche elettriche lungo la superficie del granello attraggono e orientano, per ulteriori azioni attrattive, i dipoli della molecola d'acqua. Si creano, così, delle pellicole d'acqua, tra cui quelle nelle immediate vicinanze del nucleo solido hanno proprietà fisiche che la fanno assomigliare a sostanze solide. Tali veli d'acqua costituiscono i cosiddetti **strati di adsorbimento**, all'interno dei quali si posizionano anche



ioni elettroliti di sostanze disciolte nell'acqua, che modificano le proprietà chimiche di superficie del granello. La particolare disposizione degli elettroliti all'interno degli strati di adsorbimento dà luogo al cosiddetto **complesso di adsorbimento**.

A parità di altre circostanze lo spessore dei complessi di adsorbimento è indipendente o quasi dalle dimensioni dei granelli, per cui la percentuale di volume occupata dai complessi di adsorbimento aumenta con il decrescere delle dimensioni dei granelli. I complessi di adsorbimento determinano le proprietà fisiche e meccaniche delle rocce finissime (argille); tali proprietà variano al variare della composizione chimica degli strati di adsorbimento. Nelle rocce in cui predominano le frazioni grosse (sabbie), i complessi di adsorbimento costituiscono una percentuale bassissima in volume del singolo granello e, pertanto, le proprietà fisiche e meccaniche sono influenzate esclusivamente dalle sole caratteristiche del nucleo solido, che sono poco variabili.

L'acqua sottoposta alle forze di massa e superficiali si muove tra i veli d'acqua di adsorbimento e per distinguerla dall'acqua adsorbita viene chiamata **acqua di porosità**.

Ecco alcune grandezze che caratterizzano un campione di roccia sciolta, considerato nel suo insieme di fase solida, liquida e aeriforme.

Si definisce **peso dell'unità di volume (γ)** il rapporto tra il peso di un campione di roccia sciolta (comprensivo dell'eventuale contenuto d'acqua di porosità) e il volume che esso occupa.

Si definisce **peso specifico (s)** il rapporto tra il peso dei granelli che costituiscono il campione di roccia sciolta e il volume effettivo che ognuno di loro occupa singolarmente (senza tenere conto dei vuoti intergranulari). Il valore di s varia generalmente da 2,15 a 3,15 g/cm³.

Si definisce **contenuto ponderale d'acqua (w)** il rapporto tra il peso dell'acqua di porosità contenuta nel campione di roccia sciolta e il peso della sostanza solida.

Si definisce **contenuto volumetrico d'acqua (θ)** il rapporto tra il volume occupato dall'acqua di porosità contenuta nel campione di roccia sciolta e tutto il volume del campione (occupato dai granelli e dagli spazi vuoti intergranulari).

Vengono chiamati **pори** di una roccia sciolta quei volumi che possono essere occupati da acqua di porosità.

Si definisce **porosità (n)** il rapporto tra il volume complessivo dei pori e tutto il volume del campione (occupato dai granelli e dagli spazi vuoti intergranulari).

Si definisce **indice di porosità (e)** il rapporto tra il volume occupato dai pori e il volume occupato dai soli granelli. Il valore di e difficilmente è superiore a 0,60, e dipende fortemente dalla porosità, che a sua volta dipende dalla distribuzione della forma e delle dimensioni dei granelli del campione di roccia sciolta.

Si definisce, infine, **grado di saturazione (S)** il rapporto tra il contenuto d'acqua w di un campione di roccia sciolta e il valore massimo w_{\max} che può assumere il contenuto d'acqua in tale campione. Il grado di saturazione è non maggiore di 1. Quando è uguale a 1 il campione di roccia sciolta è completamente imbibito d'acqua (roccia satura).

In tabella D.1 sono elencate alcune proprietà delle grandezze che caratterizzano fisicamente un campione di roccia sciolta.



D.2 Il moto di filtrazione e la legge di Darcy

Quando il mezzo poroso è saturo (completamente imbibito d'acqua), il moto dell'acqua dentro di esso prende il nome di **moto di filtrazione**, ed è provocato dalle differenze di carico idraulico in vari punti del sotto-suolo.

$n = \frac{e}{1+e}$	$e = \frac{n}{1-n}$
Roccia completamente asciutta $\theta = 0$	Roccia completamente imbibita d'acqua $\theta = n$
$\gamma = s \cdot (1-n) \cdot (1+w) = s \cdot \frac{1+w}{1+e}$	Roccia completamente asciutta $w = 0$
Roccia completamente asciutta $S = 0$	Roccia completamente asciutta $\gamma = s \cdot (1-n) = \frac{s}{1+e}$
Roccia completamente imbibita d'acqua $w = w_{\max}$	Roccia completamente imbibita d'acqua $S = 1$

Tabella D.1 Proprietà fondamentali delle grandezze che caratterizzano le rocce sciolte

In ipotesi di mezzo poroso omogeneo saturo e di corrente unidirezionale, il moto dell'acqua di porosità è regolato dalla **legge di Darcy**, secondo cui:

$$w = \frac{Q}{A} = f \cdot J \quad (\text{D.1})$$

dove:

w = **velocità di filtrazione** unidirezionale

Q = portata d'acqua in moto di filtrazione unidirezionale

A = sezione di attraversamento dell'acqua di filtrazione (costituita dai vuoti, che rappresentano i veri canali di attraversamento dell'acqua di porosità, e dai pieni)

J = **cadente piezometrica**: rappresenta il rapporto tra la perdita di carico, subita dall'acqua durante la filtrazione tra due sezioni, e la distanza reciproca delle sezioni.

f = **coefficiente di permeabilità**: è una costante del materiale poroso e rappresenta la velocità di filtrazione in ipotesi di cadente piezometrica unitaria.

La legge di Darcy è valida, però, solo in particolari condizioni di moto dell'acqua di filtrazione.

Si assuma per **numero adimensionale di Reynolds (Re)** il seguente valore:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\mu} \quad (\text{D.2})$$

con:

ρ = densità dell'acqua

w = velocità di filtrazione

D = diametro dei granelli più piccoli (che caratterizzano notevolmente le dimensioni dei canalicoli interstiziali)

μ = viscosità dell'acqua.



Esperienze eseguite da Hazen e da Muskat hanno rilevato che la legge di Darcy è valida solo se Re è non superiore all'unità.

Il valore di f dipende da numerosi fattori: composizione granulometrica, forma dei granelli, attività dei complessi di adsorbimento, porosità. Il valore di f , pertanto, viene stabilito mediante prove eseguite su campioni. Esso varia da 10^{-9} cm/s a 10^2 cm/s, secondo la tabella appresso indicata.

f (cm/s)	10 ²	10 ¹	10 ⁰	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹
Proprietà drenanti	Buone						Scarse		Praticamente nulle			
Tipi di terreni	Ghiaia pulita		Ghiaia e sabbia Pulita			Sabbia fine, limo e argilla stratificata				Argilla omogenea		

Tabella D.2 Coefficiente di permeabilità nelle rocce sciolte

In un mezzo poroso isotropo e omogeneo interessato da un moto di filtrazione permanente, ogni punto (x,y,z) è caratterizzato da un carico idraulico h , detto anche **quota piezometrica**. Si può postulare che la funzione $h(x,y,z)$ sia finita e continua, insieme alla sue derivate prime parziali, in ogni punto del mezzo poroso. Prendono il nome di **superfici isopieziche** gli insiemi dei punti che, per le postulazioni appena considerate, posseggono la stessa quota piezometrica. Per le stesse postulazioni, in ogni punto (x,y,z) è possibile definire il vettore:

$$\underline{grad}(-h) = \left(-\frac{\partial h}{\partial x}, -\frac{\partial h}{\partial y}, -\frac{\partial h}{\partial z} \right)$$

che è normale alla superficie isopiezica ed è rivolto nel senso delle h decrescenti.

Considerato un volumetto elementare il cui centro è rappresentato dal punto (x,y,z) , si ha, localmente, che:

$$\underline{grad}(-h) = \left(-\frac{\partial h}{\partial x}, -\frac{\partial h}{\partial y}, -\frac{\partial h}{\partial z} \right) = (J_x, J_y, J_z)$$

Applicando la legge di Darcy al volumetto elementare, si ha:

$$\underline{w} = f \cdot \underline{grad}(-h) \quad (D.3)$$

L'equazione vettoriale (D.3) è composta da tre equazioni scalari con quattro incognite: v_x, v_y, v_z, h . Per poterla risolvere occorre esprimere il principio di continuità, che, nell'ipotesi che i granelli del mezzo poroso conservino posizione invariabile e che l'acqua sia incompressibile, assume la seguente formulazione:

$$\text{div}(\underline{w}) = 0$$

ovvero:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = -f \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - f \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - f \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \Delta_2(h) = 0 \quad (D.4)$$

con Δ_2 = operatore di Laplace.

In ipotesi di mezzo anisotropo la (D.3) diventa:

$$\underline{w} = \left(-f_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}, -f_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}, -f_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \right)$$



mentre la (D.4) diventa:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = -f_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - f_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - f_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

E

Fondamenti di termoigrometria

La termoigrometria è una disciplina tecnica che studia l'aria atmosferica, modellandola come una miscela gassosa binaria costituita da **aria secca** (composta prevalentemente da O_2 , N_2 , A , CO_2) e **vapore d'acqua**. Per tale motivo l'aria atmosferica viene anche chiamata **aria umida**.

I due costituenti la miscela gassosa esercitano una pressione parziale proporzionale alla loro concentrazione. La somma delle pressioni parziali uguaglia la pressione atmosferica totale.

Il vapore d'acqua è un gas e la sua pressione contribuisce alla pressione atmosferica totale. La quantità di acqua nell'aria è direttamente correlata alla pressione parziale esercitata dal vapore acqueo, ed è per questo una misura diretta del contenuto di acqua nell'aria; la pressione parziale del vapore d'acqua è detta **pressione di vapore** (effettiva) ed è indicata p_v e si misura in Pa ($1 \text{ mbar} = 100 Pa$).

La pressione al di sopra della quale l'acqua presente nell'aria umida non può più trovarsi allo stato aeriforme, ma liquido, è detta **pressione di vapore saturo** p_{VS} .

La pressione di vapore saturo dipende dalla temperatura dell'aria umida e una relazione empirica sufficientemente accurata per la valutazione di p_{VS} in funzione della temperatura t è quella riportata e rappresentata anche graficamente in figura E-1.

L'aria umida può essere caratterizzata dalle seguenti grandezze:

Titolo: rapporto tra la massa di vapore acqueo (M_V) e la massa d'aria secca (M_A) in un volume di controllo d'aria atmosferica.

Si indica con:

$$T = \frac{M_V}{M_A}$$

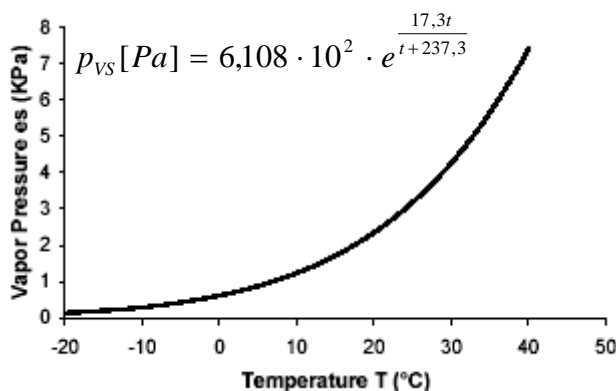


Figura E-1: Curva della pressione di vapore saturo dell'acqua nell'aria umida.



Grado idrometrico: rapporto, ad una determinata temperatura t , tra la pressione parziale del vapore acqueo (p_v) e la pressione di saturazione del vapore acqueo a quella temperatura (p_{vs}), in un volume di controllo d'aria atmosferica.

Si indica con:

$$\Gamma = \frac{p_v}{p_{vs}}$$

Umidità relativa: rapporto, ad una determinata temperatura t , tra la densità del vapore acqueo (ρ_v) e la densità che avrebbe il vapore acqueo in condizioni di saturazione alla stessa temperatura (ρ_{vs}), in un volume di controllo dell'aria atmosferica.

Si indica con:

$$U = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}}$$

Il titolo dell'aria umida varia da 0 a $+\infty$, il grado idrometrico e l'umidità relativa variano da 0 a 1.

L'aria secca può essere considerata come una **miscela di gas ideali** nelle condizioni termostatiche di $p = 1 \text{ atm}$ e $t < 100^\circ\text{C}$. Pertanto ad essa va applicata la **legge dei gas ideali**, secondo cui:

$$\frac{p_A}{\rho_A \cdot t} = R_A \quad (\text{E.1})$$

con: p_A = pressione dell'aria secca,;

ρ_A = densità dell'aria secca [kg/m^3];

t = temperatura dell'aria [K];

R_A = costante dell'aria, pari a $288 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Anche il vapore d'acqua contenuto nell'aria umida, nelle stesse condizioni termostatiche sopra ipotizzate, può essere considerato come gas ideale, per cui risulta:

$$\frac{p_v}{\rho_v \cdot t} = R_v \quad (\text{E.2})$$

con: p_v = pressione di vapore dell'acqua;

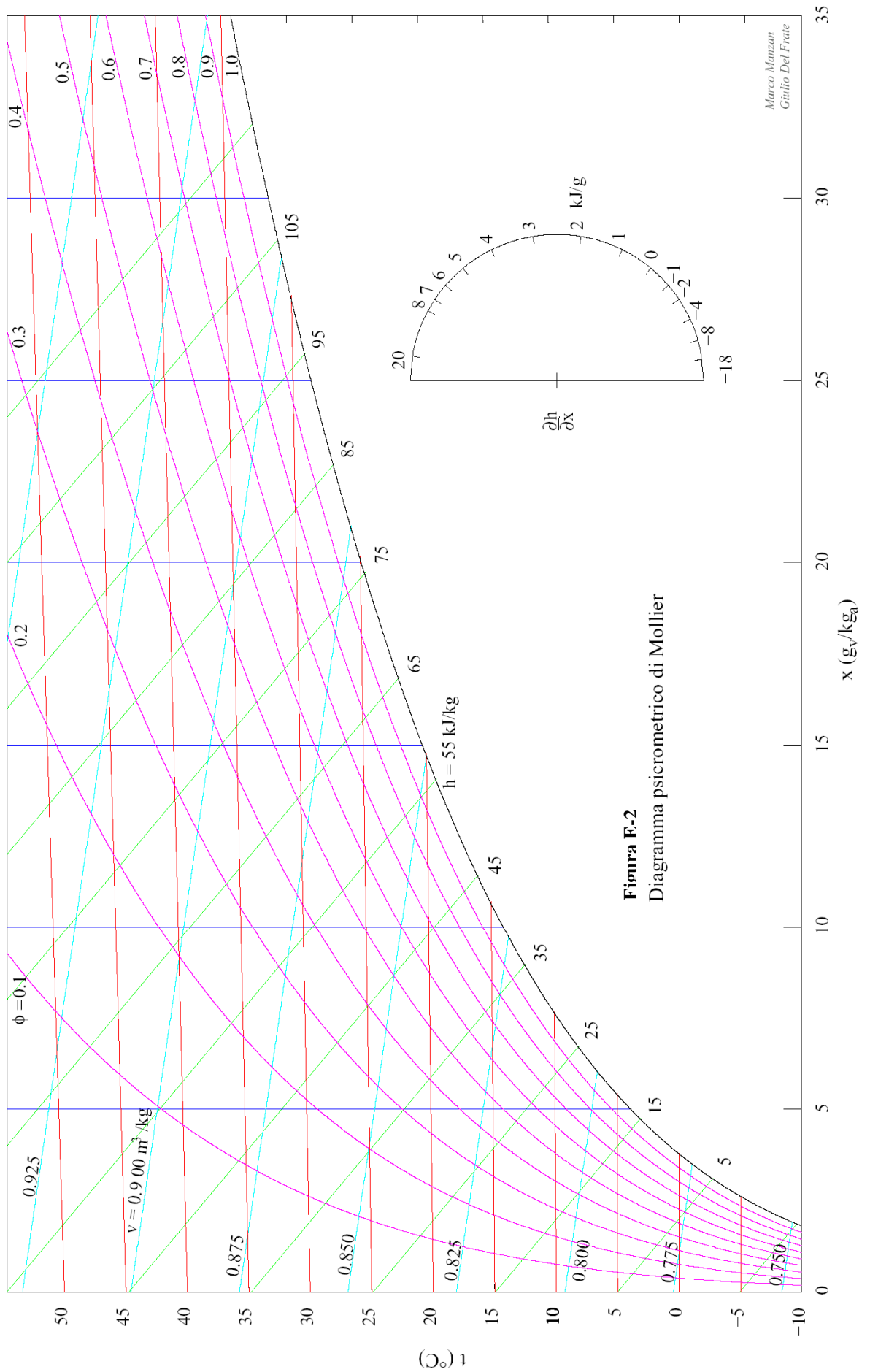
ρ_v = densità del vapore d'acqua [kg/m^3];

R_v = costante del vapore d'acqua, pari a $463 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Sostituendo la t secondo la (E.1) nella (E.2) si ha:

$$\frac{R_A}{R_v} = 0,622 \quad (\text{E.3})$$

Per determinare il valore di una proprietà di stato intensiva dell'aria in funzione di altre tre proprietà si utilizzano i cosiddetti **diagrammi psicrometrici**, tra cui i più utilizzati sono quelli di **Mollier** e di **Astrae-Aicarr**. In essi una delle proprietà intensive è già fissata: la pressione, posta pari a 1 atm (cfr. figura E-2).





E.1 Gli igrometri

Per misurare il grado idrometrico dell'aria atmosferica si utilizzano particolari strumentazioni dette **igrometri**, di cui esistono diversi tipi.

L'**igrometro a capello** si basa su un fascio di capelli e peli che hanno la caratteristica di allungarsi o contrarsi al variare dell'umidità. Questi vengono tesi tra un sostegno fissato ed un altro vincolato ad una molla tirante. A seconda dell'umidità relativa, il sostegno mobile si muove facendo ruotare un ingranaggio moltiplicatore a cui è collegato una lancetta, che indica, lungo una scala graduata, il grado igrometrico.

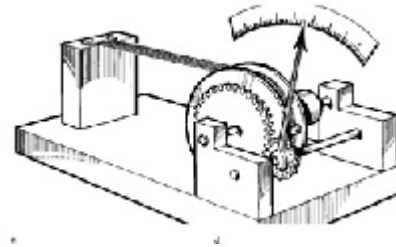


Figura E-3: Igrometro a capello

Questo strumento è piuttosto economico, ma ha un campo di misurazione molto limitato a valori di temperatura che non si discostano notevolmente dalla temperatura di taratura. Lo strumento inoltre mostra una forte inerzia nel misurare valori molto bassi di umidità.

Il **termoigrografo a capello** è una variante dell'igrometro a capello ed è caratterizzato dalla registrazione del grado idrometrico, oltre che della temperatura. Al posto della scala graduata, una carta diagrammata è montata su un tamburo girevole, che effettua un giro completo in 24 ore o in 7 giorni (a seconda del modello) avvolto in un foglio di carta con due scale: una per la temperatura e una per il grado igrometrico. La lancetta è sostituita da due pennini montati su un supporto e collegati rispettivamente ad un termometro e ad un igrometro a capello in modo da poter registrare i dati su carta.

Viene utilizzato nelle centraline meteo, che sono anche dotate di un terzo pennino, per registrare la pressione, tramite barometro, e viene utilizzato anche nei musei per monitorare le condizioni ambientali in cui vengono conservati reperti importanti.

L'**igrometro a pesata** consiste in un tubo con due griglie laterali, che permettono il passaggio dell'aria compressa e nel quale sono contenute particelle avide di acqua (igroscopiche) come sali, acido solforico o cristalli di gel di silice. Si fa passare una certa quantità d'aria attraverso il tubo e queste particelle trattengono l'acqua che questa contiene. Misurando il peso del sistema prima e dopo il passaggio dell'aria ed eseguendo il relativo confronto, si risale alla massa di acqua presente nella quantità d'aria analizzata e con successivi calcoli si ottiene il grado igrometrico.

Questo metodo veniva già usato da Leonardo da Vinci, per fare previsioni metereologiche, osservando le variazioni dell'umidità.

L'**igrometro a condensazione** è costituito da uno specchio, che viene alternativamente raffreddato e riscaldato. La fase di raffreddamento viene interrotta non appena un sensore fotoelettrico rileva l'appannamento dello specchio. La fase di riscaldamento viene interrotta non appena lo stesso sensore rileva l'assenza completa di appannamento. Il ciclo di raffreddamento e di spegnimento si interrompe non appena viene raggiunta una temperatura stabile di condensazione. Tale temperatura prende il nome di **temperatura di rugiada** (t_r), ovvero quella temperatura alla quale deve essere raffreddata l'aria umida avente una data pressione di vapore, per raggiungere la saturazione.



Poiché la condensazione avviene a titolo costante, sul diagramma psicrometrico è possibile risalire al grado igrometrico.

Lo **psicrometro** è lo strumento più preciso per misurare l'umidità ed è costituito da un tubo a Y, attraverso il quale viene fatta circolare l'aria, e ai cui tratti paralleli sono collegati due termometri, uno con bulbo rivestito da una garza imbevuta d'acqua e l'altro con bulbo asciutto. I due termometri indicano temperature diverse: in particolare si ha una temperatura da bulbo asciutto t_a e una temperatura da bulbo umido, misurata non in uno stato di equilibrio termodinamico, ma durante una trasformazione termica e massica tra il bulbo umido e l'aria atmosferica. La temperatura da bulbo umido t_b è più bassa di t_a , in quanto l'acqua, evaporando, assorbe calore. La temperatura t_b può essere uguagliata con buona approssimazione alla temperatura di rugiada.

La condizione $t_A = t_b$ si verifica solo se il grado idrometrico è al 100%.

Poiché sul termometro a bulbo umido l'aria è portata adiabaticamente a saturazione, sul diagramma psicrometrico si può risalire sia al titolo che al grado igrometrico.

L'**igrometro elettronico** è costituito da un trasduttore di tipo resistivo o capacitivo, cioè da un condizionatore che varia la propria capacità al variare del grado igrometrico dell'aria e da un circuito di condizionamento. In questo strumento è presente un ponte di resistenze, in particolare si utilizza il ponte Wheatstone per la sua elevata sensibilità alla variazione di resistenza di uno dei suoi rami. In figura E-4 è indicata con una freccia il resistore variabile (trasduttore). Il circuito impone una tensione nulla sul voltmetro quando le resistenze sui quattro rami sono bilanciate. Quando la resistenza (quella che contiene il sensore) varia, la tensione misurata non è più nulla. È possibile quindi, dalla variazione di tensione, ricavare il grado igrometrico.

Questo strumento è caratterizzato da una discreta precisione ed è utilizzato per molte applicazioni di uso comune per la facilità con la quale possono essere trattati i dati.

L'**igrometro Drager** è uno strumento costituito da un analizzatore e da fiale. Il primo elemento è una sorta di pompa con uno o più buchi su di un lato con un diametro di circa 1 cm e una profondità di 15 cm. In questi buchi possono essere inserite le fiale. Per compiere la misurazione si esercita una pressione sulla pompa, consentendo l'entrata di una predeterminata quantità di aria nelle fiale. In ogni fiale utilizzata sono contenute sostanze chimiche che reagiscono con l'aria, cambiando colore in modo proporzionale alla grandezza da misurare. È quindi possibile una lettura immediata dei dati sulla scala graduata delle fiale e, in base al tipo di sostanza contenuta in ogni fiale, è possibile compiere misurazioni di caratteristiche differenti (oltre a fiale per misurare il grado igrometrico, esistono anche fiale in grado di rivelare la presenza di gas tossici, ecc.).

Questo strumento è molto semplice da utilizzare ed è piuttosto economico se il numero di misure da effettuare è limitato, in quanto le fiale sono monouso e vanno utilizzate immediatamente dopo la rottura delle chiusure laterali.

Per la sua praticità questo analizzatore viene utilizzato dai vigili del fuoco per l'analisi dei componenti presenti nell'aria di alcuni ambienti e per diverse applicazioni tecniche.

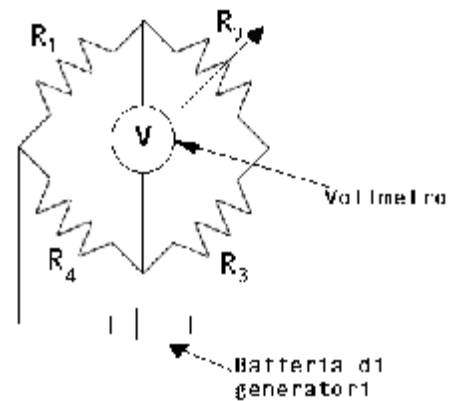


Figura E-4: Igrometro elettronico

F

Correnti a pelo libero

L'idraulica fluviale è una disciplina che studia le **correnti a pelo libero**, che sono correnti liquide che hanno la parte superiore del contorno a contatto con l'atmosfera.

Il condotto all'interno del quale defluisce la corrente a pelo libero prende il nome di **canale aperto** (*open channel*), e nel caso fluviale viene anche detto **alveo**. Quando la sezione trasversale di un alveo è costante lungo la direzione della corrente, l'**alveo** si dice **cilindrico**. In un alveo cilindrico si chiama **linea di fondo** la più bassa delle generatrici, mentre la tangente dell'angolo di inclinazione (α) della linea di fondo rispetto al piano orizzontale prende il nome di **pendenza di fondo** ($i = \tan \alpha$). Se l'alveo presenta variazioni graduali di forma e di direzione, esso si definisce **alveo quasi cilindrico** e la pendenza di fondo deve essere determinata localmente.

È proprio la pendenza di fondo la causa innescante del moto delle correnti a pelo libero, delle quali ci si appresta a trattare quelle caratterizzate da liquido a densità costante, che scorre su canali a pendenza di fondo piccola, in genere non superiore a 1/100 (per cui $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ e $\cos \alpha \approx 1$).

Le forze di attrito tra la corrente e le pareti del canale possono provocare, soprattutto negli alvei, fenomeni di asportazione, trascinamento e deposito del materiale solido che costituisce le pareti. Ciò comporta inevitabilmente una modifica nel tempo della geometria della sezione. In questo capitolo si ipotizzeranno nulli gli effetti di modellamento dell'acqua sui canali, in modo da considerare gli stessi a sezione stazionaria.

Ogni piano perpendicolare alla linea di fondo interseca la corrente secondo sezioni pressoché normali alle traiettorie medie di moto. Lungo tali sezioni la pressione varia con legge idrostatica, assumendo sul pelo libero il valore della pressione atmosferica. Ogni punto di tali sezioni è caratterizzato dalla somma di tre forme di energia specifica (ovvero rapportata alla massa del punto), graficamente rappresentate in Figura F-1:

1. l'**energia specifica potenziale**, pari alla quota di tale punto rispetto ad un piano di riferimento orizzontale π ; tale energia è data da $Z_f + z$, dove Z_f è la quota della linea di fondo nella sezione in esame, e z è la quota, rispetto alla linea di fondo, del generico punto della sezione;
2. l'**energia specifica di pressione relativa** (ovvero quella totale depurata della pressione atmosferica), pari alla pressione idrostatica nel punto in esame; essa è data dalla differenza tra la quota del pelo libero rispetto al fondo dell'alveo (h) e la quota z del generico punto della sezione, ovvero è $(h - z)$;
3. l'**energia specifica cinetica** è pari a $\frac{w^2(z)}{2g}$ in cui: $w(z)$ è la velocità media temporale della corrente nel generico punto della sezione, a quota z dalla linea di fondo, mentre g è l'accelerazione di gravità.

Le tre forme di energia specifica hanno le dimensioni di una lunghezza e in particolar modo la somma delle prime due dà luogo alla **quota piezometrica** o **carico piezometrico**, che coincide con la quota $Z_f + h$ del pelo libero. La quota del pelo libero rispetto alla linea di fondo prende anche il nome di **tirante idrico**. La terza



forma di energia specifica varia al variare della quota z del punto all'interno della sezione, in quanto, come si vedrà in seguito, la velocità media temporale cambia intensità nei diversi punti della sezione. Si considera, allora, l'**energia specifica cinetica media della sezione**, ovvero $\frac{w^2}{2g}$, in cui w è l'intensità media delle velocità in tutti i punti della sezione, in un determinato intervallo di tempo. L'energia specifica cinetica media della sezione è indicata anche con il termine **quota cinetica** o **carico cinetico**. La somma della quota piezometrica con la quota cinetica si chiama **quota effettiva** o **totale**, ovvero **carico effettivo** o **totale**. La linea unente le quote piezometriche coincide con il pelo libero della corrente e prende il nome di **linea piezometrica**, mentre la linea unente il carico effettivo è sovrapposta al pelo libero della corrente (a meno che il moto sia nullo e in tal caso coincide con la linea piezometrica) e si chiama **linea dei carichi totali**.

Il carico effettivo o totale si indica con **H** ed è dato, quindi, dalla seguente espressione:

$$H = Z_F + h + \frac{w^2}{2g}$$

Il carico misurato rispetto alla linea di fondo prende, invece, il nome di **carico specifico** e si indica con:

$$E = h + \frac{w^2}{2g} \quad (\text{F.1})$$

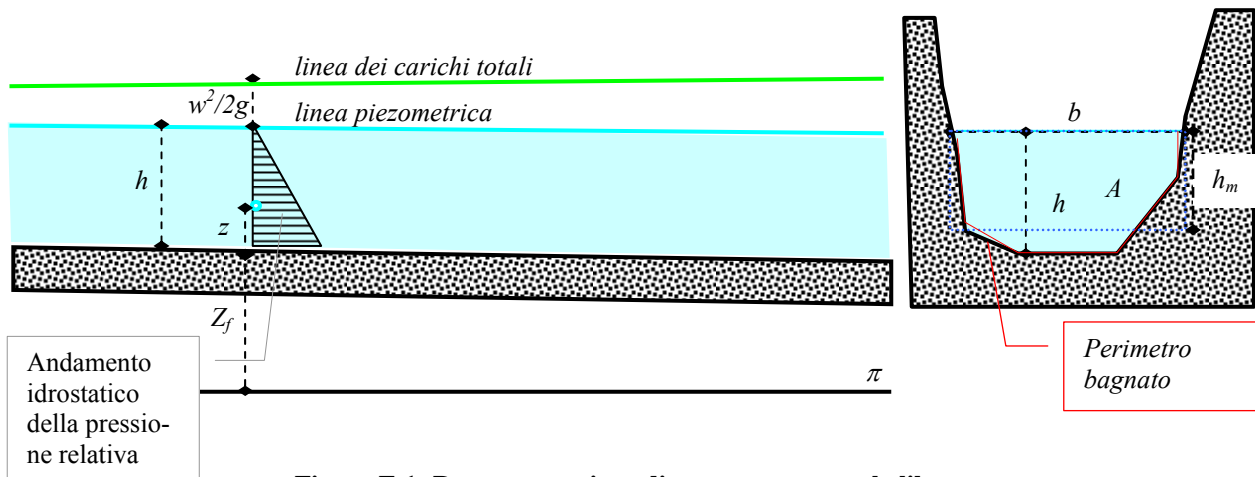


Figura F-1: Rappresentazione di una corrente a pelo libero

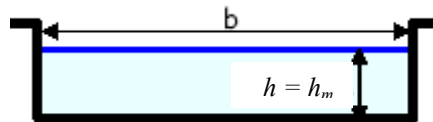
La lunghezza del contorno dell'alveo, che viene bagnato in una data sezione, prende il nome di **perimetro bagnato** (cfr. figura F-1) e si indica con **P**, mentre il rapporto tra l'**area bagnata** della sezione **A** e il perimetro bagnato **P** prende il nome di **raggio idraulico** e si indica con **R**. Si chiama, invece, **diametro equivalente D** il diametro che avrebbe una corrente a sezione circolare con raggio idraulico pari ad R ; pertanto $D = 4R$.

Nell'ambito dell'idraulica fluviale si considerano tre forme primitive di sezione d'alveo:

- **Sezione rettangolare:** $A = b \cdot h$

$$P = b + 2h$$

$$R = \frac{b \cdot h}{b + 2h}$$

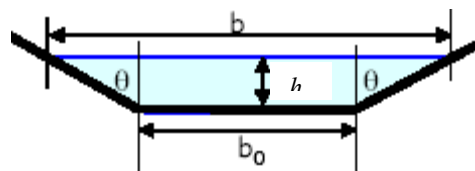


- **Sezione trapezia:** $A = b_0 \cdot h + h^2 \cdot \tan \theta$

$$b = b_0 + 2h \cdot \tan \theta$$

$$P = b_0 + 2h / \cos \theta$$

$$R = \frac{b_0 \cdot h + h^2 \cdot \tan \theta}{b_0 + \frac{2h}{\cos \theta}}$$



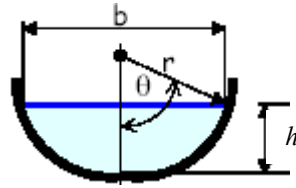


- **Sezione semicircolare:** $A = \theta \cdot r^2 - (r - h) \cdot r \cdot \sin \theta$

$$b = 2r \cdot \sin \theta$$

$$P = 2r \cdot \sin \theta$$

$$R = \frac{\theta \cdot r^2 - (r - h) \cdot r \cdot \sin \theta}{2r \cdot \sin \theta}$$



In particolare:

- per sezioni semicircolari piene si ha: $R = h/2$;

- per sezioni trapezie e rettangolari circoscritte ad una semicirconferenza di raggio uguale alla profondità si ha: $R = h/2$;

- per sezioni triangolari equilateri si ha: $R = h/4$;

- per sezioni infinitamente larghe si ha: $R = h$;

- le sezioni più frequenti hanno $R \in [h/2; h]$.

La **portata volumetrica d'acqua**, che attraversa la sezione bagnata dell'alveo **A**, si indica con **Q** ed è data da:

$$Q = w \cdot A \quad (F.2)$$

Sostituendo la (F.2) nella (F.1) si hanno le seguenti espressioni equivalenti:

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad Q = A\sqrt{2g(E - h)} \quad (F.3)$$

La prima delle (F.3) è una funzione nella variabile indipendente h , definita in $]0, +\infty[$. La sua derivata parziale, rispetto ad h , è:

$$\frac{\partial E}{\partial h} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial h}$$

Ma $\partial A / \partial h = b(h)$, ovvero alla larghezza della sezione idrica in corrispondenza del tirante, per cui si ha:

$$\frac{\partial E}{\partial h} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3(h)} b(h) \quad (F.4)$$

La funzione $b(h)/A^3(h)$ è decrescente e tale che: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{b(h)}{A^3(h)} = +\infty$ e $\lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{b(h)}{A^3(h)} = 0$. Pertanto, la (F.4) è una funzione crescente, inizialmente negativa, che si annulla per quel valore di h pari ad h_C , tale che risulti:

$$\frac{A^3(h_C)}{b(h_C)} = \frac{Q^2}{g} \quad (F.5)$$

che, in alvei rettangolari diventa:

$$h_C^3 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2}$$

Per valori di h superiori ad h_C , la (F.4) diventa positiva e tende asintoticamente a 1. Ciò fa dedurre che la prima funzione delle (F.3) inizialmente è decrescente, ha un punto di minimo in h_C e poi diventa crescente, tendendo asintoticamente alla retta $E = h$. La (F.5) consente di conoscere h_C , una volta noti la portata e la forma della sezione.

La seconda delle (F.3) è una funzione nella variabile indipendente h , definita in $[0, E]$. La sua derivata parziale, rispetto ad h è:



$$\frac{\partial Q}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \sqrt{2g(E-h)} - A \sqrt{\frac{g}{2(E-h)}}$$

ovvero:

$$\frac{\partial Q}{\partial h} = b(h) \sqrt{2g(E-h)} - A(h) \sqrt{\frac{g}{2(E-h)}} \quad (\text{F.6})$$

La (F.6) è una funzione decrescente, che per $h \rightarrow 0$, tende ad assumere valore pari a $b(h)(2gE)^{0.5}$. Essa si annulla per quel valore di h pari ad h_c , tale che:

$$E = \frac{A(h_c)}{2 \cdot b(h_c)} + h_c \quad (\text{F.7})$$

che, per alvei rettangolari diventa:

$$E = \frac{3}{2} h_c$$

Per valori di h superiori ad h_c , la (F.6) diventa negativa. Ciò fa dedurre che la seconda funzione delle (F.3) inizialmente è crescente, ha un punto di massimo in h_c e poi diventa decrescente, annullandosi per $h = E$ (condizioni idrostatiche). La (F.7) consente di conoscere h_c , una volta noti il carico specifico e la forma della sezione.

La (F.5) può essere riscritta nella seguente forma:

$$\frac{A^3(h_c)}{b(h_c)} = \frac{A^2(h_c) \cdot w^2(h_c)}{g}, \text{ ovvero, considerando la (F.1), } \frac{A(h_c)}{b(h_c)} = 2(E - h_c).$$

Sostituendo il valore di E con quello dato dalla (F.7), l'equazione è verificata solo se h_c della (F.7) coincide con h_c della (F.5). Pertanto i due valori di h_c sono identici.

Nelle figure F-2 e F-3 sono rappresentati i diagrammi delle due funzioni (F.3).

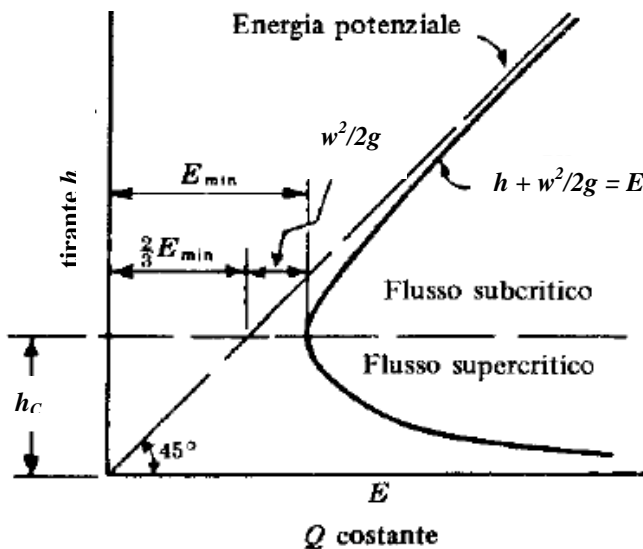


Figura F-2: Diagramma della funzione $E(h)$ con Q costante in alvei rettangolari

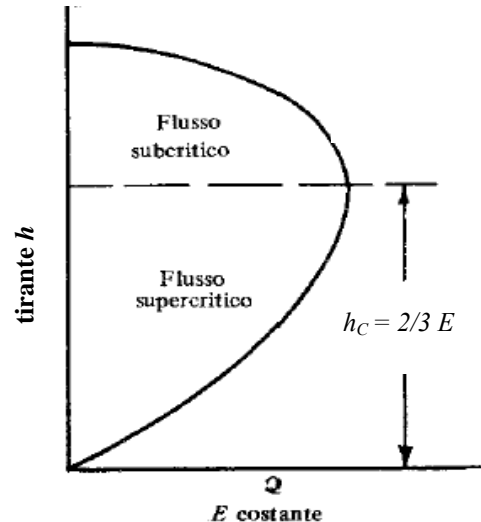


Figura F-3: Diagramma della funzione $Q(h)$ con E costante in alvei rettangolari



Il tirante h_C prende il nome di **tirante critico** o **altezza critica del pelo libero**. Da quanto detto, che poi si evince anche dalle figure F-2 e F-3, il tirante critico h_C è quell'altezza del pelo libero per cui, ad una assegnata portata, corrisponde il minimo carico specifico E ; ovvero è quell'altezza del pelo libero per cui, ad un assegnato carico specifico, corrisponde la massima portata di deflusso Q .

Si definisce **tirante medio** di una sezione bagnata $A(h)$ il seguente rapporto (cfr. anche figura F-1):

$$h_m(h) = \frac{A(h)}{b(h)} \quad (\text{F.8})$$

Il numero adimensionale dato da:

$$Fr(h) = \sqrt{\frac{h_m(h_C)}{h_m(h)}}$$

viene definito **Numero di Froude**. Per la (F.2), la (F.5) e la (F.8), il numero di Froude può essere scritto con la seguente formulazione:

$$Fr(h) = \sqrt{\frac{w^2}{g \cdot h_m(h)}} \quad (\text{F.9})$$

che per la (F.5) equivale ad 1 in condizioni critiche ($h_m = w^2/g$).

Per $Fr(h) > 1$ si ha $h < h_C$ e quindi $w > w_C$; mentre per $Fr(h) < 1$ si ha $h > h_C$ e quindi $w < w_C$.

Quando $h = h_C$ si dice che la **corrente è in stato critico**. Quando $h < h_C$ si ha la cosiddetta **corrente veloce** ($w > w_C$) o **corrente supercritica** o **corrente ipercritica**. Quando $h > h_C$ si ha la cosiddetta **corrente lenta** ($w < w_C$) o **corrente subcritica** o **corrente ipocritica**.

Particolarmente interessante è notare, dalla figura F-2, che nelle correnti supercritiche o veloci una diminuzione di E comporta l'innalzamento del tirante, mentre nelle correnti subcritiche o lenti, una diminuzione di E comporta l'abbassamento del tirante.

Dualmente, dalla figura F-3, si nota che nelle correnti supercritiche o veloci una diminuzione di Q comporta l'abbassamento del tirante, mentre nelle correnti subcritiche o lente una diminuzione di Q comporta l'innalzamento del tirante.

F.1 L'equazione di continuità per correnti fluviali

In genere il tirante idrico h di una corrente è funzione sia dell'ascissa curvilinea s dell'alveo, che del tempo τ : $h = h(s, \tau)$. In queste condizioni si dice che la corrente è in condizioni di **moto vario** (*unsteady flow*).

Qualora le variazioni di sezione e di velocità nello spazio e nel tempo siano gradualmente al punto tale da consentire una forma quasi cilindrica alle correnti, con velocità parallele alla direzione del moto e distribuzione idrostatica della pressione nelle sezioni trasversali, si dice che la corrente è in condizioni di **moto gradualmente vario**.

In realtà il fenomeno è tipicamente tridimensionale (le variabili spaziali sono tre: oltre all'ascissa curvilinea s vi sono la larghezza dell'alveo e la profondità della corrente) e può svilupparsi in un dominio di geometria non sempre nota. Il processo di moto si svolge nelle tre dimensioni dello spazio, ma in molte pratiche appli-



cazioni le variazioni di velocità in una sezione idrica del canale possono essere trascurate ed il moto può essere schematizzato come monodimensionale nella direzione del flusso.

Si consideri un tronco d'alveo fluviale compreso fra due sezioni, rispettivamente di monte e di valle (cfr. Figura F-4). Si adottano le seguenti ipotesi:

1. Il flusso è monodimensionale; le grandezze che definiscono la corrente idrica sono funzioni continue del tempo τ e dell'ascissa curvilinea s , misurata lungo la linea di massima pendenza dell'alveo. Questo implica che su ogni sezione trasversale normale alla direzione della corrente la velocità è costante e la superficie libera è rappresentabile come un segmento orizzontale (Figura F-4-a).
2. La corrente è gradualmente variata, così che la distribuzione delle pressioni p è di tipo idrostatico sulle singole sezioni trasversali.
3. L'asse longitudinale del canale è approssimato da una linea retta.
4. La pendenza del canale è piccola e la geometria del letto è fissata.
5. Il fluido è incomprimibile e a densità costante attraverso tutta la corrente.

Tali condizioni sono verificate con buona approssimazione in molti casi di interesse applicativo.

Si consideri un tratto elementare di corrente lungo ds (cfr. figura F-4-a). Il volume d'acqua entrante dalla sezione di monte nell'intervallo di tempo $d\tau$ è pari a $Q(s, \tau) \cdot d\tau$. Il volume d'acqua uscente dalla sezione di valle nell'intervallo di tempo $d\tau$ è pari a $[Q(s, \tau) + (\partial Q(s, \tau)/\partial s) \cdot ds] \cdot d\tau$. Pertanto la variazione di volume che si ha nell'intervallo di tempo $d\tau$ è pari a $-(\partial Q(s, \tau)/\partial s) \cdot ds \cdot d\tau$. È anche vero, però, che il volume iniziale occupato dall'acqua nel tratto ds è dato da $A(s, \tau) \cdot ds$, mentre il volume occupato dall'acqua nello stesso tratto dopo un intervallo di tempo elementare $d\tau$ è dato da $[A(s, \tau) + (\partial A(s, \tau)/\partial \tau) \cdot d\tau] \cdot ds$. Pertanto la variazione di volume che si ha nell'intervallo di tempo $d\tau$ è pari a $(\partial A(s, \tau)/\partial \tau) \cdot d\tau \cdot ds$. Si deduce, quindi, che:

$$-\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} ds \cdot d\tau = \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} ds \cdot d\tau$$

ovvero, che:

$$\boxed{\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} + \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} = 0} \quad (F.10)$$

La (F.10) si chiama **equazione di continuità**. Se lateralmente al tronco si ha un ulteriore ingresso o uscita d'acqua, indicando con q la **portata di scambio per unità di lunghezza** che entra (positiva) o esce (negativa) nel tratto ds , si ha l'**equazione di continuità generalizzata**:

$$\boxed{\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} + \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} = q} \quad (F.11)$$

In accordo con quanto detto q ha dimensione $[L^2/T]$

Per alvei cilindrici rettangolari l'equazione di continuità assume la seguente formulazione semplificata:

$$\boxed{w \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial s} + h \frac{\partial w(s, \tau)}{\partial s} + \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial \tau} = 0} \quad \text{per alvei rettangolari} \quad (F.12)$$



F.2 L'equazione globale della dinamica per correnti a pelo libero.

Nelle stesse cinque ipotesi del paragrafo precedente, si consideri il volume di controllo elementare in figura F-4. Il bilancio delle forze vuole che:

$$\underline{F}_M + \underline{F}_S + \underline{F}_A = 0 \quad (\text{F.13})$$

dove \underline{F}_M rappresenta la **forza di massa** agente sul volume di controllo;

\underline{F}_S rappresenta la somma delle **forze agenti sulla superficie** del volume di controllo;

\underline{F}_A rappresenta la **forza che resiste al campo delle accelerazioni** che si innescano, per via del moto, all'interno del volume di controllo.

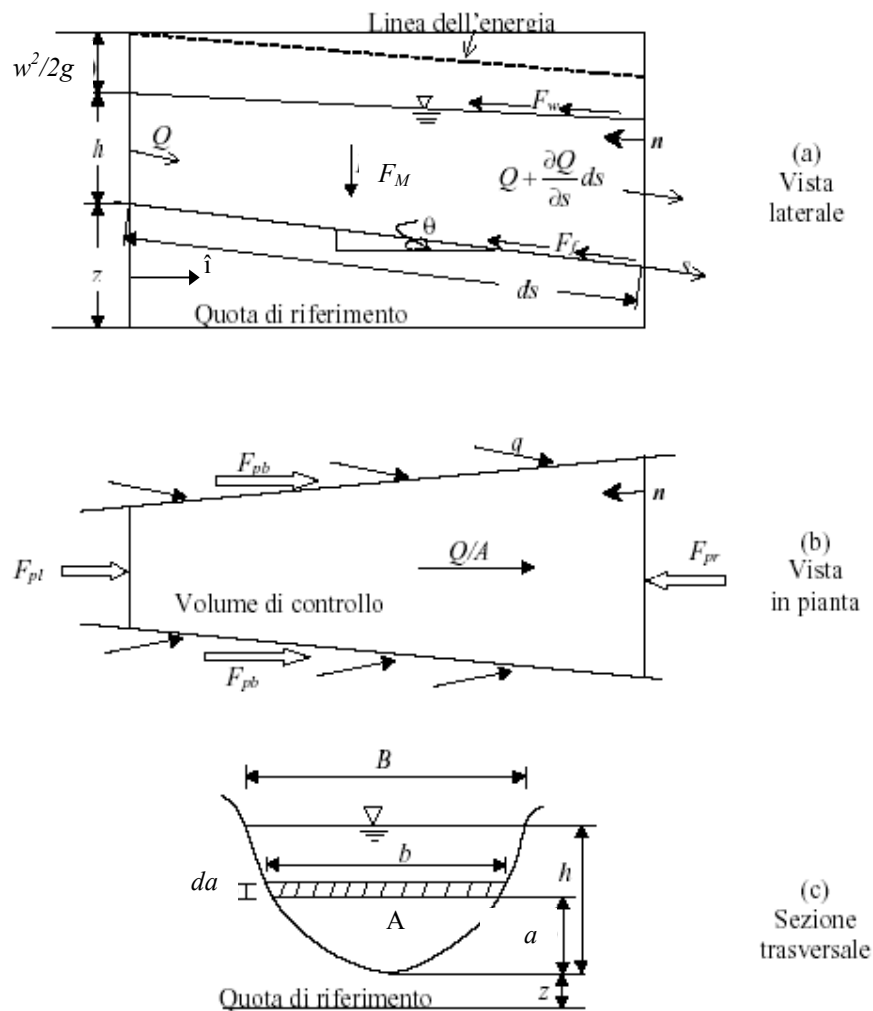


Figura F-4: Volume di controllo elementare utilizzato per ricavare l'equazione di de Saint Venant

Esplicitando la \underline{F}_M , poiché rappresenta il peso del volume di controllo, indicando con A la sezione “costante” del tratto ds di alveo, con ρ la densità dell’acqua (pari a 1000 kg/m^3) e con g l’accelerazione gravitazionale, si ha:



$$\underline{F}_M = \rho \cdot A \cdot ds \cdot \underline{g} \quad (F.14)$$

La \underline{F}_S è composta:

- dalla **forza resistente per attriti** \underline{F}_{RC} , che si sviluppa lungo i contorni solidi del volume di controllo e provoca perdite continue del carico totale durante il moto nell'alveo (note come *surface* o *skin friction*);
- dalla forza \underline{F}_{RL} che si produce a seguito di improvvise variazioni di sezione (allargamenti e/o restringimenti) nel volume di controllo o a seguito di repentine deviazioni planimetriche dell'alveo, e rappresenta una **perdita di carico locale**;
- dalle forze di superficie trasmesse attraverso la superficie libera (ad esempio l'**azione del vento**) \underline{F}_W , che spesso si trascura (cfr. figura F.4.a);
- dalle **forze di pressione** \underline{F}_P che si esercitano sulle due superfici trasversali della corrente che delimitano il volume di controllo (cfr. figura F.4.b).

La forza resistente continua, provocata da sforzi tangenziali al contorno, confrontando le figure F-4-a e F-4-c, può essere posta pari a:

$$\underline{F}_{RC} = \tau_0 \cdot ds \cdot P \quad (F.15)$$

in cui: τ_0 è lo sforzo tangenziale medio che si sviluppa lungo la superficie del canale bagnata dal volume d'acqua di controllo e P è il perimetro bagnato medio tra la sezione a monte e la sezione a valle del volume di controllo.

Il lavoro di \underline{F}_{RC} è pari a $\underline{F}_{RC} \cdot \underline{ds} = -\tau_0 \cdot ds \cdot P \cdot ds$. Rapportando tale lavoro al peso del volume di controllo e chiamando con γ il peso specifico dell'acqua (nel S.I.M. è pari a 9810 N/m³) e con R il raggio idraulico, si ha:

$$-\frac{\tau_0 \cdot ds \cdot P \cdot ds}{\gamma \cdot A \cdot ds} = -\frac{\tau_0 \cdot ds}{\gamma \cdot R} = [L] \quad (F.16)$$

che è il lavoro specifico delle forze d'attrito e ha le dimensioni di una lunghezza.

Tale lavoro specifico è uguale alla perdita di carico che la corrente subisce tra la sezione di monte e la sezione di valle, e può essere scritta con la seguente formulazione:

$$-J \cdot ds = -\frac{\tau_0 \cdot ds}{\gamma \cdot R} \quad (F.17)$$

con J parametro adimensionale. Tale parametro dipende, per la (F.17) dal raggio idraulico (R), dalla densità (ρ) del fluido e da τ_0 , che a sua volta, dipende dalla velocità media della corrente (w), dalla viscosità (μ) del fluido, e dalla rugosità dell'alveo (ε/D , dove ε è la **dimensione caratteristica delle asperità dell'alveo** e D è il diametro equivalente del canale):

$$J = J(w, R, \rho, \mu, \varepsilon/D) \quad (F.18)$$

Il parametro J rappresenta la perdita continua di carico per unità di lunghezza percorsa dalla corrente. Per tale motivo viene denominato anche **cadente piezometrica (friction slope)**.

Semplificando la (F.17) si ha:

$$\tau_0 = J \cdot \gamma \cdot R \quad (F.19)$$



e sostituendo nella (F.15) si ha:

$$\underline{E}_{RC} = -J \cdot \gamma \cdot A(h) \cdot ds \cdot \hat{s} \quad (F.20)$$

dove \hat{s} è il versore parallelo alla direzione ed equiverso al moto della corrente fluida in alveo.

La forza \underline{E}_{RL} non ha una formulazione globale e dipende dal tipo di condizione che comporta l'aumento locale delle resistenze e quindi delle perdite di carico.

La forza \underline{E}_W è dovuta all'attrito con l'aria, che sovrasta la corrente. La sua formulazione è:

$$\underline{E}_W = -\rho_{aria} \cdot C_f \frac{|\underline{w}^* - \underline{w}| \cdot (\underline{w}^* - \underline{w})}{2} L \cdot ds \quad (F.21)$$

in cui: $\rho_{aria} \approx 1 \text{ kg/m}^3$;

C_f = coefficiente di forma = 10^{-2} ;

\underline{w}^* = velocità media del vento sul pelo libero della corrente (vettore in genere parallelo ad \hat{s});

\underline{w} = velocità media della corrente (vettore parallelo ad \hat{s});

L = larghezza dell'alveo.

In assenza di vento contrario \underline{E}_W può essere trascurata. In questa sede non verrà considerata.

Per quanto riguarda il termine \underline{E}_P , con riferimento alla Figura F-4-b, esso risulta dato dalla somma algebrica delle componenti nella direzione del moto delle forze idrostatiche esercitate rispettivamente dalla superficie di sinistra del volume di controllo, \underline{E}_{PL} , dalla superficie destra, \underline{E}_{PR} , e dalle sponde, \underline{E}_{PB} :

$$\underline{E}_P = \underline{E}_{PS} + \underline{E}_{PD} + \underline{E}_{PB} \quad (F.22)$$

Come rappresentato in Figura F-4-c, un'area liquida di spessore da , posta alla quota a rispetto al fondo della sezione, è immersa alla profondità $h - a$, per cui la pressione idrostatica che agisce su di essa, così evidenziato vale $\rho \cdot g \cdot (h - a)$; la conseguente forza idrostatica ha modulo $\rho \cdot g \cdot (h - a) \cdot b \cdot da$, avendo indicato con b la larghezza dell'elemento di superficie in esame, lungo la direzione trasversale del canale.

La forza totale di tipo idrostatico che agisce sulla superficie di monte del volume di controllo è quindi:

$$\underline{E}_{PL} = \hat{i} \int_0^h \rho \cdot g \cdot (h - a) \cdot b(a) \cdot da \quad (F.23)$$

con \hat{i} versore orizzontale.

La forza totale idrostatica che agisce sulla superficie di valle del volume di controllo è, invece, pari a:

$$\underline{E}_{PR} = -\left(\underline{E}_{PL} + \frac{\partial \underline{E}_{PS}}{\partial s} ds \right)$$

che, applicando la regola di Leibnitz per la derivazione di un integrale, diventa:

$$\begin{aligned} \underline{E}_{PR} &= -\left[\underline{E}_{PL} + \hat{i} \left(\int_0^h \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h(s)}{\partial s} \cdot b(a, s) \cdot da + \int_0^h \rho \cdot g \cdot (h(s) - a) \frac{\partial b(a, s)}{\partial s} \cdot da \right) \right] = \\ &= -\left[\underline{E}_{PL} + \hat{i} \left(\int_0^A \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h(s)}{\partial s} \cdot dA + \int_0^h \rho \cdot g \cdot (h(s) - a) \frac{\partial b(a, s)}{\partial s} \cdot da \right) \right] = \\ &= -\left[\underline{E}_{PL} + \hat{i} \left(\rho \cdot g \cdot \frac{\partial h(s)}{\partial s} \cdot A(s) + \int_0^h \rho \cdot g \cdot (h(s) - a) \frac{\partial b(a, s)}{\partial s} \cdot da \right) \right] \end{aligned} \quad (F.24)$$



La forza dovuta all'effetto delle sponde è legata al tasso di restringimento o allargamento del canale, $\partial b/\partial s$, lungo il tratto ds e, nel caso di allargamento vale:

$$\underline{F}_{PB} = \hat{i} \left[\int_0^h \rho \cdot g \cdot (h(s) - a) \frac{\partial b(a, s)}{\partial s} \cdot da \right] \cdot ds \quad (F.25)$$

Sommando le (F.23), (F.24) e (F.25) si ottiene la (F.22) esplicitata:

$$\underline{F}_P = -\rho \cdot g \cdot \frac{\partial h(s)}{\partial s} \cdot A(s) \cdot ds \cdot \hat{i} \quad (F.26)$$

Dopo aver esplicitato la forza di massa \underline{F}_M e le varie componenti della forza di superficie \underline{F}_S , si passa all'esplicitazione della forza che resiste al campo delle accelerazioni.

La \underline{F}_A è data da:

$$\underline{F}_A = -\text{massa} \cdot \text{accelerazione} = -\rho \cdot A(s, \tau) \cdot ds \cdot \frac{d\underline{w}(s, \tau)}{d\tau} = -\rho \cdot A(s, \tau) \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \tau} \right)$$

Ma $\frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial \tau} A(s, \tau) = \frac{\partial \underline{w}(s, \tau) A(s, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} \underline{w}(s, \tau)$, e per la (F.2), ponendo anche $\partial s/\partial \tau = w$, si ha:

$$\begin{aligned} \underline{F}_A &= -\rho \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \hat{s} - \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} \underline{w}(s, \tau) + A(s, \tau) \frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial s} \underline{w}(s, \tau) \right) = \\ &= -\rho \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \hat{s} - \frac{\partial A(s, \tau)}{\partial \tau} \underline{w}(s, \tau) + Q(s, \tau) \frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial s} \right) \end{aligned}$$

Per l'equazione di continuità (F.10) si ha inoltre:

$$\underline{F}_A = -\rho \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \hat{s} + \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} \underline{w}(s, \tau) + Q(s, \tau) \frac{\partial \underline{w}(s, \tau)}{\partial s} \right) = -\rho \cdot ds \cdot \left(\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \hat{s} + \frac{\partial Q(s, \tau) \underline{w}(s, \tau)}{\partial s} \right)$$

La componente:

$$\underline{F}_{AI} = -\rho \cdot \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \cdot ds \cdot \hat{s} \quad (F.27)$$

rappresenta la forza che si oppone alla **variazione della quantità di moto della massa fluida del volume di controllo nel tempo**, mentre la componente

$$\underline{F}_{AQ} = -\rho \cdot \frac{\partial}{\partial s} (Q(s, \tau) \underline{w}(s, \tau)) \cdot ds \quad (F.28)$$

rappresenta la forza che si oppone al **flusso della quantità di moto della massa fluida che attraversa il volume di controllo nel tempo**.

In realtà, come si vedrà, la velocità non ha una distribuzione spaziale uniforme nei punti di una generica sezione trasversale, pertanto si ricorre ad un **coefficiente correttivo della quantità di moto** (β), la cui espressione è:

$$\beta = \frac{1}{A \cdot \bar{w}^2} \int_A \omega^2 dA$$



con ω pari alla velocità puntuale. Orientativamente i valori di β variano fra 1.01 per canali cilindrici dritti e 1.33 per sezioni di fiumi composite con golene¹. In molte applicazioni tecniche si può considerare $\beta \approx 1$ (velocità locali quasi uniformemente distribuite sulla sezione trasversale).

Nei casi in cui vi sia alimentazione d'acqua lateralmente al volume di controllo, indicando con q la portata di scambio per unità di lunghezza che entra (positiva) o esce (negativa) nel tratto ds , e indicando con w_L la velocità media degli afflussi laterali lungo la direzione dell'ascissa curvilinea, per unità di lunghezza, si ha la formulazione generalizzata della (F.28):

$$\underline{F}_{AQ} = -\rho \cdot \left(\frac{\partial}{\partial s} (Q(s, \tau) \underline{w}(s, \tau) \beta(s, \tau)) - q w_L \beta(s, \tau) \right) \cdot ds \quad (F.29)$$

Pertanto:

$$\underline{F}_A = -\rho \cdot \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} \cdot ds \cdot \hat{s} - \rho \cdot \left(\frac{\partial Q}{\partial s} ((s, \tau) \underline{w}(s, \tau) \beta(s, \tau)) - q w_L \beta(s, \tau) \right) \cdot ds \quad (F.30)$$

Esplicitando la (F.13) mediante la somma della (F.14), della (F.20), della (F.26) e della (F.30), e proiettando lungo la direzione dell'ascissa curvilinea, con pendenza i , si ottiene:

$$A \cdot g \cdot i - g \cdot A \cdot J - g \cdot \frac{\partial h(s)}{\partial s} \cdot A(s) - \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial s} (Q(s, \tau) \underline{w}(s, \tau) \beta(s, \tau)) + q w_L \beta(s, \tau) = 0 \quad (F.31)$$

Per la (F.2), la (F.31) può essere espressa in funzione solamente di $h(s, \tau)$ e di $Q(s, \tau)$:

$$A(h) \cdot g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{A(h)} \beta(h) \right) - q w_L \beta(h) = 0 \quad (F.32)$$

Nel caso di assenza di afflussi laterali si ha:

$$A(h) \cdot g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{A(h)} \beta(h) \right) = 0 \quad (F.33)$$

Applicando la (F.2) alla (F.33), e semplificando ponendo $\beta = 1$, si ha:

$$A(h) \cdot g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + \frac{\partial}{\partial \tau} (A(h) w) + \frac{\partial}{\partial s} (A(h) \cdot w^2) = 0$$

ovvero:

$$A(h) \cdot g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + w \frac{\partial A(h)}{\partial \tau} + A(h) \frac{\partial w}{\partial \tau} + 2A(h) w \frac{\partial w}{\partial s} + w^2 \frac{\partial A(h)}{\partial s} = 0$$

Applicando l'equazione di continuità (F.10) si ha ancora:

$$A(h) \cdot g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + w \frac{\partial Q}{\partial s} + A(h) \frac{\partial w}{\partial \tau} + 2A(h) w \frac{\partial w}{\partial s} + w^2 \frac{\partial A(h)}{\partial s} = 0$$

ovvero, sempre per la (F.2):

$$g \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial s} + J - i \right) + \frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial s} = 0 \quad (F.34)$$

¹ Cfr. CHOW ET ALII [1988]



Le equazioni (F.32), (F.33) e (F.34) si chiamano **equazioni globali della dinamica per correnti a pelo libero**.

F.3 Le perdite di carico

Per la (F.18) e la (F.19) deve risultare che:

$$\tau_0 = c_0 \cdot w^a \cdot R^b \cdot \rho^c \cdot \mu^d \cdot (\varepsilon/D)^e, \quad (\text{F.35})$$

con c_0 pari a una costante adimensionale.

L'analisi dimensionale della (F.35) vuole che (indicando con M la dimensione della massa, con L quella della lunghezza, e con T quella del tempo): $M^l \cdot L^{-l} \cdot T^{-2} = L^a \cdot T^a \cdot L^b \cdot M^c \cdot L^{-3c} \cdot M^d \cdot L^{-d} \cdot T^d \cdot L^e \cdot L^{-e}$, da cui risulta:

$$\begin{cases} c + d = 1 \\ a + b - 3c - d = -1 \\ -a - d = -2 \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} a = 2 - d \\ b = -d \\ c = 1 - d \end{cases}$$

per cui la (F.35) diventa:

$$\tau_0 = c_0 \cdot w^2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{\mu}{w \cdot R \cdot \rho} \right)^d \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^e = c_0 \cdot w^2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{4\mu}{w \cdot 4R \cdot \rho} \right)^d \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^e = 4^d c_0 \cdot w^2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{\mu}{w \cdot D \cdot \rho} \right)^d \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^e$$

Ponendo: $c_1 = 4^d c_0$ e $Re = wD\rho/\mu$, in cui Re rappresenta il **numero adimensionale di Reynolds**, si ha:

$$\tau_0 = c_1 \cdot w^2 \cdot \rho \cdot Re^{-d} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D} \right)^e$$

Si può infine porre: $c = c_1 \cdot Re^{-d} \cdot (\varepsilon/D)^e$ e scrivere:

$$\tau_0 = c \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot w^2 \cdot \rho \quad (\text{F.36})$$

Ponendo $c^{-1/2} \cdot g^{1/2}$ pari a χ (di dimensione pari a $[L^{1/2}/T]$), dalle (F.19) e (F.36) si ricava che:

$$w = \chi \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot \sqrt{J \cdot R} \quad (\text{F.37})$$

ovvero che:

$$J = \frac{w^2}{\chi^2 \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot R} \quad (\text{F.38})$$

La (F.37) coincide con la formula sperimentalmente trovata da **Chézy**, mentre la (F.38), ponendo $\chi^2 = 8g/\lambda$, coincide con la seguente formula sperimentalmente trovata da **Darcy-Weisbach**:

$$J = \lambda \frac{w^2}{2g \cdot D} \quad (\text{F.39})$$

in cui λ viene formulato in base al numero di Reynolds. Una corrente con basso numero di Reynolds tende ad avere un **moto laminare**, ovvero un moto in cui le particelle d'acqua hanno andamento lineare e pseudoparallelo



le une con le altre, in modo tale che nel fluido prevalgano le forze viscose del mezzo (proporzionali alla viscosità μ). Queste forze, causate dall'attrito interno del liquido, si generano tra due strati liquidi adiacenti, dei quali quello più lento tende a rallentare quello più veloce e viceversa. Una corrente con alto numero di Reynolds tende ad avere un **moto turbolento**, ovvero un moto in cui le particelle d'acqua avanzano con movimento caotico per mezzo delle forze d'inerzia, proporzionali al prodotto tra la densità ρ del fluido, il quadrato della velocità w del fluido e il diametro equivalente D dell'alveo (cfr. figura F-5). Tra il regime di moto laminare ($Re < 2000$) e quello turbolento esiste una zona di transizione con moto promiscuo.

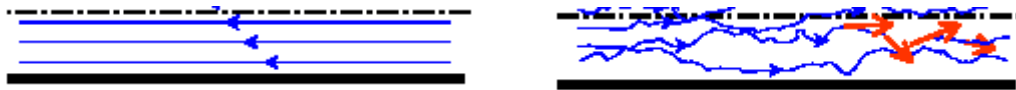


Figura F-5: Moto laminare (a sinistra) e turbolento (a destra)

Nel regime laminare vale la formula:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (F.40)$$

mentre nel regime turbolento di transizione e puramente turbolento vale la seguente formula implicita di **Colebrook**:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71} \frac{\varepsilon}{D} \right) \quad (F.41)$$

Il primo addendo in parentesi della (F.41) è trascurabile per numeri di Reynolds elevati, tipici dei regimi puramente turbolenti, mentre è predominante per numeri di Reynolds più bassi, tipici dei regimi turbolenti di transizione, così come si evince anche dall'**abaco di Moody** in Figura F-6.

L'espressione (F.41) è stata ricavata per correnti a pressione in tubazioni di diametro D . Nel caso di correnti a pelo libero, occorre raggugliare il diametro equivalente e, quindi, il numero di Reynolds, che ne è funzione. Il motivo principale è che la resistenza al moto non è dovuta solo all'attrito di parete, ma anche alla forma dell'alveo, alla distorsione, seppur imperccepibile, della superficie libera, che provoca accelerazioni locali.

Marchi ha proposto un fattore correttivo Φ , il cui valore, dipendente dalla forma della sezione, deve essere moltiplicato col diametro equivalente. Si ottiene la (F-42) così modificata.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\Phi Re \sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71} \frac{\varepsilon}{\Phi D} \right)$$

Nella tabella che segue sono riportati i valori di Φ proposti da Marchi.

TIPO DI SEZIONE	Φ
Rettangolare $b/h \geq 6$	0.83
Rettangolare $b/h = 2$	0.95
Trapezia molto larga	0.80
Semiesagona	0.95
Semicircolare	0.90

Tabella F-1: Valori del coefficiente di ragguglio di Marchi

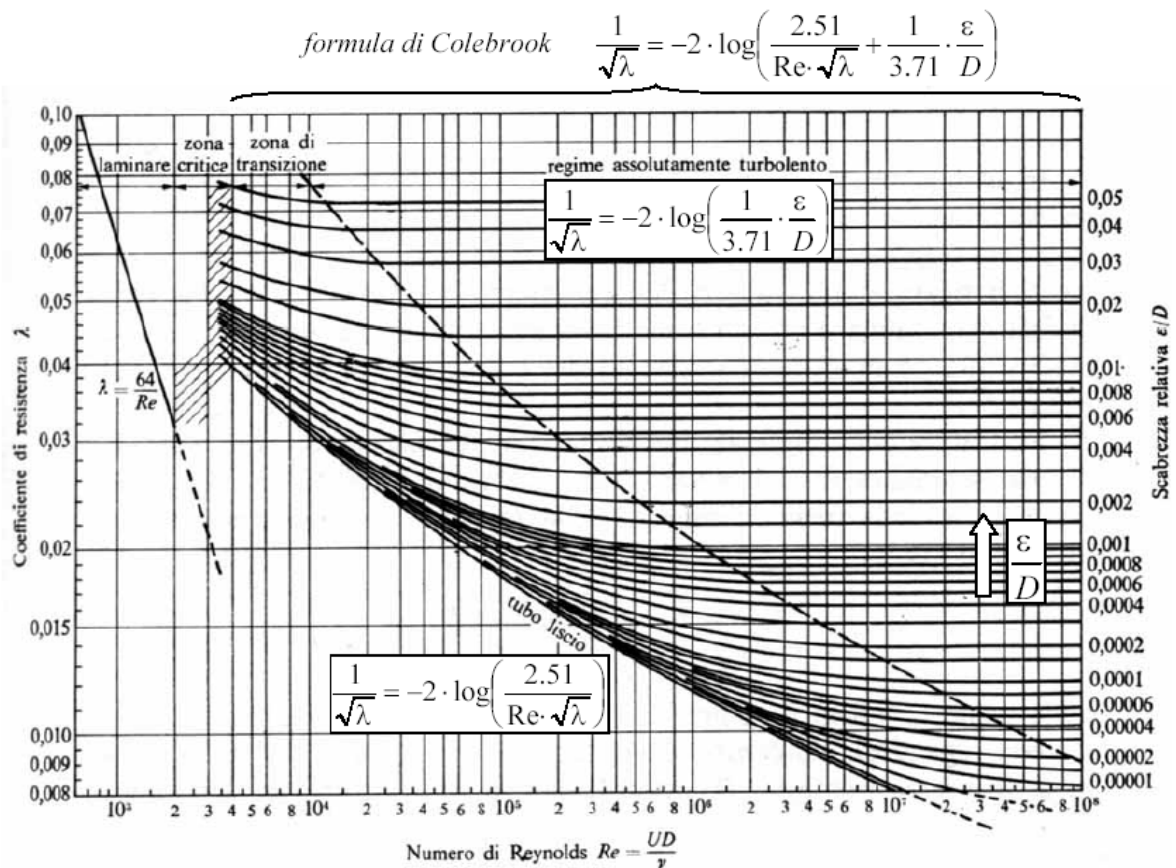


Figura F-6: Abaco di Moody

In generale, per correnti fluviali caratterizzate da $Re > 25'000$, la formula di Colebrook-White può essere riscritta nel seguente modo:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -K_1 \log \left(\frac{K_3}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{K_2 \cdot R} \right)$$

con R = raggio idraulico.

Molti autori hanno sperimentato diverse terne di valori per K_1 , K_2 e K_3 , tabellati di seguito.

Channel geometry	Reference	K_1	K_2	K_3	Remarks
Full circular pipe	Colebrook (1939)	2.0	14.83	2.52	
Wide channel	Keulegan (1938)	2.03	11.09	3.41	
Wide channel	Rouse (1946, p. 214)	2.03	10.95	1.70	
Wide channel	Thijssen (1949)	2.03	12.2	3.033	
Wide channel	Sayre and Albertson (1961)	2.14	8.888	7.17	
Wide channel	Henderson (1966)	2.0	12.0	2.5	
Wide channel	Graf (1971, p. 305)	2.0	12.9	2.77	
Wide channel	Reinius (1961)	2.0	12.4	3.4	
Rectangular	Reinius (1961)	2.0	14.4	2.9	Width/depth = 4
Rectangular	Reinius (1961)	2.0	14.8	2.8	Width/depth = 2
Rectangular	Zegzhda (1938)	2.0	11.55	0	Dense sand

Tabella F-2: Valori delle costanti K_1 , K_2 e K_3 nella formula generalizzata di Colebrook-White, per correnti a pelo libero in alvei fluviali.



Anche per χ (Re , ε/D) sono state trovate diverse formulazioni pratiche.

$$\chi = K_S \cdot R^{\frac{1}{6}} \quad \text{Formula di Gauckler-Strickler} \quad (F.42)$$

$$\chi = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n_m} \quad \text{Formula di Manning} \quad (F.43)$$

$$\chi = \frac{87}{1 + \frac{\gamma_B}{\sqrt{R}}} \quad \text{Formula di Bazin} \quad (F.44)$$

$$\chi = \frac{100}{1 + \frac{m_K}{\sqrt{R}}} \quad \text{Formula di Kutter} \quad (F.45)$$

I parametri di queste formule sono ampiamente tabellati in letteratura, per tipo di materiale dell'alveo. Per la (F.42) Strickler ha proposto la seguente formulazione del coefficiente di scabrezza, basata sulla dimensione caratteristica delle asperità dell'alveo:

$$K_S = \frac{21}{d_{50}^{\frac{1}{6}}}$$

in cui, d_{50} rappresenta il diametro medio delle asperità del materiale che copre le pareti dell'alveo.

A titolo puramente esemplificativo, in Tabella F-3 si riportano i valori indicativi della **scabrezza** ε e del **coefficiente di conducibilità idraulica** K_S , per alvei di diversa natura. In tabella F-4 si riportano in maniera particolareggiata i valori di K_S , per canali artificiali e naturali.

<i>Tipologia Osservata</i>	ε (mm)	K_S ($m^{1/3} \cdot s^{-1}$)
muro in cemento liscio	0.2÷0.4	90÷80
muro in cemento/mattoni	0.5÷5.0	75÷65
muratura in pietra	7.0	60
letto in terra e sabbia	15÷30	50÷45
letto in ghiaia ciottoli e sabbia	70	40
vegetazione bassa	0.15	100
vegetazione media	10	55
vegetazione alta	300÷400	28÷25

Tabella F-3: Caratteristiche di scabrezza per diverse tipologie di alvei

La tabella F-4 propone valori minimi, medi e massimi di K_S . Ciò è da imputare non solo alla diversità delle asperità (come si può dedurre dalla tabella F-3), ma anche ad ulteriori effetti resistenti, che si aggiungono alla scabrezza intrinseca dei canali e che inevitabilmente vanno tenuti in conto nelle misurazioni sperimentali. Tali resistenze aggiuntive sono per lo più causate dalla irregolarità della superficie bagnata (increspature del fondo, dune, antidune, ecc.), dalle variazioni di forma e dimensione delle sezioni trasversali, che si allargano e si restringono continuamente lungo il corso d'acqua, dalla presenza di ostruzioni (quali macigni, pile di ponti, ecc.), dalla presenza non omogenea di vegetazione, dall'andamento planimetrico sinuoso.



Tipo di canale	massimo normale minimo		
<i>Canali artificiali</i>			
<i>Canali in terra lisciata e uniforme</i>			
Pulita, scavata di recente	62	56	50
Pulita, dopo prolungata esposizione	56	45	40
Ghiaia, sezione uniforme, pulita	45	40	33
Erba corta, pochi cespugli	45	37	30
<i>Canali in terra con ondulazioni o irregolari</i>			
Senza vegetazione	43	40	33
Con erba e pochi cespugli	40	33	30
Cespugli o piante acquatiche in canali profondi	33	29	25
Fondo in terra e sponde in pietrisco	36	33	29
Fondo in pietrame e sponde in cespugli	40	29	25
Fondo in ciottoli e sponde pulite	33	25	20
<i>Canali scavati o dragati</i>			
Senza vegetazione	40	36	30
Cespugli sparsi sulle sponde	29	20	17
<i>Canali in roccia</i>			
Lisci e uniformi	40	29	25
Frastagliati e irregolari	29	25	20
<i>Canali senza manutenzione, sterpaglia e cespugli</i>			
Sterpaglia densa, alta quanto il tirante idrico	20	12	8
Fondo pulito, cespugli sulle sponde	25	20	12
Fondo pulito, cespugli sulle sponde, in piena	22	14	9
Cespugli densi e acque profonde	12	10	7
<i>Corsi d'acqua naturali</i>			
<i>Corsi d'acqua minori (tirante inferiore a 3.5 m)</i>			
<i>Corsi d'acqua di pianura</i>			
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati	40	33	30
Puliti, rettilinei, in piena senza scavi localizzati, con sassi e sterpaglia	33	29	35
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi	30	25	22
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e pietre	29	22	20
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, in magra	25	21	18
Puliti, ondulati, con alcune buche e banchi, con cespugli e più pietrame	22	20	17
Tratti lenti, sterpaglia e buche profonde	20	14	12
Tratti molto erbosi, buche profonde e grossi arbusti e cespugli	13	10	7
<i>Corsi d'acqua montani, senza vegetazione in alveo, sponde ripide, alberi e cespugli lungo le sponde sommergibili durante le piene</i>			
Fondo: ghiaia, ciottoli e massi sparsi	33	25	20
Fondo: ciottoli e massi grossi	25	20	14

Tabella F-4: Valori di K_S ($m^{1/3}/s$) per diverse tipologie di canali (Chow [1988])

Cowan² ha determinato dei parametri correttivi per la stima del coefficiente di Manning n nella (F.43).

Allo scopo ha proposto la seguente formulazione del coefficiente di Manning:

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \cdot m$$

in cui: n_0 = scabrezza intrinseca della superficie (0.020÷0.028 da terra a ghiaia grossa);

n_1 = grado di irregolarità della superficie;

n_2 = allargamenti e restringimenti di sezione;

n_3 = ostruzioni;

n_4 = vegetazione;

² COWAN W.L. [1956]



m = sinuosità.

La tabella F-5 riporta i valori misurati da Cowan.

	Conditions	n Value	Remarks
n_1	Smooth	0	Smoothest channel
	Minor	0.001-0.005	Slightly eroded side slopes
	Moderate	0.006-0.010	Moderately rough bed and banks
	Severe	0.011-0.020	Badly sloughed and scalloped banks
n_2	Gradual	0	Gradual Changes
	Alternating Occasionally	0.001-0.005	Occasional Shifts From Large to small sections
	Alternating Frequently	0.010-0.015	Frequent changes in cross-sectional shape
n_3	Negligible	0-0.004	Obstructions < 5% of cross-section area
	Minor	0.005-0.015	Obstruction < 15% of cross-section area
	Appreciable	0.020-0.030	Obstruction 15-50% of cross-section area
	Severe	0.040-0.060	Obstruction > 50% of cross-section area
n_4	Small	0.002-0.010	Flow depth > 2 x vegetation height
	Medium	0.010-0.025	Flow depth > vegetation height
	Large	0.025-0.050	Flow depth < vegetation height
	Very Large	0.050-0.100	Flow depth < 0.5 vegetation height
m	Minor	1.00	Sinuosity < 1.2
	Appreciable	1.15	1.2 < Sinuosity < 1.5
	Severe	1.30	Sinuosity > 1.5

Tabella F-5:

Fattori di ragguaglio n_1 , n_2 , n_3 , n_4 e m per la determinazione del coefficiente n di Manning [Cowan, 1956]

Il coefficiente di scabrezza della formula di Chézy, proprio in virtù di quanto appena detto, non può che variare, per lo stesso alveo, anche in funzione della portata. Infatti, portate minori inducono l'acqua a seguire linee piuttosto sinuose e le macroasperità del fondale hanno dimensioni significative nei riguardi dei tiranti idrici in gioco. Portate maggiori inducono l'acqua a seguire percorsi minori e le altezze d'acqua sono tali da risentire in maniera certamente meno consistente delle macroscabrosità dell'alveo (le onde di sabbia e i depositi, in genere, vengono spazzati via con conseguente levigazione del fondo dell'alveo).

Per quanto riguarda le perdite di carico concentrate esse vengono valutate in funzione di un carico cinetico caratteristico (dipendente da una velocità caratteristica w^*), variabile a seconda che si tratti di un brusco restringimento, brusco allargamento, divergenza, convergenza e brusca deviazione di direzione. In generale la formulazione utilizzata è la seguente:



$$\Delta H = -K \frac{w^{*2}}{2g} \quad (\text{F.46})$$

F.4 Il moto permanente e il moto uniforme

Quando le caratteristiche idrauliche di una corrente a pelo libero non variano nel tempo, si ha il **moto permanente** (*steady flow*).

Nelle ipotesi di moto permanente l'equazione di continuità (F.10) diventa, con l'uso delle derivate totali:

$$\frac{dQ}{ds} = 0, \text{ ovvero, per la (F.2):} \quad w \frac{dA}{ds} + A \frac{dw}{ds} = 0 \quad (\text{F.47})$$

dalla quale si evince che la portata, se non ci sono apporti laterali, oltre a non variare nel tempo, non varia neanche lungo l'ascissa curvilinea.

Sempre in ipotesi di moto permanente l'equazione globale della dinamica (F.34) diventa, con l'uso delle derivate totali:

$$\frac{dh}{ds} + \frac{w}{g} \frac{dw}{ds} = i - J, \text{ ovvero, per la (F.1):} \quad \frac{dE}{ds} = i - J \quad (\text{F.48})$$

Quando le caratteristiche idrauliche di una corrente a pelo libero oltre a non variare nel tempo non variano neanche lungo l'ascissa curvilinea, si ha il **moto uniforme**.

Nelle ipotesi di moto uniforme l'equazione di continuità (F.10) o (F.47) diventa l'identità $0 = 0$, in quanto già le ipotesi di moto permanente impongono l'invarianza della portata lungo l'ascissa curvilinea.

Sempre in ipotesi di moto uniforme, l'equazione di De Saint Venant (F.34) o (F.48) diventa:

$$i = J \quad (\text{F.49})$$

In ipotesi di moto uniforme la tensione tangenziale sulle pareti dell'alveo (F.19) diventa:

$$\tau_0 = i \cdot \gamma \cdot R \quad (\text{F.50})$$

mentre la velocità della corrente (F.37), elaborata da Chézy, può essere scritta in funzione della pendenza dell'alveo:

$$w = \chi \left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot \sqrt{i \cdot R} \quad (\text{F.51})$$

Moltiplicando la (F.51) per l'area bagnata A , e segnando con h_0 il tirante idrico in condizioni di moto uniforme, si ottiene:

$$Q = \chi \left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot A(h_0) \cdot \sqrt{i \cdot R(h_0)} \quad (\text{F.52})$$



da cui si evince che, a parità di portata, se si riducesse artificialmente la pendenza dell'alveo, si riscontrerebbe un aumento del tirante idrico in maniera tale da compensare la riduzione della pendenza i con l'aumento del raggio idraulico R e dell'area bagnata A .

Assegnata la portata Q in condizioni di moto uniforme, per sapere se la corrente è in stato critico o meno, si sostituisce la (F.52) nella (F.5):

$$\frac{A^3(Q)}{b(Q)} = \frac{A^2(Q) \cdot \chi^2(Q) \cdot i_C \cdot R(Q)}{g} \quad (\text{F.53})$$

in cui i_C diventa **pendenza critica**, ovvero quella pendenza che deve avere l'alveo perché, alla portata Q , si abbiano le condizioni di moto critico della corrente.

La (F.53) può essere espressa in funzione del perimetro bagnato P :

$$i_C = \frac{P(Q)}{b(Q) \cdot \chi^2(Q)} g$$

Una volta assegnata la portata Q , in ipotesi di moto uniforme, se risulta $i < i_C$, l'alveo si dice **a debole pendenza** e, per la (F.52), $h_0 > h_C$; se risulta $i > i_C$, l'alveo si dice **a forte pendenza** e, per la (F.52), $h_0 < h_C$; se, invece, risulta $i = i_C$, l'alveo si dice **a pendenza critica** e $h_0 = h_C$. In condizioni di pendenza critica, dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh = 0$ e pertanto basta una piccolissima variazione di carico specifico per provocare significative variazioni di h . Per tale motivo, quando più una corrente è prossima allo stato critico, tanto più il pelo libero presenta ondulazioni stazionarie intorno al valore del tirante teorico di moto uniforme.

F.4.1 Tracciamento dei profili di moto permanente

Si consideri la formulazione della velocità di Chézy (F.51), adattata per le correnti a pelo libero uniformi. In essa si osserva che la velocità media in una sezione idrica dipende dal numero di Reynolds, dalla scabrezza relativa, dalla pendenza dell'alveo e dal raggio idraulico. Per mantenere costante la velocità lungo l'ascissa curvilinea, occorre, pertanto, avere un alveo cilindrico con pendenza costante e scabrezza relativa uniforme lungo l'ascissa curvilinea. Qualunque variazione di pendenza, scabrezza relativa e forma dell'alveo, a monte o a valle, può provocare l'alterazione del moto uniforme e la determinazione di un moto permanente. Se poi si hanno variazioni di portate a monte, il moto permanente diventa vario. Quest'ultima situazione si verifica in natura per i fenomeni di piena dovuti ad una variazione repentina di portate defluenti da monte. Qualora tale variazione sia lenta, il moto si chiama gradualmente variato. Se poi la variazione di portata è sensibilmente lenta da essere trascurata, se non addirittura considerata nulla, in un determinato contesto di studio, si può assumere l'ipotesi di moto permanente. Difficilmente in natura si presenta un moto uniforme, se non per brevi tratti.

Tornando all'ipotesi di moto permanente, la seconda delle (F.48) può essere anche scritta come:

$$\frac{dE}{ds} = \frac{dE}{dh} \cdot \frac{dh}{ds} = i - J \quad (\text{F.54})$$

da cui:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} \quad (\text{F.55})$$



Quando dh/ds è minore di zero vuol dire che la corrente abbassa il suo pelo libero all'aumentare dell'ascissa curvilinea. In alvei cilindrici ciò si traduce in una conseguenziale riduzione della sezione idrica, che, a parità di portata (moto permanente) provoca un aumento di velocità e quindi un'accelerazione; per tale motivo si parla di **corrente accelerata**.

Quando dh/ds è maggiore di zero, invece, la corrente alza il suo pelo libero all'aumentare dell'ascissa curvilinea. In alvei cilindrici ciò si traduce in un conseguenziale aumento della sezione idrica, che, a parità di portata (moto permanente) provoca una riduzione di velocità e quindi una decelerazione; per tale motivo si parla di **corrente ritardata**.

Esplicitando la (F.38) tramite la (F.2), si ottiene:

$$J = \frac{Q^2}{\chi^2 \left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right) \cdot R(h) \cdot A^2(h)}$$

da cui si evince che, a parità di portata Q , la cadente piezometrica decresce all'aumentare del tirante h . Nel moto uniforme risulta $i = J$. Pertanto, indicando con h_0 il tirante relativo alle condizioni di moto uniforme, se $h < h_0$, la cadente J deve essere necessariamente superiore alla pendenza dell'alveo i ; mentre se $h > h_0$, la cadente J deve risultare necessariamente inferiore alla pendenza dell'alveo. In sintesi:

$$\begin{cases} h < h_0 \rightarrow J > i \\ h > h_0 \rightarrow J < i \end{cases} \quad (\text{F.56})$$

Assegnata una determinata portata Q , esistono diversi andamenti del profilo di corrente, in ipotesi di moto permanente.

Profilo D1 (Alveo a debole pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h_C < h_0 < h$. Per la seconda condizione (F.56) si ha: $i - J > 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh > 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = 0 + \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = i$$

il profilo della corrente tende asintoticamente al moto uniforme a monte e ad un andamento orizzontale a valle (cfr. profilo D1 in Figura F-7).

Profilo D2 (Alveo a debole pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h_C < h < h_0$. Per la prima condizione (F.56) si ha: $i - J < 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh > 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds < 0$, per cui la corrente è accelerata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow h_C} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = -\infty \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = 0 -$$

il profilo della corrente tende asintoticamente al moto uniforme a monte e ad un andamento verticale discendente a valle per il raggiungimento dello stato critico (cfr. profilo D2 in Figura F-7).



Profilo D3 (Alveo a debole pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h < h_C < h_0$. Per la prima condizione (F.56) si ha: $i - J < 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh < 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = \frac{-\infty}{-\infty} \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = +\infty$$

il profilo della corrente tende, a partire dal tirante nullo a monte, ad un andamento verticale ascendente a valle per il raggiungimento dello stato critico (cfr. profilo D3 in Figura F-7).

Profilo F1 (Alveo a forte pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h_0 < h_C < h$. Per la seconda condizione (F.56) si ha: $i - J > 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh > 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow h_C} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = i$$

il profilo della corrente parte dallo stato critico con andamento verticale ascendente a monte e tende ad un andamento orizzontale a valle (cfr. profilo F1 in Figura F-8).

Profilo F2 (Alveo a forte pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h_0 < h < h_C$. Per la seconda condizione (F.56) si ha: $i - J > 0$, mentre, dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh < 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds < 0$, per cui la corrente è accelerata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = 0 + \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_C} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = -\infty$$

il profilo della corrente parte dallo stato critico con andamento verticale discendente a monte e tende asintoticamente al moto uniforme a valle (cfr. profilo F2 in Figura F-8).

Profilo F3 (Alveo a forte pendenza)

Supponiamo di avere in una sezione $h < h_0 < h_C$. Per la prima condizione (F.56) si ha: $i - J < 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh < 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = \frac{-\infty}{-\infty} \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = 0 -$$

il profilo della corrente, a partire dal tirante nullo a monte, tende asintoticamente al moto uniforme a valle (cfr. profilo F3 in Figura F-8).

**Profilo C1 (Alveo a pendenza critica)**

Supponiamo di avere in una sezione $h_0 = h_C < h$. Per la seconda condizione (F.56) si ha: $i - J > 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh > 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = \frac{0 +}{0 +} \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = i$$

il profilo della corrente parte dallo stato critico a monte e tende ad un andamento orizzontale a valle (cfr. profilo C1 in Figura F-9).

Profilo C3 (Alveo a pendenza critica)

Supponiamo di avere in una sezione $h < h_0 = h_C$. Per la prima condizione (F.56) si ha: $i - J < 0$, mentre dalla Figura F-2 si evince che $dE/dh < 0$.

Per la (F.55) risulta $dh/ds > 0$, per cui la corrente è ritardata.

Poiché risulta:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = \frac{-\infty}{-\infty} \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{dh}{ds} = \lim_{h \rightarrow h_0} \frac{i - J}{\frac{dE}{dh}} = \frac{0 -}{0 -}$$

il profilo della corrente, a partire dal tirante nullo a monte, tende allo stato critico a valle (cfr. profilo C2 in Figura F-9).

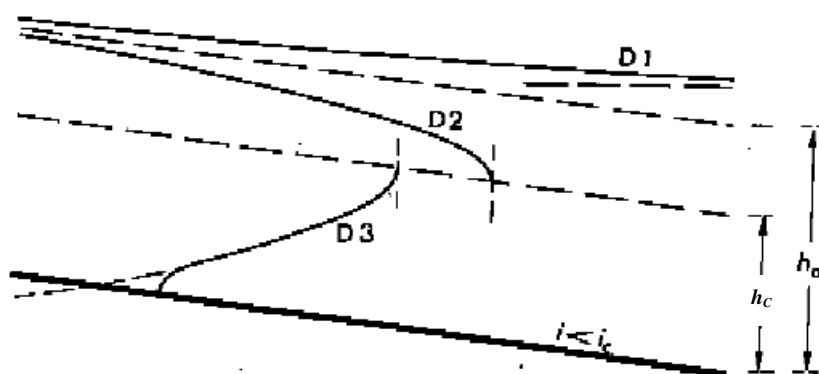
Da quanto fino ad ora visto, si evince che negli alvei a debole pendenza le condizioni di moto uniforme sono alterate da quanto accade a valle della corrente (profili D1 e D2 nella Figura F-7), pertanto basta conoscere il tirante in una sezione di valle per risalire al profilo della corrente verso monte. Per quanto attiene il profilo D3, esso è ottenuto in genere da organi di regolazione a monte (paratoie), per cui basta conoscere il tirante in una sezione a monte per risalire al profilo verso valle.

Negli alvei a forte pendenza, invece, le condizioni di moto uniforme sono alterate da quanto accade a monte della corrente (profili F2 e F3 nella Figura F-8), pertanto basta conoscere il tirante in una sezione di monte per risalire al profilo della corrente verso valle. Per quanto riguarda il profilo F1, esso è ottenuto in genere per mezzo di organi di regolazione a valle che interrompono parzialmente o totalmente il deflusso (paratoie), per cui basta conoscere il tirante in una sezione a valle per risalire al profilo verso monte.

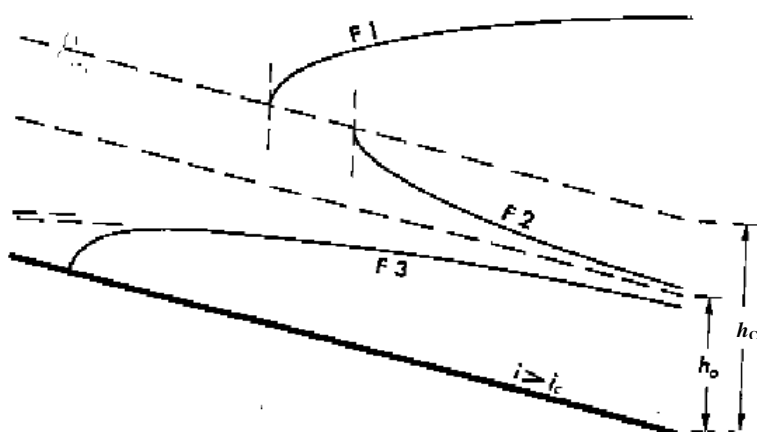
Negli alvei a pendenza critica, infine, le condizioni di moto uniforme sono alterate da quanto accade a monte e/o a valle della corrente (profili C1 e C2 nella Figura F-9), pertanto basta conoscere il tirante in una sezione di monte o di valle per risalire al profilo della corrente verso valle o verso monte rispettivamente, fino al raggiungimento dello stato critico.

**Figura F-7:**

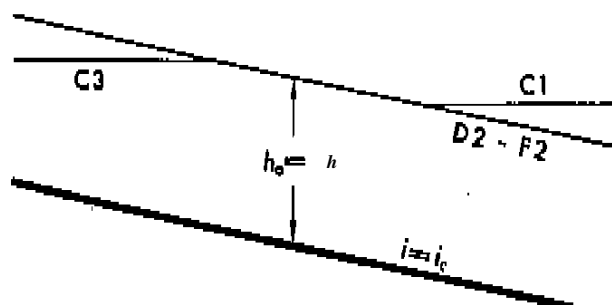
Profilo delle correnti in alveo a debole pendenza
(D1: corrente lenta ritardata, D2: corrente lenta accelerata, D3: corrente veloce ritardata)

**Figura F-8:**

Profilo delle correnti in alveo a forte pendenza
(F1: corrente lenta ritardata, F2: corrente veloce accelerata, F3: corrente veloce ritardata)

**Figura F-9:**

Profilo delle correnti in alveo a pendenza critica
(C1: corrente lenta ritardata, C2: corrente veloce ritardata)



F.4.2 Il profilo delle correnti permanenti nei corsi d'acqua naturali

Da quanto visto nel sottoparagrafo F.4.1, le correnti lente sono regolate dalle condizioni di valle, mentre le correnti veloci sono regolate dalle condizioni di monte.

Nella modellazione dei profili dei deflussi in moto permanente, costituiscono essenziali condizioni iniziali:

- il valore del tirante idrico nella sezione finale del tratto oggetto di studio, nell'ipotesi di corrente lenta;
- il valore del tirante idrico nella sezione iniziale del tratto oggetto di studio, nell'ipotesi di corrente veloce.



Occorre poi conoscere le condizioni al contorno, che sono: la portata Q di deflusso, la scabrezza dell'alveo, la sua pendenza, la geometria delle sue sezioni.

Per quanto riguarda le caratteristiche fisico-geometriche dell'alveo, occorre considerare che i corsi d'acqua naturali hanno una sezione che varia continuamente di forma, dimensione, scabrezza e pendenza. Per tale motivo nella modellazione del corso d'acqua si eseguono rilievi topografici di sezioni significative, dal punto di vista idraulico, ovvero di quelle sezioni ove si verificano variazioni brusche di forma, dimensione, scabrezza e pendenza.

Suddiviso l'alveo in tanti tronchi, si esegue la discretizzazione della (F.54), esplicitata secondo la (F.1), nei vari tratti. Nel tratto 1-2, di lunghezza Δs , si ha:

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2g} - \left(h_1 + \frac{w_1^2}{2g} \right) = \left(\frac{i_1 + i_2}{2} - \frac{J_1 + J_2}{2} \right) \cdot \Delta s \quad (F.57)$$

Poiché la linea di fondo di un alveo non è mai ben definibile, ponendo con Z la quota del pelo libero della corrente rispetto ad un piano orizzontale di riferimento, si può ricorrere alla seguente formulazione:

$$h_2 - h_1 - \left(\frac{i_1 + i_2}{2} \right) \cdot \Delta s = Z_2 - Z_1 \quad (F.58)$$

Per la (F.58), la (F.57) diventa:

$$Z_2 + \frac{w_2^2}{2g} - \left(Z_1 + \frac{w_1^2}{2g} \right) = - \frac{J_1 + J_2}{2} \cdot \Delta s \quad (F.59)$$

Per correnti lente l'incognita è Z_1 , mentre per correnti veloci l'incognita è Z_2 . I valori delle velocità w si deducono dal rapporto Q/A , in cui Q è assegnata ed A dipende dalla quota Z , mediante una funzione predefinita a seguito dei rilievi topografici. I valori di J si deducono dalla (F.38) o dalla (F.39) e sono sempre in funzione di Z .

La (F.59) è, pertanto, una equazione algebrica implicita nell'incognita Z_1 , ovvero Z_2 , che può essere risolta solo con metodi iterativi di calcolo. Si supponga che la variabile indipendente sia Z_2 (ipotesi di corrente veloce).

Metodo di Newton

Posto un valore di tentativo a Z_2 pari a $Z_2^{(l)}$, si ricava il valore Z_2 , mediante la (F.59):

$$Z_2 = Z_1 + \frac{w_1^2(Z_1)}{2g} - \frac{w_2^2(Z_2^{(l)})}{2g} - \frac{J_1(Z_1) + J_2(Z_2^{(l)})}{2} \cdot \Delta s \quad (F.60)$$

L'errore commesso al primo tentativo, $e(Z_2^{(l)})$, è pari a:

$$e(Z_2^{(l)}) = Z_2 - Z_2^{(l)} = Z_1 + \frac{w_1^2(Z_1)}{2g} - \frac{w_2^2(Z_2^{(l)})}{2g} - \frac{J_1(Z_1) + J_2(Z_2^{(l)})}{2} \cdot \Delta s - Z_2^{(l)} \quad (F.61)$$

Sviluppando in serie di Taylor la (F.61), e troncando al primo termine, si ha:

$$e(Z_2^{(l)} + \Delta Z_2) = e(Z_2^{(l)}) + \frac{\partial e(Z_2^{(l)})}{\partial Z_2} \Delta Z_2 \quad (F.62)$$

Perché al secondo tentativo l'errore sia nullo, occorre annullare la (F.62), in modo che risulti:

$$\Delta Z_2 = - \frac{e(Z_2^{(l)})}{\frac{\partial e(Z_2^{(l)})}{\partial Z_2}} \quad (F.63)$$



Il numeratore della (F.63) è già noto e dato dalla (F.61). Per quanto riguarda il denominatore, in base alla (F.61), si ha:

$$\frac{\partial e(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = -\frac{1}{2g} \frac{\partial w_2^2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} - \frac{\Delta s}{2} \frac{\partial J_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} - 1$$

Che, per la (F.38) e la (F.42), diventa:

$$\frac{\partial e(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = -\frac{1}{2g} \frac{\partial w_2^2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} - \frac{\Delta s}{2} \frac{\partial}{\partial Z_2} \frac{w_2^2(Z_2^{(1)})}{K_s^2 \cdot R_2^{\frac{4}{3}}(Z_2^{(1)})} - 1$$

Per la (F.2), si ha:

$$\frac{\partial e(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = -\frac{Q}{2g} \frac{\partial}{\partial Z_2} \frac{1}{A_2^2(Z_2^{(1)})} - \frac{\Delta s \cdot Q}{2 \cdot K_s^2} \frac{\partial}{\partial Z_2} \frac{1}{A_2^2(Z_2^{(1)}) \cdot R_2^{\frac{4}{3}}(Z_2^{(1)})} - 1$$

e, sviluppando con il perimetro bagnato $P = A/R$, si ha:

$$\frac{\partial e(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = -\frac{Q}{g A_2^3(Z_2^{(1)})} \frac{\partial A_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} - \frac{\Delta s \cdot Q}{2 \cdot K_s^2} \left(\frac{4}{3} \frac{P_2^{\frac{1}{3}}(Z_2^{(1)})}{A_2^{\frac{10}{3}}(Z_2^{(1)})} \frac{\partial P_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} - \frac{10}{3} \frac{P_2^{\frac{4}{3}}(Z_2^{(1)})}{A_2^{\frac{13}{3}}(Z_2^{(1)})} \frac{\partial A_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} \right) - 1$$

Ricordando che:

$$\frac{\partial P_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} \approx \frac{2dZ_2}{\partial Z_2} = 2 \quad \text{e} \quad \frac{\partial A_2(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = b(Z_2^{(1)}) \quad , \quad (\text{F.64})$$

con b = larghezza dell'alveo al pelo libero, si ha:

$$\frac{\partial e(Z_2^{(1)})}{\partial Z_2} = -\frac{Q \cdot b(Z_2^{(1)})}{g A_2^3(Z_2^{(1)})} - \frac{\Delta s \cdot Q}{K_s^2} \left(\frac{4}{3} \frac{P_2^{\frac{1}{3}}(Z_2^{(1)})}{A_2^{\frac{10}{3}}(Z_2^{(1)})} - \frac{5}{3} \frac{P_2^{\frac{4}{3}}(Z_2^{(1)})}{A_2^{\frac{13}{3}}(Z_2^{(1)})} b(Z_2^{(1)}) \right) - 1 \quad (\text{F.65})$$

Dalla (F.61) e (F.65) si risolve la (F.63) e, quindi si determina il valore di ΔZ_2 , tale che:

$$Z_2^{(2)} = Z_2^{(1)} + \Delta Z_2 \quad (\text{F.66})$$

Il valore di $Z_2^{(2)}$, ricavato mediante la (F.66), in realtà non annulla la (F.61), sia perché si è eseguito il troncamento della serie di Taylor al primo ordine (Cfr. F.62), sia perché sono state considerate le approssimazioni (F.64). Il metodo di Newton, consente comunque di convergere velocemente alla soluzione, nelle successive iterazioni del procedimento, fino a che la correzione ΔZ non risulti inferiore ad una prefissata tolleranza.

Metodo della secante

Con tale metodo, che prende origine dal metodo di Newton, nella (F.63), la derivata parziale viene sostituita dal rapporto incrementale utilizzando il valore di tentativo $Z_2^{(l)}$ e il valore Z_2 dedotto dalla (F.60).

$$\Delta Z_2 = -\frac{e(Z_2^{(1)})}{\frac{e(Z_2) - e(Z_2^{(1)})}{Z_2 - Z_2^{(1)}}}$$

La convergenza non è assicurata, ma è molto più probabile quando si suddivide l'alveo in tratti molto ravvicinati, in modo che nella (F.61) risulti Δs molto piccolo.



F.4.3 Passaggi attraverso lo stato critico

Esistono due tipologie di passaggi attraverso lo stato critico: con corrente che da lenta diventa veloce e con corrente che da veloce diventa lenta.

Quando si passa da una corrente lenta a una veloce, il moto deve essere accelerato, per cui, osservando i sei profili D ed F rappresentati nelle Figure F-7 e F-8, si deduce che gli unici profili compatibili sono D2 ed F2, connessi come in Figura F-10.

Quando si passa da una corrente veloce ad una lenta, il moto deve essere ritardato, per cui, osservando i sei profili D ed F rappresentati nelle Figure F-7 e F-8, si deduce che gli unici profili compatibili sono D3 ed F1, connessi come in Figura F-11.

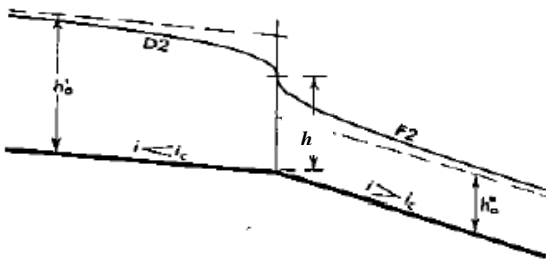


Figura F-10: Profilo della corrente in moto permanente con passaggio da corrente lenta a corrente veloce

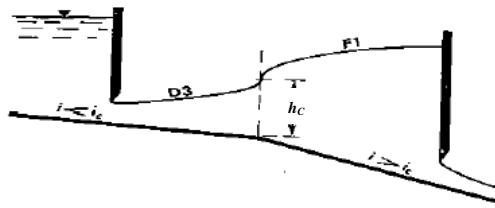


Figura F-11: Profilo della corrente in moto permanente con passaggio da corrente veloce a corrente lenta

F.4.4 Il risalto idraulico

Quando si passa da corrente veloce in lenta, si ha un brusco sollevamento del pelo libero (cfr. Figura F-11), con formazione di un vortice superficiale ad asse orizzontale, che assorbe aria e diventa spumeggiante. Tale vortice dissipa energia meccanica e prende il nome di **risalto idraulico o salto di Bidone**.

I tiranti idrici a monte e a valle del salto di Bidone possono essere calcolati proiettando sull'asse delle ascisse curvilinee s l'equazione globale della dinamica (F.13) applicato al volume di controllo in Figura F-12:

$$F_M^S + F_S^S + F_A^S = 0 \quad (F.67)$$

in cui si pone:

$F_M^S \approx 0$ in quanto l'alveo è suborizzontale.

$F_S^S = F_{RC}^S + F_W^S + F_P^S$ (cfr. la (F.15), la (F.21), la (F.22))

$F_{RC}^S \approx 0$ in quanto nei pressi del salto di Bidone le perdite di carico continue sono pressoché nulle, a causa delle basse velocità medie del moto.

$F_W^S = 0$ in quanto si trascurano gli effetti del vento.

$F_P^S = F_{PS}^S + F_{PD}^S = \rho \cdot g \cdot A_1 \cdot h_1/2 - \rho \cdot g \cdot A_2 \cdot h_2/2 = 0,5 \cdot \rho \cdot g \cdot (A_1 \cdot h_1 - A_2 \cdot h_2)$, in cui h_1 e h_2 sono rispettivamente il tirante idrico di monte e di valle del volume di controllo.

$F_A^S = F_{AQ}^S = -(\rho \cdot Q \cdot w_2 - \rho \cdot Q \cdot w_1) = \rho \cdot Q \cdot (w_1 - w_2) = \rho \cdot Q^2 \cdot (1/A_1 - 1/A_2)$, in quanto non si ha variazione di quantità di moto, di portata Q e di sezione A nel tempo, a causa dell'ipotesi di moto permanente.

La (F.67) diventa, pertanto:



$$\rho \cdot \left(g \cdot A_1 \cdot \frac{h_1}{2} + \frac{Q^2}{A_1} \right) = \rho \cdot \left(g \cdot A_2 \cdot \frac{h_2}{2} + \frac{Q^2}{A_2} \right)$$

ove a primo termine vi è la spinta complessiva idrodinamica S_1 applicata alla sezione di monte e al secondo termine vi è la spinta complessiva idrodinamica S_2 applicata alla sezione di valle (cfr. Figura F-12).

La spinta idrodinamica che agisce sulla generica sezione (di monte o di valle che sia) ha, pertanto, la seguente formulazione:

$$S(h) = \rho \cdot \left(g \cdot A(h) \cdot \frac{h}{2} + \frac{Q^2}{A(h)} \right) \quad (\text{F.68})$$

L'insieme di definizione della (F.68), nella variabile indipendente h è: $]0, +\infty[$. Risulta inoltre, che:

$$\lim_{h \rightarrow 0} S(h) = \lim_{h \rightarrow 0} g \cdot A(h) \cdot \frac{h}{2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q^2}{A(h)} = 0 + \infty = +\infty$$

$$\lim_{h \rightarrow +\infty} S(h) = \lim_{h \rightarrow +\infty} g \cdot A(h) \cdot \frac{h}{2} + \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{Q^2}{A(h)} = +\infty + 0 = +\infty$$

$$\lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{S(h)}{h} = \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{g \cdot A(h) \cdot h}{2h} + \lim_{h \rightarrow +\infty} \frac{Q^2}{A(h) \cdot h} = +\infty + 0 = +\infty \quad (\text{la funzione tende a } +\infty \text{ con asintoto non lineare})$$

Indicando con $B(h)$ la larghezza del canale corrispondente al tirante idrico h , la derivata della spinta idrodinamica rispetto ad h è:

$$\frac{dS(h)}{dh} = \rho \cdot g \frac{d}{dh} \left(A(h) \cdot \frac{1}{2} \frac{\int_{B(h)} y^2 dB}{A(h)} \right) + \rho \cdot Q^2 \frac{d}{dh} \left(\frac{1}{A(h)} \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot g \frac{d}{dy} \int_{B(h)} y^2 dB - \rho \cdot Q^2 \frac{1}{A^2(h)} \frac{dA(h)}{dh} =$$

$$= \rho \cdot g \int_{B(h)} y dB - \rho \cdot Q^2 \frac{1}{A^2(h)} B(h) = \rho \cdot \left(g \cdot A(h) - \frac{Q^2 \cdot B(h)}{A^2(h)} \right), \text{ per cui:}$$

$$\frac{dS(h)}{dh} = 0 \Leftrightarrow g \cdot A(h) - \frac{Q^2 \cdot B(h)}{A^2(h)} = 0 \Leftrightarrow \frac{A^3(h)}{B(h)} = \frac{Q^2}{g} \quad (\text{F.69})$$

La (F.69) è la condizione che si verifica quando $h = h_c$ (cfr. la F.5), per cui la $S(h)$ ha l'andamento della Figura F-13, con il minimo assunto per $h = h_c$.

La (F.68) può anche essere scritta, per la (F.2), come:

$$S(h) = \rho \cdot \left(g \cdot A(h) \cdot \frac{h}{2} + A(h) \cdot w^2 \right) = 2\rho \cdot g \cdot A(h) \cdot \left(h + \frac{w^2}{2g} \right) \quad (\text{F.70})$$

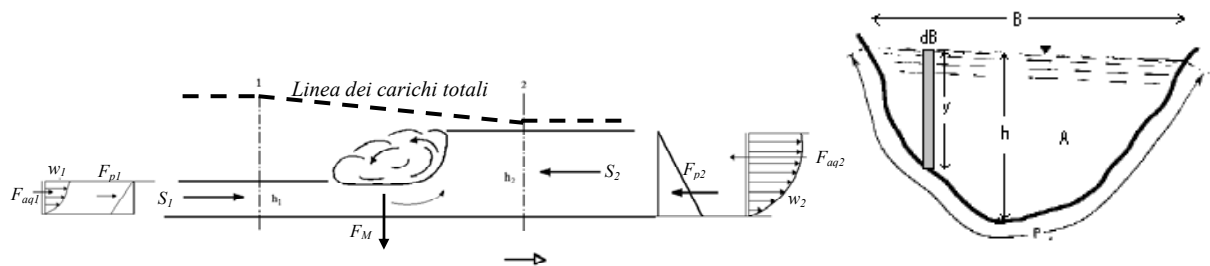


Figura F-12: Profilo della corrente in moto permanente con risalto idraulico e sezione idrica generica

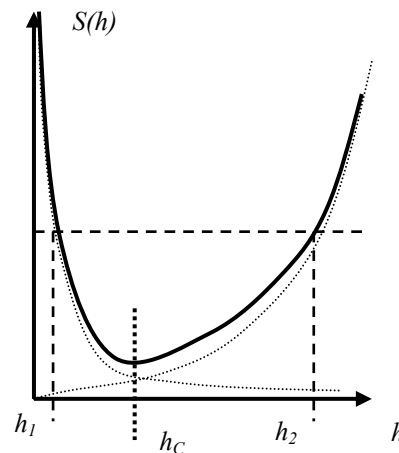


Ad ogni valore di $S(h)$ corrisponde una coppia di valori h_1 e h_2 , pari alle due altezze coniugate del risalto idraulico (cfr. Figura F-13).

Allorquando le altezze coniugate non sono molto differenti, il risalto idraulico degenera in un **risalto ondulato**.

In genere si ha il risalto ondulato, se la differenza della due altezze coniugate è inferiore ad $1/6$ della lunghezza del risalto stesso.

Figura F-13: Diagramma della spinta nei pressi di un risalto idraulico



F.4.5 Paratoia in alveo cilindrico a debole pendenza

Si consideri una corrente defluente in un alveo a debole pendenza, ostacolata in una certa sezione da una paratoia, così come rappresentato in figura F-14.

Il profilo che assume la corrente a monte della paratoia è il $D1$, per cui il tirante idrico, dall'altezza di moto uniforme h_0 si alza e, immediatamente a monte della paratoia, diventa pari ad h_M . Dal diagramma dell'energia totale (riportato per convenienza sempre in Figura F-14), noto il valore di h_M , si determina univocamente l'energia totale della corrente E_M a monte della paratoia. Dallo stesso diagramma, una volta determinato E_M , si deduce l'altezza del tirante a valle della paratoia, pari h_V .

A valle della paratoia la corrente diventa, pertanto, veloce e deve ristabilirsi a valle nelle condizioni di moto uniforme, caratterizzato da un valore di $h_0 > h_C$. Deve diventare nuovamente lenta e passare, quindi, per lo stato critico. L'unico profilo compatibile, in alveo a debole pendenza, è il $D3$, per cui la corrente passa da h_V a valori di tirante sempre più alti fino al valore di h_R , che è l'altezza coniugata di h_0 nel diagramma dei carichi totali. Quando la corrente raggiunge il tirante h_R , si verifica un risalto idraulico a valle del quale si ripristina il moto uniforme con tirante pari ad h_0 .

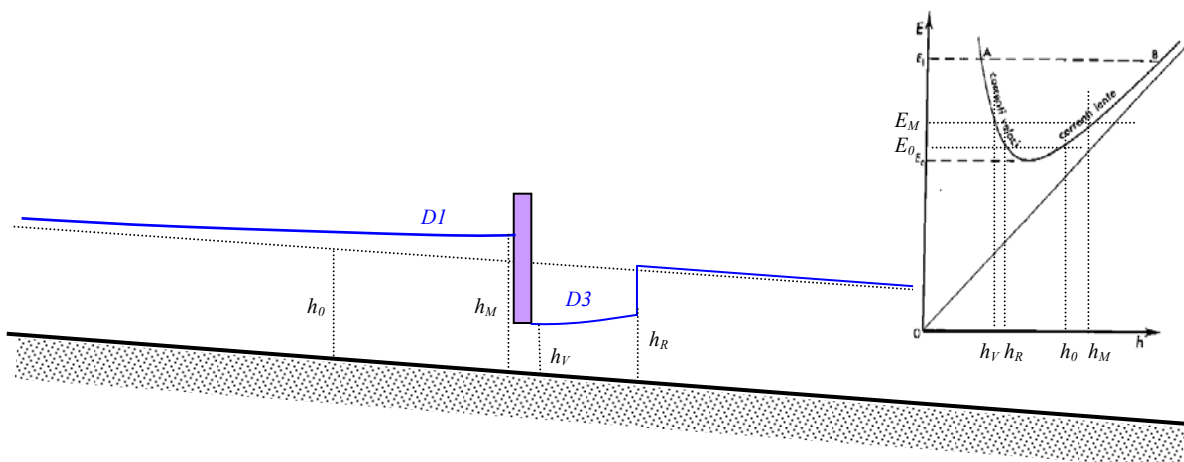


Figura F-14: Alveo cilindrico a debole pendenza con paratoia - profilo di corrente in moto permanente

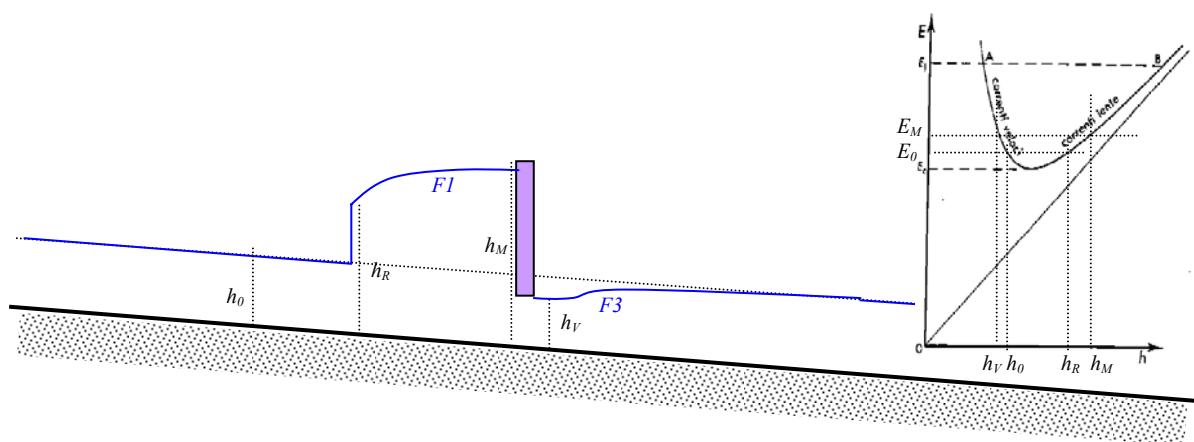


F.4.6 Paratoia in alveo cilindrico a forte pendenza

Si consideri una corrente defluente in un alveo a forte pendenza, ostacolata in una certa sezione da una paratoia, così come rappresentato in figura F-15.

Il profilo che assume la corrente a monte della paratoia è l' $F1$, per cui la corrente, a monte della paratoia, dall'altezza di moto uniforme $h_0 < h_C$ si alza, tramite un risalto idraulico, alla quota h_R , coniugata di h_0 , così come si evince dal diagramma dei carichi totali (riportato per convenienza sempre in Figura F-15). Dalla quota h_R la corrente, in condizioni lente, raggiunge la quota h_M .

Dal diagramma dei carichi totali si determina il carico della corrente a monte della paratoia E_M , corrispondente al tirante h_M . Ad E_M corrisponde anche il tirante h_V , che è il tirante della corrente a valle della paratoia. A valle della paratoia, pertanto, la corrente torna veloce e tende a ripristinare lo stato di moto uniforme seguendo il profilo $F3$.



F.4.7 Diminuzione improvvisa di pendenza con superamento dello stato critico.

Si ipotizzi che il fondo alveo subisca una brusca riduzione di pendenza nella sezione PP , così come mostrato in figura F-16, in modo tale che, per la portata defluente Q , ciò comporti un passaggio brusco da alveo a forte pendenza ad alveo a debole pendenza.

Il passaggio attraverso lo stato critico avviene mediante la formazione di un risalto idraulico, la cui posi-

Figura F-15: Alveo cilindrico a forte pendenza con paratoia - profilo di corrente in moto permanente

zione longitudinale in alveo dipende dalle condizioni al contorno: dal tirante idrico del moto uniforme h_0^M a cui la corrente tende a monte, e dal tirante idrico del moto uniforme h_0^V a cui la corrente tende a valle.

Esistono due casistiche, che possono essere analizzate sul diagramma della spinta nei pressi di un risalto idraulico.

Nel primo caso ad h_0^M corrisponde un valore della spinta $S(h)_M$ maggiore del valore della spinta $S(h)_V$ corrispondente ad h_0^V . Tale scompenso di forze provoca la spinta della corrente veloce di monte verso quella lenta di valle con determinazione del profilo $D3$. Tale profilo comporta la riduzione graduale della spinta da monte,



fino ad uguagliare quella di valle, non appena viene raggiunto il tirante h_R . Per tale valore del tirante si ha la formazione del risalto idraulico (cfr. F-16-a).

Nel secondo caso ad h_0^M corrisponde un valore della spinta $S(h)_M$ minore del valore della spinta $S(h)_V$ corrispondente ad h_0^V . Tale scompenso di forze provoca questa volta la spinta della corrente lenta di valle verso quella veloce di monte, con determinazione del profilo FI . Tale profilo comporta la riduzione graduale della spinta da valle, fino ad uguagliare quella di monte, non appena viene raggiunto il tirante h_R . Per tale valore del tirante si ha la formazione del risalto idraulico (cfr. F-16-b).

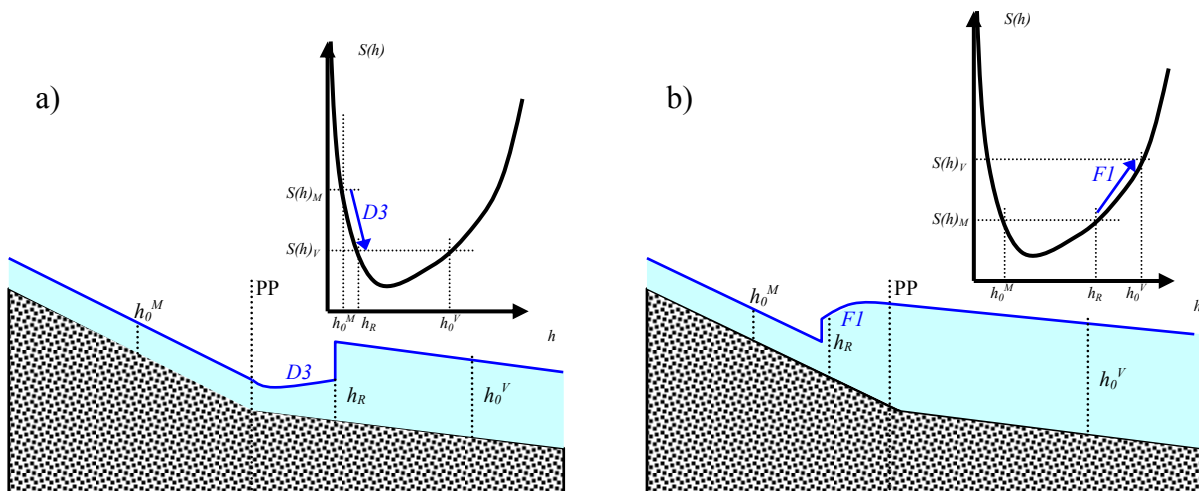


Figura F-16: Alveo cilindrico con variazione improvvisa di pendenza – passaggio attraverso lo stato critico

F.4.8 Cambiamenti di regime di correnti uniformi senza il passaggio attraverso lo stato critico.

Supponiamo che nella sezione PP di un alveo cilindrico si abbia un brusco cambiamento delle caratteristiche fisico-geometriche del canale. Questa brusca variazione può riguardare sia la pendenza che la scabrezza.

Dalla (F.52) si deduce che riduzioni improvvise di pendenza, ovvero aumenti improvvisi di scabrezza (e quindi riduzioni di χ), causerebbero un aumento del tirante h_0 .

Se l'alveo a monte fosse a debole pendenza, l'aumento di h non provocherebbe alcun passaggio attraverso lo stato critico e la corrente assumerebbe il profilo in figura F-17.

Se l'alveo a monte fosse a forte pendenza, l'aumento di h potrebbe provocare il passaggio attraverso lo stato critico, già visto al sottoparagrafo F.4.6, per il solo caso di riduzione della pendenza del fondo alveo, ma applicabile anche al caso di aumento repentino di scabrezza. Qualora l'aumento di h non comportasse alcun attraversamento dello stato critico, la corrente assumerebbe il profilo in figura F-18.

Sempre dalla (F.52) si deduce che aumenti improvvisi di pendenza, ovvero riduzioni improvvise di scabrezza (e quindi aumenti di χ), causerebbero una diminuzione del tirante h_0 .

Se l'alveo a monte fosse a debole pendenza, la riduzione di h potrebbe provocare il passaggio attraverso lo stato critico, con la formazione del profilo di corrente rappresentato in figura F-10, applicabile anche al caso di riduzione repentina della scabrezza. Qualora non dovesse verificarsi alcun passaggio attraverso lo stato critico, il profilo della corrente diventerebbe quello rappresentato in figura F-19.

Se l'alveo a monte fosse a forte pendenza, l'aumento di h non provocherebbe alcun passaggio attraverso lo stato critico e il profilo della corrente sarebbe quello rappresentato in figura F-20.



Figura F-17:

Alveo cilindrico a debole pendenza con riduzione improvvisa della pendenza o aumento improvviso di scabrezza.

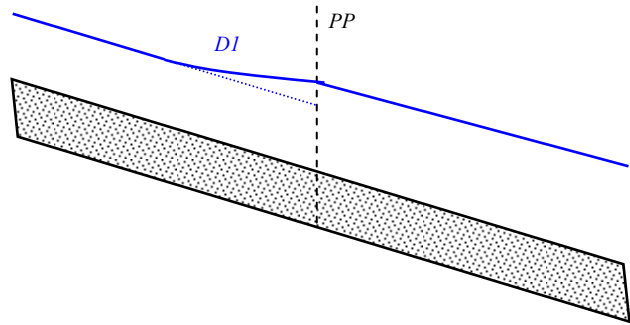


Figura F-18:

Alveo cilindrico a forte pendenza con riduzione improvvisa della pendenza o aumento improvviso di scabrezza.

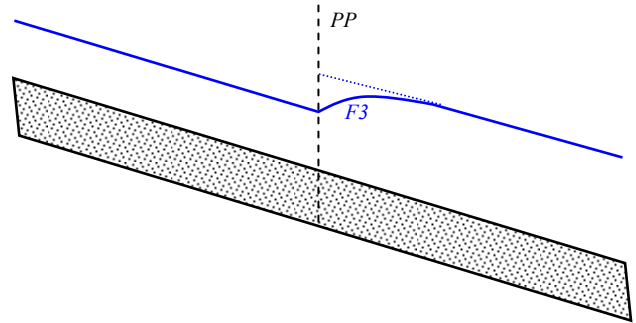


Figura F-19:

Alveo cilindrico a debole pendenza con aumento improvviso della pendenza o riduzione improvvisa di scabrezza.

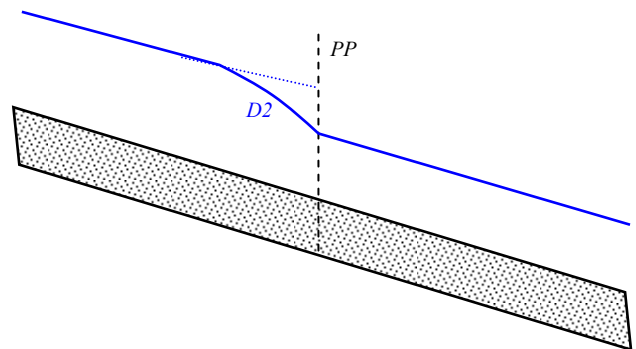
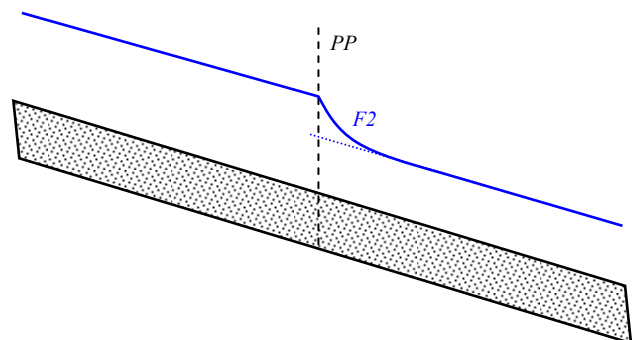


Figura F-20:

Alveo cilindrico a forte pendenza con aumento improvviso della pendenza o riduzione improvvisa di scabrezza.



F.4.9 Passaggio di una corrente sopra una soglia di fondo.

Allorquando una corrente affluisce al di sopra di una soglia di fondo, occorre verificare se l'energia della corrente sia sufficiente o meno a consentire l'attraversamento della soglia, senza passare per lo stato critico.

Nelle figure F-21 e F-22 sono rappresentati i casi di due correnti, uno in alveo a debole pendenza e uno in alveo a forte pendenza. In entrambi i casi il carico specifico E_0 è alto al punto tale che nei pressi della soglia di altezza a , la riduzione del carico al valore $E_1 = E_0 - a$ garantisca comunque il passaggio della corrente senza passare per lo stato critico.



Nel caso della figura F-21, la riduzione del carico specifico comporta anche la riduzione locale del tirante, mentre nel caso della figura F-22, la riduzione del carico specifico comporta l'aumento locale del tirante.

Qualora dovesse verificarsi che $E_0 - a$ sia inferiore al minimo valore di E che la corrente può garantire con la sua portata, la corrente è costretta a passare per lo stato critico. In tal caso occorre analizzare il fenomeno a seconda se l'alveo sia a debole o a forte pendenza.

Se l'alveo è a debole pendenza (cfr. figura F-23), per aumentare il carico specifico da E_0 fino ad $E_I = E_c + a$, occorre che il tirante aumenti secondo il profilo $D1$. Alla soglia si ha la riduzione improvvisa del carico specifico, che da E_I passa ad E_c per poi ritornare ad E_I sottoforma di corrente veloce, con tirante h_2 . Il ritorno alla corrente lenta avviene con il profilo $D3$ e con la formazione del risalto idraulico, che porta il tirante al valore h_0 relativo all'energia E_0 , che inizialmente aveva la corrente.

Se l'alveo è a forte pendenza, partendo da valle e risalendo verso monte (cfr. figura F-24), per aumentare il carico specifico da E_0 fino ad $E_I = E_c + a$, occorre che il tirante si riduca secondo il profilo $F3$. Alla soglia si ha la riduzione improvvisa del carico specifico, che da E_I passa ad E_c , per poi ritornare a monte ad E_I , sottoforma di corrente lenta, con tirante h_1 . Il ritorno alla corrente veloce avviene con profilo $F1$ e con la formazione del risalto idraulico, che porta il tirante al valore h_0 , relativo all'energia E_0 , che inizialmente aveva la corrente.

F.4.10 Passaggio di una corrente tra le pile di un ponte (sezione ridotta).

Si supponga che una corrente attraversi le pile di un ponte. Il diagramma di Figura F-3 può essere normalizzato sostituendo alla portata Q la portata per unità di larghezza dell'alveo q , come riportato nelle successive Figure F-25, F-26, F-27 e F-28.

Nella sezione priva di pile il valore di q è certamente inferiore al valore che assume nelle sezioni occupate dalle pile (sezioni ridotte). Questa situazione comporta dinamiche evolutive della corrente diverse, a seconda se l'alveo sia a debole o a forte pendenza.

Nel caso di alveo a debole pendenza, l'aumento di q nelle sezioni occupate dalle pile provoca una riduzione di h . Se l'energia della corrente è sufficiente, questa riduzione si mantiene costante lungo tutto l'attraversamento del ponte (cfr. Figura F-25).

Qualora l'energia della corrente non dovesse essere sufficiente, il diagramma $q(h)$ assume valori inferiori a Q/b . Occorre allora aumentare l'energia fino a che il diagramma in Figura F-3 non raggiunga l'ordinata massima pari a Q/b . La variazione del profilo di corrente può essere seguita sul diagramma della figura F-26. A monte, dal tirante idrico h_0 , la corrente tende a raggiungere il tirante idrico h_1 , secondo il profilo $D1$. Lungo il tratto occupato dalle pile il tirante si riduce fino al valore critico h_c , per poi ridursi ulteriormente fino al valore h_2 , causando il passaggio da corrente lenta a corrente veloce. Superato il tratto occupato dalle pile, la corrente raggiunge il tirante h'_0 , mediante il profilo $D3$. Infine, tramite risalto idraulico, ritorna alle condizioni di corrente lenta, ripristinando il tirante originario h_0 .

Nel caso di alveo a forte pendenza, l'aumento di q nelle sezioni occupate dalle pile provoca un aumento di h . Se l'energia della corrente è sufficiente, quest'aumento si mantiene costante lungo tutto l'attraversamento del ponte (cfr. Figura F-27).

Qualora l'energia della corrente non dovesse essere sufficiente, il diagramma $q(h)$ assume valori inferiori a Q/b . Occorre allora aumentare l'energia fino a che il diagramma di Figura F-3 non raggiunga l'ordinata massima pari a Q/b . La variazione del profilo di corrente può essere seguita sul diagramma della figura F-28. Da valle la corrente tende a ripristinare il tirante idrico di moto uniforme h_0 , dopo aver ceduto energia, ovvero passando da h_2 ad h_0 , secondo il profilo $F3$. Lungo il tratto occupato dalle pile il tirante aumenta fino al valore critico h_c , per poi aumentare ulteriormente fino al valore h_1 , in condizioni di corrente lenta. Al termine del tratto occupato



dalle pile, la corrente restituisce il surplus di energia passando da h_1 ad h'_0 , mediante il profilo FI . Infine, tramite risalto idraulico, ritorna alle condizioni di corrente veloce, ripristinando il tirante originario h_0 .

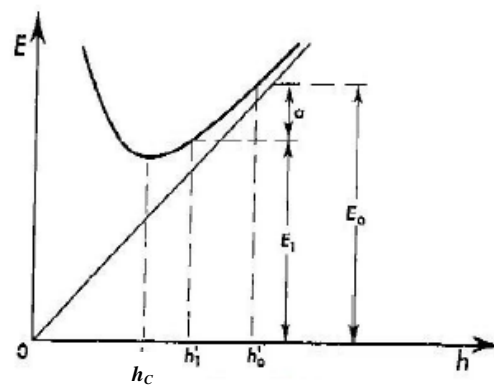
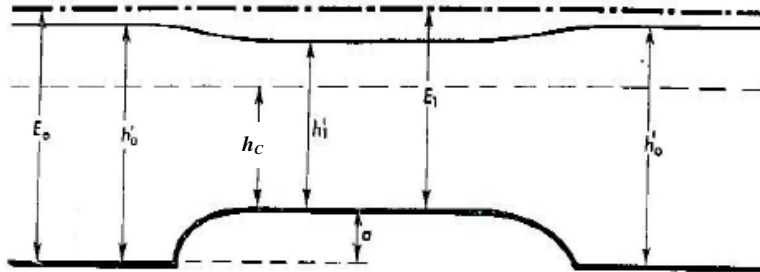


Figura F-21:

Passaggio di una corrente con energia sufficiente su soglia, in alveo a debole pendenza.

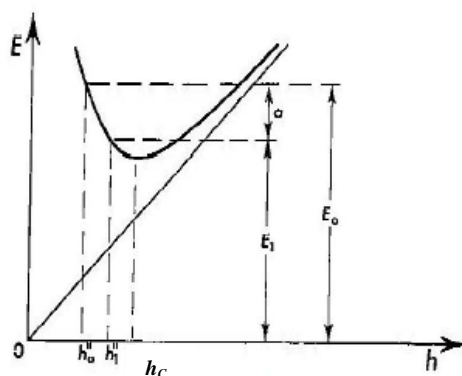
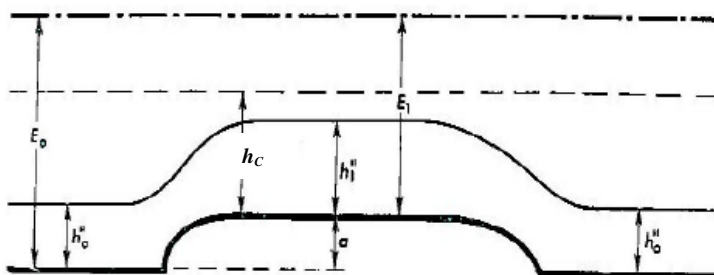


Figura F-22:

Passaggio di una corrente con energia sufficiente su soglia, in alveo a forte pendenza.

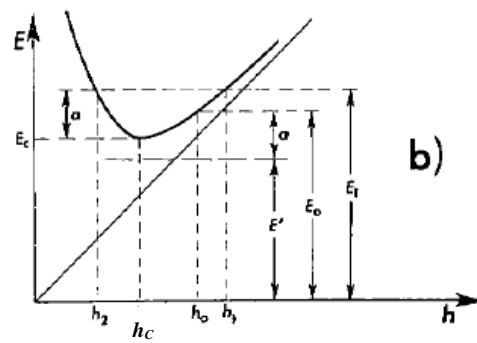
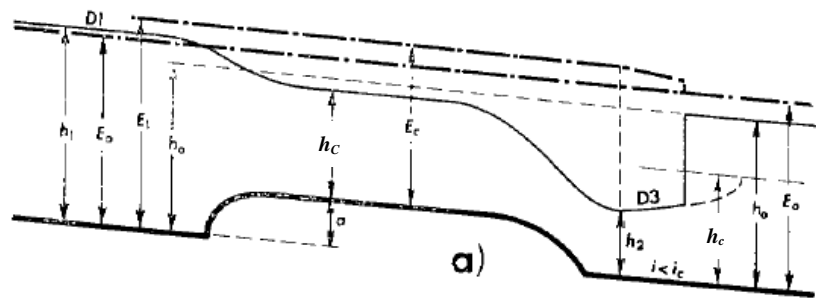


Figura F-23:

Passaggio di una corrente con
nergia insufficiente su soglia, in :
veo a debole pendenza.

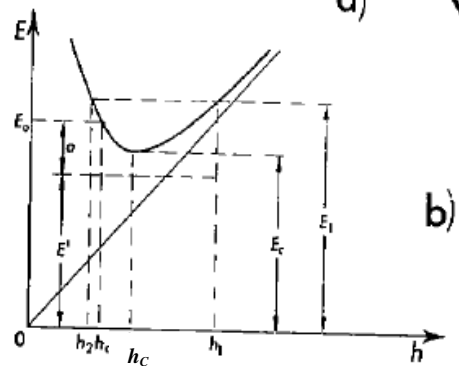
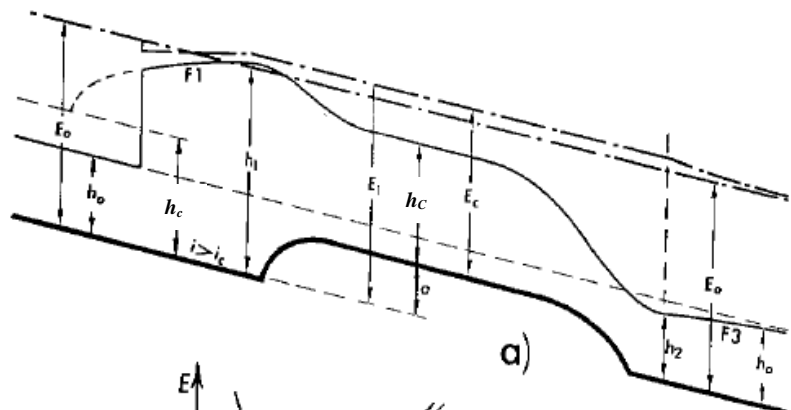


Figura F-24:

Passaggio di una corrente con
nergia insufficiente su soglia, in :
veo a forte pendenza.

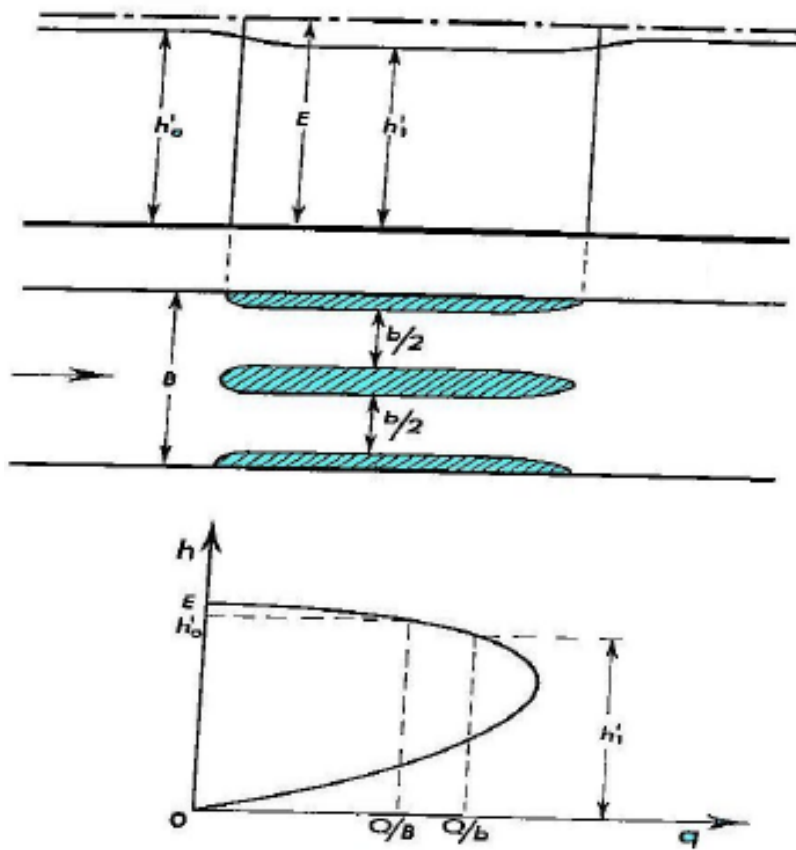


Figura F-25:

Passaggio di una corrente con energia sufficiente attraverso le pile di un ponte, in alveo a debole pendenza.

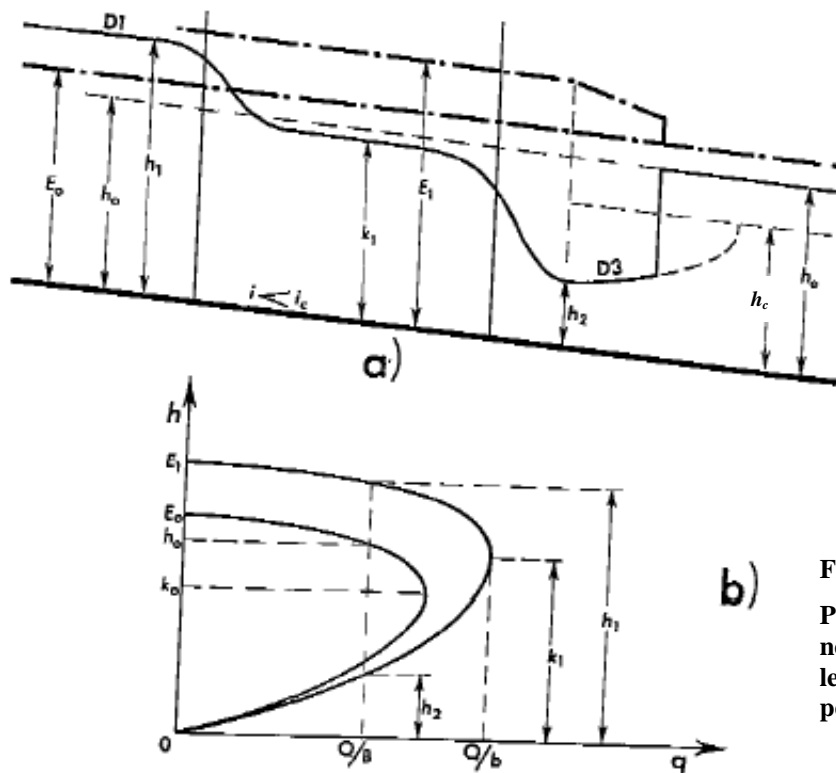


Figura F-26:

Passaggio di una corrente con energia insufficiente attraverso le pile di un ponte, in alveo a debole pendenza.

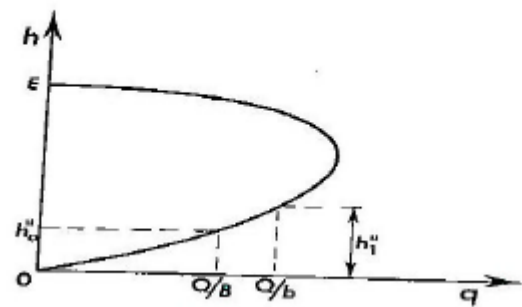
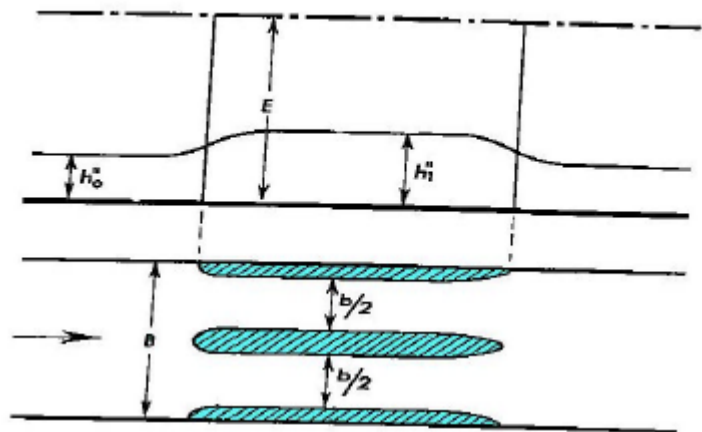
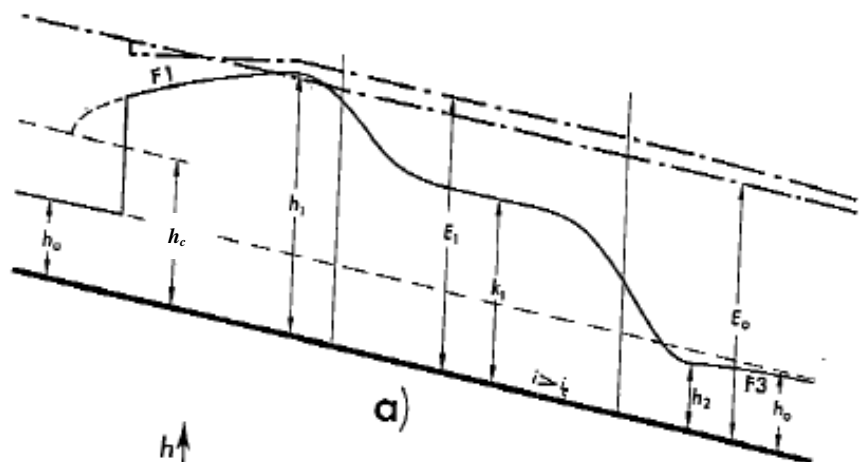
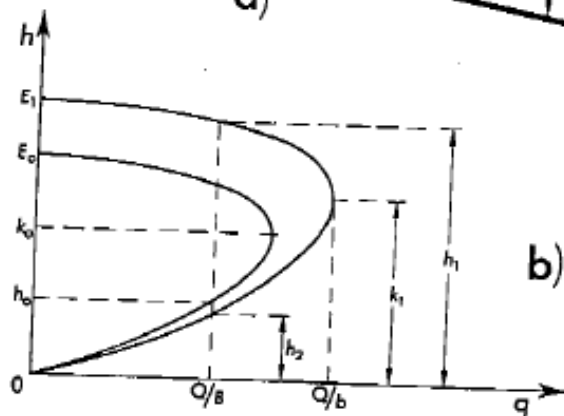


Figura F-27:

Passaggio di una corrente con energia sufficiente attraverso le pile di un ponte, in alveo a forte pendenza.



a)



b)

Figura F-28:

Passaggio di una corrente con energia insufficiente attraverso le pile di un ponte, in alveo a forte pendenza.



F.5 La scala di deflusso

Moltiplicando la (F.37) per l'area della sezione bagnata ed esplicitando tramite la Formula di Gaukler-Strickler (F.42) si ha:

$$Q = k_s \cdot A(h) \cdot R(h)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{J} \quad (F.71)$$

in base alla quale si evince che la portata può essere determinata con tre parametri: il tirante idrico h , il coefficiente di conducibilità idraulica k_s e la pendenza del fondo alveo i . In una sezione k_s e i sono costanti (si ipotizza che k_s si mantenga costante con il variare di h). L'unico parametro che può variare è il tirante h (*normal depth*). Pertanto, misurando tale valore, in teoria è possibile risalire alla portata defluente.

La (F.71) prende il nome di **scala di deflusso**, la cui curva tipo è rappresentata in figura F-29.

In realtà la (F.71) non è di facile applicazione, in quanto la forma della sezione dell'alveo in natura non è regolare e pertanto le funzioni $A(h)$ e $R(h)$ diventano di difficile determinazione.

Nel caso semplice di canali rettangolari, con larghezza pari a b , la (F.71) si specializza in:

$$Q = k_s \cdot b \cdot h \cdot \left(\frac{b \cdot h}{b + 2h} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{J}$$

Se poi il canale rettangolare è molto largo, ovvero $b \gg h$, allora la (F.71) si specializza ulteriormente in:

$$Q \approx k_s \cdot b \cdot h^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt{J}$$

In alcuni casi il valore del coefficiente di scabrezza nella sezione può subire alterazioni di valore al variare del tirante idrico h . È questa la circostanza degli **alvei a sezione composita**.

Negli alvei a sezione composita, come quelli in figura F-30, la sezione trasversale è spesso costituita dalla parte centrale più incisa, e dalle aree laterali, dette golene, spesso coperte da vegetazione e delimitate da arginature, la cui scabrezza è nettamente superiore a quella della parte centrale. Ne consegue che le velocità lungo le aree golenali sono in genere di molto inferiori a quelle che si hanno nella parte centrale della sezione.

Occorrerebbe studiare la corrente mediante modelli bidimensionali, ovvero modelli che tengono conto della distribuzione orizzontale delle velocità. Tali modelli invece di considerare il valore medio della velocità w valido per tutta la sezione, considerano la distribuzione orizzontale della velocità lungo la sezione.

La semplificazione monodimensionale conduce a palesi contraddizioni, causate proprio dall'assunzione di una distribuzione uniforme delle velocità nell'intera sezione. In questi casi si divide la sezione fluviale in differenti sottosezioni, come indicato in figura F-30.

Esistono diversi metodi di modellazione approssimata monodimensionale delle sezioni composite, basati proprio sulla partizione della sezione. Tra i più noti vi sono il **metodo degli sforzi tangenziali** e il **metodo di Lotter-Engelund**.

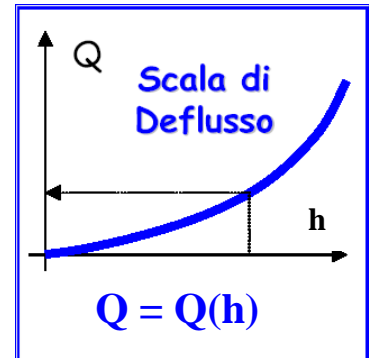


Figura F-29:

Rappresentazione grafica della scala di deflusso

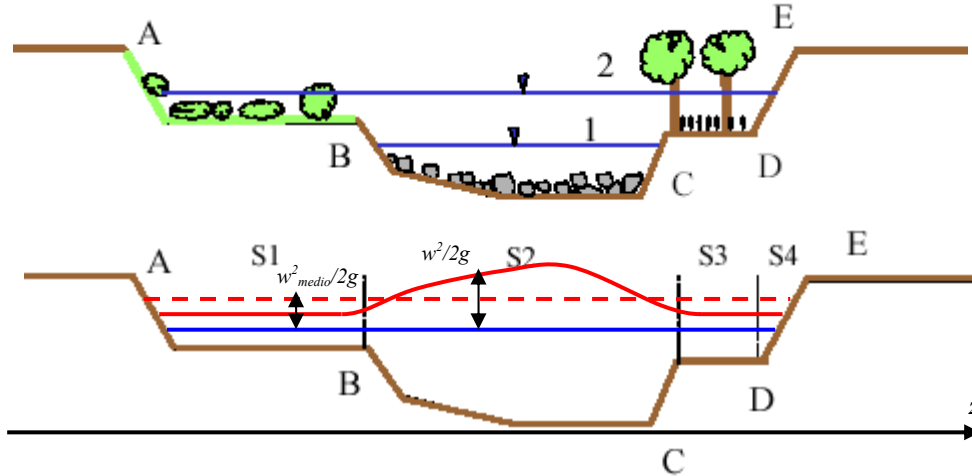


Figura F-30: Modellazione di un alveo a sezione composta

F.5.1 Il metodo degli sforzi tangenziali

Si ipotizza che lo sforzo tangenziale al fondo della sezione composta sia dato dalla somma degli sforzi al fondo relativi alle varie sezioni, in cui l'alveo composto è stato partizionato. Applicando la (F.20) si ottiene:

$$J \cdot \gamma \cdot A(h) \cdot ds = \sum_i J_i \cdot \gamma \cdot A_i(h) \cdot ds$$

ovvero:

$$J \cdot A(h) = \sum_i J_i \cdot A_i(h)$$

L'approssimazione di questo metodo porta alla contraddizione di avere le cadenti piezometriche nelle sottosezioni differenti tra loro, in maniera incongruente con la schematizzazione del moto mono-dimensionale.

Si applica la formula (F.38), ipotizzando in via approssimata che il coefficiente χ non dipenda dal valore del raggio idraulico. Tale ipotesi nasce dalla considerazione che la dipendenza del coefficiente di Chezy χ da h è espressa in forma di potenza con un esponente di 1/6 (cfr. la (F.42)).

Si ha, pertanto:

$$\frac{w^2}{\chi_{eq}^2 \cdot R(h)} \cdot A(h) = \sum_i \frac{w_i^2}{\chi_i^2 \cdot R_i(h)} \cdot A_i(h)$$

Considerato che A/R è uguale al perimetro bagnato e che la velocità media in ogni sottosezione è uguale a quella media dell'intera sezione, si può scrivere:

$$\frac{P(h)}{\chi_{eq}^2} = \sum_i \frac{P_i(h)}{\chi_i^2}$$

Con l'ulteriore ipotesi che le masse d'acqua nelle differenti sezioni non si scambino sforzi di taglio, a causa dell'uniformità della velocità in tutta la sezione, si ottiene:

$$\chi_{eq} = \sqrt{P(h) \cdot \sum_i \frac{\chi_i^2}{P_i(h)}} \quad (F.71)$$

che fornisce la scabrezza equivalente, con cui calcolare la portata Q :

$$Q = \chi_{eq} \cdot A(h) \cdot \sqrt{i \cdot R(h)} \quad (F.72)$$



F.5.2 Il metodo di Lotter-Engelund

Il metodo si basa sull'ipotesi di Lotter, secondo cui le portate transitanti nelle porzioni di alveo caratterizzate da differenti scabrezze sono sostanzialmente indipendenti l'una dall'altra e la loro somma è pari alla portata totale.

$$Q = \sum_i Q_i$$

Si sviluppa tale equazione, ipotizzando che la cadente piezometrica rimanga costante in tutta la sezione ($J = J_i$), ossia risulti, per le (F.2), (F.37) e (F.42):

$$k_S^{eq} \cdot A(h) \cdot R(h)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{J} = \sum_i k_S^i \cdot A_i(h) \cdot R_i(h)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{J}$$

da cui si ricava la seguente equazione per il calcolo del coefficiente di scabrezza equivalente k_S^{eq} :

$$k_S^{eq} = \frac{\sum_i k_S^i \cdot A_i(h) \cdot R_i(h)^{\frac{2}{3}}}{A(h) \cdot R(h)^{\frac{2}{3}}} \quad (F.73)$$

La (F.73) è nota come **formula di Lotter**. Essa presenta una forte incongruenza. Infatti, poiché i raggi idraulici R_i vengono calcolati considerando le sponde fittizie di separazione delle diverse sottosezioni, risulta che:

$$A(h) \cdot R(h)^{\frac{2}{3}} \neq \sum_i A_i(h) \cdot R_i(h)^{\frac{2}{3}} \quad \text{per via del fatto che} \quad R(h) \neq \sum_i R_i(h) .$$

Tale situazione paradossalmente farebbe restituire un valore di k_S^{eq} diverso dai coefficienti di scabrezza k_S^i , nell'ipotesi in cui quest'ultimi fossero tutti uguali.

Engelund ha allora ipotizzato di ragguagliare la formula di Lotter, introducendo un raggio idraulico equivalente $R_{eq}(h)$, tale che:

$$A(h) \cdot R_{eq}(h)^{\frac{2}{3}} = \sum_i A_i(h) \cdot R_i(h)^{\frac{2}{3}} \quad (F.74)$$

La (F.73) diventa:

$$k_S^{eq} = \frac{\sum_i k_S^i \cdot A_i(h) \cdot R_i(h)^{\frac{2}{3}}}{A(h) \cdot R_{eq}(h)^{\frac{2}{3}}} \quad (F.75)$$

nota anche come **formula di Lotter-Engelund**, che fornisce il coefficiente di scabrezza equivalente per il calcolo della scala di deflusso:

$$Q = k_S^{eq} \cdot A(h) \cdot R_{eq}(h)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{J} \quad (F.76)$$

Le (F.72) e (F.76) sono due formulazioni approssimate della scala di deflusso in alvei a sezione composta. Ne consegue che la loro applicazione restituisce in genere differenti scale di deflusso.



F.6 Distribuzione della velocità

Fino ad ora si è studiata la corrente a pelo libero considerando come parametro di caratterizzazione della velocità della corrente in una sezione il valore medio che questa assume in tutti i punti della sezione. Ciò perché la velocità di una corrente in una canale non è uniformemente distribuita nella sezione, ma varia in funzione della vicinanza alle pareti dell'alveo e al pelo libero della corrente. Le leggi che regolano la distribuzione della velocità dipendono dal regime di moto della corrente, che può essere laminare o turbolento. Nel primo caso, infatti, la distribuzione delle velocità è controllata dalle forze viscosi, mentre nel secondo caso è influenzata dalle forze d'inerzia.

F.6.1 La distribuzione della velocità nel moto laminare uniforme

Distribuzione verticale delle velocità

Nell'ipotesi di moto laminare uniforme, si consideri il volume elementare in Figura F-31, in cui l'asse z è perpendicolare alla sezione rappresentata. Su di esso agiscono le forze di pressione F_1 e F_2 , la forza peso W dipendente dal peso specifico dell'acqua γ , le forze viscosi. Quest'ultime agiscono sia sulla faccia inferiore del volume elementare largo dz , che sulle due facce laterali parallele al piano della sezione (ovvero sulle facce $z = z_1$

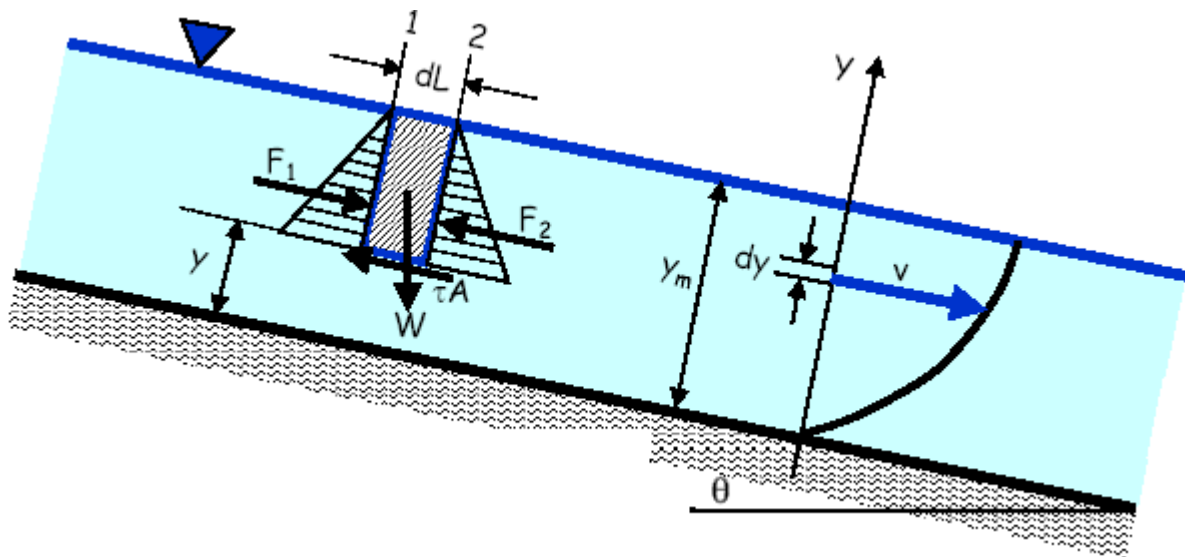


Figura F-31: Distribuzione verticale delle velocità in regime laminare

e $z = z_2$, con $z_2 = z_1 + dz$).

Imponendo l'equilibrio delle forze lungo la direzione del moto si ha:

$$F_1 - F_2 + \gamma(h - y) dL \cdot dz \cdot i - \tau_y \cdot dL \cdot dz - \tau_{z1} \cdot dL \cdot (h - y) - \tau_{z2} \cdot dL \cdot (h - y) = 0$$

In effetti $F_1 = F_2$. Inoltre lo sforzo tangenziale, in condizioni di moto laminare, può essere posto pari a:

$$\tau_y = \mu \frac{\partial w}{\partial y} \quad \text{oppure} \quad \tau_z = \mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{F.77})$$



con μ pari alla **viscosità dinamica** dell'acqua (approssimativamente uguale a $10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$) e w pari alla velocità in m/s .

Pertanto l'equazione di equilibrio delle forze diventa:

$$\gamma(h-y) \cdot dz \cdot i - \mu \frac{\partial w}{\partial y} \cdot dz - \mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{z=z1} \cdot (h-y) - \mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_{z=z2} \cdot (h-y) = 0$$

Se si suppone che $\partial w / \partial z = 0$ (situazione che si verifica in mezz'acqua di un canale a sezione simmetrica rispetto all'asse y), l'equazione di equilibrio subisce la seguente semplificazione:

$$\frac{\gamma}{\mu} (h-y) \cdot i \cdot dy = dw$$

Integrando da 0 a y e ponendo $w(0)=0$, si ha:

$$\boxed{w = \frac{\gamma}{\mu} \left(h \cdot y - \frac{y^2}{2} \right) \cdot i} \quad (\text{F.78})$$

che, nelle pratiche applicazioni, diventa:

$$w = 10^7 \cdot \left(h \cdot y - \frac{y^2}{2} \right) \cdot i \quad (\text{F.79})$$

La (F.78) ha l'andamento parabolico rappresentato in figura F-31. Tale andamento rappresenta il profilo delle velocità lungo l'asse verticale della sezione idrica dell'alveo.

La derivata della (F.78) è:

$$\frac{dw}{dy} = \frac{\gamma}{\mu} \cdot (h-y) \cdot i = 10^7 \cdot (h-y) \cdot i$$

Che si annulla per $y = h$, in cui la (F.79) assume il valore massimo

$$w_{\max} = \frac{\gamma}{\mu} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot i = 10^7 \cdot \frac{h^2}{2} \cdot i \quad (\text{F.80})$$

Il valore medio della velocità lungo l'asse verticale della sezione idrica dell'alveo, in condizioni di moto laminare, è dato da:

$$w_m = \frac{\int_0^h w \cdot dy}{h} = \frac{\frac{\gamma}{\mu} \cdot i \int_0^h \left(h \cdot y - \frac{y^2}{2} \right) \cdot dy}{h} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\gamma}{\mu} \cdot i \cdot h^2 \quad \text{ovvero} \quad w_m \approx 3,33 \cdot 10^6 \cdot i \cdot h^2 \quad (\text{F.81})$$

Sostituendo la (F.81) nella (F.78) si ottiene il valore di $y=y_m$, cui corrisponde la velocità media della corrente sull'asse verticale centrale dell'alveo in condizioni di regime laminare:

$$y_m = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot h \approx 0,42h \quad (\text{F.82})$$

Rapportando la (F.80) alla (F.81) si ottiene che:

$$w_{\max} = 1,5 w_m \quad (\text{F.83})$$

La distribuzione delle velocità lungo l'asse verticale centrale della sezione dell'alveo può essere qualitativamente estesa su qualunque asse verticale della sezione, conservando l'andamento parabolico con valore mas-



simo al pelo libero. Certamente i valori di velocità saranno più bassi, atteso che la derivata $\partial w/\partial z$, per assi verticali differenti da quello centrale, è non nullo.

Distribuzione orizzontale delle velocità

Si consideri il volume elementare in Figura F-32 posto sul pelo libero della corrente. Su di esso agiscono le forze di pressione $F1$ e $F2$, la forza peso W dipendente dal peso specifico dell'acqua γ , le forze viscose τ_z e τ_y .

Imponendo l'equilibrio delle forze lungo la direzione del moto, e ipotizzando che la sezione dell'alveo sia geometricamente simmetrica rispetto al piano di mezzeria $z=0$, se ne deduce la simmetria con cui si distribuiscono le τ_z rispetto all'asse x . Pertanto, confrontando anche la Figura F.31, si ha:

$$F1 - F2 + \gamma \cdot 2z \cdot dL \cdot dy \cdot i - \tau_y \cdot 2z \cdot dL - 2\tau_z \cdot dL \cdot dy = 0$$

Anche in questo caso $F1 = F2$. Esplicitando gli sforzi di taglio mediante le (F.77) e ricordando che $\partial w/\partial y$ è nullo al pelo libero, si ottiene la seguente semplificazione dell'equazione di equilibrio delle forze, valida solo al pelo libero:

$$\frac{\gamma}{\mu} \cdot i \cdot z \cdot dz = dw$$

Integrando da z a b e ponendo $w(b)=0$, si ha:

$$\boxed{w = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\mu} \cdot i \cdot (b^2 - z^2)} \quad (F.84)$$

che, nelle pratiche applicazioni, diventa:

$$w = 5 \cdot 10^6 \cdot i \cdot (b^2 - z^2) \quad (F.85)$$

La (F.84) rappresenta il profilo delle velocità lungo l'asse orizzontale del pelo libero della sezione idrica dell'alveo ed ha l'andamento parabolico rappresentato in figura F-32.

La derivata della (F.84) è:

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{\gamma}{\mu} \cdot i \cdot z$$

che si annulla per $z = 0$, in cui la (F.84) assume il valore massimo:

$$w_{\max} = \frac{\gamma}{\mu} \cdot \frac{b^2}{2} \cdot i = 10^7 \cdot \frac{b^2}{2} \cdot i \quad (F.86)$$

Il valore medio della velocità lungo l'asse orizzontale della sezione idrica dell'alveo, in condizioni di moto laminare, è dato da:

$$w_m = \frac{\int_0^b w \cdot dz}{b} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\mu} \cdot i \int_0^b (b^2 - z^2) \cdot dz}{b} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\gamma}{\mu} \cdot i \cdot b^2 \quad \text{ovvero} \quad w_m \approx 3,33 \cdot 10^6 \cdot i \cdot b^2 \quad (F.87)$$

Sostituendo la (F.87) nella (F.84) si ottiene il valore di $z=z_m$, cui corrisponde la velocità media della corrente sull'asse orizzontale al pelo libero dell'alveo, in condizioni di regime laminare:

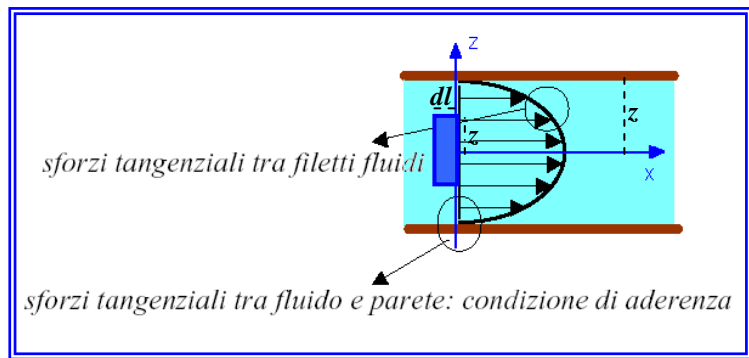


Figura F-32:

Distribuzione orizzontale delle velocità in regime laminare



$$z_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot b \approx 0,58b \quad (\text{F.88})$$

Rapportando la (F.86) alla (F.87) si ottiene che:

$$w_{max} = 1,5 w_m \quad (\text{F.89})$$

La distribuzione delle velocità lungo l'asse orizzontale del pelo libero della sezione dell'alveo può essere qualitativamente estesa a qualunque profondità della sezione, qualora si mantenga l'ipotesi di simmetria rispetto al piano xy . In questo modo si conserva l'andamento parabolico con valore massimo sull'asse verticale centrale della sezione. Certamente i valori di velocità saranno più bassi all'aumentare della profondità, essendo la derivata $\partial w / \partial y$ non nulla.

F.6.2 La distribuzione della velocità nel moto turbolento uniforme

Distribuzione verticale delle velocità

Si consideri, a partire da una sezione idrica di area A , il volume d'acqua elementare $A \cdot ds$. Su di esso agiscono le forze di pressione $\underline{F1}$ e $\underline{F2}$, che si bilanciano reciprocamente, la forza peso \underline{W} (dipendente dal peso specifico dell'acqua γ), e la forza di attrito (dipendente dallo **sforzo d'attrito alle pareti** τ_0), lungo tutto il fondo dell'alveo ($P \cdot ds$, con P = perimetro bagnato).

Imponendo l'equilibrio delle forze lungo la direzione del moto si ha:

$$\gamma \cdot A \cdot ds \cdot i - \tau_0 \cdot P \cdot ds = 0$$

ovvero, ricordando che A/P = raggio idraulico R ,

$$\tau_0 = \gamma \cdot R \cdot i = \rho \cdot g \cdot R \cdot i \quad (\text{F.90})$$

La radice quadrata del rapporto tra lo sforzo d'attrito alle pareti (τ_0) e la densità del liquido (ρ), ha le dimensioni di una velocità e prende il nome di **velocità di attrito** (w^*):

$$w^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad [m/s] \quad (\text{F.91})$$

Dalla (F.90) si ha:

$$w^* = \sqrt{g \cdot R \cdot i} \quad (\text{F.92})$$

La (F.90) consente di conoscere lo sforzo di attrito alle pareti solo in base a parametri geometrici. Gli stessi parametri influenzano anche la velocità di attrito.

Si definisce, inoltre, **viscosità cinematica** la seguente grandezza:

$$\nu = \mu / \rho \quad [m^2/s] \quad (\text{F.93})$$

con μ = viscosità del liquido, e ρ = densità del liquido.

I parametri appena definiti consentono di introdurre il **numero adimensionale di Reynolds**: $Re^* = w^* \cdot \varepsilon / \nu$, in cui ε rappresenta l'altezza media delle asperità del canale. Anche Re^* , come Re , consente di individuare



regimi di moto viscosi, turbolenti e transitori, solo che tali regimi, invece che riferirsi all'intera corrente, sono da attribuire a ben delimitati strati di corrente.

Nel moto laminare le particelle liquide si muovono orizzontalmente su strati piani orizzontali (Figura F-33-a). In un determinato punto della sezione la velocità istantanea ha una sola componente lungo l'asse x , che coincide con la velocità media temporale che la corrente ha nel punto.

Le correnti a pelo libero turbolente hanno, invece, un comportamento assimilabile alle correnti fluide gassose, che si sviluppano tangenzialmente a una lastra piana a grande distanza dal bordo ipotetico d'inizio della piastra. Pertanto è possibile adottare le teorie di gasdinamica sviluppate da *Prandtl* e *von Karman*, anche se non esiste uno spessore al di là del quale l'acqua rimane indisturbata per un'altezza indefinita, così come accade per i gas.

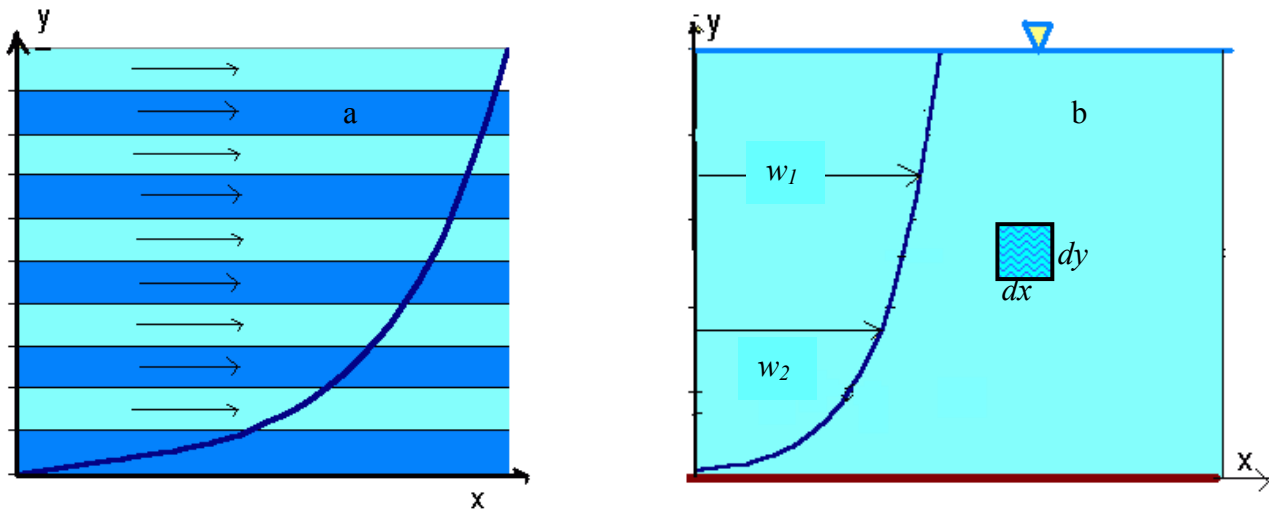


Figura F-33: Distribuzione delle velocità verticali nel moto laminare e turbolento

Partendo dal fondo di un canale aperto, dove la velocità è nulla, essa aumenta con la quota y (Cfr. Figura F-33-b). Ovviamente nelle vicinanze del fondo del canale le velocità sono talmente basse che si possono innescare le condizioni idonee a garantire un moto laminare, in cui prevalga il solo sforzo viscoso. Le sperimentazioni dicono, però, che lo **strato viscoso** (*viscous layer*) non sempre esiste, dipendendo fortemente dalle condizioni idrauliche di deflusso.

In particolare³, indicando con ε l'altezza media delle asperità della parete del canale, si dice che la corrente avviene in **condizioni idraulicamente lisce** allorquando risulti $Re^* < 5$, mentre avviene in **condizioni idraulicamente scabre** quando $Re^* > 70$.

Nelle condizioni idraulicamente lisce la rugosità dell'alveo non influenza la distribuzione delle velocità nei pressi delle pareti, mentre nelle condizioni idraulicamente scabre è la viscosità a non influenzare la distribuzione delle velocità nei pressi delle pareti.

Quando $5 < Re^* < 70$, si hanno le **condizioni idraulicamente transitorie**, in cui la distribuzione delle velocità è influenzata sia dalla rugosità del canale che dalla viscosità dell'acqua.

La quantità:

$$\lambda_r = 11,6 \frac{\nu}{w^*} \quad [m] \quad (F.94)$$

³ Cfr. Graf [1998] e Schlichting & Gersten [2000]



rappresenta lo **spessore dello strato viscoso** (λ_v), qualora risulti $\varepsilon \leq 5 \frac{\nu}{w^*}$.

Nello strato viscoso si applica la prima delle (F.77), in cui τ_y si pone costante e pari alla tensione di attrito alle pareti τ_0 :

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \mu \frac{w}{y} \quad (\text{F.95})$$

con τ_0 pari all'attrito alle pareti, supposto costante in tutto lo strato viscoso.

La (F.95), per mezzo della (F.91), restituisce la seguente legge di distribuzione della velocità nel sottostrato viscoso:

$$w = \frac{y}{\mu} w^{*2} \cdot \rho = \frac{w^{*2}}{\nu} y \quad (\text{F.96})$$

Il valore di ν per l'acqua è approssimativamente uguale a $10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ e la velocità di attrito varia da 10^{-2} a 10^1 m/s . Ne risulta una pendenza del profilo di velocità elevatissimo con aumento pari a $10^3 \div 10^9 \text{ m/s}$ al metro lineare. Risulta inoltre che λ_v ha i seguenti ordini di grandezza: $10^{-7} \div 10^{-4} \text{ m}$, che, dal punto di vista modellistico, consente di poter trascurare, nelle correnti a pelo libero turbolente, lo strato laminare, o comunque valicare l'ipotesi fatta in merito alla costanza di τ_0 . Con $y = \lambda_v$, si ha $w = 10^{-1} \div 10^2 \text{ m/s}$. Esperienze hanno mostrato che la velocità massima nello strato viscoso si aggira intorno a $26 \cdot w^*$.⁴

Per quote elevate di y , nei pressi del pelo libero, le velocità sono talmente alte che il moto è completamente turbolento e le particelle liquide si muovono in modo caotico. In ogni punto di tale strato, chiamato **strato turbolento** (*turbulent layer*), la velocità istantanea ha tre componenti, una lungo l'asse x , una lungo l'asse y , una lungo l'asse z (cfr. Figura F-33), che possono essere così rispettivamente definite:

$$\begin{cases} W_x = w_x + w'_x \\ W_y = w_y + w'_y \\ W_z = w_z + w'_z \end{cases}$$

in cui w_x , w_y e w_z sono le velocità medie che vengono misurate in un determinato arco temporale e vengono chiamate **velocità di trasporto**; mentre w'_x , w'_y e w'_z rappresentano le componenti istantanee fluttuanti nel tempo, chiamate anche **velocità di agitazione**, che, sommate alle velocità di trasporto, provocano la variazione nel tempo della velocità istantanea nel punto. La media temporale delle singole velocità di agitazione è nulla. Nelle correnti monodirezionali, come quelli fluviali, si può spesso ipotizzare che w_y e w_z siano nulli.

La diversa direzione della velocità istantanea fa sì che nel moto turbolento si abbia un continuo rimescolamento delle particelle appartenenti a diversi strati orizzontali adiacenti della corrente. Tale trasferimento di masse d'acqua è ovviamente accompagnato anche da trasferimento di quantità di moto (prodotto della massa per la sua velocità). Particelle più veloci, che entrano in strati liquidi più lenti, cedono quantità di moto aumentando la velocità media lungo l'asse x . Particelle più lente che entrano in strati liquidi più veloci, ne assorbono la quantità di moto e ne riducono la velocità media lungo l'asse x . Ne consegue una riduzione della differenza di velocità tra due strati liquidi adiacenti. La distribuzione della velocità si appiattisce, mantenendo nulli i valori a contatto con il fondo (cfr. Figura F-33-b).

⁴ Cfr. Nezu & Rodi [1986]



Tutto quanto appena detto si traduce dinamicamente nella esistenza di **sforzi di taglio inerziali** (τ_R) tra uno strato orizzontale e l'altro, che aumentano la velocità degli strati inferiori e diminuiscono la velocità degli strati superiori.

A tal proposito si consideri un volume di controllo elementare $dx \cdot dy \cdot dz$ (cfr. Figura F-33-b). Nell'intervallo di tempo elementare $d\tau$, entra una massa d'acqua lungo l'asse y pari a $\rho \cdot dx \cdot dz \cdot w'_y \cdot d\tau$, dovuta alla componente istantanea della velocità di agitazione w'_y . In realtà dovrebbe entrare anche una massa d'acqua lungo l'asse z , ma per semplicità espositiva, senza ledere la generalità della trattazione, si supponrà che essa sia nulla. La massa entrante lungo l'asse y , poiché proviene da strati verticali adiacenti, ha una velocità di trasporto w_x sicuramente diversa da quella dello strato cui appartiene il volume elementare oggetto di studio. Tale differenza di velocità orizzontale provoca la formazione della componente di agitazione della velocità orizzontale w'_x nel volume di controllo.

La quantità

$$\rho \cdot dx \cdot dz \cdot w'_y \cdot d\tau \cdot w'_x \quad (\text{F.97})$$

rappresenta la quantità di moto che la massa in ingresso (proveniente da uno strato adiacente) nel volume elementare ha scambiato con il volume oggetto di studio.

Il valore medio della quantità di moto (F.97) deve essere valutato in un intervallo significativo di tempo T , mediante la seguente formulazione:

$$\frac{1}{T} \rho \cdot dx \cdot dz \cdot \int_T w'_y \cdot w'_x \cdot d\tau$$

Dividendo tale valore per la superficie elementare $dx \cdot dz$, si ottiene un termine che ha le dimensioni di uno sforzo e che *Reynolds* indicò come sforzo tangenziale provocato dalla turbolenza. Tale sforzo, chiamato anche **sforzo di Reynolds**, ha la seguente espressione:

$$\tau_R = \rho \frac{\int_T w'_y \cdot w'_x \cdot d\tau}{T} = \rho \cdot \overline{w'_y \cdot w'_x} \quad (\text{F.98})$$

Se quindi i valori medi temporali di w'_x e w'_y sono nulli, il valore medio temporale di $w'_x \cdot w'_y$ non è nullo. A tal proposito *Prandtl* ha definito la **teoria della lunghezza libera di mescolamento**. Secondo tale teoria, una particella liquida in un fluido turbolento può subire uno spostamento verticale non superiore ad una lunghezza prefissata chiamata **lunghezza libera di mescolamento** (l). Percorrendo la lunghezza di mescolamento, la particella assorbe o cede quantità di moto nei confronti degli strati più veloci, ovvero più lenti, in cui è pervenuta, fino a che non arresta il proprio moto verticale. Ciò provoca la formazione della componente di agitazione w'_x , che per *Prandtl* ha lo stesso ordine di grandezza di dw_x/dy , ed è proporzionale alla lunghezza di mescolamento l , che ha percorso la particella liquida prima di raggiungere il nuovo strato:

$$w'_x = l \frac{dw_x}{dy}$$

Per omologia *Prandtl* pone anche:

$$w'_y = l \frac{dw_y}{dy}$$

ed infine ipotizza che il valore medio temporale del prodotto delle due velocità di agitazione possa essere posto, quanto ad ordine di grandezza, pari a:

$$\overline{w'_y \cdot w'_x} \approx w'_y \cdot w'_x = l^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right)^2 \quad (\text{F.99})$$



Indicando con:

$$E = l^2 \frac{dw_x}{dy} \quad [m^2/s] \quad (F.100)$$

la **viscosità turbolenta**, la (F.98) diventa:

$$\tau_R = \rho \cdot E \cdot \frac{dw_x}{dy} \quad (F.101)$$

In realtà non si ha un passaggio immediato tra il regime laminare di fondo e il regime turbolento di superficie, ma vi è una regione di transizione, chiamata **strato di transizione** (*transition layer*), in cui le forze viscosi cedono gradualmente il posto a quelle turbolente.

In pratica gli sforzi di taglio (τ) tra uno strato orizzontale e l'altro sono dati dalla somma di quelli viscosi (τ_V) con quelli inerziali (τ_R):

$$\tau = \tau_V + \tau_R \quad (F.102)$$

Ovvero, applicando la (F.77) e la (F.101), e tenendo conto della (F.93), si ha la seguente esplicitazione della (F.102):

$$\tau = \rho(\nu + E) \frac{dw_x}{dy} \quad (F.103)$$

Lo **strato di transizione**, in cui concorrono sia le azioni viscosi che quelle turbolente e in cui vale la (F.103), è di spessore trascurabile dal punto di vista modellistico, come lo strato viscoso. Tale strato non si forma nelle condizioni idraulicamente scabre. È appena il caso di far notare che la vicinanza alle pareti fa sì che si possa ancora supporre la costanza degli sforzi tangenziali τ , uguali a τ_0 , per cui la (F.103) si specializza in:

$$\tau_0 = \rho(\nu + E) \frac{dw}{dy}$$

che, per la (F.91) diventa:

$$\frac{dw}{dy} = \frac{w^{*2}}{\nu + E} \quad (F.104)$$

La (F.104) rappresenta la pendenza del profilo di velocità nello strato di transizione. Tale pendenza è certamente inferiore a quella dello strato viscoso, data dalla (F.96); inoltre, poiché la viscosità turbolenta E è funzione crescente di dw/dy (cfr. F.100), ne consegue che la (F.104) non è nemmeno costante.

Le teorie di *Prandtl* e *von Karman* hanno consentito di definire anche le leggi di distribuzione della velocità nello **strato turbolento**. A tal proposito, imponendo l'equilibrio delle forze lungo la direzione del moto al volumetto della Figura F-31, si ha:

$$F1 - F2 + \gamma(h - y)dL \cdot dz \cdot i - \tau_y \cdot dL \cdot dz = 0$$

Ponendo $F1 = F2$ si ha:

$$\tau_y = \gamma(h - y) \cdot i \quad (F.105)$$



ovvero, a mano a mano che ci si avvicina al pelo libero, lo sforzo complessivo di taglio si riduce con andamento lineare. In realtà ciò accade anche per correnti completamente laminari. La (F.105) assomiglia alla legge di distribuzione delle pressioni idrostatiche, dalla quale differisce per la presenza del coefficiente di pendenza dell'alveo.

Le esperienze di laboratorio hanno consentito di suddividere lo strato turbolento in due sottostrati: il primo, più vicino al fondo, è chiamato **sottostrato turbolento interno** (*turbulent inner sublayer*) ed in esso le sperimentazioni consentono ancora di accettare l'ipotesi che $\tau = \tau_0$; il secondo sottostrato, superficiale, è chiamato **sottostrato turbolento esterno** (*turbulent outer sublayer*) ed in esso l'ipotesi che $\tau = \tau_0$ non è più accettabile e occorre a tutti gli effetti considerare la (F.105).

È stato sperimentalmente constatato che il sottostrato turbolento interno è compreso nell'intervallo $[\lambda_v; 0,2h]$, con h pari al tirante idraulico della corrente. In tale sottostrato, esplicitando la (F.101) mediante la (F.100) si ha:

$$\tau_0 = \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{dw_x}{dy} \right)^2 \quad (\text{F.106})$$

Applicando la (F.91), la (F.106) diventa:

$$w^* = l \cdot \frac{dw_x}{dy} \quad (\text{F.107})$$

Prandtl ha ipotizzato che la lunghezza di miscelazione l sia proporzionale alla distanza dal fondo del canale:

$$l = k \cdot y \quad (\text{F.108})$$

in cui k è la **costante di von Karman** e vale 0,41.

$$\text{La (F.107) diventa pertanto: } w^* = k \cdot y \cdot \frac{dw_x}{dy}, \text{ ovvero: } \frac{dy}{y} = \frac{k}{w^*} dw_x.$$

Integrando nell'intervallo di velocità $[0; w_x]$, si ha:

$$w_x = \frac{w^*}{k} \ln \frac{y}{y_0} \quad (\text{F.109})$$

avendo indicato con y_0 la distanza dal fondo alveo in cui la w_x si annulla.

Ovviamente la curva logaritmica (F.109) ha dominio di applicazione per quei valori di y che ricadono nello strato turbolento interno. Il valore di y_0 ricade nello strato viscoso, qualora questo esista, oppure è inferiore all'altezza media della scabrezza ε .

Nikuradse ha dimostrato con diverse sperimentazioni che y_0 varia a seconda che ci si trovi in condizioni idraulicamente lisce o scabre come appresso riportato.

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{\lambda_v}{107} = 0.11 \frac{\nu}{w^*} && \text{in condizioni idraulicamente lisce} \\ y_0 &= \frac{\varepsilon}{30} = 0.033 \cdot \varepsilon && \text{in condizioni idraulicamente scabre} \\ y_0 &= \frac{\lambda_v}{107} + \frac{\varepsilon}{30} = 0.11 \frac{\nu}{w^*} + 0.033 \cdot \varepsilon && \text{in condizioni idraulicamente transitorie} \end{aligned} \quad (\text{F.110})$$

Sostituendo singolarmente nella (F.109) la prima e la seconda delle (F.110), ed esplicitando la costante di *von Karman*, si ottengono le seguenti leggi logaritmiche di distribuzione di velocità.



$$\boxed{w_x = \left(2,5 \cdot \ln \frac{y \cdot w^*}{\nu} + 5,5 \right) w^*} \quad \text{in condizioni idraulicamente lisce}$$

$$\boxed{w_x = \left(2,5 \cdot \ln \frac{y}{\varepsilon} + 8,5 \right) w^*} \quad \text{in condizioni idraulicamente scabre}$$
(F.111)

Nelle condizioni idraulicamente transitorie si presta molto bene, invece, la seguente espressione empirica approssimata di *Fuentes e Carrasquel*, anche se ricavata in tubazione per correnti in pressione:

$$\boxed{w_x = \left(2,5 \cdot \ln \frac{y}{\varepsilon} + B(\text{Re}^*) \right) w^*}$$

$$\boxed{B(\text{Re}^*) = -2,5 \cdot \ln \left(\frac{1}{9,025 \text{Re}^*} + \frac{1}{30} e^{\frac{10,78}{\text{Re}^*}} \right)}$$
(F.112)

In figura F-34 è mostrato il diagramma semilogaritmico della funzione empirica $B(\text{Re}^*)$.

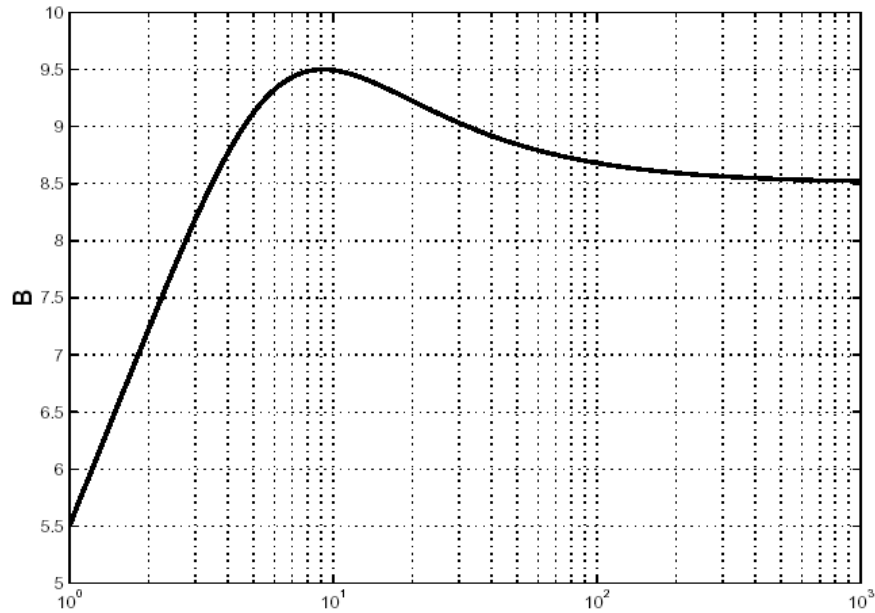


Figura F-34: Diagramma della funzione $B(\text{Re}^*)$

È appena il caso di osservare che:

$$\lim_{\text{Re}^* \rightarrow 0} B(\text{Re}^*) = 5,5$$

$$\lim_{\text{Re}^* \rightarrow +\infty} B(\text{Re}^*) = 8,5$$

e che pertanto la (F.112) può essere considerata come la **legge globale di distribuzione della velocità nel sottostrato turbolento interno**, al posto delle (F.111).

Nel sottostrato turbolento esterno $[0, 2h; h]$, esplicitando la (F.101) mediante la (F.100), e tenendo conto della (F.105), si ha:

$$\frac{dw_x}{dy} = \frac{\sqrt{g \cdot (h-y) \cdot i}}{l}$$
(F.113)

ovvero, per l'ipotesi di *Prandtl* (F.108):

$$k \cdot dw_x = \frac{\sqrt{g \cdot (h-y) \cdot i}}{y} dy$$



(F.114)

La difficoltà di integrazione della (F.114) ha fatto sì che si sviluppassero delle leggi sperimentali di distribuzione della velocità w_x . Accurate misure di velocità eseguite in canali rettangolari hanno consentito di dimostrare come la distribuzione di velocità nello strato turbolento esterno dipenda, tra le altre cose, anche dal rapporto α tra la larghezza del canale (b) e il tirante idrico (h).⁵

In particolare, le condizioni di moto vengono classificate in due tipi, a seconda che α sia maggiore o minore di un valore critico α_c , valendo nel primo caso l'ipotesi di **alveo largo** e nel secondo caso l'ipotesi di **alveo stretto**. Dai risultati delle sperimentazioni esistenti in letteratura, è risultato che α_c non è mai superiore a 7.

Nell'alveo largo sono state sviluppate funzioni sperimentali di distribuzione delle velocità del tipo:

$$w_x = w_x^{\max} - \varphi\left(\frac{y}{h}\right)w^* \quad (F.115)$$

nota anche come **legge del difetto della velocità**, la quale rende subito l'idea che la massima velocità la si raggiunge sul pelo libero della corrente.

Coles⁶, trovando che la distribuzione di velocità nel sottostrato turbolento esterno sia del tipo:

$$\boxed{\begin{aligned} w_x &= \left[2,5 \cdot \ln \frac{y}{\varepsilon} + B(\text{Re}^*) + \frac{2\Pi}{k} \cos^2\left(\frac{\pi \cdot y}{2h}\right) \right] w^* \\ B(\text{Re}^*) &= -2,5 \cdot \ln \left(\frac{1}{9,025 \text{Re}^*} + \frac{1}{30} e^{\frac{10,78}{\text{Re}^*}} \right) \end{aligned}} \quad (F.116)$$

ha sviluppato la funzione φ come segue:

$$\varphi = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{h}{y}\right) + \frac{2\Pi}{k} \cos^2\left(\frac{\pi \cdot y}{2h}\right) \quad (F.117)$$

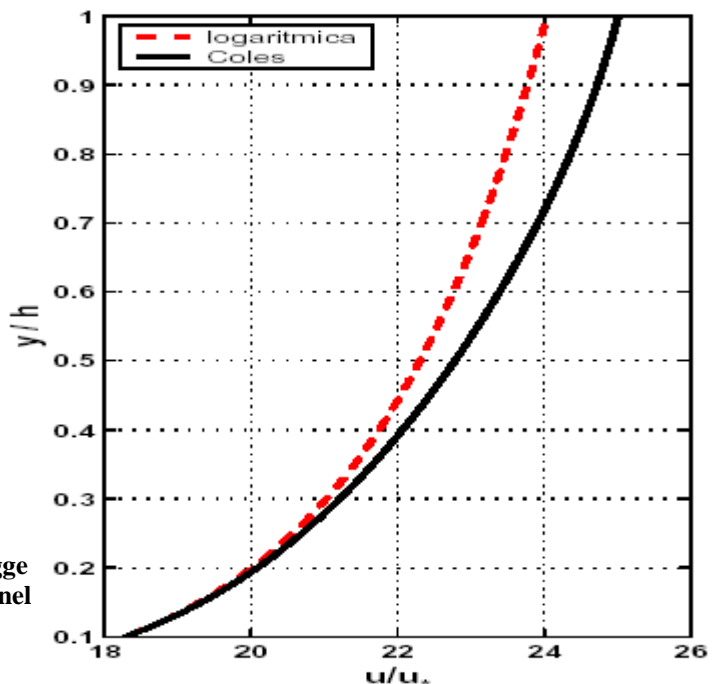
con Π denominato **intensità della funzione di scia**. Kironoto e Graf⁷, per moti uniformi a pelo libero, hanno trovato che $\Pi = 0,2$.

È anche qui appena il caso di osservare che la (F.116), così come si deduce dalla Figura F-35, determina valori della velocità maggiori di quelli previsti dalla (F.112). Inoltre, essendo:

$$\lim_{y \rightarrow 0} w_x = \left[2,5 \cdot \ln \frac{y}{\varepsilon} + B(\text{Re}^*) \right] w^*$$

Figura F-35:

Confronto tra la legge di Coles e la legge globale di distribuzione della velocità nel sottostrato turbolento interno.



⁵ Cfr. Nezu & Rodi [1985]

⁶ COLES [1956]

⁷ KIRONOTO e GRAF [1993]



che è proprio la (F.112), si può affermare che la legge (F.116), per alvei larghi, sia la **legge globale di distribuzione della velocità nello strato turbolento per alvei larghi**.

Nell'alveo stretto l'azione di attrito delle pareti laterali molto vicine altera la distribuzione delle τ_y , rendendo inapplicabile la (F.105). Ne consegue che la velocità massima, invece di trovarsi sul pelo libero, si trova ad una distanza y_m dal fondo alveo minore di h . Tale distanza varia nel seguente intervallo di valori:

$$y_m = (0,80 \div 0,95) \cdot h \quad (\text{F.118})$$

e si riduce al ridursi del rapporto tra la larghezza del canale e l'altezza del tirante.

Nelle pratiche applicazioni, la (F.116) e la (F.112) possono essere anche sostituite da una delle (F.111).

Per modellare la distribuzione di velocità nelle correnti a pelo libero sono state proposte anche leggi di potenza⁸ del tipo:

$$w_x = a \left(\frac{y}{y'} \right)^m \cdot w^* \quad (\text{F.119})$$

con y' , a e m parametri da calibrare per ognuno degli strati di moto visti sopra.

In base a considerazioni teoriche, *Chen* ha dimostrato che una perfetta corrispondenza tra la legge di potenza (F.119) e la legge logaritmica (F.111) la si ha quando:

$$\begin{cases} k \cdot e \cdot a \cdot m = 1 \\ y' = \frac{y_0}{e^{kA}} \end{cases} \quad (\text{F.120})$$

dove k rappresenta la costante di *von Karman*, e rappresenta la base del logaritmo naturale; nella seconda delle (F.120), A rappresenta la costante 5,5 o 8,5 utilizzata nelle (F.111), mentre y_0 rappresenta ν o ε , a seconda delle condizioni idrauliche rispettivamente lisce e scabre.

Dalla prima delle (F.120) si deduce che deve essere: $a \cdot m = 0,92$.

Noti che siano i valori di velocità misurati su una verticale di una corrente a pelo libero, in moto turbolento permanente, per risalire alla (F.119) occorre stimare a e m (y' è desumibile dalla seconda delle (F.120), mentre w^* si ricava dalla (F.92)).

Distribuzione orizzontale delle velocità

La distribuzione orizzontale delle velocità non si discosta da quella verticale, in quanto anche in questo caso si possono riscontrare diversi strati. A contatto con le pareti dell'alveo, quando le condizioni idrauliche di deflusso lo consentono, vi sono gli **strati viscosi**; a mano a mano che ci si avvicina al centro dell'alveo le velocità aumentano e le condizioni di moto passano, attraverso **strati transitori**, alla **turbolenza**, in cui si può misurare la massima velocità puntuale.

L'andamento delle velocità lungo la direzione orizzontale presenta forti gradienti di velocità ai bordi e un appiattimento nell'ampio strato turbolento (generalmente pari al 99% dell'ampiezza dell'alveo). I valori massimi di velocità si raggiungono nella zona turbolenta (in canali perfettamente simmetrici, sia dal punto di vista geometrico che della scabrezza, il valore massimo della velocità si riscontra nella mezzera).

⁸ CHEN [1991]



Definendo **isotàchia** la linea congiungente i punti della sezione idraulica aventi la stessa velocità, per canali aperti simmetrici, i disegni di tali linee differiscono notevolmente in funzione della forma e delle proporzioni. In Figura F-36 sono riportati alcuni esempi.

Si noti come nei canali aperti larghi la massima velocità puntuale la si riscontri sull'asse verticale centrale in prossimità o quasi in coincidenza con il pelo libero.

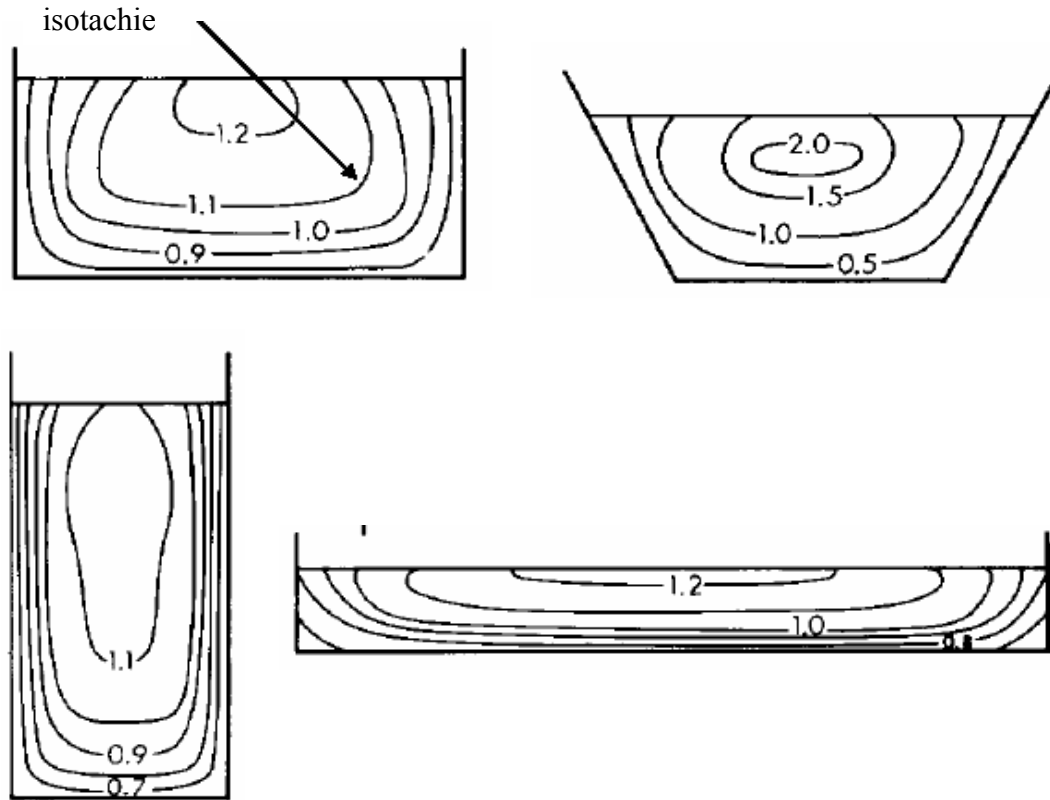


Figura F-36: Rappresentazione delle isotachie per alcuni tipi di canali aperti simmetrici

F.7 L'equazione globale della dinamica applicata alle correnti fluviali

Si riscriva la (F.34) nella seguente forma adimensionale:

$$\frac{\partial h}{\partial s} + J - i + \frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s} = 0 \quad (\text{F.121})$$

In essa ogni addendo ha un particolare significato fisico:

$\frac{\partial h}{\partial s}$ è un termine di **pressione**, proporzionale alle variazioni spaziali di livello nel canale;



J è un termine che rappresenta gli effetti delle **resistenze al moto**;

i è un termine che rappresenta gli effetti della **gravità**, proporzionali alla pendenza dell'alveo;

$\frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau}$ è un termine di **accelerazione locale**, che descrive gli effetti della variazione nel tempo delle velocità in un generico punto;

$\frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s}$ è un termine di **accelerazione convettiva**, che descrive gli effetti della variazione spaziale delle velocità lungo il canale.

Per quanto riguarda il primo termine della (F.121), nelle pratiche applicazioni difficilmente sono state misurate variazioni di tirante nello spazio superiori ad un ordine di grandezza di 10^0 metri in un chilometro.

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} \leq \frac{10^0}{1000} \approx 10^{-3} \quad (\text{F.122})$$

Per quanto riguarda il secondo e il terzo termine, per essi si misurano valori di ordini di grandezza riportati nel seguito:

$$J \leq 10^{-2} \quad (\text{F.123})$$

$$i \leq 10^{-2} \quad (\text{F.124})$$

Per quanto riguarda il quarto termine della (F.121), in genere nelle misurazioni fluviali si registrano variazioni di velocità nel tempo dell'ordine di 10^{-1} m/s in un ora. Solo per eventi eccezionali di piena sono state misurate variazioni di velocità nel tempo dell'ordine di 10^0 m/s in un ora.

Ciò significa che:

$$\frac{1}{g} \frac{\Delta w}{\Delta \tau} = \frac{1}{9,81} \frac{10^{-1} \div 10^0}{3600} \approx 10^{-6} \div 10^{-5} \leq 10^{-5} \quad (\text{F.125})$$

Per quanto riguarda il quinto termine della (F.121), nelle misurazioni fluviali difficilmente si registrano velocità di ordine superiore a 10^0 m/s, e variazioni di velocità nello spazio di ordine superiore a 10^{-1} m/s in un chilometro.

Ciò significa che:

$$\frac{w}{g} \frac{\Delta w}{\Delta s} \leq \frac{10^0}{9,81} \cdot \frac{10^{-1}}{1000} \approx 10^{-5} \quad (\text{F.126})$$

In termini pratici si può, quindi, concludere che esistono le condizioni necessarie di **moto uniforme** (cfr. la (F.49)), allorquando gli ordini di grandezza di i e J risultino superiori agli ordini di grandezza di tutti gli altri termini (che si possono in tal modo trascurare).

Qualora l'ordine di grandezza di i e J dovesse essere uguale a quello di $\partial h / \partial s$, e superiore agli ordini di grandezza degli altri due termini (che si possono in tal modo trascurare), si può dire che esistono le condizioni necessarie di **moto permanente** (cfr. la prima delle F.48).



Le condizioni necessarie di moto permanente si hanno anche quando l'ordine di grandezza di i e J dovesse risultare uguale a quello di $\partial h / \partial s$ e del termine di accelerazione convettiva, e superiore all'ordine di grandezza del termine di accelerazione locale (che si può così trascurare).

È sufficiente che l'ordine di grandezza del termine di accelerazione locale sia uguale a quello di i e J (e, quindi, tale da non essere trascurabile) per avere la condizione di **moto vario**.

F.8 Le onde e la loro celerità di propagazione

Una variazione significativa nel tempo di una determinata grandezza idraulica in una corrente a pelo libero, registrata in una sua sezione, viene indicata con il nome di **onda**. Questa può essere riferita a una variazione di portata, di velocità media e di tirante (per quanto riguarda gli ultimi due parametri, si parla di onda qualora la perturbazione non sia legata esclusivamente alla variazione geometrica dell'alveo nel tempo, causata da fenomeni di modellamento idraulico del canale).

L'onda è sempre caratterizzata da un valore di **lunghezza d'onda** (λ) e da un valore di **ampiezza d'onda** (A).

Lo studio della propagazione delle onde in idraulica dipende fortemente dal rapporto tra tirante h in condizioni di moto permanente e la lunghezza dell'onda.

Si parla di **onde di traslazione** (*shallow water waves*), qualora $h/\lambda \rightarrow 0$. Tali onde si propagano in acque basse (*shallow water waves*), disturbando l'intera sezione trasversale dell'alveo, in quanto in esso predomina un'unica direzione di propagazione dell'onda (onda piana).

Si parla di **onde di oscillazione** (*deep water waves*), qualora $h/\lambda \rightarrow \infty$. Tali onde si propagano in acque alte (*deep water waves*), disturbando quasi esclusivamente gli strati d'acqua superficiali, con le particelle liquide che oscillano intorno a punti fissi con traiettorie chiuse o quasi chiuse (onde del mare).

La rappresentazione delle onde di traslazione può avvenire in funzione dello spazio, fissato un istante di tempo, o in funzione del tempo, fissata una sezione idraulica.

Nel primo caso i diagrammi prendono il nome di **profili di portata, velocità o tirante idrico**.

Nel secondo caso hanno particolare interesse la rappresentazione del tirante idrico che varia nel tempo, detta **idrogramma**, e la rappresentazione della portata che varia nel tempo, detta **pletogramma**.

La velocità con cui l'onda si propaga lungo l'alveo prende il nome di **celerità**. Si hanno, poi, in particolare, la **celerità della perturbazione di portata** (C_Q), la **celerità della perturbazione di velocità** (C_w), la **celerità della perturbazione del tirante** (C_h), che in generale non coincidono tra loro e neanche con la velocità del flusso principale della corrente.

Si supponga di seguire l'evoluzione della perturbazione lungo l'alveo, spostandosi con la sua stessa velocità di propagazione, in modo tale che risulti:

$$dQ(s, \tau) = 0, \text{ ovvero } dw(s, \tau) = 0, \text{ ovvero } dh(s, \tau) = 0 \quad (\text{F.127})$$

Esplicitando le (F.127) si ha:

$$\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} ds + \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0, \text{ ovvero } \frac{\partial w(s, \tau)}{\partial s} ds + \frac{\partial w(s, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0 \text{ e quindi } \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial s} ds + \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 0$$



da cui:

$$\frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} + \frac{\partial Q(s, \tau)}{\partial \tau} = 0, \text{ ovvero } \frac{\partial w(s, \tau)}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} + \frac{\partial w(s, \tau)}{\partial \tau} = 0 \text{ e quindi } \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} + \frac{\partial h(s, \tau)}{\partial \tau} = 0$$

Il rapporto $ds/d\tau$ è pari alla celerità dell'onda e pertanto si ha:

$$C_Q = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial \tau}}{\frac{\partial Q}{\partial s}} \quad C_w = -\frac{\frac{\partial w}{\partial \tau}}{\frac{\partial w}{\partial s}} \quad C_h = -\frac{\frac{\partial h}{\partial \tau}}{\frac{\partial h}{\partial s}} \quad (\text{F.128})$$

In particolare, la prima delle (F.128), in virtù dell'equazione di continuità (F.10), può anche essere scritta nel seguente modo:

$$C_Q = \frac{\frac{\partial Q}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial \tau}} = \frac{\frac{\partial}{\partial \tau}(Aw)}{\frac{\partial A}{\partial \tau}} = \frac{w \frac{\partial A}{\partial \tau} + A \frac{\partial w}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial \tau}} = w + A \frac{\frac{\partial w}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial \tau}} = w + c_Q \quad (\text{F.129})$$

mentre la terza delle (F.128), in ipotesi di alvei cilindrici rettangolari di larghezza b costante, diventa, per la (F.10):

$$C_h = C_A = -\frac{\frac{\partial A}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial s}} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial s}} = \frac{\frac{\partial Aw}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial s}} = \frac{w \frac{\partial A}{\partial \tau} + A \frac{\partial w}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial s}} = w + A \frac{\frac{\partial w}{\partial \tau}}{\frac{\partial A}{\partial s}} = w + c_h = w + c_A \quad (\text{F.130})$$

I termini indicati con c prendono il nome di **celerità relative** e costituiscono la velocità con cui un osservatore, che si muove alla stessa velocità della corrente indisturbata, vede propagarsi le onde.

Qualora l'ampiezza d'onda dovesse essere: $A \leq h/20$, si ha l'**onda di piccola ampiezza**, per la quale è possibile trascurare gli effetti dell'attrito e, quindi, è possibile riferirsi alla seguente formulazione della celerità relativa:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi \cdot h}{\lambda}\right)} \quad (\text{F.131})$$

Onde di traslazione di piccola ampiezza, avendo il rapporto $h/\lambda \rightarrow 0$, hanno la seguente formulazione semplificata della celerità relativa:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \left(\frac{2\pi \cdot h}{\lambda}\right)} = \sqrt{gh} \quad (\text{F.132})$$

Purtroppo, è molto raro che nell'idraulica fluviale si abbiano onde di traslazione di piccola ampiezza, per cui, non potendo trascurare le forze di attrito nei confronti di quelle inerziali, la (F.132) non è più valida.

Nell'idraulica fluviale, invece, molto spesso si ha a che fare con le cosiddette **onde lunghe**, caratterizzate da valori di lunghezze d'onda λ di almeno un ordine di grandezza superiore alla somma dell'ampiezza d'onda con il tirante indisturbato $A+h$. Per tali onde si può ammettere la distribuzione idrostatica delle pressioni lungo la normale al moto e applicare l'equazione di continuità e quella globale della dinamica. Il sistema delle due equazioni differenziali è noto anche come **sistema di equazioni di de Saint Venant**.



F.9 Analisi matematica delle onde di piena.

L'approccio analitico matematico alle onde di piena avviene tramite il sistema di equazioni di *de Saint Venant*, costituito da due equazioni differenziali alle derivate parziali del primo ordine, nelle due funzioni incognite $w(s, \tau)$ e $A(s, \tau)$.

Per praticità espositiva, senza in alcun modo ledere la generalità del problema, si considera il sistema di equazioni composto dalla (F.10) e dalla (F.121), che qui si riportano, opportunamente rielaborate:

$$\begin{cases} w \frac{\partial A}{\partial s} + A \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s} = i - J \end{cases} \quad (\text{F.133})$$

Risolvere le (F.133) significa trovare le funzioni $w(s, \tau)$ e $A(s, \tau)$. Il *Teorema di Dirichlet* ammette l'esistenza e l'unicità della soluzione del sistema di equazioni differenziali (F.133), qualora si conoscano due condizioni al contorno. Queste possono essere il valore di w o A in un determinato istante di tempo o il valore di w o A in una determinata sezione.

La variabilità della forma e della scabrezza dell'alveo lungo l'ascissa curvilinea, nonché la variabilità della scabrezza dell'alveo in una stessa sezione, dovuta a valori differenti di scabrezza equivalente corrispondenti a tiranti differenti, sono tutti motivi che fanno diventare in pratica impossibile la risoluzione analitica del sistema (F.133).

Occorre, pertanto, assumere un'ipotesi semplificativa, per suddividere, se possibile, l'alveo in tanti tronchi cilindrici rettangolari a pendenza e scabrezza equivalente costante per un determinato tirante idrico h . Per ognuno di questi tronchi il sistema (F.133) si specializza in:

$$\begin{cases} w \frac{\partial h}{\partial s} + h \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s} = i - J \end{cases} \quad \text{Valido per soli alvei rettangolari} \quad (\text{F.134})$$

La soluzione analitica di tale sistema di equazioni quasi lineari non è comunque possibile e, pertanto, si ricorre a metodi approssimativi di calcolo.

F.9.1 Metodi basati sulle differenze finite

Nei metodi numerici di risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali, i calcoli sono eseguiti su di una griglia che ricopre il **piano orario** $s - \tau$, costituita posizionando un insieme di punti distanziati da passi incrementali spaziali Δs e temporali $\Delta \tau$. Si ottiene così un reticolo di nodi come quello in Figura F-37.

Ogni nodo viene identificato con una notazione di tipo matriciale, con indicizzazioni (i, j) , corrispondenti rispettivamente all'ascissa curvilinea i -ma e al tempo j -mo. Ad ogni nodo è associata una coppia di valori $w(i, j)$ e $h(i, j)$, che possono essere incogniti, ovvero conosciuti come condizioni iniziali o come risultati di calcolazioni precedenti.

Si definisce **linea temporale j -ma**, la linea j -ma parallela all'asse s .

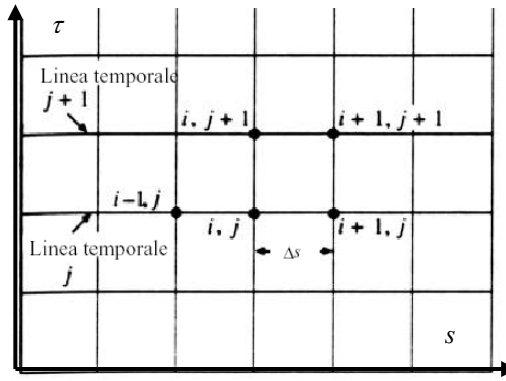


Figura F-37:

Griglia di calcolo nel piano s - z , utilizzata nelle procedure di discretizzazione

Lo schema di calcolo alle differenze deve indurre a conoscere i valori incogniti sulla linea temporale $(j+1)$ -ma, in funzione dei valori noti sulla linea temporale j -ma.

Si consideri una funzione continua $u(x)$.

Lo sviluppo in serie di Taylor della $u(x)$ fornisce i seguenti risultati:

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \frac{\Delta x}{1!} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial x^n} + \dots \quad (\text{F.135})$$

$$u(x - \Delta x) = u(x) - \frac{\Delta x}{1!} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dots + (-1)^n \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{\partial^n u}{\partial x^n} + \dots$$

Sottraendo la seconda alla prima delle (F.135) si ha:

$$u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x) = 2\Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + O(\Delta x^3) \quad (\text{F.136})$$

Sottraendo la $u(x)$ alla prima della (F.135) si ha:

$$u(x + \Delta x) - u(x) = \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + O(\Delta x^2) \quad (\text{F.137})$$

Sottraendo la seconda delle (F.135) alla $u(x)$ si ha:

$$u(x) - u(x - \Delta x) = \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + O(\Delta x^2) \quad (\text{F.138})$$

Nelle (F.136), (F.137) e (F.138), il termine $O(\Delta x^n)$ rappresenta un residuo che contiene i termini di ordine uguale o superiore a n . Assumendo $O(\Delta x^n) \approx 0$, si opera un'approssimazione dell'ordine di $1/\Delta x^{n-1}$, chiamato **errore di troncamento**. Le (F.136), (F.137) e (F.138) diventano, così:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x)}{2\Delta x} && \text{central} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} && \text{forward} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &\approx \frac{u(x) - u(x - \Delta x)}{\Delta x} && \text{backward} \end{aligned} \quad (\text{F.139})$$

Nel metodo delle differenze finite la prima delle (F.139) rappresenta lo **schema di approssimazione centrato (central)**, la seconda delle (F.139) rappresenta lo **schema di approssimazione in avanti (forward)**, la terza delle (F.139) rappresenta lo **schema di approssimazione all'indietro (backward)**.



L'errore di troncamento è causato dalla zione della tangente alla curva con la corda (cfr. Figura F-38). Tale errore è tanto maggiore quanto più rapidamente varia la funzione incognita $u(x)$. Nello schema di approssimazione centrato l'errore di troncamento è minimo.

L'esperienza di calcolo ha dimostrato che gli errori di troncamento dipendono dall'approssimazione numerica. In generale piccoli intervalli portano ad una **accuratezza** migliore.

Gli errori di troncamento di alcuni schemi sommati a quelli di arrotondamento del calcolatore, possono amplificarsi al punto tale da condurre a risultati completamente falsati. Tali **schemi** si chiamano **instabili**.

Altre volte gli errori di troncamento, insieme a quelli di arrotondamento, non incidono sulla convergenza alla soluzione corretta. In tal caso si dice che gli **schemi** sono **stabili**.

I metodi basati sulle differenze finite, oltre a impostarsi su schemi di approssimazione, si basano anche su **schemi di soluzione**. Questi possono essere espliciti o impliciti, come di seguito specificato.

Schemi espliciti

Con riferimento alla Figura F-37, si assume che le quantità idrauliche u siano note al tempo τ (linea temporale j); occorre determinare le incognite nell'istante di tempo $\tau + \Delta\tau$ (linea temporale $j+1$).

Secondo lo schema più semplice adottabile, le derivate parziali al nodo $(i, j+1)$ vengono determinate utilizzando i valori noti nei punti adiacenti $(i-1, j)$, (i, j) , $(i+1, j)$ secondo i seguenti schemi di approssimazione delle derivate, calcolate sulla linea temporale j .

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^j}{\partial s} &\approx \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2\Delta s} \quad \text{schema di approssimazione centrato nello spazio} \\ \frac{\partial u_i^j}{\partial \tau} &\approx \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta \tau} \quad \text{schema di approssimazione in avanti nel tempo} \end{aligned} \quad (\text{F.140})$$

Se i rappresenta il punto iniziale del tronco, la prima delle (F.140) viene sostituita dallo schema di approssimazione avanzato nello spazio $\frac{\partial u_i^j}{\partial s} \approx \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta s}$. Se i rappresenta, invece, il punto finale del tronco, la prima delle (F.140) viene sostituita dallo schema di approssimazione all'indietro nello spazio $\frac{\partial u_i^j}{\partial s} \approx \frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{\Delta s}$.

Sostituendo la u con w e h , si discretizza il sistema di due equazioni differenziali (F.134) in un sistema di due equazioni lineari nelle due incognite w_i^{j+1} e h_i^{j+1} .

$$\begin{cases} w_i^j \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta s} + h_i^j \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta s} + \frac{h_i^{j+1} - h_i^j}{\Delta \tau} = 0 \\ \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta s} + \frac{1}{g} \frac{w_i^{j+1} - w_i^j}{\Delta \tau} + \frac{w_i^j}{g} \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta s} = i_j - J_i^j(w_i^j, h_i^j) \end{cases}$$

ovvero:

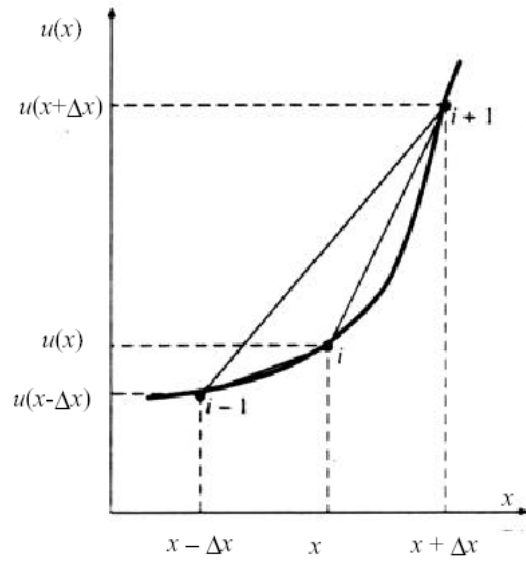


Figura F-38:

Approssimazione alle differenze finite della funzione $u(x)$



$$\begin{cases} h_i^{j+1} = \Delta\tau \cdot \left(w_i^j \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta s} + h_i^j \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta s} \right) + h_i^j \\ w_i^{j+1} = g \cdot \Delta\tau \cdot \left(i_j - J_i^j(w_i^j, h_i^j) - \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta s} - \frac{w_i^j}{g} \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta s} \right) + w_i^j \end{cases} \quad (\text{F.141})$$

Il sistema di equazioni (F.141) è palesemente esplicito.

Perché tale discretizzazione numerica sia stabile, in modo che gli errori non vengano amplificati passando da una linea temporale alla successiva, occorre stabilire un'adeguata dimensione della griglia spazio-temporale di calcolo.

Condizione necessaria ma non sufficiente per la stabilità di uno schema esplicito è la **condizione di Courant**, secondo cui gli incrementi temporali e spaziali devono essere correlati dalla celerità dell'onda:

$$\frac{\Delta s}{\Delta\tau} \geq C \quad (\text{F.142})$$

La condizione di *Courant* richiede quindi che il passo di integrazione temporale sia minore del tempo impiegato dall'onda per spostarsi di Δs . Qualora la condizione di *Courant* non dovesse essere soddisfatta, il calcolo numerico fornirebbe inverosimili accumuli d'acqua.

Poiché la celerità di un'onda non si mantiene costante nel tempo, dal punto di vista dei calcoli, si preferisce mantenere fisso Δs ed aggiornare il valore di $\Delta\tau$, ad ogni passaggio alla successiva linea temporale. Tale aggiornamento viene fatto calcolando i diversi valori $\Delta\tau_i$ per ogni nodo i al tempo j e adottando il minore tra essi, per avanzare all'istante temporale successivo. Dal momento che la condizione di Courant non è sufficiente, in genere si riduce ulteriormente il valore $\Delta\tau$ trovato. Più si riduce $\Delta\tau$, più si garantisce la stabilità dei calcoli. Ne consegue che è preferibile non far tendere contemporaneamente allo zero Δs e $\Delta\tau$.

Supponendo valida la (F.132), la condizione di *Courant* vuole che per $\Delta s = 1 \text{ km}$, e $h_{medio} = 1 \text{ m}$, in un canale inizialmente asciutto, debba porsi $\Delta\tau \leq 5 \text{ min}$.

Schemi impliciti

Negli schemi di soluzione impliciti si applica la discretizzazione lungo la linea temporale $j+1$.

Un semplice e immediato schema è il seguente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i+1}^{j+1}}{\partial s} &\approx \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{\Delta s} \quad \text{schema di approssimazione all'indietro nello spazio} \\ \frac{\partial u_{i+1}^{j+1}}{\partial \tau} &\approx \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_{i+1}^j}{\Delta\tau} \quad \text{schema di approssimazione all'indietro nel tempo} \end{aligned} \quad (\text{F.143})$$

Sostituendo la u con w e h , si discretizza il sistema di due equazioni differenziali (F.134) in un sistema di due equazioni lineari nelle due incognite w_i^{j+1} e h_i^{j+1} .

$$\begin{cases} w_{i+1}^{j+1} \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta s} + h_{i+1}^{j+1} \frac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{\Delta s} + \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_{i+1}^j}{\Delta\tau} = 0 \\ \frac{h_{i+1}^{j+1} - h_i^{j+1}}{\Delta s} + \frac{1}{g} \frac{w_{i+1}^{j+1} - w_{i+1}^j}{\Delta\tau} + \frac{w_{i+1}^{j+1}}{g} \frac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{\Delta s} = i_{i+1} - J_{i+1}^{j+1}(w_{i+1}^{j+1}, h_{i+1}^{j+1}) \end{cases} \quad (\text{F.144})$$

Si ottiene un sistema di due equazioni nelle incognite w_i^{j+1} , h_i^{j+1} , w_{i+1}^{j+1} e h_{i+1}^{j+1} . Propagando il calcolo al successivo tronco si aggiungono altre due equazioni e altre due incognite w_{i+2}^{j+1} e h_{i+2}^{j+1} . Considerando tutti gli N tronchi dell'asta fluviale oggetto di studio si ottiene un sistema implicito di $2N$ equazioni (non lineari) in $2N+2$ incognite.



Il sistema può essere risolto conoscendo le w e h al tempo iniziale τ (linea temporale j) per tutti i punti del tronco (condizioni iniziali) e conoscendo le w e h al tempo $\tau + \Delta\tau$ nella prima o ultima sezione (condizioni al contorno).

Il sistema implicito di $2N$ equazioni in $2N$ incognite deve essere risolto in maniera iterativa, richiedendo una programmazione più complicata del calcolo. Tale aspetto è però compensato dalla incondizionata stabilità del metodo implicito, senza dover ricorrere ad alcun vincolo tra l'incremento spaziale Δs e quello temporale $\Delta\tau$.

Per questo motivo, mentre il metodo esplicito richiede in genere incrementi temporali dell'ordine dei secondi, quello implicito può essere implementato con ottima approssimazione anche con incrementi temporali dell'ordine delle ore. Ciò rende preferibile adottare il metodo implicito per lo studio di fenomeni propagatori di durata oraria o giornaliera.

In alcuni casi, però, al fine di rappresentare meglio gli idrogrammi di piena nelle sezioni di valle, potrebbe convenire comunque ridurre l'incremento temporale, onde evitare la sottostima del colmo di piena, così come rappresentato in Figura F- 39.

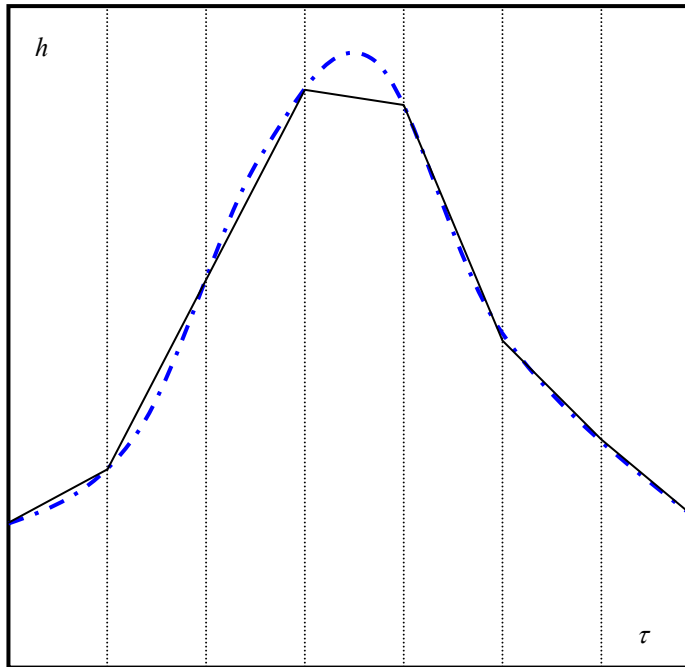


Figura F-39:
Discretizzazione lineare di un idrogramma di piena

F.9.2 Curve caratteristiche

Si consideri il seguente sistema quasi-lineare di due equazioni differenziali alle derivate parziali del primo ordine nelle due variabili indipendenti x e y e nelle due generiche funzioni incognite $u(x, y)$ e $v(x, y)$:

$$\begin{cases} a_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial u}{\partial y} + a_{13} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{14} \frac{\partial v}{\partial y} + b_1 = 0 \\ a_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial u}{\partial y} + a_{23} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{24} \frac{\partial v}{\partial y} + b_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{F.145})$$

con $a_{ij} = a_{ij}(x, y, u, v)$ e $b_i = b_i(x, y, u, v)$.

Si definisce **problema di Cauchy** la determinazione di una soluzione (ovvero una coppia particolare di funzioni $u(x, y)$ e $v(x, y)$), che assuma valori assegnati lungo una curva Γ del piano $x - y$ con derivata prima continua. In genere il problema di Cauchy è risolvibile e la coppia di soluzioni è unica. Tra le tante curve Γ , nel pi-



ano $x - y$, esistono alcune curve, chiamate **curve caratteristiche**, le cui pendenze, dy/dx , sono denominate **direzioni caratteristiche**, per le quali l'unicità della soluzione viene a mancare, nel senso che esistono differenti coppie di soluzioni che soddisfano il sistema (F.145). Le caratteristiche dividono il piano $x - y$ in due regioni dominate da due differenti soluzioni e rappresentano le uniche possibili linee di discontinuità della soluzione.

Analiticamente il problema di Cauchy si imposta risolvendo il seguente sistema di 4 equazioni differenziali:

$$\begin{cases} a_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial u}{\partial y} + a_{13} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{14} \frac{\partial v}{\partial y} = -b_1 \\ a_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + a_{22} \frac{\partial u}{\partial y} + a_{23} \frac{\partial v}{\partial x} + a_{24} \frac{\partial v}{\partial y} = -b_2 \\ \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = du \\ \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy = dv \end{cases} \quad (\text{F.146})$$

che in forma matriciale diventa:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ dx & dy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dy \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ du \\ dv \end{bmatrix}$$

Perché il sistema (F.146) sia indeterminato, occorre che il rango della matrice dei coefficienti sia minore di quattro, ovvero, che il determinante della matrice dei coefficienti sia uguale a zero:

$$(a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}) \cdot \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - [(a_{11}a_{24} - a_{21}a_{14}) + (a_{12}a_{23} - a_{22}a_{13})] \cdot \frac{dy}{dx} + (a_{12}a_{24} - a_{22}a_{14}) = 0 \quad (\text{F.147})$$

La (F.147) è un'equazione di secondo grado in (dy/dx) . Da essa risulta evidente che le curve caratteristiche che soddisfano un'equazione differenziale al prim'ordine in cui sono presenti i coefficienti a_{ij} ma non i termini noti b_i del sistema di equazioni originale.

Il **sistema** (F.145) si dice **iperbolico** quando esistono due valori di (dy/dx) reali e distinti, ovvero quando il discriminante della (F.147) è maggiore di zero. Le due soluzioni generano due famiglie di curve caratteristiche del sistema originale; per ogni punto del piano $x - y$ passa una ed una sola curva di ogni famiglia.

Il **sistema** (F.145) si dice **parabolico** quando esistono due valori di (dy/dx) coincidenti, ovvero quando il discriminante della (F.147) è uguale a zero.

Il **sistema** (F.145) si dice **ellittico** quando i valori di (dy/dx) sono immaginari, ovvero quando il discriminante della (F.147) è minore di zero.

In un problema fisico di propagazione (in cui si pone $x = s$ ed $y = \tau$), i fronti d'onda delle quantità che si stanno propagando si muovono nello spazio - tempo lungo le curve caratteristiche. I rapporti ds/dt , reciproci delle due direzioni caratteristiche in una data localizzazione del piano $s - \tau$, forniscono il valore della celerità di propagazione in quel dato punto.



Queste celerità sono proprietà intrinseche del mezzo in cui si svolge il fenomeno, se le direzioni caratteristiche non dipendono da u e v . In generale è evidente che onde ascendenti e discendenti si propagano con differente celerità.

Volendo risolvere il problema di Cauchy per il sistema (F.134), occorre che il sistema seguente abbia soluzione indeterminata:

$$\begin{cases} h \frac{\partial w}{\partial s} + w \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{w}{g} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{\partial h}{\partial s} = i - J \\ \frac{\partial w}{\partial s} ds + \frac{\partial w}{\partial \tau} d\tau = dw \\ \frac{\partial h}{\partial s} ds + \frac{\partial h}{\partial \tau} d\tau = dv \end{cases}$$

ovvero, che risulti:

$$\left(\frac{ds}{d\tau} \right)^2 - 2w \cdot \frac{ds}{d\tau} + w^2 - gh = 0 \quad (\text{F.148})$$

Le soluzioni della (F.148) sono:

$$\frac{ds}{d\tau} = w \pm \sqrt{gh} = w \pm c \quad (\text{F.149})$$

in cui \sqrt{gh} rappresenta la celerità relativa di propagazione c di onde di piccola ampiezza (Cfr. F.132).

Se si moltiplicano le equazioni (F.134) per g , si ottiene:

$$\begin{cases} w \frac{\partial hg}{\partial s} + hg \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial hg}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial hg}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial s} = (i - J)g \end{cases}, \text{ e quindi } \begin{cases} w \frac{\partial c^2}{\partial s} + c^2 \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial c^2}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial c^2}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial s} = (i - J)g \end{cases}, \text{ ovvero } \begin{cases} 2cw \frac{\partial c}{\partial s} + c^2 \frac{\partial w}{\partial s} + 2c \frac{\partial c}{\partial \tau} = 0 \\ 2c \frac{\partial c}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial s} = (i - J)g \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} 2w \frac{\partial c}{\partial s} + c \frac{\partial w}{\partial s} + 2 \frac{\partial c}{\partial \tau} = 0 \\ 2c \frac{\partial c}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial s} = (i - J)g \end{cases} \quad (\text{F.150})$$

Sommando e sottraendo alternativamente le due equazioni (F.150) si ha:

$$\begin{cases} (w + c) \frac{\partial(w + 2c)}{\partial s} + \frac{\partial(w + 2c)}{\partial \tau} = (i - J)g \\ (w - c) \frac{\partial(w - 2c)}{\partial s} + \frac{\partial(w - 2c)}{\partial \tau} = (i - J)g \end{cases} \quad (\text{F.151})$$

Sostituendo le (F.149) nelle (F.151) si ha:

$$\begin{cases} \frac{\partial(w + 2c)}{\partial s} ds + \frac{\partial(w + 2c)}{\partial \tau} d\tau = (i - J)g \cdot d\tau \\ \frac{\partial(w - 2c)}{\partial s} ds + \frac{\partial(w - 2c)}{\partial \tau} d\tau = (i - J)g \cdot d\tau \end{cases} \quad \text{lungo le curve caratteristiche} \quad (\text{F.152})$$



Le (F.152) indicano che lungo le linee caratteristiche il differenziale totale delle funzioni $w+2c$ e $w-2c$ è pari a $(i-J)g \cdot d\tau$, ovvero:

$$\begin{cases} d(w+2c) = (i-J)g \cdot d\tau \\ d(w-2c) = (i-J)g \cdot d\tau \end{cases} \quad (F.153)$$

Dalle (F.153) si deduce che sulle curve caratteristiche il sistema di derivate parziali si trasforma nel seguente sistema di derivate totali:

$$\begin{cases} d(w+2c) = (i-J)g \cdot d\tau \\ d(w-2c) = (i-J)g \cdot d\tau \\ \frac{ds}{d\tau} = w+c \\ \frac{ds}{d\tau} = w-c \end{cases} \quad (F.154)$$

La (F.9) dice che la celerità relativa c coincide con la velocità che la corrente in moto uniforme dovrebbe avere in condizioni critiche (in tali condizioni, infatti, la (F.9), per la (F.132), assumerebbe valore pari a 1).

Quando la corrente è lenta, $w < c$, le caratteristiche positive hanno una pendenza $ds/d\tau$ positiva nel piano orario, mentre le caratteristiche negative hanno una pendenza negativa (Cfr. Figura F-40-a). Quando la corrente è veloce ed è equiversa alla propagazione dell'onda, $w > c$, entrambe le caratteristiche hanno pendenza positiva nel piano orario (Cfr. Figura F-40-b). Nel caso di corrente veloce opposta alla propagazione dell'onda, $-w > c$, entrambe le caratteristiche hanno pendenza negativa nel piano $s - \tau$ (Cfr. Figura F-40-c).

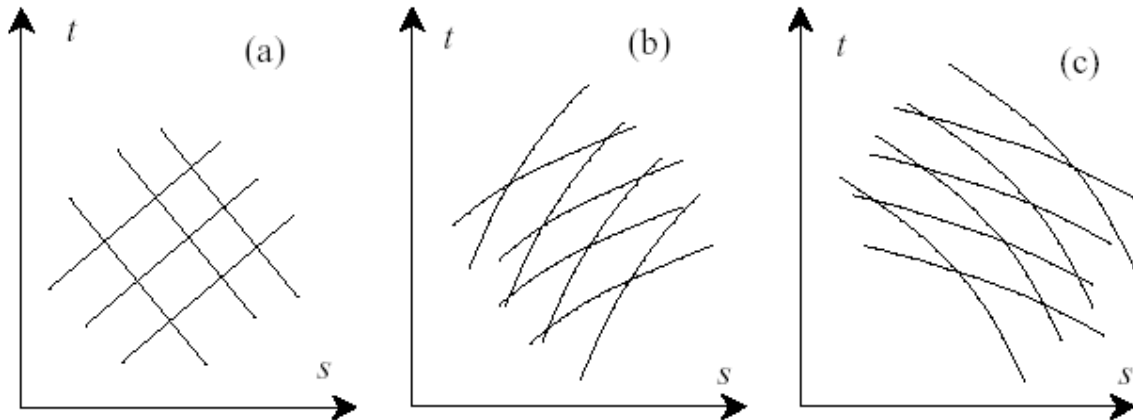


Figura F-40: Curve caratteristiche per correnti lente e veloci

Alle caratteristiche positive sono associate onde che si propagano nello stesso verso del moto indisturbato, e che si chiamano **onde discendenti** o **positive**, mentre alle caratteristiche negative sono associate onde che si propagano nel verso opposto a quello del moto indisturbato, e che si chiamano **onde ascendenti** o **negative**.

Le (F.154) vengono integrate numericamente nell'ipotesi in cui siano noti i valori di velocità w e di altezza idrica h in determinate ascisse curvilinee s in un determinato istante di tempo τ .

Sul piano orario di Figura F-41 si individuino ad esempio 4 punti $1, 2, 3, 4$ sull'asse s ($\tau = 0$) intervallati da una distanza finita. Conoscendo le velocità w e i tiranti h in tali quattro ascisse curvilinee, si risalisse alla celerità relativa $c = \sqrt{gh}$ in tutti e quattro i punti, e dalle ultime due equazioni delle (F.154), si ricavano le pendenze delle due curve caratteristiche per ogni punto. Approssimando tali curve con le loro tangenti nei punti $1, 2, 3, 4$, si individuano i punti $5, 6, 7$.

Nel punto 5 si applica il sistema delle prime due equazioni (F.154), opportunamente discretizzate:



$$\begin{cases} (w_5 + 2c_5) - (w_1 + 2c_1) = (i_1 - J_1)g \cdot (\tau_5 - \tau_1) \\ (w_5 - 2c_5) - (w_2 - 2c_2) = (i_2 - J_2)g \cdot (\tau_5 - \tau_1) \end{cases}$$

Le pendenze di fondo i si ipotizzano costanti nel tempo. La cadente piezometrica J la si determina in funzione della (F.39).

Risolvendo il sistema di due equazioni, si risale al valore delle due incognite w_5 e c_5 . Procedendo allo stesso modo per i punti 6, 7, 8, 9, 10, si ottengono le velocità e i tiranti in tutte le sezioni coincidenti con le ascisse di tali punti negli istanti di tempo coincidenti con le ordinate di tali punti.

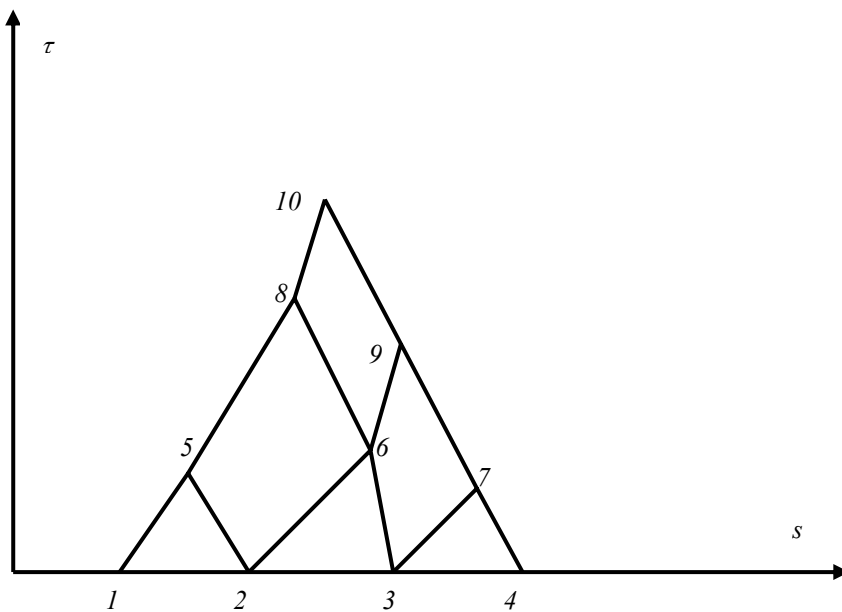


Figura F-41:
Linee caratteristiche nel piano orario, ottenute per integrazione numerica

La discretizzazione della terza equazione del sistema (F.154) rispetta la condizione di *Courant* (F.142), per cui si può dire che il metodo delle curve caratteristiche si basa su condizioni necessarie alla stabilità del risultato. La convergenza alla soluzione effettiva la si ottiene al tendere di Δs a zero.

L'integrazione numerica delle equazioni di *de Saint-Venant*, attraverso il metodo delle caratteristiche, conduce ad un reticolo di calcolo non regolare, implicando l'impossibilità di procedere per istanti contemporanei su tutto il tronco dell'alveo, ovvero su sezioni prestabilite al variare del tempo.

Dalla Figura F-40-a, si deduce che le linee caratteristiche rappresentate in Figura F-41 appartengono ad una corrente lenta, per cui una perturbazione al moto prodotta nel generico punto 3 si propaga con celerità pari a $w-c$ verso monte e con celerità pari a $w+c$ verso valle.

In caso di corrente veloce, la perturbazione al moto prodotta nel generico punto 3 si propagherebbe esclusivamente verso valle.



F.10 Approcci semplificativi per l'analisi matematica delle onde di piena.

F.10.1 Modello cinematico

Nel paragrafo F.7 si è visto che il secondo e il terzo termine della (F.121) possono avere un ordine di grandezza più alto degli altri tre termini, per cui il sistema (F.133) si può approssimare come di seguito riportato.

$$\begin{cases} w \frac{\partial A}{\partial s} + A \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0 \\ i = J \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0 \\ i = J \end{cases} \quad (\text{F.155})$$

L'assenza dei termini dinamici dovuti all'accelerazione locale e convettiva, nonché del termine di pressione, fa sì che il movimento dell'onda venga descritto essenzialmente dall'equazione di continuità. Questo tipo di onda, in cui gravità e attriti si bilanciano, prende il nome di **onda cinematica**.

La condizione $i = J$ consente di applicare le (F.51) e (F.52), per cui le (F.155) possono ricondursi a una delle seguenti equazioni differenziali nelle variabili indipendenti s e τ e nella variabile dipendente h .

$$w[h(s, \tau)] \frac{\partial A[h(s, \tau)]}{\partial s} + A[h(s, \tau)] \frac{\partial w[h(s, \tau)]}{\partial s} + \frac{\partial A[h(s, \tau)]}{\partial \tau} = 0, \quad \text{ovvero} \quad \frac{\partial Q[h(s, \tau)]}{\partial s} + \frac{\partial A[h(s, \tau)]}{\partial \tau} = 0 \quad (\text{F.156})$$

La seconda equazione delle (F.156) può pertanto scriversi:

$$\frac{dQ[h(s, \tau)]}{dh} \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{dA[h(s, \tau)]}{dh} \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \quad (\text{F.157})$$

Poiché:

$$dh = \frac{\partial h}{\partial s} ds + \frac{\partial h}{\partial \tau} d\tau$$

sostituendo $\partial h / \partial \tau$ nella (F.157) si ha:

$$\frac{dQ[h(s, \tau)]}{dh} \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{dA[h(s, \tau)]}{dh} \frac{dh}{d\tau} - \frac{dA[h(s, \tau)]}{dh} \frac{\partial h}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} = 0 \quad (\text{F.158})$$

Dalla (F.158) si deducono due aspetti consequenziali. Il primo è che, essendo trascurabile il termine $\partial h / \partial s$, ipotesi per cui si è accettato il sistema semplificato (F.155), si ha:

$$\frac{dA[h(s, \tau)]}{dh} \frac{dh}{d\tau} = 0$$

e pertanto la (F.158) può essere riscritta come segue:

$$\frac{dQ[h(s, \tau)]}{dh} - \frac{dA[h(s, \tau)]}{dh} \frac{ds}{d\tau} = 0$$

da cui consegue il secondo aspetto:

$$\frac{ds}{d\tau} = C = \frac{dQ[h(s, \tau)]}{dA[h(s, \tau)]} \quad (\text{F.159})$$

Valendo le (F.51) e (F.52) si deduce che $C_Q = C_w = C_h$.

Utilizzando la formula di Chèzy (F.51), si hanno le seguenti specializzazioni della (F.159) in funzione della forma del canale:



CANALE RETTANGOLARE di larghezza pari a b

$$C = \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{1}{\frac{b}{h} + 2} \right) \cdot w$$

CANALE RETTANGOLARE MOLTO LARGO

$$C = \frac{5}{3} \cdot w$$

CANALE TRAPEZIO con base maggiore B e base minore b

$$C = \left[\frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{R(h)}{B(h)} \sqrt{1 + \left(\frac{B(h) - b}{2h} \right)^2} \right] \cdot w$$

Nel caso di sezioni composte, che presentano golene a fianco dell'alveo principale, le velocità di moto indisturbato w nelle aree golenali sono ridotte, essendo la loro funzione principalmente di invaso. Ne risulta che nel canale principale l'onda si propaga più velocemente che nelle golene.

Nei canali fluviali, generalmente, la funzione $Q(A)$ ha andamento come quello in Figura F-42, da cui si evince che sia la velocità media w della corrente che la celerità C aumentano all'aumentare della portata Q .

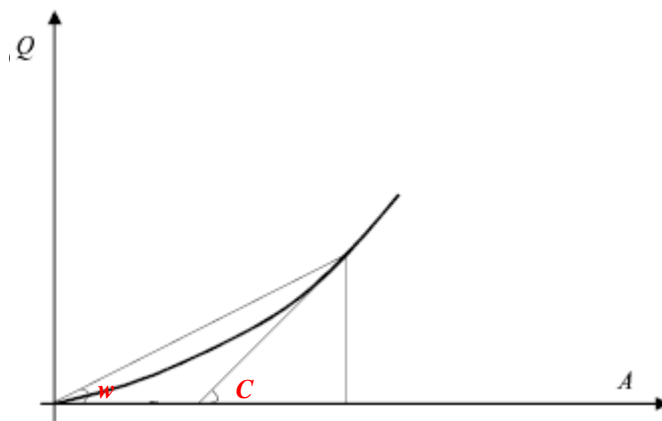


Figura F-42:

Andamento delle portate in funzione dell'area bagnata, nei canali fluviali

Quanto emerge dalla figura F-42, fa dedurre che, in un alveo cilindrico:

- le corde BB' e CC' del profilo del tirante idrico in Figura F-43, durante la traslazione dell'onda verso valle, conservano lunghezza inalterata;
- la corda BB' trasla con celerità maggiore di quella della corda CC' ;
- il colmo A del profilo del tirante idrico trasla con la massima celerità.

Si deduce che l'onda trasla verso valle conservando inalterata l'area sottesa e il colmo di piena. La traslazione, però, non avviene in modo rigido, in quanto il fronte dell'onda tende a diventare sempre più ripido sul lato vallivo (**irripidimento del fronte**), appiattendosi sul lato montano (**appiattimento della coda**).

Da quanto detto si può immediatamente constatare i limiti del metodo cinematico, che può essere applicato fino a che l'onda, propagandosi verso valle, non assuma un fronte sul lato vallivo così ripido, da non consentire più di trascurare il termine $\partial h / \partial x$ nella (F.133).

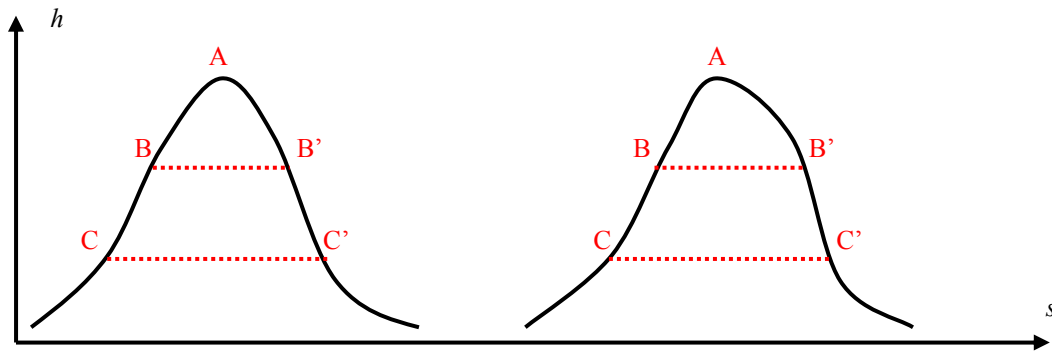


Figura F-43: Traslazione dell'onda cinematica di piena

Attesa la semplificazione concettuale del modello cinematico, la soluzione, in termini di $Q(s, \tau)$, può essere trovata con metodo analitico, senza necessariamente ricorrere ai metodi di discretizzazione. All'uopo si richiede la conoscenza:

- delle **condizioni iniziali** $Q(s, \tau = 0)$, ovvero del valore della portata defluente nei diversi punti dell'alveo all'istante iniziale;
- della **condizione al contorno** $Q(s = 0, \tau)$, che rappresenta il pletogramma di piena in ingresso nella sezione di monte del tratto in esame.

L'obiettivo consiste nel calcolare il pletogramma di piena in uscita $Q(L, \tau)$ dall'estremità di valle del tronco in esame di lunghezza pari ad L

Nel caso di afflussi laterali nulli, la metodologia analitica può essere anche visualizzata, combinando il pletogramma di ingresso con il pletogramma in uscita, attraverso il piano orario (s, τ) , come mostrato in figura F-44.

Si riportano i punti del pletogramma d'ingresso sul piano orario all'ascissa $s = 0$. Ad ognuno di questi punti è associata la relativa portata Q .

Poiché: $ds = C \cdot d\tau$

$$\int_0^s ds = \int_0^\tau C(Q) \cdot d\tau$$

ovvero:

$$s = C(Q) \cdot \tau$$

da cui si evince che una portata Q che si presenta nella sezione d'ingresso del canale all'istante iniziale, raggiungerà la sezione finale del canale, dopo aver percorso una distanza pari ad L , in un intervallo di tempo pari a:

$$\tau = \frac{L}{C(Q)}$$

Disponendo delle formulazioni di C per canali a geometria rettangolare o trapezia, oppure disponendo della curva in Figura F-42 per alvei a geometria irregolare, si desumono i valori di τ per ognuna delle portate Q rappresentata all'ascissa $s = 0$ del piano orario.

I valori desunti di τ devono essere riportati all'ascissa $s = L$ nel piano orario. Le linee di collegamento dei punti all'ascissa $s = 0$ con i punti all'ascissa $s = L$ sono le ben note curve caratteristiche. La nuova posizione in ordinata dei punti rappresentativi delle portate Q , consente la ricostruzione del pletogramma di piena nella sezione di uscita.

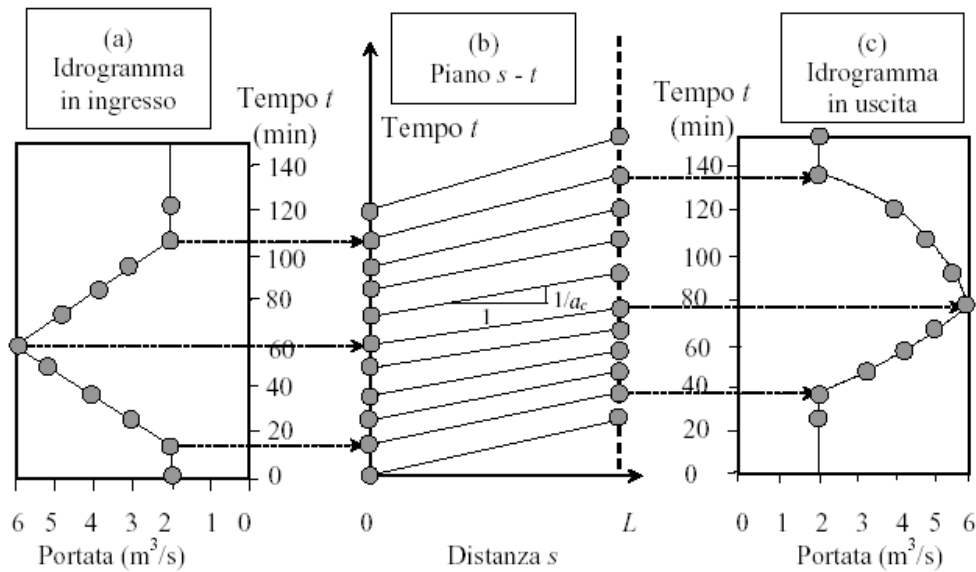


Figura F-44: Propagazione di un'onda cinematica in un canale di lunghezza L

Nel modello cinematico si conserva il legame biunivoco tra portata e tirante d'acqua, regolato dalla (F.52).

La modellazione di propagazione di piena secondo lo schema cinematico viene usualmente condotta con discreto successo nello studio di alvei ad elevata pendenza di fondo come i torrenti e i tratti fluviali pedemontani.

Per verificare l'applicabilità dell'approssimazione cinematica, occorrerebbe avere a disposizione dei profili longitudinali di onde di piena in un corso d'acqua, affinché, comparandoli con l'altimetria del fondo, si possa avvalorare o meno l'ipotesi di pelo libero parallelo al fondo alveo. Ciò si potrebbe fare disponendo di una serie di idrometri lungo il corso d'acqua, ad una distanza non troppo grande, da cui desumere letture contemporanee. Raramente si ha questa possibilità, in quanto, in pratica si hanno a disposizione più frequentemente gli idrogrammi e i pletogrammi, e quindi per lo studio della propagazione delle onde di piena occorre ricorrere ad espressioni funzione del tempo che consentono di ricavare una stima approssimata del profilo di corrente.

A tale proposito si osserva che in ipotesi di onda cinematica, dalla prima delle (F.155) si ha:

$$\frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0, \text{ ovvero, per la (F.159), } C \frac{\partial A}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0$$

ed essendo $dA = b(h) \cdot dh$, si deduce che:

$$C \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0$$

e quindi:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{1}{C(h)} \frac{\partial h}{\partial \tau} \quad (\text{F.160})$$

L'espressione della cadente piezometrica, tenendo conto della (F.160), diventa:

$$J = i - \frac{\partial h}{\partial s} = i + \frac{1}{C(h)} \frac{\partial h}{\partial \tau}$$

Affinché sia verificata, con buona approssimazione, la seconda equazione delle (F.155), occorre che risulti:



$$\frac{1}{C(h)} \frac{\partial h}{\partial \tau} \leq 0,10$$

F.10.2 Modello diffusivo

In alcuni casi il secondo e il terzo termine della (F.121) hanno lo stesso ordine di grandezza del termine di pressione e un ordine di grandezza più alto dei termini di accelerazione locale e convettiva, per cui le equazioni di *de Saint-Venant* (F.133) si possono approssimare come di seguito riportato.

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial A}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial s} = i - J \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial s} + b(h) \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial s} = i - J \end{cases} \quad (\text{F.161})$$

con $b(h)$ pari alla larghezza del canale all'altezza del tirante idrico h .

Lo sviluppo dell'equazione globale della dinamica, tramite la (F.38) e la (F.2), porta alla seguente formulazione:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = i - \frac{Q^2(h, \tau)}{A^2(h) \cdot \chi^2(h) \cdot R(h)}$$

da cui si deduce che:

$$Q(h, \tau) = A(h) \cdot \chi(h) \cdot \sqrt{R(h) \cdot i} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} = Q_0(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}$$

Il sistema (F.161) diventa:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial s} + b(h) \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \\ Q = Q_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} \end{cases} \quad (\text{F.162})$$

Con l'ausilio della rappresentazione grafica in figura F-45 del profilo dei tiranti idrici di un'onda di piena, nell'istante di tempo $\tau = \tau_0$, è possibile fare importanti considerazioni sul fenomeno fisico di propagazione dell'onda, deducibili proprio in base al sistema (F.162) e validi esclusivamente nel caso di canali aperti cilindrici.

Direttamente dal profilo dei tiranti idrici si osserva che h , a partire dalla coda, è prima crescente, poi, raggiunto il valore massimo nel punto 3, diventa decrescente.

L'onda di piena è accompagnata dalla formazione di due punti di flesso: uno in prossimità della coda (punto 2), uno in prossimità del fronte (punto 6).

Tale conformazione grafica dell'onda comporta la distribuzione del segno di $\partial h / \partial s$ e di $\partial^2 h / \partial s^2$, così come rappresentato nel secondo e terzo profilo della Figura F-45.

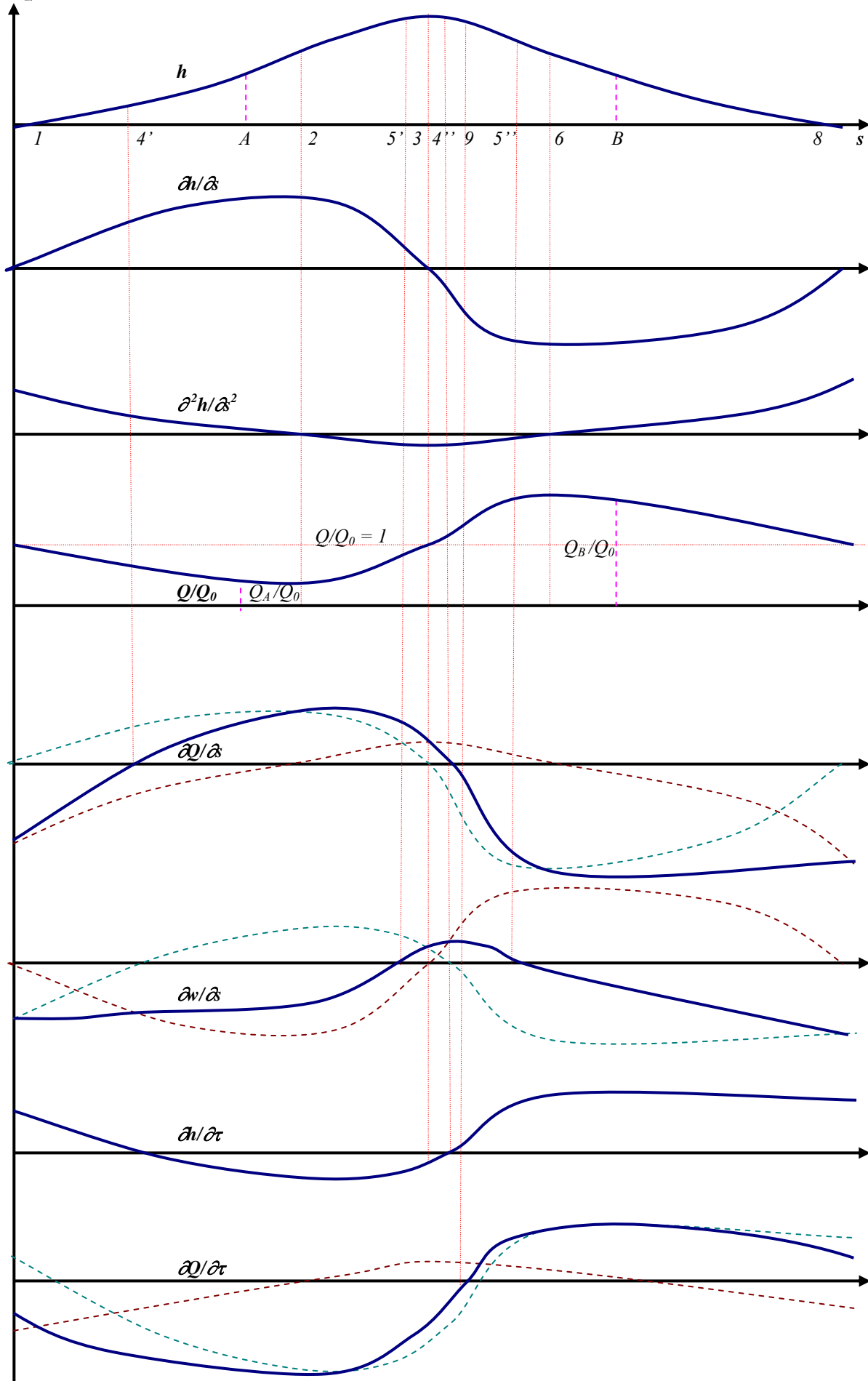


Figura F-45: Profili caratteristici di un'onda di piena



Dalla seconda delle (F.162) si deduce che il rapporto Q/Q_0 è sempre positivo, ma è minore di 1 quando $\partial h/\partial s > 0$, è uguale a 1 quando $\partial h/\partial s = 0$ (caso del modello cinematico), ed è maggiore di 1 quando $\partial h/\partial s < 0$. La distribuzione di Q/Q_0 è riportata nel quarto profilo della Figura F-45. Da tale profilo si osserva che nel punto 3, in cui è valida l'ipotesi del modello cinematico, la portata è pari a quella del moto uniforme. Se si considerano due sezioni, A e B , una a valle e una a monte del colmo, aventi entrambe lo stesso livello idrico, per esse non passa la stessa portata. Infatti il rapporto Q_A/Q_0 e il rapporto Q_B/Q_0 , pur avendo lo stesso valore al denominatore (in quanto il tirante idrico è uguale), sono differenti, essendo Q_A/Q_0 inferiore a Q_B/Q_0 . Pertanto il legame $Q=Q(A(h))$, diversamente da quanto avviene nell'onda cinematica, non è più biunivoco.

Derivando la seconda delle (F.162) per s , si ottiene la funzione della variazione delle portate lungo il profilo dell'onda di piena:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial Q_0}{\partial s} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} - \frac{Q_0}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{1}{i} \frac{\partial^2 h}{\partial s^2}$$

ovvero, sempre per la seconda delle (F.162):

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{\partial Q_0}{\partial s} - \frac{Q_0^2}{2Q \cdot i} \frac{\partial^2 h}{\partial s^2}$$

da cui:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{dQ_0}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} - \frac{Q_0^2}{2Q \cdot i} \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} \quad (F.163)$$

La funzione dQ_0/dh rappresenta la derivata della scala di deflusso, che, per canali aperti, è sempre positiva. Trascurando, anche se solo per motivi interpretativi, gli effetti deformativi che il termine dQ_0/dh provoca sul profilo della funzione $\frac{Q}{Q_0} \cdot \frac{\partial h}{\partial s}$, nonché gli effetti deformativi che il termine $\frac{Q_0^2}{2Q \cdot i}$ provoca sul profilo della funzione $\partial^2 h/\partial s^2$, si hanno i due profili tratteggiati nel quinto diagramma della Figura F-45, verde (primo addendo della F.163) e marrone (secondo addendo della F.163), dalla cui somma si ricava il quinto profilo con tratto pieno della figura F-45.

Nel quinto profilo si individuano due punti caratteristici, in cui la funzione $\partial Q/\partial s$ si annulla, che sono i punti 4' e 4'', in cui la portata assume, rispettivamente il valore minimo e massimo. Si osserva, quindi, che nel modello in esame, la portata minima nell'onda di piena non viene assunta nel punto di coda 1, bensì più in prossimità del colmo. Allo stesso modo la portata massima non viene assunta al colmo dell'onda di piena, ma in una sezione più a valle, nel profilo di colmo.

La legge di distribuzione delle velocità nello spazio si deduce dalla (F.2):

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q}{A} \right) = \frac{A \frac{\partial Q}{\partial s} - Q \frac{\partial A}{\partial s}}{A^2} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial s} - \frac{Q b(h)}{A^2} \frac{\partial h}{\partial s} \quad (F.164)$$

La (F.164) è rappresentata dal sesto profilo a tratto pieno della Figura F-45 (ottenuto dalla somma dei due profili verde, per il primo addendo della (F.164), e marrone, per il secondo addendo della (F.164)), trascurando gli effetti deformativi di $1/A$ su $\partial Q/\partial s$ e di $Q \cdot b/A^2$ su $\partial h/\partial s$. In tale profilo si osserva che, a partire dalla sezione 1, la velocità media dell'onda si riduce a mano a mano che ci si avvicina al colmo. Nella sezione 5' si ha la velocità minima. Dalla sezione 5' si ha un aumento della velocità, che raggiunge il suo massimo valore nella sezione 5'', valle della sezione 3 e della sezione 4''. Dalla sezione 5'' in poi si ha nuovamente una riduzione di velocità. Quanto detto fa dedurre che la massa d'acqua contenuta tra le sezioni 5' e 5'', tende a distanziarsi dalla coda che rallenta, e tende a raggiungere il fronte, rendendolo più ripido.

Per la prima delle (F.162), si ha:



$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = -\frac{1}{b(h)} \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (\text{F.165})$$

che è rappresentata dal settimo profilo della Figura F-45, in cui si notano un punto di massimo (coincidente con la sezione 4') e un punto di minimo (coincidente con 4'').

Il primo profilo in figura F-45 nel tempo trasla verso destra. Si potrebbe ipotizzare che in ogni sezione compresa tra il punto 1 e il punto 4', si abbia nel tempo una riduzione del tirante idrico, dovuta al passaggio della coda dell'onda di piena. La (F.165), riportata graficamente nel settimo profilo della Figura F-45, mostra che invece di aversi una riduzione del tirante, tra le sezioni 1 e 4' si ha un aumento del tirante nel tempo. Ciò è dovuto al fatto che la traslazione del profilo dell'onda di piena non avviene rigidamente, e che la perturbazione del tirante idrico nella sezione 3, si propaga non solo a valle, ma anche a monte, per cui tende ad ingrossare nel tempo la coda dell'onda.

Dalla sezione 4' alla sezione 3, si ha $\partial h / \partial \tau < 0$, e quindi si ha effettivamente la riduzione nel tempo del tirante idrico, così come la traslazione rigida del profilo dell'onda di piena verso destra lascia prevedere.

Nelle sezioni comprese tra i punti 3 e 4'' si dovrebbe avere un aumento del tirante idrico, ma la (F.165), così come riportata nel settimo profilo della Figura F-45, mostra una riduzione del tirante idrico nel tempo, a dimostrare l'abbassamento del colmo di piena col passare del tempo e con il traslare dell'onda verso valle. Si osserva, anzi, che solo dopo la sezione 4'' si ha un aumento nel tempo del tirante idrico. Tale fenomeno è dovuto proprio agli effetti diffusivi che l'onda di piena assume durante la sua propagazione.

Se si leggesse il settimo profilo da destra verso sinistra, in un intorno elementare del punto 4'', si osserverebbe che il punto 4'', che rappresenta il valore di minimo di $h(\tau = \tau_0, s)$, diventa valore di massimo di $h(\tau, s = 4'')$. Il punto 4'', pertanto, rappresenta l'unica sezione in cui, se si misurasse nel tempo il tirante h , nell'istante τ_0 , si troverebbe il massimo valore di $h(\tau)$.

In Figura F-46 è rappresentato l'avanzamento nel tempo della perturbazione ondosa rappresentata nel primo profilo della Figura F-45.

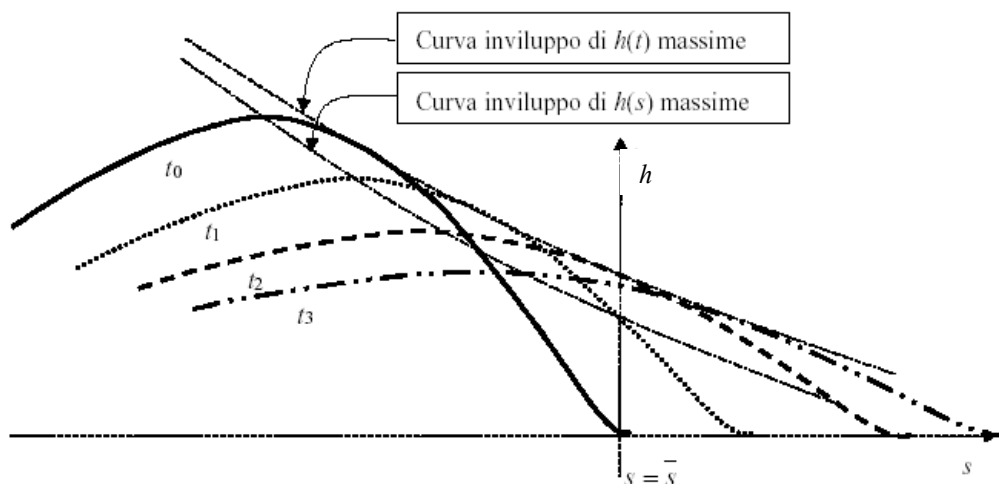


Figura F-46: Andamento qualitativo spazio-temporale di un'onda di piena interpretato dal modello diffusivo

Per la seconda delle (F.162), si ha:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{\partial Q_0}{\partial \tau} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} - \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 h}{\partial s \partial \tau} \quad (\text{F.166})$$



Derivando la prima delle (F.162) nello spazio si ha:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial s \partial \tau} = -\frac{1}{b(h)} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} + \frac{1}{b^2(h)} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (\text{F.167})$$

Sostituendo la (F.167) nella (F.166) si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{\partial Q_0}{\partial \tau} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} - \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b^2(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s} \end{aligned}$$

ovvero:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{dQ_0}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial \tau} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} - \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b^2(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s} \quad (\text{F.168})$$

Si è già detto che la funzione dQ_0/dh è sempre positiva. Anche la funzione $\sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}$ è sempre positiva. Trascurando, anche qui per motivi interpretativi, gli effetti deformativi che i termini dQ_0/dh e $\sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}$ provocano sul profilo della funzione $\partial h / \partial \tau$, nonché gli ulteriori effetti deformativi provocati sul profilo della funzione $\partial^2 Q / \partial s^2$, e trascurando $\partial b(h) / \partial s$ si hanno i due profili tratteggiati nell'ottavo diagramma della Figura F-45, verde (primo addendo della F.168) e marrone (secondo addendo della F.168), dalla cui somma si ricava l'ottavo profilo con tratto pieno della figura F-45.

La (F.168), riportata graficamente nell'ottavo profilo della Figura F-45, mostra che dalla coda fino al punto 9, in ogni sezione dell'alveo si ha una riduzione della portata. Il punto 9 si presenta a valle del punto 4'' di massima portata. Tutto ciò è conseguenza degli effetti diffusivi dell'onda di piena. Dal punto 9 in poi, in ogni sezione si misura un aumento di portata nel tempo.

Se si leggesse l'ottavo profilo da destra verso sinistra, in un intorno elementare del punto 9, si osserverebbe che il punto 9, che rappresenta il valore di minimo di $Q(\tau = \tau_0, s)$, diventa valore massimo di $Q(\tau, s=9)$. Il punto 9, pertanto, rappresenta l'unica sezione in cui, se si misurasse nel tempo la portata Q , nell'istante τ_0 , si troverebbe il massimo valore di $Q(\tau)$.

La misura delle portate e dei tiranti idrici in una sezione, durante il passaggio di un'onda di piena schematizzata con il modello diffusivo, porta a determinare una curva che prende la forma di un cappio, e che in letteratura è nota come **cappio di piena** (cfr. Figura F-47). A partire dal punto *A* della Figura F-47, in cui si inizia a registrare il passaggio dell'onda, le portate registrate diventano più alte di quelle tipiche del moto uniforme (cfr. quarto profilo della Figura F-45), fino a che non si raggiunge il punto *C*, in cui si misura la massima velocità (ovvero quando la sezione di misura coincide col punto 5'', di massima velocità media, della figura F-45). La portata continua ad aumentare fino a che non si raggiunge il punto *D*, in cui si ha il massimo temporale della portata (ovvero quando la sezione di misura coincide col punto 9 della Figura F-45). Le portate iniziano a diminuire, ma i tiranti aumentano fino al punto *E*, in cui si ha il raggiungimento del massimo temporale dei livelli idrici (ovvero quando la sezione di misura coincide col punto 4'' della Figura F-45). Dopo il punto *E* anche i tiranti idrici diminuiscono insieme alle portate. Nel punto *F* si ha l'intersezione con la curva di deflusso in condizioni di moto uniforme (e quindi la sezione di misura coincide col punto 3 della Figura F-45). A partire dal punto *F* le portate registrate diventano più basse di quelle tipiche del moto uniforme (cfr. quarto profilo della Figura F-45), fino a che non si raggiunge nuovamente il punto *A*.

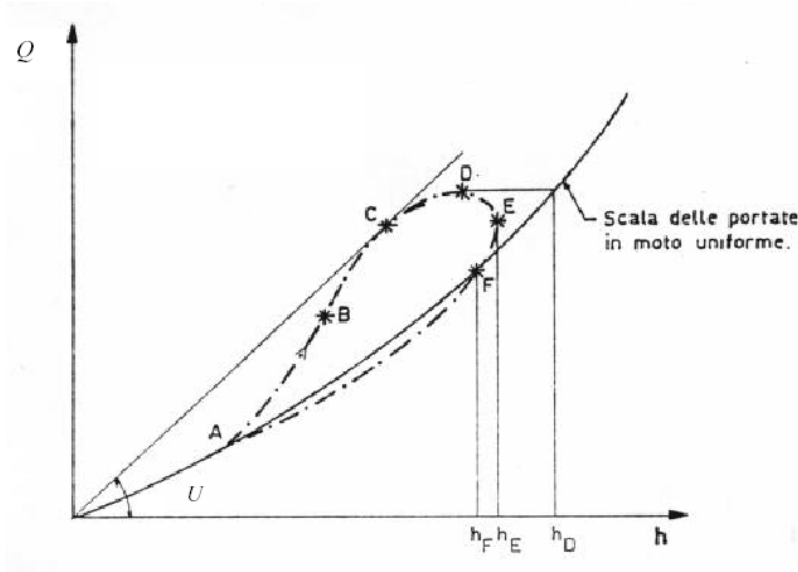


Figura F-47:

Rappresentazione grafica del
cappio di piena

Molto importante, per la caratterizzazione del cappio di piena, è la pendenza di fondo dell'alveo, in quanto l'entità della deviazione dalla scala di deflusso si riduce con tale pendenza. In particolare si è trovato, a seguito di simulazioni numeriche, che il cappio di piena è praticamente indistinguibile per $i > 10^{-3}$. Alcune osservazioni sperimentali hanno confermato che tali conclusioni sono valide in assenza di fenomeni di rigurgito a valle, confermando il campo di validità del modello cinematico, che è quello delle pendenze elevate.

Si consideri il differenziale totale della portata Q :

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial Q}{\partial s} ds$$

Dividendo per $d\tau$ si ha:

$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial Q}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} \quad (\text{F.169})$$

Se si pone $ds/d\tau$ pari alla celerità con cui la perturbazione delle portate si propaga a valle del corso d'acqua, si può dire che la (F.169) rappresenta la variazione della portata, dovuta agli effetti diffusivi, che verrebbe misurata da un osservatore virtuale, che avanzasse con velocità pari alla celerità C_Q .

$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial Q}{\partial s} C_Q \quad (\text{F.170})$$

Sostituendo $\partial Q/\partial \tau$ della (F.170) nella (F.168), si ha:

$$\frac{dQ}{d\tau} - \frac{\partial Q}{\partial s} C_Q = \frac{dQ_0}{dh} \cdot \frac{\partial h}{\partial \tau} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} - \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b^2(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s}$$

Per la prima delle (F.162) si ha:

$$\frac{dQ}{d\tau} - \frac{\partial Q}{\partial s} C_Q = -\frac{1}{b(h)} \frac{dQ_0}{dh} \cdot \frac{\partial Q}{\partial s} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} - \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b^2(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s}$$

da cui si deduce che:

$$C_Q = \frac{1}{b(h)} \frac{dQ_0}{dh} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b^2(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial b(h)}{\partial s} \quad (\text{F.171})$$

e che:



$$\frac{dQ}{d\tau} = \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} \quad (\text{F.172})$$

con $D = \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} = \left[\frac{L^2}{T} \right]$ pari alla **diffusività dell'onda**.

Le (F.171) e (F.172) consentono di riscrivere la (F.168):

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = -C_Q \frac{dQ}{ds} + D \frac{\partial^2 Q}{\partial s^2} \quad (\text{F.173})$$

Si consideri il differenziale totale del tirante idrico h :

$$dh = \frac{\partial h}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial h}{\partial s} ds$$

Dividendo per $d\tau$ si ha:

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{\partial h}{\partial s} \frac{ds}{d\tau} \quad (\text{F.174})$$

Se si pone $ds/d\tau$ pari alla celerità con cui la perturbazione dei tiranti idrici si propaga a valle del corso d'acqua, si può dire che la (F.174) rappresenta la variazione della lama d'acqua, dovuta agli effetti diffusivi, che verrebbe misurata da un osservatore virtuale, che avanzasse con velocità pari alla celerità C_A .

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{\partial h}{\partial s} C_A \quad (\text{F.175})$$

Sostituendo $\partial h / \partial \tau$ della (F.175) nella (F.165), si ha:

$$\frac{dh}{d\tau} = -\frac{1}{b(h)} \frac{\partial Q}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s} C_A$$

Per la seconda delle (F.162) si ha:

$$\frac{dh}{d\tau} - \frac{\partial h}{\partial s} C_A = -\frac{1}{b(h)} \frac{dQ_0}{ds} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} + \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial s^2}$$

da cui si deduce che:

$$C_A = \frac{1}{b(h)} \frac{dQ_0}{dh} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}} \quad (\text{F.176})$$

e che:

$$\frac{dh}{d\tau} = \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} = D \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} \quad (\text{F.177})$$

con $D = \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} = \left[\frac{L^2}{T} \right]$ pari alla **diffusività dell'onda**.

Le (F.176) e (F.177) consentono di riscrivere la (F.175):



$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = -C_A \frac{dh}{ds} + D \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} \quad (\text{F.178})$$

È appena il caso di notare che la diffusività delle portate coincide con quella dei tiranti. Lo stesso non vale per le celerità. L'uguaglianza $C_Q = C_A$ vale, infatti, solo per canali aperti cilindrici rettangolari (per i quali $\partial b / \partial s = 0$).

In particolare la diffusività dell'onda di piena, introdotta con il modello diffusivo di propagazione, permette di riprodurre il fenomeno di laminazione della piena, ovvero quel fenomeno per il quale l'onda di piena riduce il proprio colmo e le proprie portate nel tempo, a mano a mano che si propaga verso valle. È ovvio che l'ingresso di portate laterali, nel canale di deflusso, può bilanciare se non addirittura sovrastare gli effetti di laminazione. Per questo motivo il modello diffusivo viene applicato alle aste fluviali vallive, per le quali l'apporto laterale di acqua diventa insignificante rispetto ai volumi d'acqua provenienti da tutto il bacino sovrastante.

La diffusività può essere elaborata, per mezzo delle (F.38) e (F.51), come segue:

$$\begin{aligned} D &= \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{i} \frac{\partial h}{\partial s}}} = \frac{Q_0}{2 \cdot i \cdot b(h) \cdot \sqrt{\frac{J}{i}}} = \frac{Q_0}{2 \cdot b(h) \cdot \sqrt{i \cdot J}} = \\ &= \frac{A(h_0) \cdot \chi(h_0) \cdot \sqrt{i} \cdot \sqrt{R(h_0)}}{2 \cdot b(h) \cdot \sqrt{i} \cdot \frac{w}{\chi(h) \cdot \sqrt{R(h)}}} = \frac{A(h_0) \cdot \chi(h_0) \cdot \sqrt{R(h_0)}}{2 \cdot b(h) \cdot \frac{w}{\chi(h) \cdot \sqrt{R(h)}}} \end{aligned} \quad (\text{F.179})$$

Anche se dall'ultimo membro della formulazione scompare la pendenza i dell'alveo, in realtà essa è implicitamente contenuta nella formulazione della diffusività, influenzando il valore di h_0 .

Simulando un'onda di piena in un canale lungo 30 km e largo 100 m, con una pendenza di fondo pari a 0,00025, si può constatare che la diffusività aumenta all'aumentare della scabrezza. In figura F-48 sono messi a confronto gli idrogrammi e i pletogrammi di ingresso e uscita, in due condizioni al contorno: una con coefficiente di scabrezza di Manning pari a 0,04, e l'altra con coefficiente di Manning pari a 0,025.

In particolare con forte scabrezza si può osservare un abbattimento del massimo tirante pari a circa il 13%, e un abbattimento della portata al colmo pari a circa il 27%. Con scabrezza più bassa l'abbattimento del tirante massimo si ridimensiona a circa il 10%, mentre l'abbattimento della portata al colmo si riduce al 19%.

Volendo risolvere il problema di Cauchy per il sistema (F.161), si osserva che la (F.147) si specializza in:

$$\left(\frac{ds}{d\tau} \right)^2 = 0$$

per cui il modello diffusivo è a tutti gli effetti un modello parabolico, con due curve caratteristiche coincidenti, parallele all'asse temporale del piano orario.

Per risolvere la (F.173) o la (F.178) si possono porre costanti sia C , che D . Si è già visto, nel sottoparagrafo F.10.1, che $C_A \approx (5/3) \cdot w$. Per quanto riguarda D , per numerosi corsi d'acqua è stato ricavato che $D \approx 10^4 \div 10^6$. La costanza di C e D rende lineare l'equazioni (F.173) e (F.178), che possono essere così risolte analiticamente.

Le funzioni che risolvono rispettivamente la (F.173) e la (F.178) sono:

$$Q = Q^* \cdot e^{-\sigma^2 D \tau} \text{sen}[\sigma(s - C_Q \tau)] \quad (\text{F.180})$$

$$h = h^* \cdot e^{-\sigma^2 D \tau} \text{sen}[\sigma(s - C_A \tau)] \quad (\text{F.181})$$



in cui, indicando con C la generica celerità (sia essa riferita alla perturbazione delle aree o delle portate), la funzione $\sin[\sigma(s - C\tau)]$ è periodica di periodo 2π .

La distanza tra due sezioni s_1 e s_2 tale che, all'istante di tempo τ :

$$\sigma(s_2 - C\tau) - \sigma(s_1 - C\tau) = \sigma(s_2 - s_1) = 2\pi$$

prende il nome di **lunghezza d'onda** e si indica con λ .

Ovviamente:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sigma}$$

Il rapporto $\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}$ prende il nome di **numero d'onda**.

Analogamente l'intervallo di tempo tra due istanti τ_1 e τ_2 tale che, in una sezione s :

$$\sigma(s - C\tau_1) - \sigma(s - C\tau_2) = \sigma \cdot C(\tau_2 - \tau_1) = 2\pi$$

prende il nome di **periodo d'onda** e si indica con T .

Ovviamente:

$$T = \frac{2\pi}{\sigma \cdot C}$$

Il numero d'onda, pertanto, può essere espresso anche in funzione del periodo: $\sigma = \frac{2\pi}{C \cdot T}$

Confrontando le due espressioni del numero d'onda, risulta inoltre:

$$C = \frac{\sigma}{T}$$

I parametri Q^* e h^* rappresentano le **ampiezze d'onda** e sono date dalle seguenti differenze:

$$Q^* = Q_{max} - Q_p$$

$$h^* = h_{max} - h_p$$

con Q_{max} e h_{max} pari alla portata e altezza idrica massima misurate in una sezione di controllo durante la perturbazione ondosa (condizioni al contorno), e con Q_p e h_p pari alla portata e all'altezza idrica misurate prima dell'arrivo della perturbazione ondosa, in condizioni di moto permanente (condizioni iniziali).

Le (F.180) e (F.181) sono funzioni di diffusione e trasporto, per applicare le quali, supponendo noti i termini di celerità e diffusione, è necessario conoscere Q^* e h^* , nonché σ . Tutti e tre tali termini possono essere dedotti dalle condizioni iniziali (pari alle condizioni di moto permanente, da cui si evincono Q_p e h_p) e dalle condizioni al contorno (pari all'andamento dell'onda di piena in una sezione di controllo, da cui si evincono Q_{max} e h_{max} e da cui si calibra, poi, il valore di σ che consente alle (F.180) e (F.181) di interpolare al meglio rispettivamente il pletogramma e l'idrogramma di piena misurati nella sezione di controllo).

F.11 Scelta del modello di propagazione e taratura

La scelta del modello matematico di propagazione è il problema principale da affrontare per lo studio della propagazione delle onde di piena.

Qualora sia necessario conoscere solo la celerità di propagazione dell'onda, si può fare riferimento al modello cinematico.

Se, invece, è necessario conoscere anche gli effetti di riduzione del colmo dell'onda, legati al cosiddetto fenomeno della diffusività, occorre fare riferimento al modello parabolico diffusivo.



Ai modelli semplificati si può sempre ricorrere, qualora nel corso d'acqua non vi siano particolari discontinuità, come sbarramenti, derivazioni, strozzature, salti di fondo, altrimenti occorre ricorrere ai metodi di approssimazione numerica delle equazioni differenziali (F.133).

In ogni caso occorre tarare opportunamente i parametri di scabrezza, in modo tale che l'applicazione del modello porti agli stessi risultati di un evento precedentemente monitorato, attraverso misure eseguite su più sezioni di controllo. In genere si dispone di più idrogrammi di piena facenti riferimento a più sezioni consecutive. I pletogrammi sono di più difficile rilevamento, in quanto, durante le piene, le portate non possono essere ricavate dalle scale di deflusso (cappio di piena), ma dalla misurazione contemporanea delle altezze d'acqua (e quindi dell'area della sezione) e della velocità media della corrente.

Spesso, purtroppo, non sono disponibili neanche registrazioni dei livelli idrici. In questi casi non rimane che raccogliere quelle poche informazioni che si possono dedurre dalle tracce lasciate dall'acqua sulle strutture da essa colpite o lambite.

A seconda del modello utilizzato, sia esso semplificato o meno, potrebbe accadere che i parametri ottimali di scabrezza risultino differenti, anche se riguardano lo stesso tratto di canale aperto.

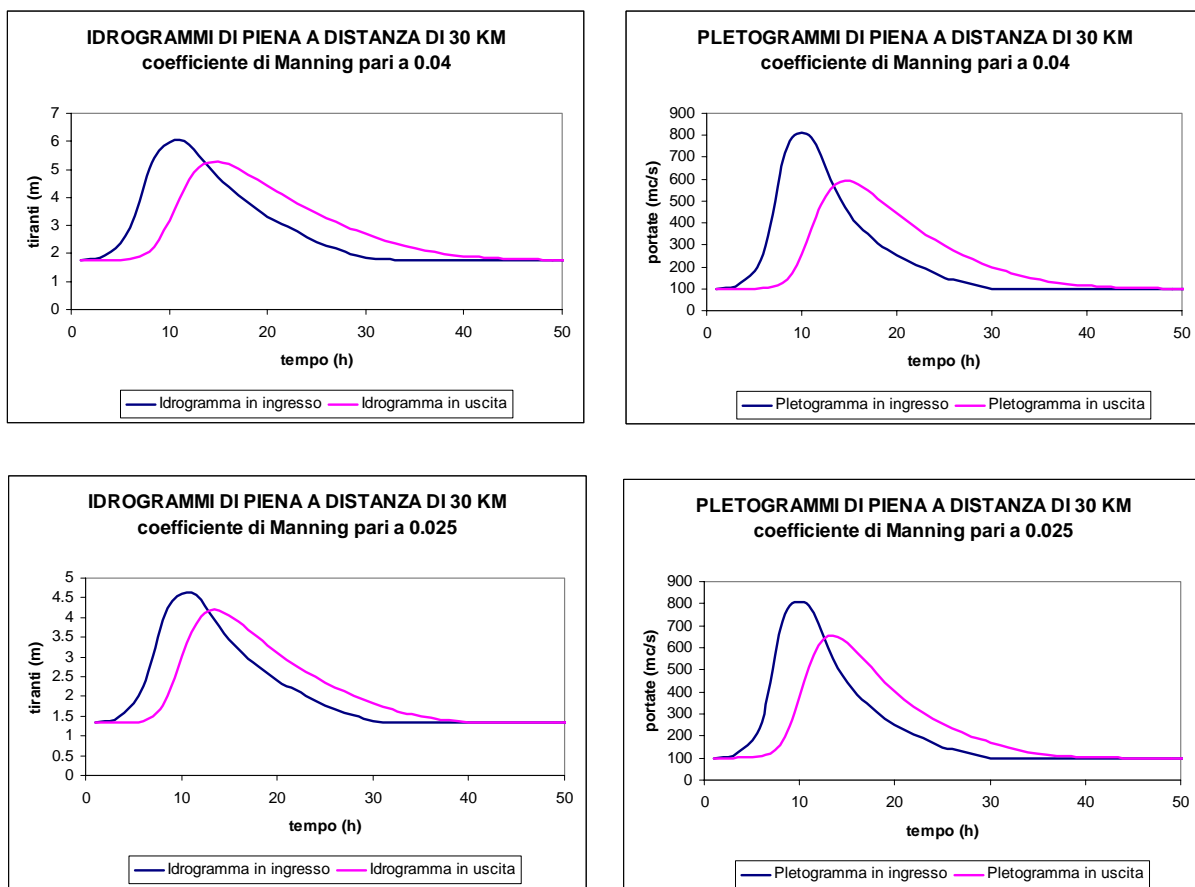


Figura F-48: Confronto degli idrogrammi e dei pletogrammi di piena in ingresso e uscita in un canale rettangolare largo 100 m e lungo 30 km, con pendenza di fondo pari a 0,00025

G

Tipologie di idrometrografi

Gli idrometrografi sono apparecchiature idrauliche di misurazione e registrazione dei tiranti idrici.

Essi possono essere di tipo meccanico o elettronico. In ogni caso sono costituiti da tre parti principali:

- organo di rilevamento;
- organo di trasmissione;
- organo registratore.

G.1 Idrometrografi meccanici¹

G.1.1 Idrometrografi a galleggiante

Tali idrometrografi prendono il nome dall'organo di rilevamento, che è costituito da un galleggiante, opportunamente zavorrato, fissato all'estremo di un filo, appoggiato sopra una puleggia, e tenuto in tensione da un contrappeso fissato all'altra estremità (Cfr. Figura G-1-a). La puleggia è disposta abbastanza in alto da non essere raggiunta dall'acqua neppure durante le piene maggiori. Il galleggiante trasla verticalmente in base alle escursioni del livello idrico, facendo ruotare la puleggia.

L'organo di trasmissione è costituito da un'altra puleggia concatenata alla prima, che funge da demoltiplicatore della rotazione. Attorno a questa puleggia trasla un secondo filo, mantenuto in tensione da un contrappeso, a cui è fissato un equipaggio mobile con una punta scrivente, che trasla verticalmente. La punta lascia una traccia su un organo di registrazione che è costituito da un rullo in lenta rotazione.

I meccanismi sono protetti da un tubo verticale, di qualche decimetro di diametro, immerso nel fiume, in modo da riparare lo specchio d'acqua da oscillazioni temporanee del pelo libero, dovute a colpi di vento e passaggio di imbarcazioni.

Per ridurre i danni da piena e per aumentare la protezione da moti ondosi locali, l'idrometrografo può essere disposto anche in un pozzetto comunicante liberamente con il corso d'acqua, e posto ad una certa distanza dalla sponda del fiume. Il pozzetto deve avere diametro non troppo piccolo, per garantire il sincronismo delle o-

¹ Cfr. MOISELLO [1998]



scillazioni del livello idrico del fiume con quello del pozzetto stesso. Il pozzetto deve essere sottoposto a pulizia periodica per evitare indesiderate otturazioni.

G.1.2 Idrometrografi a bolle

Gli idrometrografi a bolle differiscono da quelli a galleggiante per il meccanismo di rilevamento. Quest'ultimo, infatti, è costituito da un **visualizzatore**, consistente in un recipiente riempito a metà di acqua, nella quale viene fatto gorgogliare dell'aria compressa proveniente da una bombola (Cfr Figura G-1-b). Il visualizzatore contiene l'estremità di altri due tubi. Un primo tubo conduce l'aria contenuta nel visualizzatore sul fondo del corso d'acqua, nel punto in cui si vuole misurare il livello; un secondo tubo, costituente l'organo di trasmissione, conduce l'aria ad un manometro registratore. La pressione misurata al manometro è identica a quella del visualizzatore, che a sua volta è identica a quella del fondo alveo. Dividendo tale pressione per il peso specifico dell'acqua, pari a $9\,810 \text{ N/m}^3$, si ottiene l'altezza del pelo libero nel punto di misura.

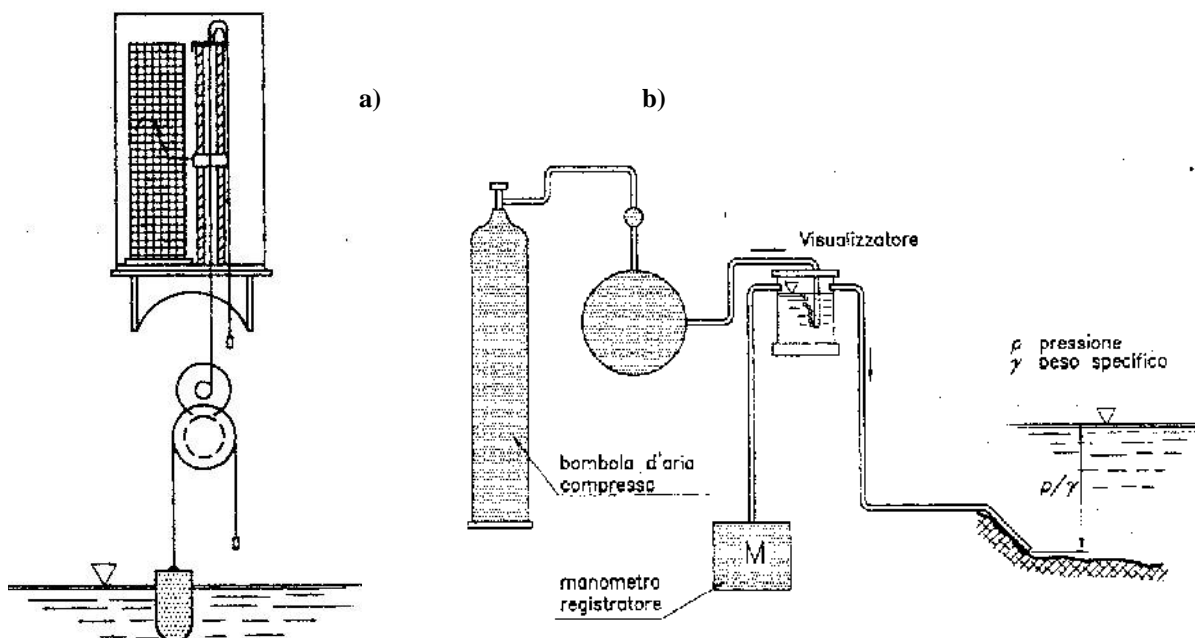


Figura G-1: Idrometrografi a galleggiante (a) e a bolle (b) [Roche, 1963]

G.1.3 Idrometrografi pneumatici

Anche tali tipi di idrometrografi prendono il nome dal dispositivo di rilevamento, che nella fattispecie è costituito da un recipiente a fisarmonica, facilmente deformabile e contenente aria in pressione, collocato al fondo dell'alveo (Cfr. Figura G-2-a). Le variazioni di livello idrico modificano la pressione idrostatica al contorno del recipiente, provocandone un'alterazione volumetrica. Tale alterazione comporta anche la variazione della pressione dell'aria contenuta all'interno, che viene misurata tramite un manometro collegato al recipiente. Dalla misurazione della pressione, come per l'idrometrografo a bolle, si risale al tirante idrico.



G.1.4 Idrometrografi a depressione

Tali idrometrografi sono costituiti da un recipiente mantenuto in depressione, collegato con un tubo al corso d'acqua (Cfr. G-2-b). Il recipiente deve essere installato ad altezze superiori a quella di massima piena, mentre il tubo deve essere abbastanza lungo da restare sempre immerso, anche quando le portate assumono valori minimi storici (zero idrometrico). Poiché il recipiente è mantenuto in depressione, l'acqua del fiume risale lungo il tubo fino ad una determinata quota. A variazioni di livello fluviale corrispondono variazioni amplificate del livello nel tubo e, quindi, della pressione nel recipiente. Quest'ultimo è collegato ad un dispositivo registratore, costituito da un manometro, che ne misura la pressione, da cui, come per l'idrometrografo a bolle, è possibile risalire all'altezza idrometrica.

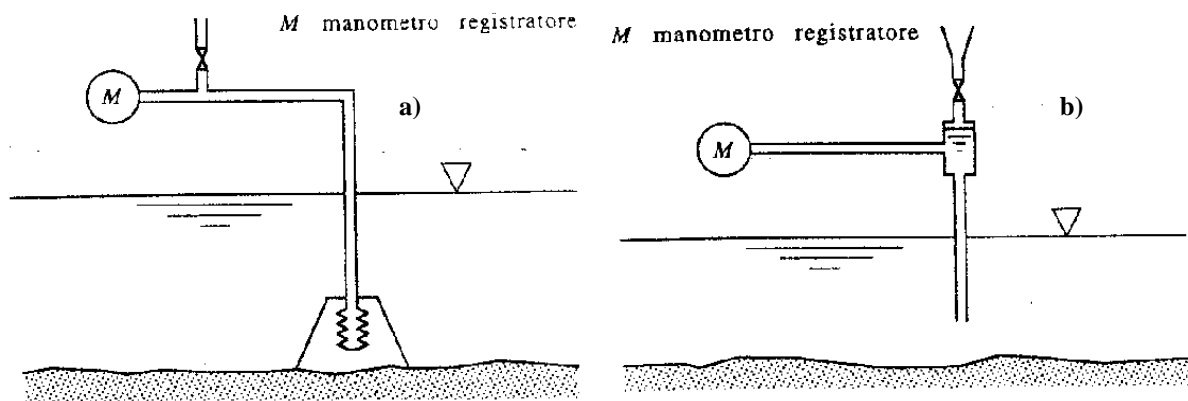


Figura G-2: Idrometrografi pneumatico (a) e a depressione (b) [Roche, 1963]

G.2 Idrometrografi elettronici²

Gli idrometrografi elettronici sono basati su dispositivi di triplice natura: quelli che riconducono le variazioni di livello a variazioni di capacità o resistenza elettrica, quelli che sfruttano la riflessione di onde acustiche ultrasoniche, quelli che misurano la pressione idrica al fondo.

G.2.1 Idrometrografi capacitivi

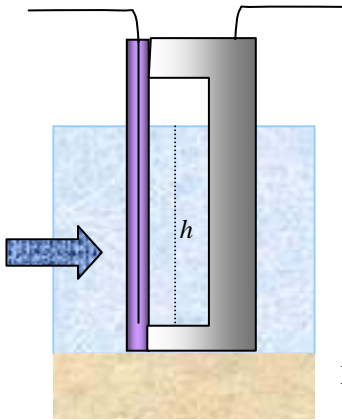
Tali idrometrografi sono costituiti da un dispositivo di rilevamento composto da un conduttore filiforme, rivestito di materiale isolante plastico, tenuto teso da un supporto metallico conformato in maniera da arrecare meno disturbo possibile alla corrente (cfr. figura G-3). Il dispositivo così combinato costituisce un condensatore cilindrico le cui armature sono costituite dal conduttore filiforme e dal liquido, inframezzati dall'isolante plastico.

² Cfr. PULCI DORIA [1992]



La capacità del condensatore è direttamente proporzionale all'affondamento della sonda secondo la relazione:

$$C = K \cdot h$$

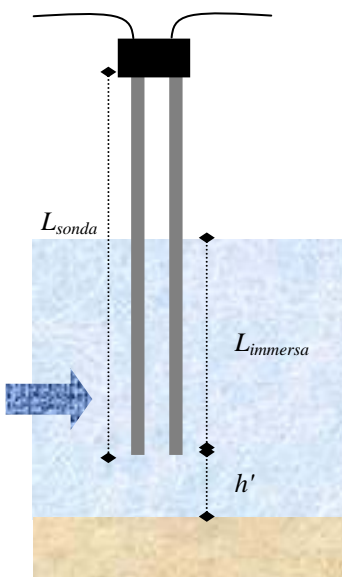


Il valore di k potrebbe essere conosciuto intrinsecamente in base alla geometria della sezione della guaina, nonché dal materiale di cui è costituita. Comunque è possibile eseguire una taratura preventiva.

La sonda capacitiva si adatta molto bene in applicazioni in cui non vi sono repentine variazioni di livello. Durante le fasi di abbassamento, infatti, il velo liquido d'acqua che bagna la sonda, può scendere più lentamente del livello idrometrico reale, comportando una misurazione errata del livello.

Figura G-3: Sonda capacitiva

G.2.2 Idrometrografi resistivi



Gli idrometrografi resistivi sono costituiti da un dispositivo di rilevamento che misura i tiranti idrici in funzione della capacità conduttrice elettrica dell'acqua. Il dispositivo di rilevamento è costituito da due rebbi d'acciaio paralleli, collegati ad un circuito di alimentazione, che alimenta i due elementi conduttori. Allorquando i due rebbi vengono immersi nell'acqua, questa chiude il circuito elettrico tra i due rebbi consentendo il passaggio di corrente.

Il circuito elettrico è caratterizzato da due resistenze in serie: una prima coincidente con la resistenza dei soli conduttori metallici e una seconda coincidente con la resistenza dell'acqua.

Per la legge di *Ohm*, indicando con ΔV la differenza di potenziale e con I l'intensità di corrente, risulta:

$$\Delta V = I \cdot R \quad (G.1)$$

con R pari alla resistenza equivalente del circuito.

La resistenza equivalente R è data a sua volta da:

$$R = \frac{L}{S} \rho \quad (G.2)$$

con L = lunghezza del circuito, S = sezione del circuito, ρ = resistività del circuito (dipendente dalla temperatura).

In particolare la lunghezza del circuito L è data da:

$$L = 2 \cdot (L_{sonda} - L_{immersa}) \quad (G.3)$$



Ponendo con h' la distanza dal fondo alveo dell'estremità inferiore dei rebbi, si ha che il tirante h è dato da:

$$h = L_{immersa} + h' \quad (G.4)$$

Sostituendo le (G.2), (G.3) e (G.4) nella (G.1) si ha:

$$\Delta V = 2I \cdot \frac{L_{sonda} - h - h'}{S} \rho$$

che rappresenta la funzione lineare tra ΔV e h .

G.2.3 Idrometrografi acustici a ultrasuoni

Tali idrometrografi sono costituiti da un dispositivo di rilevamento costituito da un altoparlante che trasmette un impulso ultrasonico e un microfono, che ne riceve l'energia riflessa dallo specchio d'acqua sottostante, di cui si vuole misurare il livello. Il dispositivo di trasmissione e ricezione è posto ad una certa distanza dal pelo libero dell'acqua (generalmente in prossimità degli intradossi di attraversamenti fluviali) ed è direzionato perpendicolarmente allo specchio d'acqua. Dividendo per la velocità del suono il tempo intercorrente tra l'emissione dell'impulso sonoro e la ricezione della frazione riflessa, si ottiene una lunghezza, paria a due volte la distanza intercorrente tra il dispositivo di trasmissione/ricezione e il pelo libero dell'acqua. Conoscendo la distanza del dispositivo dal fondo alveo si ricava l'altezza idrometrica del corso d'acqua. È appena il caso di ricordare che la velocità del suono dipende dal grado igrometrico e dalla pressione dell'aria.



Figura G-5: Idrometro a ultrasuoni

G.2.4 Idrometrografi a cella di pressione resistiva

L'organo di rilevamento di tali idrometrografi è costituito da una **cella di pressione** di forma generalmente cilindrica circolare, all'interno della quale la pressione è pari a quella atmosferica. Una delle due basi di tale cilindro è costituita da una lastra circolare sottile, incastrata lungo il bordo. Quando la cella viene sommersa dall'acqua, la lastra circolare inizia a deformarsi, gonfiandosi verso l'interno della cella e allungando tutte le fibre che si trovano nella sua parte centrale.

A questo punto gioca un ruolo importante lo strumento di trasmissione del segnale: un filo elettrico disteso sulla parte centrale della lastra, internamente alla cella, costretto a dilatarsi insieme alla lastra. Tale filo, chiamato **estensimetro**, ha resistenza pari a:

$$R = \rho \frac{L}{\sigma}$$

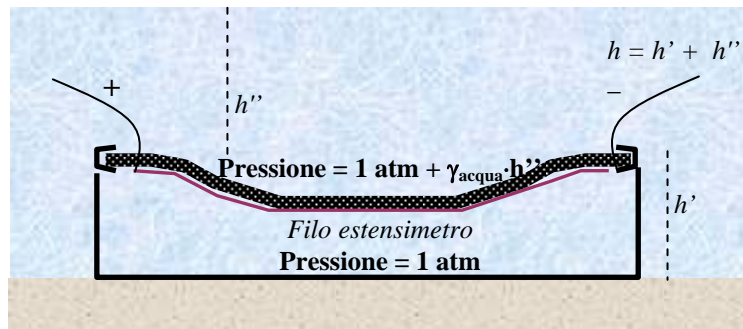


Figura G-6: Cella di pressione resistiva



dove: ρ è la resistività intrinseca del materiale di cui è costituito il filo elettrico;
 L è la lunghezza del filo;
 σ è la sezione del filo.

Se il filo viene sottoposto ad uno sforzo di trazione, che ne induca una deformazione elastica, la sua resistenza elettrica subirà una modifica a causa dell'incremento di L , del decremento di σ e della variazione di ρ (quest'ultima solo per fili semiconduttori). La teoria dell'elasticità riconduce la variazione di σ a quella di L . La teoria dei semiconduttori invece assicura la conoscenza della variazione di ρ in funzione della variazione di L . Pertanto una variazione di lunghezza del filo elettrico viene trasdotta in una variazione di resistenza elettrica proporzionale alla deformazione del filo, ovvero della lastra circolare.

Un dispositivo di registrazione elettronico, a seguito di taratura, restituisce la pressione idrostatica e quindi l'altezza idrometrica.

G.2.5 Idrometrografi a cella di pressione capacitiva

In tale idrometrografo elettronico il dispositivo di rilevamento è ancora costituito da una cella di pressione cilindrica. Due lamine metalliche ricoprono le due basi all'interno, a formare le armature di un condensatore, la cui capacità è data da:

$$C = \varepsilon \frac{\sigma}{d}$$

con: ε pari alla costante dielettrica del mezzo interposto: l'aria;
 σ pari alla superficie di ogni singola lamina;
 d pari alla distanza media fra le lamine.

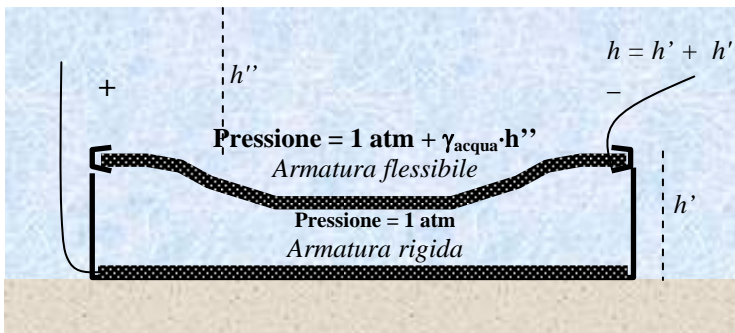


Figura G-7: Cella di pressione capacitiva

Quando la cella viene sommersa dall'acqua, la lastra circolare flessibile inizia a deformarsi, gonfiandosi verso l'interno della cella e avvicinandosi alla lastra rigida. Ne consegue che l'aumento di pressione, e quindi l'aumento del livello idrometrico, vengono trasdotti in aumento della capacità del condensatore.

G.2.6 Idrometrografi a cella piezoelettrica

Tali idrometrografi prendono il nome dall'elemento rilevatore, che consiste in un cristallo di quarzo, tagliato secondo opportuna giacitura. Tale cristallo, sottoposto ad una pressione monoassiale sulle due facce contrapposte di tale giacitura, sviluppa su tali facce cariche elettriche di segno opposto. L'intensità di queste cariche, proporzionale alle deformazioni indotte dalla pressione monoassiale, viene trasmessa a due elettrodi metallici, collegati alle due facce. Questi elettrodi raccolgono le cariche e le portano ad un amplificatore di carica, che fornisce all'uscita una tensione proporzionale alla carica di ingresso, e, quindi, alla pressione agente sul cristallo.

H

Tipologie di misuratori di velocità puntuale

I misuratori di velocità puntuali rilevano la velocità media della corrente idrica in un volume di controllo puntuale, in un determinato intervallo di tempo.

I misuratori di velocità possono essere meccanici o elettronici.

H.1 Misuratori di velocità meccanici¹

H.1.1 Mulinelli

Il mulinello è costituito da un equipaggio mobile che, investito dalla corrente, ruota ad una velocità angolare, che è funzione della velocità della corrente. A tale equipaggio è collegato un dispositivo per la lettura del numero di giri del mulinello.

I mulinelli possono essere ad asse orizzontale o ad asse verticale.

Il **mulinello ad asse orizzontale**, detto anche **mulinello ad elica**, è costituito da un'elica il cui asse è parallelo alla direzione della corrente (Cfr. Figura H-1-a). È molto utilizzato in Europa. Le eliche di tale mulinello sono dette **autocomponenti**, nel senso che misurano direttamente la componente assiale della velocità. La massima deviazione di parallasse consentita all'asse del mulinello rispetto alla direzione della corrente è di 10°.

Il **mulinello ad asse verticale**, detto anche **mulinello a coppelle**, ha l'equipaggio mobile costituito da coppelle disposte a corona intorno ad un asse verticale (Cfr. Figura H-1-b). È molto utilizzato negli Stati Uniti. Tale strumento misura sempre il modulo del vettore velocità, purché l'asse del mulinello sia verticale.

Per entrambi i tipi di mulinello il dispositivo di conteggio è costituito da un contatore automatico di impulsi, sincronizzato a un cronometro. Esistono due metodi di misura: a numero di impulsi prefissato o ad intervallo di tempo prefissato. In ogni caso il dispositivo restituisce direttamente la velocità della corrente.

¹ Cfr. MOISELLO [1998]

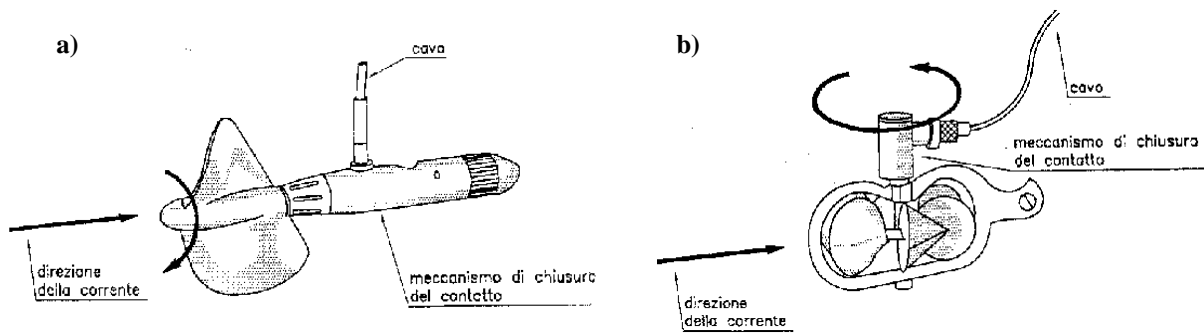


Figura H-1: Mulinelli ad asse orizzontale (a) e ad asse verticale (b) [Roche, 1963]

L'installazione dei mulinelli non può prescindere dall'uso di supporti che ne stabilizzino la posizione e l'inclinazione. Questi supporti sono di due tipi:

- **Zavorre**, chiamate anche pesci per via della loro forma, costituite da una massa metallica affusolata piuttosto grossa, lunga all'incirca 1m e pesante tra i 5 e i 150 kg. Sono munite di una pinna posteriore per favorirne l'orientamento nella direzione della corrente (Cfr. Figura H-2). Il mulinello ad elica viene alloggiato direttamente alla testa della zavorra, mentre il mulinello a coppette si fissa sopra il dorso. Le zavorre vengono mantenute sospese nella corrente, a profondità note, mediante l'uso di cavi d'acciaio molto sottili, in grado di sopportare il peso e la forza di trascinamento della corrente sulla zavorra, e nello stesso tempo in grado di minimizzare l'effetto di trascinamento della corrente su se stesso.
- **Pertiche**, costituite da aste metalliche, che possono essere fissate a una passerella sovrastante la corrente d'acqua, oppure infilate nel fondo alveo (Cfr. Figure H-3 e H-4).

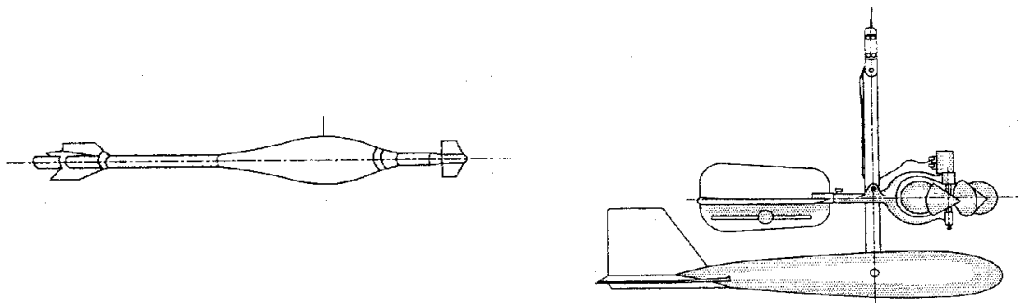


Figura H-2: Tipologie di zavorre per mulinelli

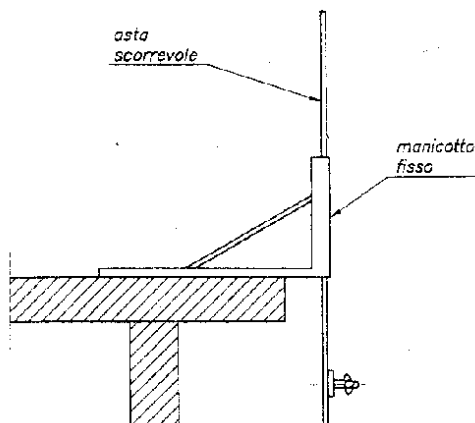


Figura H-3: Pertica per le misure da passerella

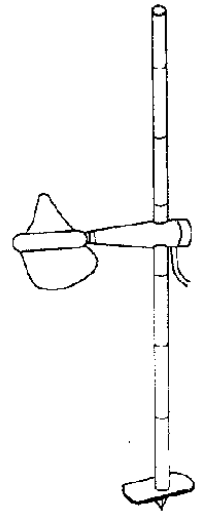


Figura H-4: Pertica per le misure a guado

H.2 Misuratori di velocità elettronici²

I misuratori di velocità meccanici, proprio per l'ingombro dell'eliche, non restituiscono la velocità di trasporto puntuale, bensì quella di un'area generalmente di raggio centimetrico. Per misure più puntuali, necessarie soprattutto negli impianti sperimentali, occorre ricorrere a misuratori di velocità elettronici, tra cui i più utilizzati sono: il tubo di Pitot con celle di pressione, i dispositivi a film caldo, i laser e gli emettitori ad ultrasuoni.

H.2.1 Tubo di Pitot con celle di pressione

Il tubo di Pitot è costituito da una doppia camicia cilindrica. Ha la forma ad "L" e ciò consente di misurare sia la quota piezometrica (settore cilindrico esterno), che quella effettiva (cilindro interno). La misura avviene mediante due celle di pressione collegate alle due camere del tubo, che trasducono le pressioni idrostatiche e di ristagno rispettivamente in carico piezometrico e carico effettivo (cfr. i sottoparagrafi G.2.3 e G.2.4).

Per correnti a pelo libero, il settore cilindrico esterno è inutile, in quanto, per risalire al carico piezometrico, basta fare riferimento alla profondità di immersione del tubo.

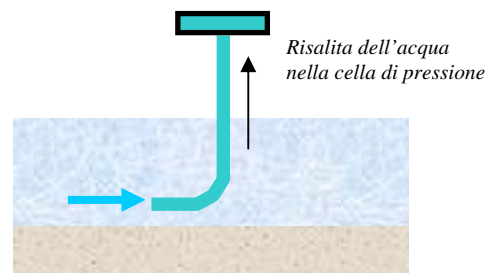


Figura H-5: Tubo di Pitot con cella di pressione

² Cfr. PULCI DORIA [1992]



H.2.2 Anemometro a film caldo

Il dispositivo di misura è costituito da un film di materiale conduttore depositato sul bordo anteriore di un supporto isolante a forma di piccola spatola. Il film è collegato alle due estremità da due fili elettrici, che poggiano sulla spatola isolante fino a fuoriuscirne.

Durante le misurazioni, il film viene disposto perpendicolarmente alla direzione del flusso. Attraverso i fili elettrici viene fatta passare della corrente che provoca il riscaldamento del film, per effetto Joule. Il calore ceduto è pari a RI^2 , con R pari alla resistenza del film e I pari all'intensità della corrente. Il film caldo inizia a scambiare calore con il liquido per convezione. Lo scambio energetico cresce all'aumentare della velocità del fluido. Il processo di riscaldamento della sonda e quello di raffreddamento per convezione raggiungono l'equilibrio solo se la corrente elettrica che alimenta il film assume un determinato valore. In particolare, all'equilibrio risulta:

$$RI^2 = a + b \cdot W^n$$

con W pari alla velocità della corrente nel punto di misura.

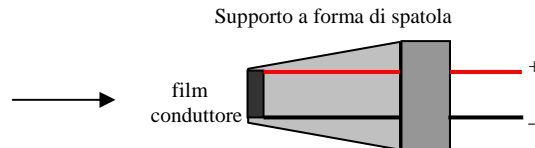


Figura H-6: Anemometro a film caldo

H.2.3 Anemometro laser

L'anemometro laser è uno strumento di misura della velocità puntuale della corrente molto utilizzato per la sua bassa invasività e perché non richiede alcuna taratura.

Il principio di funzionamento del dispositivo di misura è l'effetto Doppler, ovvero quel fenomeno fisico caratteristico della propagazione delle onde, che si ha in presenza di moto relativo tra la sorgente dell'onda e il ricevitore della stessa. La sorgente emette un'onda di frequenza $f=c/\lambda$ (con c pari alla celerità di propagazione dell'onda e λ pari alla lunghezza d'onda emessa). Se il ricevitore è in moto relativo rispetto alla sorgente, l'onda arriverà con frequenza pari a:

$$f^* = f \left(1 - \frac{w \cdot \hat{n}}{c} \right)$$

Il vettore \underline{w} rappresenta la velocità relativa del ricevitore nei confronti della sorgente (anche se è la sorgente a muoversi rispetto al ricevitore si immagina che il centro di riferimento del sistema trasmettitore-ricevitore sia sempre il trasmettitore), mentre il versore \underline{n} ha per direzione la retta unente in trasmettitore e il ricevitore in un determinato istante di tempo e per verso quello che va dal trasmettitore al ricevitore.

Dalla formulazione introdotta si deduce che quando il ricevitore e la sorgente si avvicinano, f^* diventa maggiore di f . La differenza $f_D = f^* - f$ è definita **frequenza Doppler**.

Il dispositivo di rilevamento della velocità è costituito da un emettitore laser, da un sistema ottico, da un ricevitore e da processore di segnale.

Perché la misura sia possibile è necessario che nel fluido siano presenti delle particelle di dimensioni e concentrazione opportuna, in modo tale che la luce del laser, investendo tramite un sistema ottico tali particelle, viene diffusa dalle stesse per riflessione. Si verifica, così, un doppio effetto Doppler: il primo quando le particelle (ricevitori in moto) vengono investite dal fascio luminoso, il secondo a seguito della riflessione delle particelle (trasmettitori in moto). Il segnale riflesso dalle particelle sospese nel liquido in moto viene rilevato dal ricevitore e successivamente processato.



Il sistema ottico maggiormente adottato per gli anemometri laser è il cosiddetto **differential Doppler**, che consente di sdoppiare il raggio laser in due raggi, che poi vengono fatti convergere ad una certa distanza dal trasmettitore, all'interno della corrente liquida, individuando il cosiddetto **punto di misura**. Il punto di misura ha in realtà dimensioni fisiche dipendenti dal diametro dei raggi luminosi. I due raggi luminosi vengono riflessi in maniera diffusa dalle particelle transittanti nel punto (volume) di misura e giungono al ricevitore, dove avviene il calcolo del valore istantaneo della componente della velocità delle particelle sospese nel fluido, lungo la direzione perpendicolare alla bisettrice dei due raggi luminosi, e contenuta nel piano individuato dai due stessi raggi. Il ricevitore può essere posizionato ovunque, anche nei pressi dello stesso trasmettitore. La velocità delle particelle sospese nel fluido, supponendo che la loro densità sia simile a quella del fluido, può, con buona approssimazione, essere posta uguale alla velocità del fluido stesso.

Al fine di rendere le misure di velocità possibili in fluidi poco torbidi potrebbe essere necessaria una preliminare operazione di insemminazione del fluido con particelle solide di adeguato diametro.

H.2.4 Velocimetro acustico doppler

I velocimetri acustici doppler (*acoustic doppler velocimeters – ADV*) sono i dispositivi di misurazione delle velocità nelle correnti liquide più utilizzati negli ultimi anni, nelle esperienze di laboratorio e di campo, per la loro versatilità, basso ingombro, trasportabilità e precisione di misura.

L'*ADV* ha lo stesso principio di funzionamento dell'anemometro laser, con la differenza che il fenomeno Doppler invece di interessare onde elettromagnetiche, interessa onde acustiche. L'*ADV* è costituito da un sensore acustico di misura, composto da un trasduttore che trasmette onde sonore ultrasoniche e due o tre trasduttori che ne ricevono la parte riflessa dal volume di controllo (Cfr.Figura H-7). Il volume di campionamento è distante dal sensore e pertanto non ne subisce il disturbo. Per questo motivo il velocimetro acustico doppler, come l'anemometro laser, non è un dispositivo di misura invasivo.

Ai trasduttori di ricezione giungono le onde sonore riflesse in maniera diffusa dalle piccole particelle o bolle miscelate nell'acqua. Nei corpi d'acqua naturali la presenza significativa di materiale sospeso e di bolle d'aria consente agevoli misurazioni. In laboratorio, invece, potrebbe rendersi necessaria l'insemminazione dell'acqua con materiale solido sospeso (insemminazione).

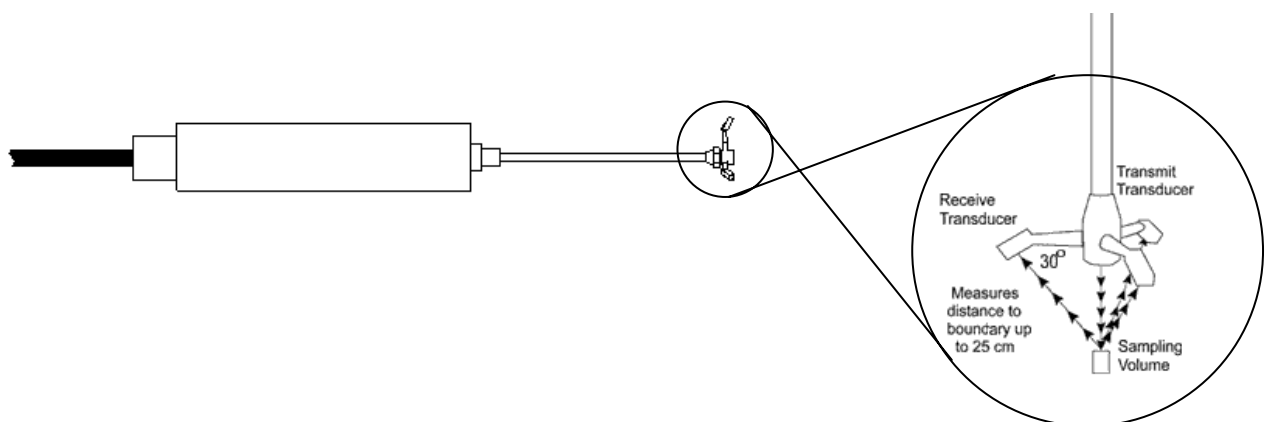


Figura H-7: Rappresentazione grafica di un ADV, con particolare dei trasduttori di trasmissione e ricezione delle onde acustiche



Oltre al sensore di misurazione (*acoustic measurement sensor*), il dispositivo di misura *ADV* è costituito da un modulo di adattamento del segnale (*conditioning module*), per processare il segnale e renderlo leggibile dalla scheda di acquisizione hardware (che costituisce il dispositivo di elaborazione, ovvero il *processing module*).

I trasduttori per la ricezione delle onde acustiche sono disposti a 120° , se sono in tre, ovvero a 180° se sono in due. Tre trasduttori servono a misurare la velocità puntuale in tutte e tre le direzioni del moto, mentre due trasduttori sono sufficienti a misurare solo due componenti della velocità. La durata dell'impulso sonoro, insieme all'inclinazione dei tre trasduttori di ricezione, individua un volume di controllo cilindrico di altezza e diametro millimetrici (altezza di 3 o 9 mm, e diametro di 6 mm) e a distanza centimetrica dal trasduttore di trasmissione (5 o 10 cm). Le dimensioni millimetriche del volume di misura non consentono di utilizzare l'*ADV* per effettuare le misure di velocità nel campo viscoso, per il quale occorre ricorrere all'anemometro laser.

L'*ADV* bidimensionale viene orientato in modo tale che i due ricevitori siano paralleli alla direzione della corrente (*side-looking*), con l'emissione degli impulsi sonori ortogonale alla direzione principale del moto (cfr. Figura H-8).

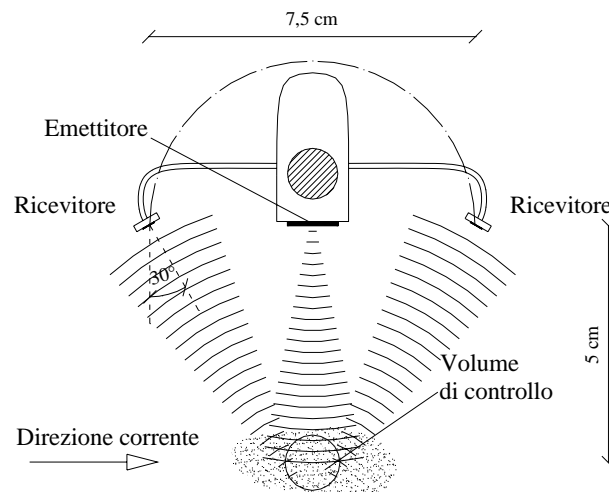


Figura H-8: Rappresentazione del funzionamento dell'*ADV* in condizioni *side-looking*

In generale gli impulsi sonori, riflessi in maniera diffusa, subiscono una variazione di frequenza che è proporzionale alla componente di velocità che il volume di controllo ha nei riguardi della bisettrice dell'angolo

di incidenza che deve avere l'onda sonora riflessa, per essere captata dal trasduttore di ricezione. Tale bisettrice viene anche chiamata **asse bistatico**. Per ogni trasduttore di ricezione vi è un asse bistatico. Una volta elaborate le frequenze con cui gli impulsi sonori giungono ai trasduttori, si deducono le componenti di velocità

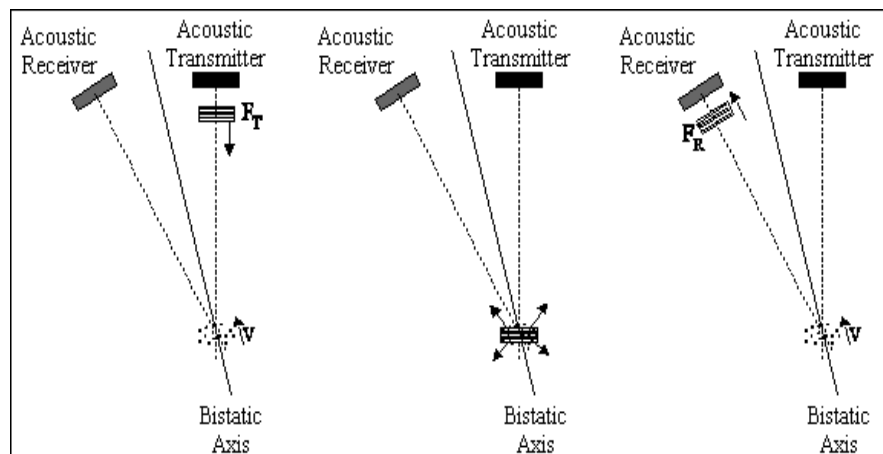


Figura H-9: Rappresentazione del processo di trasmissione e riflessione delle onde ultrasoniche



lungo gli assi bistatici e, quindi, per trasformazione, le componenti di velocità secondo un sistema di riferimento triortogonale, con una delle direzioni parallela al moto della corrente e le altre due contenute nel piano trasversale della corrente, secondo una direzione verticale e orizzontale.

I trasduttori di ricezione misurano la potenza del segnale riflesso. Qualora questo risulti dello stesso ordine di grandezza del rumore generato dai circuiti elettronici dell'apparato di amplificazione, l'ADV non è in grado di effettuare misure di velocità e pertanto occorre inseminare la corrente d'acqua.

Quando il volume di misura è in vicinanza di una parete alcuni ADV riescono a valutare la distanza tra il volume di misura e la parete e a modificare l'algoritmo di acquisizione del segnale, per minimizzare l'interferenza all'interno del volume di misura col segnale riflesso dalla parete stessa. Ciò può consentire misure di volumi di controllo distanti anche solo pochi millimetri dalla parete.

L'uso dell'ADV è sempre preceduto da una fase di calibrazione, in cui occorre conoscere la temperatura e la salinità dell'acqua, perché il modulo di elaborazione possa correttamente interpretare i segnali acustici riflessi alterati nella frequenza dall'effetto Doppler.

Le misurazioni eseguite dall'ADV sono soggette ad errori sistematici (*bias*) e ad errori casuali (*short-term*), che causano dei picchi di velocità. Degli errori menzionati, il secondo può essere eliminato tramite filtraggio per estrazione del valore medio temporale della misurazione.

L'errore sistematico può in genere essere dovuto alla modificazione della geometria dei rebbi di ricezione, ovvero alla modificazione della stabilità degli oscillatori interni. Esso dà luogo ad uno scarto (*offset*) di velocità, che può essere individuato registrando velocità non nulle in acqua calma. L'errore sistematico può consistere anche in un errore di scala, qualora le velocità registrate siano amplificate rispetto alla realtà.

L'errore casuale è legato alle condizioni al contorno, come gli echi di ritorno provenienti da ostacoli più lontani, la turbolenza del liquido, l'incostanza temporale del fenomeno di riflessione diffusiva delle particelle colpite dalle onde ultrasoniche.

Il trasmettitore ad ultrasuoni emette impulsi acustici in acqua ad intervalli di tempo molto bassi (centinaia di impulsi al secondo). La frequenza di trasmissione dipende dalla frequenza degli impulsi ultrasonici trasmessi e dall'intervallo di velocità che si vuole misurare. La frequenza di campionamento dei dati ricevuti è invece molto più bassa della frequenza di trasmissione degli impulsi sonori, per cui il modulo di elaborazione calcola un valore medio di tutti gli impulsi riflessi che gli pervengono. La frequenza di campionamento può essere impostata in fase di preparazione dello strumento registratore, ed è dell'ordine di decine di elaborazioni al secondo. Le velocità campionate sono caratterizzate da un valore medio temporale e da una varianza. In particolare quest'ultima dipende dalla frequenza di campionamento e dall'errore casuale secondo la seguente formulazione:

$$\text{varianza (velocità)} = \text{errore casuale} * (\text{frequenza di campionamento})/2 \quad (\text{H.1})$$

la quale suggerirebbe di campionare a basse frequenze.

Il rapporto tra la varianza temporale dei valori misurati e la frequenza di campionamento prende il nome di **spettro di misura** ed ha le dimensioni di $m^2/(s^2 \cdot \text{Hz})$.

L'errore casuale è di per sé una varianza che si mantiene costante al variare delle frequenze di campionamento. Poiché la varianza è inversamente proporzionale al numero di campionamenti, ne consegue che all'aumentare della frequenza di campionamento aumentano gli scarti tra le misure. Lo **spettro dell'errore casuale** è costante.

A basse frequenze, però, si rischia di eseguire le misure ad intervalli di tempo dello stesso ordine di grandezza delle oscillazioni di moto inerziali tipiche dei moti turbolenti, che fanno oscillare le velocità da valori più alti a valori più bassi in maniera periodica, con frequenza che in genere è dell'ordine di $10^{-1} \div 10^0$ Hz. Ne con-



segue che al diminuire della frequenza si ha comunque un aumento degli scarti di misura, per cui allo spettro costante dell'errore casuale si sovrappone lo **spettro turbolento**, che decresce con la frequenza di campionamento fino a diventare più piccolo dello spettro dell'errore casuale. L'intervallo di frequenza in cui lo spettro turbolento è maggiore di quello dell'errore casuale prende il nome di **intervallo inerziale di Kolmogorov**.

La (H.1) assume quindi validità per frequenze di campionamento maggiori del limite superiore dell'intervallo inerziale di *Kolmogorov*.

Fondamenti di modellazione matematica

Lo studio di un fenomeno naturale o artificiale può essere sviluppato mediante l'individuazione di quattro aspetti fondamentali:

1. il sistema oggetto di studio, le cui caratteristiche possono variare nel tempo all'evolversi del fenomeno;
2. le cause del fenomeno;
3. gli effetti del fenomeno;
4. il legame tra le cause e gli effetti.

Lo studio può essere più o meno accurato a seconda del numero di cause e di effetti che vengono presi in considerazione e della complessità con cui il sistema viene descritto.

L'insieme dei quattro aspetti sopra menzionati definisce il **modello matematico** di un fenomeno di trasformazione di un **sistema**. Un modello matematico è caratterizzato dall'**orientazione**, ovvero dal verso con cui si studia il legame tra cause ed effetti. Ecco perché più in generale si parla di **ingressi** e **uscite** del sistema. Infatti, a seconda dell'orientazione, un ingresso può essere tanto una causa che un effetto. Sia in ingresso che in uscita occorre determinare delle variabili. I valori delle **variabili d'ingresso** consentono di risalire, una volta noto il legame ingresso-uscita, ai valori delle **variabili in uscita**.

Oltre alle variabili di ingresso e uscita, un modello matematico necessita anche delle **variabili di stato**, ovvero di quelle variabili che caratterizzano la condizione in cui si trova il sistema. Tale condizione può variare nel tempo, a seconda del fenomeno naturale o artificiale che agisce sul sistema.

La caratterizzazione generale di un sistema avviene mediante la determinazione dei seguenti parametri:

1. L'**insieme dei tempi (T)**: che può essere costituito da numeri reali (sistema modellabile nel **tempo continuo**), o da numeri interi (sistema modellabile nel **tempo discreto**). L'insieme dei tempi deve essere caratterizzato da una relazione d'ordine, che consenta di definire se un istante viene prima o dopo un altro istante.
2. L'**insieme dei valori possibili per l'ingresso (U)**: che può essere continuo, discreto o booleano.
3. L'**insieme delle funzioni ammissibili per l'ingresso (W)**: ovvero le modalità con cui le variabili di ingresso variano i loro valori nel tempo.
4. L'**insieme dei valori assumibili dallo stato (X)**: che può essere continuo, discreto o booleano.
5. L'**insieme dei valori possibili per l'uscita (Y)**: che può essere continuo, discreto o booleano.
6. L'**insieme delle funzioni ammissibili per l'uscita (Γ)**: ovvero le modalità con cui le variabili d'uscita variano i loro valori nel tempo.



7. La **funzione di transizione di stato** (φ): che può essere esplicita (funzione matematica), o implicita (composizione di più funzioni da applicare secondo un algoritmo predefinito), e che restituisce i valori delle variabili di stato nel tempo, noti che siano i valori delle variabili di stato nell'istante iniziale e l'andamento temporale delle variabili d'ingresso.
8. La **funzione d'uscita** (η): che associa alle variabili in uscita in un determinato istante di tempo i valori in funzione dello stato del sistema nello stesso istante di tempo.

Si può pertanto definire il modello matematico di un sistema il seguente insieme di oggetti:

$$\{T, U, W, X, Y, \Gamma, \varphi, \eta\}$$

I.1 La funzione di transizione di stato

Assegnato un istante iniziale di tempo τ_0 , si suppongano noti i valori delle variabili di stato in tale istante, ovvero si supponga noto il vettore $\underline{x}(\tau_0)$. Si suppongano noti anche i valori delle variabili in ingresso nel tempo, ovvero si supponga noto il vettore $\underline{u} = \underline{w}(\tau)$, con $\underline{w}(\tau) \in W$, che rappresenta la funzione ammissibile d'ingresso, che è una funzione definita nella variabile tempo e con codominio n dimensionale, a seconda del numero di variabili n in ingresso. La funzione di transizione di stato φ consente di conoscere lo stato del sistema in un determinato istante di tempo τ^* , chiamato **istante di osservazione**, che è successivo a τ_0 , per cui si può scrivere:

$$\varphi : T \times T \times X \times U \rightarrow X \quad \text{ovvero} \quad \varphi : (\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) \rightarrow \underline{x}(\tau^*)$$

Quando la funzione di transizione di stato è esplicita può essere ricondotta alla seguente notazione matematica:

$$\varphi : \underline{x}(\tau^*) = \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*])$$

Quando la funzione di transizione di stato è implicita, bisogna definire un **grafo di transizione**, grazie al quale stabilire le modalità di trasformazione del sistema nel tempo. Un grafo di transizione è caratterizzato da nodi e archi orientati. Ogni nodo rappresenta uno stato in cui si può trovare il sistema. Ogni arco orientato rappresenta la legge di transizione di stato per un determinato valore assunto dalle variabili in ingresso in un determinato istante di tempo.

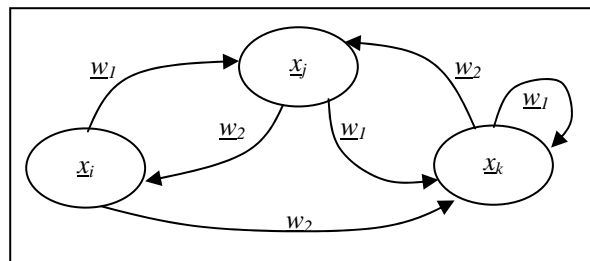


Figura I-1: Esempio di grafo di transizione

Nella Figura I-1 è rappresentato un esempio di grafo di transizione, con tre stati e due tipologie di ingressi.



Una funzione di transizione di stato implicita può essere rappresentata anche mediante **una tabella di transizione di stato**, caratterizzata da una prima colonna in cui vi sono gli stati del sistema, più altre n colonne corrispondenti con il numero di funzioni d'ingresso. La Tabella I-1 è ad esempio riferita al grafo di Figura I-1.

stati iniziali	funzioni d'ingresso	
	\underline{w}_1	\underline{w}_2
\underline{x}_j	\underline{x}_j	\underline{x}_k
\underline{x}_j	\underline{x}_k	\underline{x}_j
\underline{x}_k	\underline{x}_k	\underline{x}_j

Tabella I-1: Tabella di transizione di stato

In seguito, per semplicità di notazione, senza in tal modo ledere la completezza della trattazione, si farà riferimento alle funzioni di transizione di stato esplicite.

Un sistema per il quale la funzione di transizione di stato è tale che:

$$\forall \tau^* > \tau_0 \quad \text{e} \quad \forall \underline{w} \in W \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}(\tau_0)$$

prende il nome di **sistema statico**.

I sistemi non statici prendono il nome di **sistemi dinamici**, detti anche **sistemi con memoria**.

La funzione di transizione di stato gode di quattro fondamentali proprietà di sotto elencate.

Proprietà di consistenza

$$\forall \tau_0 \in T \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_0, \tau_0, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau_0]) = \underline{x}(\tau_0)$$

Proprietà di irreversibilità

L'insieme di definizione temporale di $\varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*])$ contiene sempre l'intervallo $[\tau_0, +\infty[$.

A tal proposito, un sistema il cui insieme di definizione temporale di φ coincide con $[\tau_0, +\infty[$, si dice **sistema irreversibile**. Un sistema il cui insieme di definizione di φ coincide con $[-\infty, +\infty[$, si dice **sistema reversibile**.

Proprietà di composizione

$$\forall \tau_1, \tau_2, \tau_3: \tau_1 < \tau_2 < \tau_3 \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_1, \tau_3, \underline{x}(\tau_1), \underline{w}[\tau_1, \tau_3]) = \varphi(\tau_1, \tau_2, \underline{x}(\tau_1), \underline{w}[\tau_1, \tau_2]) + \varphi(\tau_2, \tau_3, \underline{x}(\tau_2), \underline{w}[\tau_2, \tau_3])$$

Proprietà di casualità

$$\forall \underline{w}_1, \underline{w}_2: \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*] \equiv \underline{w}_2[\tau_0, \tau^*] \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*]) = \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}_2[\tau_0, \tau^*])$$

1.2 La funzione d'uscita

Assegnato l'istante di tempo di osservazione τ^* , si suppongano noti i valori delle variabili di stato in tale istante $\underline{x}(\tau^*)$. Si suppongano noti anche i valori delle variabili in ingresso in tale istante $\underline{u}(\tau^*)$. La funzione di uscita consente di risalire ai valori delle variabili di uscita allo stesso istante τ^* .



La funzione di uscita è una relazione algebrica del tipo:

$$\underline{y}(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*]$$

con il vettore $\underline{y}(\tau^*)$ contenente i valori di tutte le variabili in uscita.

Applicando la funzione di uscita per più istanti di osservazione si ricava l'andamento di una funzione ammissibile per l'uscita $\underline{y} \in \Gamma$.

Un sistema la cui funzione d'uscita dipende anche dal valore delle variabili d'ingresso all'istante di osservazione prende anche il nome di **sistema dinamico improprio**, per distinguerlo dal **sistema dinamico proprio** in cui: $\underline{y}(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \tau^*]$.

La funzione di uscita si applica a tergo della funzione di transizione di stato secondo il seguente schema a blocchi.

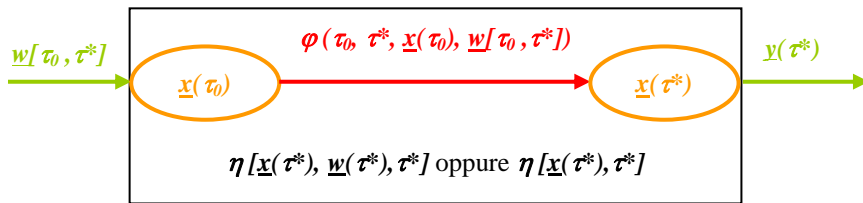


Figura I-2: Schema a blocchi di un modello matematico di un fenomeno fisico

I.3 Caratteristiche fondamentali dei sistemi

In riferimento a un sistema, sia \underline{x} il vettore n dimensionale delle variabili di stato. Si definisce **evento** la seguente $n+1$ -pla: $(\tau, \underline{x}(\tau))$. L'insieme delle $n+1$ -ple $(\tau, \underline{x}(\tau))$ prende, invece, il nome di **insieme degli eventi**.

Il diagramma della funzione di transizione di stato $\varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*])$ prende il nome di **traiettoria**.

I.3.1 Stati e uscite di equilibrio

In un sistema dinamico, dato uno stato iniziale $\underline{x}(\tau_0)$, si può verificare che:

$$\exists \underline{w} \in W: \quad \forall \tau^* \in [\tau_0, \tau_1] \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}(\tau_0)$$

In tal caso si dice che $\underline{x}(\tau_0)$ costituisce uno **stato di equilibrio in tempo finito**.

Se invece risulta:

$$\forall \tau^* > \tau_0 \quad \exists \underline{w} \in W: \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}(\tau_0)$$

si dice che $\underline{x}(\tau_0)$ costituisce uno **stato di equilibrio**

Uno stato di equilibrio in tempo finito di un sistema caratterizzato da una funzione di transizione di stato esplicita ha per traiettoria una retta parallela all'asse dei tempi nell'intervallo $[\tau_0, \tau^*]$. La traiettoria si mantiene retta nell'intervallo $[\tau_0, +\infty]$ in ipotesi di stato di equilibrio.

Uno stato di equilibrio di un sistema caratterizzato da un grafo di transizione è caratterizzato dagli archi che hanno il nodo di destinazione coincidente con il nodo di origine.

Sempre in un sistema dinamico, dato uno stato iniziale $\underline{x}(\tau_0)$, si può verificare che:



$$\exists \underline{w} \in W: \quad \forall \tau^* \in [\tau_0, \tau_1] \quad \rightarrow \quad \underline{y}(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*] = \text{costante}$$

In tal caso si dice che $\underline{y}(\tau^*)$ costituisce un'uscita di equilibrio in tempo finito.

Se invece risulta:

$$\exists \underline{w} \in W: \quad \forall \tau^* \in [\tau_0, +\infty[\quad \rightarrow \quad \underline{y}(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*] = \text{costante}$$

si dice che $\underline{y}(\tau^*)$ costituisce un'uscita di equilibrio.

Si può affermare che *condizione sufficiente affinché a stati di equilibrio corrispondano uscite di equilibrio è che il sistema dinamico sia proprio.*

I.3.2 La raggiungibilità

Assegnato un sistema dinamico, e fissato l'istante iniziale di tempo τ_0 , si dice che uno stato \underline{x}^* è **raggiungibile a partire dall'istante τ_0** , qualora:

$$\exists \underline{w} \in W, \quad \exists \tau^* \in T: \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}^*$$

Qualora dovesse risultare che, fissato l'istante iniziale di tempo τ_0 e l'istante di osservazione τ^* :

$$\forall \underline{x}^* \in X, \quad \exists \underline{w} \in W: \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}^*$$

si ha un **sistema connesso all'istante τ^*** .

Qualora dovesse risultare, invece, che, fissato l'istante iniziale di tempo τ_0 :

$$\forall \underline{x}^* \in X \quad \text{e} \quad \forall \tau^* > \tau_0, \quad \exists \underline{w} \in W: \quad \varphi(\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{x}^*$$

si ha un **sistema connesso**.

I.3.3 Stati indistinguibili

Due stati \underline{x}_1 e \underline{x}_2 si dicono indistinguibili all'istante τ_0 , allorquando si verifica la seguente situazione:

$$\forall \underline{w} \in W \quad \text{e} \quad \forall \tau^* > \tau_0 \quad \rightarrow \quad \eta(\underline{x}_1(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*) = \eta(\underline{x}_2(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*)$$

Al contrario, qualora dovesse verificarsi all'istante τ_0 che:

$$\forall \underline{x}_1, \underline{x}_2 \in X \quad \rightarrow \quad \forall \underline{w} \in W \quad \forall \tau^* > \tau_0 \quad \eta(\underline{x}_1(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*) \neq \eta(\underline{x}_2(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*)$$

si ha un **sistema in forma ridotta all'istante τ_0** .

Se poi si ha:

$$\forall \underline{x}_1, \underline{x}_2 \in X, \quad \forall \tau_0 \in T \quad \rightarrow \quad \forall \underline{w} \in W \quad \forall \tau^* > \tau_0 \quad \eta(\underline{x}_1(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*) \neq \eta(\underline{x}_2(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*)$$

si ha semplicemente un **sistema in forma ridotta**.

Se $\eta(\underline{x}_1(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*) = \eta(\underline{x}_2(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*)$, si deduce che $\underline{x}_1(\tau^*) = \underline{x}_2(\tau^*)$, per cui in qualsiasi istante τ^* successivo a τ_0 , i due corrispondenti stati del sistema sono a loro volta indistinguibili.

I.4 Interconnessione di sistemi

Assegnati due sistemi $S_1 = \{T_1, U_1, W_1, X_1, Y_1, F_1, \varphi_1, \eta_1\}$ e $S_2 = \{T_2, U_2, W_2, X_2, Y_2, F_2, \varphi_2, \eta_2\}$, questi possono essere connessi con opportune regole e diventare così dei sottosistemi di un sistema complesso S . In tal caso i due sistemi si dicono anche interconnessi. Esistono tre tipologie di interconnessione tra due sottosistemi, prima di descrivere i quali si vuole precisare che l'interconnessione di due sistemi dinamici può anche generare un sistema statico.



I.4.1 Interconnessione in parallelo

Due sottosistemi S_1 e S_2 sono interconnessi in parallelo qualora sono caratterizzati dallo stesso ingresso. Ricorrendo ad uno schema a blocchi, il sistema complesso si può rappresentare come in Figura I-3.

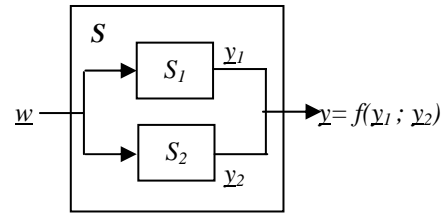


Figura I-3: Schema a blocchi di un'interconnessione in parallelo

È appena il caso di precisare che la variabile in uscita y può anche dipendere solo da una delle due variabili in uscita dei due sottosistemi S_1 e S_2 .

Poiché il sistema S ha lo stesso ingresso dei sottosistemi S_1 e S_2 , l'insieme dei tempi T deve coincidere con l'insieme dei tempi T_1 e T_2 .

Inoltre, dovendo w appartenere sia ad U_1 che ad U_2 , si deduce che $U = U_1 \cap U_2$. Quindi, condizione necessaria perché due sistemi S_1 e S_2 si possano interconnettere in parallelo è che l'intersezione dei valori possibili d'ingresso sia non vuota.

Per gli stessi motivi deve risultare che $W = W_1 \cap W_2$. Pertanto, condizione necessaria perché due sistemi S_1 e S_2 si possono interconnettere in parallelo è che l'intersezione delle funzioni ammissibili per l'ingresso sia non vuota.

Le variabili di stato del sistema S devono tenere conto dello stato dei due sottosistemi S_1 e S_2 e pertanto si verifica che: $x = (x_1, x_2)$, e, quindi: $X = X_1 \times X_2$.

Si deduce che la funzione di transizione di stato del sistema S sia data da: $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$.

Quanto osservato porta alla seguente formulazione del sistema complesso S e dei sottosistemi S_1 e S_2 :

$$S_1 = \{T, U_1, W_1, X_1, Y_1, \Gamma_1, \varphi_1, \eta_1\}$$

$$\text{interconnessione in parallelo} \rightarrow S = \{T, U_1 \cap U_2, W_1 \cap W_2, X_1 \times X_2, Y, \Gamma, (\varphi_1, \varphi_2), \eta\}$$

$$S_2 = \{T, U_2, W_2, X_2, Y_2, \Gamma_2, \varphi_2, \eta_2\}$$

I.4.2 Interconnessione in serie

Due sottosistemi S_1 e S_2 sono interconnessi in serie qualora l'ingresso del sottosistema S_2 è dato dall'uscita del sottosistema S_1 . Ricorrendo ad uno schema a blocchi, il sistema complesso si può rappresentare come in Figura I-4.

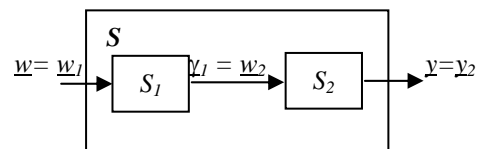


Figura I-4: Schema a blocchi di una interconnessione in serie

Poiché l'ingresso del sistema S coincide con quello del sistema S_1 , i due sistemi hanno lo stesso insieme dei tempi T . Poiché l'uscita del sistema S coincide con quella del sistema S_2 , anche questi due sistemi hanno lo stesso insieme dei tempi T , per cui T deve coincidere con T_1 e T_2 .

Inoltre deve risultare che $U = U_1$, $Y_1 \subseteq U_2$ e $Y \subseteq Y_2$

Per gli stessi motivi deve risultare che $W = W_1$, $\Gamma_1 \subseteq W_2$ e $\Gamma \subseteq \Gamma_2$.



Le variabili di stato del sistema S devono tenere conto dello stato dei due sottosistemi S_1 e S_2 e pertanto si verifica che: $\underline{x} = (\underline{x}_1, \underline{x}_2)$, e, quindi: $X = X_1 \times X_2$.

Si deduce che la funzione di transizione di stato del sistema S sia data da: $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$, che in questo caso può essere esplicitata nel seguente modo:

$$\varphi = [\varphi_1(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_1(\tau_0), \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*]), \varphi_2(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_2(\tau_0), \underline{w}_2[\tau_0, \tau^*])]$$

ovvero:

$$\varphi = [\varphi_1(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_1(\tau_0), \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*]), \varphi_2(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_2(\tau_0), \eta_1[\underline{x}_1(\tau), \underline{w}_1(\tau, \tau)])] \quad \forall \tau \in [\tau_0, \tau^*]$$

e quindi:

$$\varphi = [\varphi_1(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_1(\tau_0), \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*]), \varphi_2(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_2(\tau_0), \eta_1[\varphi_1(\tau_0, \tau, \underline{x}_1(\tau), \underline{w}_1[\tau_0, \tau]), \underline{w}_1(\tau, \tau)])] \quad \forall \tau \in [\tau_0, \tau^*]$$

La funzione di uscita del sistema S è data da:

$$\underline{y}(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*, \tau^*)] = \eta_2[\underline{x}_2(\tau^*), \underline{w}_2(\tau^*), \tau^*]$$

ovvero:

$$\underline{y}(\tau^*) = \eta_2[\underline{x}_2(\tau^*), \underline{y}_1(\tau^*), \tau^*] = \eta_2[\underline{x}_2(\tau^*), \eta_1[\underline{x}_1(\tau^*), \underline{w}_1(\tau^*), \tau^*], \tau^*]$$

e quindi:

$$\underline{y}(\tau^*) = \eta_2[\varphi_2(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_2(\tau_0), \eta_1[\underline{x}_1(\tau), \underline{w}_1(\tau, \tau)]), \eta_1[\varphi_1(\tau_0, \tau^*, \underline{x}_1(\tau_0), \underline{w}_1[\tau_0, \tau^*]), \underline{w}_1(\tau^*), \tau^*], \tau^*] \quad \forall \tau \in [\tau_0, \tau^*]$$

Quanto osservato porta alla seguente formulazione del sistema complesso S e dei sottosistemi S_1 e S_2 :

$$S_1 = \{T, U_1, W_1, X_1, Y_1, F_1, \varphi_1, \eta_1\}$$

$$\text{interconnessione in serie} \rightarrow S = \{T, U_1, W_1, X_1 \times X_2, Y_2, F_2, \varphi(\varphi_1, \varphi_2, \eta_1), \eta_2(\varphi_1, \varphi_2, \eta_1)\}$$

$$S_2 = \{T, U_2 \supseteq Y_1, W_2 \supseteq F_1, X_2, Y_2, F_2, \varphi_2, \eta_2\}$$

I.4.3 Interconnessione in retroazione

Due sottosistemi S_1 e S_2 sono interconnessi in retroazione qualora sono collegati secondo lo schema a blocchi in Figura I-5.

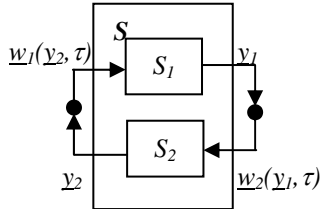


Figura I-5: Schema a blocchi di una interconnessione in retroazione

In tale tipo di interconnessione la funzione d'ingresso \underline{w}_i (con $i=1,2$) del sottosistema i dipende non solo dal tempo τ , ma anche dall'uscita \underline{y}_j del sottosistema j .

Un sistema S costituito dalla interconnessione in retroazione di due sottosistemi S_1 e S_2 , non ha un ingresso e un'uscita ben definiti, nel senso che la funzione d'ingresso può essere considerata sia la $\underline{w}_1(\underline{y}_2, \tau)$ che la $\underline{w}_2(\underline{y}_1, \tau)$.

Anche in tal caso, poiché l'ingresso del sistema S coincide con quello del sistema S_1 o S_2 , si ha che T coincide con T_1 e T_2 .

Il sistema complesso S ha la seguente formulazione, in funzione dei sottosistemi S_1 e S_2 :

$$S_1 = \{T, U_1, W_1, X_1, Y_1, F_1, \varphi_1, \eta_1\}$$

$$\text{interconnessione in retroazione} \rightarrow S = \{T, U_1 \text{ o } U_2, W_1 \text{ o } W_2, X_1 \times X_2, Y_1 \text{ o } Y_2, F_1 \text{ o } F_2, (\varphi_1, \varphi_2), \eta_1 \text{ o } \eta_2\}$$

$$S_2 = \{T, U_2, W_2, X_2, Y_2, F_2, \varphi_2, \eta_2\}$$



1.5 Classificazione dei sistemi

Esistono diverse classificazioni dei sistemi. Tra queste ve ne sono due di particolare interesse, che si basano sulle caratteristiche dei sistemi nei confronti dell'insieme dei tempi T .

1.5.1 Sistemi tempo invarianti

Un sistema che non modifica le proprie caratteristiche nel tempo prende il nome di **sistema tempo invariante**. Per tale tipo di sistema, la sua evoluzione non dipende dall'istante di tempo in cui viene applicato l'ingresso, ma solo dalla natura dell'ingresso.

Un sistema tempo invariante gode delle seguenti quattro proprietà:

1. L'insieme dei tempi T è un insieme additivo:

$$\forall \tau_1, \tau_2 \in T \quad \rightarrow \quad \tau_1 + \tau_2 \in T.$$

2. L'insieme W deve essere chiuso rispetto alle operazioni di traslazione nel tempo:

$$\forall \tau_0 \in T, \forall \underline{w} \in W \quad \rightarrow \quad \exists \underline{z}(\tau + \tau_0) = \underline{w}(\tau) \in W.$$

3. Fissato uno stesso stato di partenza, ad un ingresso traslato nel tempo deve corrispondere un'uscita traslata nel tempo:

$$\forall \tau_0, \tau_1 \in T : \tau_0 \neq \tau_1, \forall \Delta\tau \quad \forall \underline{x}_0 \in X \quad \rightarrow \quad \varphi(\tau_0, \tau_0 + \Delta\tau, \underline{x}_0, \underline{w}[\tau_0, \tau_0 + \Delta\tau]) = \varphi(\tau_1, \tau_1 + \Delta\tau, \underline{x}_0, \underline{w}[\tau_1, \tau_1 + \Delta\tau])$$

4. La funzione d'uscita η deve essere indipendente dal tempo:

$$\eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*)]$$

1.5.2 Sistemi tempo continui

Un **sistema tempo continuo** è un sistema il cui insieme dei tempi coincide con l'insieme dei numeri reali. Qualora l'insieme dei tempi coincida con l'insieme dei numeri interi si ha un **sistema tempo discreto**.

1.6 Gli automi

Si definisce **automa** un sistema dinamico caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- 1) è un sistema tempo invariante;
- 2) è un sistema tempo discreto;
- 3) l'insieme U è un insieme finito;
- 4) l'insieme Y è un insieme finito.

Si ha, poi, un **automa finito** qualora l'insieme X è finito. Si ha un **automa infinito**, se l'insieme X è infinito.

In ipotesi di automa finito, la funzione di transizione di stato degli automi è in genere rappresentata mediante un grafo/tabella di transizione di stato. A differenza della funzione esplicita di transizione di stato, che è una funzione integrale nel tempo, il grafo/tabella di transizione, noti che siano lo stato e l'ingresso all'istante τ , restituisce lo stato all'istante di tempo successivo $\tau + 1$. Ogni passaggio da uno stato all'altro (arco orientato) rappresenta un **passo** della funzione di transizione, il cui andamento è dato dalla combinazione di più passi successivi, a partire dall'istante di tempo τ_0 , fino all'istante di tempo $\tau^* = \tau_0 + n$.



Per la proprietà 1 degli automi, le funzione di uscita η non dipende dal tempo e può caratterizzare il sistema in modo da avere :

- un **automa proprio (macchina di Moore)**, in cui: $y = \eta(\underline{x})$;
- un **automa improprio (macchina di Mealy)**, in cui: $y = \eta(\underline{x}, \underline{w})$.

Nel caso di automa finito di tipo proprio, la funzione η può essere rappresentata con una **tabella di uscita** a due colonne, nella prima delle quali vi è lo stato \underline{x} e nella seconda l'uscita corrispondente \underline{y} . La tabella è caratterizzata da un numero di righe pari al numero finito di stati in cui può trovarsi l'automa (Cfr. Tabella I-2-a).

Nel caso di automa finito di tipo improprio, la funzione η può essere rappresentata con una **tabella di uscita** a $n+1$ colonne, nella prima delle quali vi è lo stato \underline{x} e nelle restanti n l'uscita \underline{y} corrispondente alle diverse combinazioni tra lo stato \underline{x} e gli n ingressi \underline{w} . La tabella è caratterizzata da un numero di righe pari al numero finito di stati in cui può trovarsi l'automa (Cfr. Tabella I-2-b).

Stati	Uscite
\underline{x}_1	\underline{y}_1
...	...
\underline{x}_m	\underline{y}_m

a)

Stati	Uscite		
	\underline{w}_1	...	\underline{w}_n
\underline{x}_1	\underline{y}_{11}	...	\underline{y}_{1n}
...
\underline{x}_m	\underline{y}_{m1}	...	\underline{y}_{mn}

b)

Tabella I-2: Tabelle di uscita di un automa finito

La funzione η di un automa finito di tipo proprio o improprio può essere rappresentata anche direttamente sul grafo di transizione di stato, che in tal caso prenderà anche il nome di grafo delle uscite. Per un automa di tipo proprio basta infatti caratterizzare ogni nodo non solo dallo stato che lo rappresenta, ma anche dalla relativa uscita. Per un automa di tipo improprio basta invece caratterizzare ogni arco non solo dal valore della funzione d'ingresso che lo rappresenta, ma anche dal valore della funzione di uscita.

Si riportano in Figura I-6 i grafi di transizione/uscita per automi proprio (I-6-a) e impropri (I-6-b).

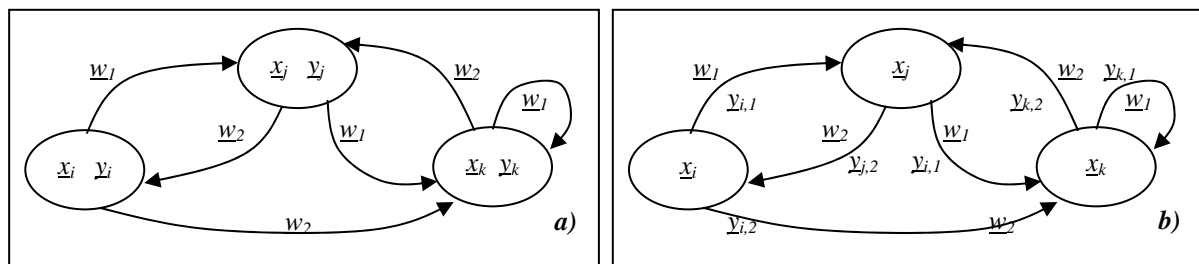


Figura I-6: Grafi di transizione/uscita per automi propri (a) e impropri (b)

In un automa finito uno stato si dice di equilibrio quando è rappresentato da un nodo da cui partono gli archi che si chiudono sullo stesso nodo.

In un automa finito di tipo proprio, un'uscita si dice di equilibrio qualora esista un percorso (\underline{w}) nel grafo di transizione che collega nodi aventi la stessa uscita.

In un automa finito di tipo improprio, un'uscita si dice di equilibrio qualora esista un percorso (\underline{w}) caratterizzato da archi cui corrisponde la stessa uscita.

In merito alla reversibilità di un automa finito, appare evidente che essa sussiste solo se in ogni nodo convergono archi corrispondenti ciascuno a valori diversi di ingresso.



In merito, invece, alla raggiungibilità di un determinato stato \underline{x}_j , a partire da un determinato stato \underline{x}_i , essa sussiste solo se esiste almeno un percorso che collega il nodo rappresentativo dello stato \underline{x}_i con il nodo rappresentativo dello stato \underline{x}_j .

Qualora la raggiungibilità sussiste per ogni coppia di nodi $\underline{x}_i, \underline{x}_j$, l'automa si dice connesso.

Per quanto riguarda l'indistinguibilità degli stati di un automa, qualora questo fosse finito, è possibile applicare la seguente procedura per l'individuazione degli stati indistinguibili:

1. Si costruisca una tabella quadrata di dimensioni pari al numero degli stati del sistema;
2. Si individuino, per ogni coppia di stati della tabella, le coppie distinguibili, ovvero quelle che hanno uscita differente (per automi propri l'uscita è sul nodo, mentre per automi impropri l'uscita è sull'arco che parte dal nodo);
3. Per la proprietà degli stati indistinguibili, poiché per ogni istante di tempo successivo all'iniziale, gli stati raggiunti devono essere sempre indistinguibili, non è detto che una coppia di stati che al primo passo sembrano essere indistinguibili lo siano anche per un percorso ben definito; pertanto, qualora per ogni percorso dovesse verificarsi che gli stati successivi risultano indistinguibili, la coppia di stati di partenza può essere considerata indistinguibile.

Una volta individuate le coppie di stati indistinguibili (x_i, x_j), cui fanno sicuramente parte le coppie banali (x_i, x_i), si partiziona il grafo mediante insiemi di stati indistinguibili. Si viene così a determinare un nuovo grafo i cui stati sono rappresentati dagli insiemi appena citati. È un grafo caratterizzato da un numero di stati certamente inferiore a quello di partenza, e pertanto viene detto **grafo ridotto**.

Un grafo ridotto è caratterizzato dall'assenza di coppie di stati indistinguibili.

I.7. Sistemi dinamici a dimensioni finite regolari lineari tempo-continui

I.7.1 Sistemi dinamici a dimensioni finite

Se gli automi sono caratterizzati dagli insiemi U , X e Y finiti, ovvero costituiti da un numero finito di valori, esistono anche casi in cui i sistemi hanno per insiemi U , X e Y dei veri e propri spazi o sottospazi vettoriali¹. Nella teoria dei sistemi frequentemente tali spazi vettoriali sono a dimensione finita e i sistemi vengono detti **sistemi dinamici a dimensione finita**. Per questi sistemi gli insiemi U , X e Y sono detti rispettivamente **spazio d'ingresso**, **spazio di stato** e **spazio d'uscita**.

In Figura I-7 sono rappresentati esempi grafici di spazi d'ingresso bidimensionali, dei quali il secondo e il terzo sono sottospazi vettoriali.

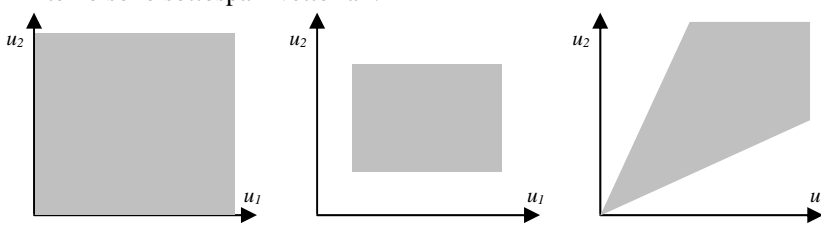


Figura I-7:

Esempi di spazi e sottospazi vettoriali bidimensionali in ingresso

¹ Uno spazio vettoriale è caratterizzato da una propria dimensione, che rappresenta il massimo numero di vettori linearmente indipendenti. Qualora questo numero è infinito si ha uno spazio vettoriale a dimensione infinita. Viceversa si ha uno spazio vettoriale a dimensione finita.



I.7.2 Sistemi dinamici regolari

Si definisce **sistema regolare** un sistema avente le seguenti caratteristiche:

- 1) è un sistema tempo continuo;
- 2) gli insiemi U , X e Y sono spazi vettoriali;
- 3) W e Γ sono insiemi di funzioni vettoriali, in cui in particolare W è a dimensione infinita;
- 4) su ciascuno degli spazi vettoriali U , X , Y , W e Γ esiste almeno una norma²;
- 5) la funzione $\varphi(T^2, X, W)$ è una funzione continua in tutti i suoi argomenti;
- 6) per tutti quei valori di τ per cui $\underline{W}(\tau)$ è continua, risulta anche $\partial\varphi/\partial\tau$ continua.

Qualora nella caratteristica n.2 di un sistema dinamico regolare risulti che insiemi U , X e Y sono spazi vettoriali a dimensione finita, si ha il **sistema dinamico regolare a dimensioni finite**.

Si espliciti, adesso, il seguente rapporto incrementale:

$$\frac{\partial \underline{x}(\tau)}{\partial \tau} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\underline{x}(\tau + \Delta\tau) - \underline{x}(\tau)}{\Delta\tau} = \frac{\underline{x}(\tau + d\tau) - \underline{x}(\tau)}{d\tau} = \frac{\varphi(\tau, \tau + d\tau, \underline{x}(\tau), \underline{u}(\tau)) - \underline{x}(\tau)}{d\tau} = \frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = f[\underline{x}(\tau), \underline{u}(\tau), \tau]$$

Tale formulazione è valida in ipotesi di sistemi tempo varianti. Nel caso di sistemi tempo invarianti, si può ricorrere alla seguente formulazione semplificata:

$$\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = f[\underline{x}(\tau), \underline{u}(\tau)]$$

Tali equazioni sono **equazioni differenziali di stato**.

Nel caso di un sistema dinamico a dimensioni finite regolare, le suddette equazioni (tempo varianti e tempo invarianti) sono vere e proprie equazioni differenziali vettoriali e possono essere rispettivamente rappresentate mediante i seguenti **sistemi di equazioni differenziali scalari di stato**:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(\tau)}{d\tau} = f_1[x_1(\tau), \dots, x_m(\tau), u_1(\tau), \dots, u_n(\tau), \tau] \\ \vdots \\ \frac{dx_n(\tau)}{d\tau} = f_n[x_1(\tau), \dots, x_m(\tau), u_1(\tau), \dots, u_n(\tau), \tau] \end{cases} \quad \text{ovvero,} \quad \begin{cases} \frac{dx_1(\tau)}{d\tau} = f_1[x_1(\tau), \dots, x_m(\tau), u_1(\tau), \dots, u_n(\tau)] \\ \vdots \\ \frac{dx_n(\tau)}{d\tau} = f_n[x_1(\tau), \dots, x_m(\tau), u_1(\tau), \dots, u_n(\tau)] \end{cases}$$

Non è detto che tali equazioni differenziali possano avere sempre una soluzione analitica, ma è vero che in ogni caso lo studio dei sistemi può essere impostato mediante un'equazione differenziale di stato. Tale equazione di stato è caratterizzata da una condizione iniziale $\underline{x}(\tau_0)$ e dalla condizione al contorno $\underline{u}(\tau)$.

I.7.3 Sistemi lineari

Si consideri un sistema caratterizzato da una funzione di transizione di stato φ , costituita dalla somma di due funzioni:

$$\varphi[\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0), \underline{w}(\tau_0, \tau^*)] = \varphi_l[\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0)] + \varphi_f[\tau_0, \tau^*, \underline{w}(\tau_0, \tau^*)]$$

tali che:

- la funzione $\varphi_l[\tau_0, \tau^*, \underline{x}(\tau_0)]$, detta **contributo libero**, sia indipendente dall'ingresso e sia lineare rispetto allo stato, nei confronti del quale goda delle proprietà di additività e omogeneità:

$$\forall (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2 \quad e \quad \forall (\underline{x}_1, \underline{x}_2) \in \underline{X} \quad \rightarrow \quad \varphi_l[\tau_0, \tau^*, c_1 \cdot \underline{x}_1 + c_2 \cdot \underline{x}_2] = c_1 \cdot \varphi_l[\tau_0, \tau^*, \underline{x}_1] + c_2 \cdot \varphi_l[\tau_0, \tau^*, \underline{x}_2]$$

² La *norma* di uno spazio vettoriale V è una funzione n che ad ogni vettore dello spazio vettoriale associa un numero reale non negativo. La norma gode di tre proprietà fondamentali:

- a) $\forall \underline{v} \in V : n(\underline{v}) = 0 \rightarrow \underline{v} = \underline{0}$;
- b) $\forall \underline{v}_1, \underline{v}_2 \in V \rightarrow n(\underline{v}_1 + \underline{v}_2) \leq n(\underline{v}_1) + n(\underline{v}_2)$;
- c) $\forall \underline{v} \in V \quad e \quad \forall k \in \mathbb{R} \rightarrow n(k \cdot \underline{v}) = |k| \cdot n(\underline{v})$;



- la funzione $\varphi_f[\tau_0, \tau^*, \underline{w}(\tau_0, \tau^*)]$, detta **contributo forzato**, sia indipendente dallo stato e sia lineare rispetto all'ingresso, nei confronti del quale goda delle proprietà di additività e omogeneità:

$$\forall (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2 \quad e \quad \forall (\underline{w}_1, \underline{w}_2) \in \underline{W}^2 \quad \rightarrow$$

$$\varphi_f[\tau_0, \tau^*, c_1 \cdot \underline{w}_1(\tau_0, \tau^*) + c_2 \cdot \underline{w}_2(\tau_0, \tau^*)] = c_1 \cdot \varphi_f[\tau_0, \tau^*, \underline{w}_1(\tau_0, \tau^*)] + c_2 \cdot \varphi_f[\tau_0, \tau^*, \underline{w}_2(\tau_0, \tau^*)]$$

Si supponga che lo stesso sistema sia caratterizzato da una funzione d'uscita η costituita anch'essa dalla somma di due funzioni:

$$\eta[\underline{x}(\tau^*), \underline{w}(\tau^*), \tau^*] = \eta_l[\underline{x}(\tau^*), \tau^*] + \eta_f[\underline{w}(\tau^*), \tau^*]$$

tali che:

- la funzione $\eta_l[\underline{x}(\tau^*), \tau^*]$, detta **contributo libero**, sia indipendente dall'ingresso e sia lineare rispetto allo stato, nei confronti del quale goda delle proprietà di additività e omogeneità:

$$\forall (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2 \quad e \quad \forall (\underline{x}_1, \underline{x}_2) \in \underline{X}^2 \quad \rightarrow \quad \eta_l[c_1 \cdot \underline{x}_1 + c_2 \cdot \underline{x}_2, \tau^*] = c_1 \cdot \eta_l[\underline{x}_1, \tau^*] + c_2 \cdot \eta_l[\underline{x}_2, \tau^*]$$

- la funzione $\eta_f[\underline{w}(\tau^*), \tau^*]$, detta **contributo forzato**, sia indipendente dallo stato e sia lineare rispetto all'ingresso, nei confronti del quale goda delle proprietà di additività e omogeneità:

$$\forall (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2 \quad e \quad \forall (\underline{w}_1, \underline{w}_2) \in \underline{W}^2 \quad \rightarrow \quad \eta_f[c_1 \cdot \underline{w}_1(\tau^*) + c_2 \cdot \underline{w}_2(\tau^*), \tau^*] = c_1 \cdot \eta_f[\underline{w}_1(\tau^*), \tau^*] + c_2 \cdot \eta_f[\underline{w}_2(\tau^*), \tau^*].$$

Un sistema caratterizzato dalle suddette funzioni φ e η , deve avere per insiemi U, X, Y, W e Γ degli spazi vettoriali. Tale sistema è lineare nello spazio $X \times W$ e nello spazio $X \times U$ e pertanto viene definito **sistema lineare**.

Si consideri un sistema dinamico a dimensioni finite regolare. Qualora tale sistema sia anche lineare, si hanno le seguenti espressioni, valide rispettivamente per sistemi tempo varianti e tempo invarianti:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(\tau)}{d\tau} = a_{11}(\tau)x_1(\tau) + \dots + a_{1m}(\tau)x_m(\tau) + b_{11}(\tau)u_1(\tau) + \dots + b_{1n}(\tau)u_n(\tau) \\ \vdots \\ \frac{dx_n(\tau)}{d\tau} = a_{n1}(\tau)x_1(\tau) + \dots + a_{nm}(\tau)x_m(\tau) + b_{n1}(\tau)u_1(\tau) + \dots + b_{nn}(\tau)u_n(\tau) \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} \frac{dx_1(\tau)}{d\tau} = a_{11}x_1(\tau) + \dots + a_{1m}x_m(\tau) + b_{11}u_1(\tau) + \dots + b_{1n}u_n(\tau) \\ \vdots \\ \frac{dx_n(\tau)}{d\tau} = a_{n1}x_1(\tau) + \dots + a_{nm}x_m(\tau) + b_{n1}u_1(\tau) + \dots + b_{nn}u_n(\tau) \end{cases}$$

I due sistemi possono anche essere trascritti con notazione matriciale:

$$\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{A}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \quad \text{ovvero} \quad \frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{A} \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{B} \cdot \underline{u}(\tau)$$

in cui \underline{A} ($m \times m$) è la **matrice di stato** e \underline{B} ($m \times n$) è la **matrice d'ingresso**.

Per la continuità della funzione $\partial\varphi/\partial\tau$, le due matrici \underline{A} e \underline{B} devono necessariamente essere continue nel tempo.

La stessa ipotesi di linearità, applicata ad un sistema dinamico a dimensioni finite regolare, restituisce le seguenti formulazioni, valide rispettivamente per sistemi tempo varianti e per sistemi tempo invarianti.

$$\begin{cases} y_1(\tau) = c_{11}(\tau)x_1(\tau) + \dots + c_{1m}(\tau)x_m(\tau) + d_{11}(\tau)u_1(\tau) + \dots + d_{1n}(\tau)u_n(\tau) \\ \vdots \\ y_n(\tau) = c_{n1}(\tau)x_1(\tau) + \dots + c_{nm}(\tau)x_m(\tau) + d_{n1}(\tau)u_1(\tau) + \dots + d_{nn}(\tau)u_n(\tau) \end{cases} \quad \text{ovvero} \quad \begin{cases} y_1(\tau) = c_{11}x_1(\tau) + \dots + c_{1m}x_m(\tau) + d_{11}u_1(\tau) + \dots + d_{1n}u_n(\tau) \\ \vdots \\ y_n(\tau) = c_{n1}x_1(\tau) + \dots + c_{nm}x_m(\tau) + d_{n1}u_1(\tau) + \dots + d_{nn}u_n(\tau) \end{cases}$$

Anche in questo caso i due sistemi possono essere trascritti con notazione matriciale:

$$\underline{y}(\tau) = \underline{C}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{D}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \quad \text{ovvero} \quad \underline{y}(\tau) = \underline{C} \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{D} \cdot \underline{u}(\tau)$$



con le due matrici $\underline{\underline{C}}$ e $\underline{\underline{D}}$ necessariamente continue nel tempo per garantire la continuità della funzione lineare d'uscita η .

Nel caso particolare di sistema dinamico a dimensioni finite regolare lineare di tipo proprio, la funzione d'uscita non dipende dall'ingresso e pertanto si ha:

$$\underline{y}(\tau) = \underline{\underline{C}}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) \quad \text{ovvero} \quad \underline{y}(\tau) = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{x}(\tau)$$

per cui la matrice $\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{0}}$

I.7.4 La formula di Lagrange

Si supponga di avere la seguente equazione differenziale lineare di stato definita in R :

$$\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{\underline{B}}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau)$$

Si vuole verificare se è possibile individuare il corrispondente sistema dinamico a dimensioni finite regolare e lineare tempo variante. Per tale motivo occorre dimostrare che tale equazione differenziale abbia per soluzione una funzione di transizione di stato φ , che goda delle proprietà di consistenza, reversibilità, composizione e causalità.

Per prima cosa si ricavi l'equazione differenziale omogenea associata:

$$\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau)$$

Si supponga che la matrice $\underline{\underline{A}}$ abbia dimensioni $(m \times m)$ e che il vettore \underline{x} abbia dimensioni $(m \times 1)$. Si supponga di conoscere il valore di \underline{x} nell'istante di tempo τ_0 . Tale valore $\underline{x}(\tau_0)$ è il valore iniziale, che può essere espresso mediante una combinazione lineare delle seguenti m condizioni iniziali linearmente indipendenti:

$$\underline{x}_1(\tau_0) = \underline{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \underline{x}_m(\tau_0) = \underline{e}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

che possono essere visti come i valori assunti all'istante τ_0 dalle funzioni: $\underline{x}_1(\tau)$, ..., $\underline{x}_m(\tau)$, che sono funzioni vettoriali $(m \times 1)$.

Si consideri adesso la matrice $(m \times m)$:

$$\underline{\underline{X}}_{\tau_0}(\tau) = [\underline{x}_1(\tau), \dots, \underline{x}_m(\tau)]$$

Tale matrice si riduce alla matrice identità qualora risulti $\tau = \tau_0$.

Derivando $\underline{\underline{X}}_{\tau_0}$ rispetto al tempo si ha:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{\underline{X}}_{\tau_0}(\tau) = \left[\frac{d}{d\tau} \underline{x}_1(\tau), \dots, \frac{d}{d\tau} \underline{x}_m(\tau) \right] = [\underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{x}_1(\tau), \dots, \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{x}_m(\tau)] = \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot [\underline{x}_1(\tau), \dots, \underline{x}_m(\tau)] = \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{\underline{X}}_{\tau_0}(\tau)$$

Si dimostra che l'unica soluzione dell'equazione differenziale:

$$\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{\underline{A}}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{\underline{B}}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau)$$

è:

$$\underline{x}(\tau) = \underline{\underline{X}}_{\tau_0}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{\underline{X}}_{\tau_0}(\tau) \cdot \underline{\underline{B}}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$



detta anche **formula di Lagrange**.

Infatti, ponendo $\tau = \tau_0$, la formula di Lagrange si specializza in:

$$\underline{x}(\tau_0) = \underline{X}_{\tau_0}(\tau_0) \cdot \underline{x}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau_0} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau = \underline{I} \cdot \underline{x}(\tau_0) + 0 = \underline{x}(\tau_0)$$

per cui si può affermare che la formula di Lagrange soddisfa la condizione iniziale.

Derivando la formula di Lagrange per il tempo si ha:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) = \underline{x}(\tau_0) \cdot \frac{d}{d\tau} \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \frac{d}{d\tau} \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau = \underline{x}(\tau_0) \cdot \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \frac{d}{d\tau} \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau$$

Il secondo addendo della derivata temporale della formula di Lagrange può essere sviluppato mediante il teorema di derivazione sotto il segno di integrale:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) &= \underline{x}(\tau_0) \cdot \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d}{d\tau} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau = \\ &= \underline{x}(\tau_0) \cdot \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) + \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau \end{aligned}$$

Ma $\underline{X}_{\tau}(\tau) = \underline{I}$, per cui:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) = \underline{x}(\tau_0) \cdot \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) + \underline{A}(\tau) \cdot \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau$$

ovvero:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) = \underline{A}(\tau) \cdot \left[\underline{x}(\tau_0) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) + \int_{\tau_0}^{\tau} \underline{X}_{\tau}(\tau) \cdot \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau) \cdot d\tau \right] + \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau)$$

Il fattore in parentesi quadra è proprio il secondo membro della formula di Lagrange, per cui si ha:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) = \underline{A}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{B}(\tau) \cdot \underline{u}(\tau)$$

che rappresenta proprio l'equazione differenziale di stato.

Quindi la formula di Lagrange restituisce l'unica soluzione dell'equazione differenziale di stato per l'assegnata condizione iniziale.

Si può verificare che la formulazione di Lagrange rende il sistema consistente, in quanto, per $\tau = \tau_0$, restituisce al secondo membro lo stesso valore del primo membro. Inoltre la funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$ è definita in $]-\infty, +\infty[$, garantendo al sistema sia l'irreversibilità che la reversibilità.

In base alla proprietà appena considerata, si supponga, adesso, che l'equazione differenziale di stato sia caratterizzata da un ingresso identicamente nullo:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{x}(\tau) = \underline{A}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau)$$

In base alla formula di Lagrange la soluzione di quest'equazione differenziale è:

$$\underline{x}(\tau) = \underline{X}_{\tau_0}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau_0)$$

Si può anche scrivere:

$$\underline{x}(\tau_0) = \underline{X}_{\tau}(\tau_0) \cdot \underline{x}(\tau)$$



da cui:

$$\underline{x}(\tau_0) = \underline{X}_{\tau_0}(\tau_0) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) \cdot \underline{x}(\tau_0) \quad \text{ovvero} \quad \underline{X}_{\tau_0}(\tau_0) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau) = \underline{I}$$

per cui la funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$ è invertibile e la sua inversa è la funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau_0)$

Sempre in ipotesi di ingresso identicamente nullo, si considerino adesso tre istanti $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$. Si può scrivere:

$$\begin{aligned} \underline{x}(\tau_2) &= \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{x}(\tau_1) \\ \underline{x}(\tau_3) &= \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_1) \\ \underline{x}(\tau_3) &= \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_2) \end{aligned}$$

da cui si deduce:

$$\begin{aligned} \underline{x}(\tau_2) &= \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{x}(\tau_1) \\ \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_1) &= \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_2) \end{aligned}$$

ovvero:

$$\underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) = \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2)$$

Tale proprietà, ricavata nell'ipotesi di ingresso identicamente nullo, è comunque una proprietà generale della funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$, valida anche per ingressi non identicamente nulli e prende il nome di **proprietà di composizione della funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$** .

Si applichi, adesso, la formula di Lagrange per calcolare lo stato in τ_2 a partire da τ_1 e per calcolare lo stato in τ_3 a partire da τ_2 .

$$\begin{aligned} \underline{x}(\tau_2) &= \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{x}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt \\ \underline{x}(\tau_3) &= \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_2) + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt \end{aligned}$$

Sostituendo la prima equazione nella seconda, si ha :

$$\underline{x}(\tau_3) = \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{x}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{X}_{\tau_1}(\tau_2) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \underline{X}_{\tau_2}(\tau_3) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$

ovvero, applicando la proprietà di composizione della funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$:

$$\underline{x}(\tau_3) = \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$

Applicando la proprietà additiva ai due integrali adiacenti, si ha:

$$\underline{x}(\tau_3) = \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{x}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau_3} \underline{X}_{\tau_1}(\tau_3) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$

che coincide con la formula di Lagrange per calcolare lo stato in τ_3 a partire da τ_1 .

Ciò dimostra che la proprietà di composizione della funzione matriciale \underline{X}_{τ_0} comporta che anche il sistema goda della stessa proprietà.



Infine, l'integrale della formula di Lagrange è tale da restituire sempre lo stesso valore, qualora nell'intervallo di integrazione $[\tau_0, \tau]$ le funzioni d'ingresso

$$f(t) = \underline{X}_t(\tau) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t)$$

siano coincidenti.

Dimostrando che la formula di Lagrange è l'unica soluzione dell'equazione differenziale di stato e gode delle quattro proprietà di cui deve godere una funzione di transizione di stato, si deduce che la formula di Lagrange è la funzione di transizione di stato di un sistema dinamico a dimensione finita, regolare e lineare:

$$\varphi(\tau_0, \tau^*, x(\tau_0), \underline{u}[\tau_0, \tau^*]) = \underline{X}_{\tau_0}(\tau^*) \cdot x(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau^*} \underline{X}_{\tau'}(\tau^*) \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$

Nella funzione di transizione di stato di Lagrange sono facilmente individuabili il contributo libero (primo addendo) e il contributo forzato (secondo addendo).

I.7.5 Sistemi dinamici a dimensioni finite, regolari, lineari, tempo invarianti.

Si è già visto che un sistema dinamico a dimensioni finite, regolare, lineare, tempo invariante può essere espresso secondo il seguente sistema di equazioni vettoriali differenziali lineari:

$$\begin{cases} \frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{A} \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{B} \cdot \underline{u}(\tau) \\ \underline{y}(\tau) = \underline{C} \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{D} \cdot \underline{u}(\tau) \end{cases}$$

la cui rappresentazione mediante uno schema a blocchi è quella riportata in Figura I-8.

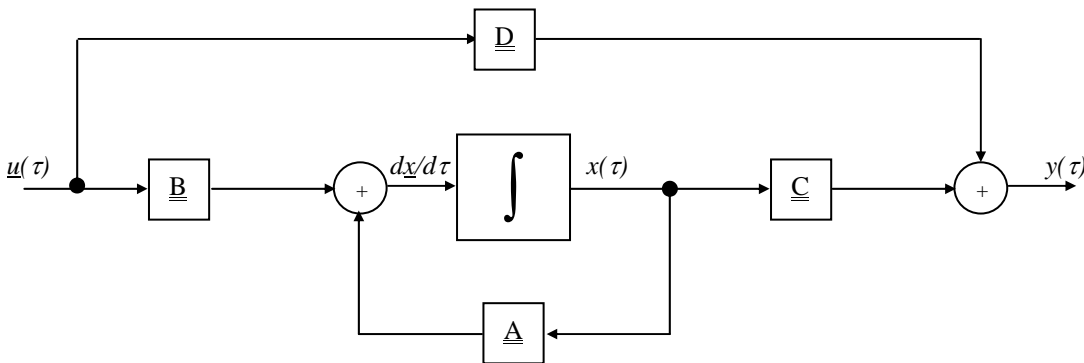


Figura I-8: Schema a blocchi di un sistema dinamico a dimensioni finite, regolare, lineare, tempo invariante

Nello schema della Figura I-8:

- la matrice \underline{A} ($m \times m$) prende il nome di **matrice di stato**;
- la matrice \underline{B} ($m \times n$) prende il nome di **matrice d'ingresso**;
- la matrice \underline{C} ($p \times m$) prende il nome di **matrice di uscita**;
- la matrice \underline{D} ($p \times n$) prende il nome di **matrice di trasferimento diretto**.

In particolare, il ramo superiore dello schema di Figura I-8, chiamato anche **ramo di trasferimento diretto ingresso-uscita**, è assente, assieme alla matrice di trasferimento diretto, in tutti i sistemi propri.



Con riferimento alla matrice quadrata

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix}$$

si definisce **matrice esponenziale di \underline{A}** la seguente matrice:

$$e^{\underline{A}\tau} = \underline{I} + \frac{1}{1!}(\underline{A}\tau) + \frac{1}{2!}(\underline{A}\tau)^2 + \frac{1}{3!}(\underline{A}\tau)^3 + \dots = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!}(\underline{A}\tau)^k$$

Si ha che:

$$\frac{d}{d\tau} e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} = \frac{d}{d\tau} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} (\underline{A} \cdot (\tau - \tau_0))^k = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \frac{d}{d\tau} (\underline{A}^k \cdot (\tau - \tau_0)^k) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \underline{A}^k \cdot k(\tau - \tau_0)^{k-1} = \underline{A} \cdot \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k-1)!} \underline{A}^{k-1} \cdot (\tau - \tau_0)^{k-1}$$

ovvero

$$\frac{d}{d\tau} e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} = \underline{A} \cdot \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{1}{j!} \underline{A}^j \cdot (\tau - \tau_0)^j = \underline{A} \cdot e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$$

che è la medesima proprietà di cui gode la funzione di transizione di stato di Lagrange, valida per i sistemi regolari lineari, caratterizzata dalla funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$:

$$\frac{d}{d\tau} \underline{X}_{\tau_0}(\tau) = \underline{A}(\tau) \cdot \underline{X}_{\tau_0}(\tau)$$

Quindi la matrice esponenziale rappresenta la funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau)$ della formula di Lagrange, per tutti i sistemi dinamici a dimensioni finite, regolari, lineari, tempo invarianti.

La dipendenza dalla differenza relativa tra τ e τ_0 della matrice esponenziale è conseguenza dell'ipotesi di tempo invarianza.

Per calcolare la matrice esponenziale $e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$ si ricorre alla **matrice di Jordan**³ equivalente ad \underline{A} e alla **matrice modale**⁴ di \underline{A} . Indicando la prima con \underline{J} e la seconda con \underline{M} , risultano entrambe matrici quadrate ($m \times m$). Esse sono tali che:

$$\underline{A} = \underline{M} \cdot \underline{J} \cdot \underline{M}^{-1}$$

Si evince, quindi, che:

$$\underline{A}^2 = \underline{M} \cdot \underline{J} \cdot \underline{M}^{-1} \cdot \underline{M} \cdot \underline{J} \cdot \underline{M}^{-1} = \underline{M} \cdot \underline{J}^2 \cdot \underline{M}^{-1}$$

e quindi:

$$\underline{A}^3 = \underline{M} \cdot \underline{J}^3 \cdot \underline{M}^{-1} \cdot \underline{M} \cdot \underline{J} \cdot \underline{M}^{-1} = \underline{M} \cdot \underline{J}^3 \cdot \underline{M}^{-1}$$

per cui si può scrivere:

$$\underline{A}^k = \underline{M} \cdot \underline{J}^k \cdot \underline{M}^{-1}$$

Esplicitando la matrice esponenziale $e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$, si ha:

$$e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \underline{A}^k \cdot (\tau - \tau_0)^k = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \underline{M} \underline{J}^k \underline{M}^{-1} \cdot (\tau - \tau_0)^k = \underline{M} \cdot \left[\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \underline{J}^k \cdot (\tau - \tau_0)^k \right] \cdot \underline{M}^{-1} = \underline{M} \cdot e^{\underline{J}(\tau-\tau_0)} \cdot \underline{M}^{-1}$$

La matrice esponenziale $e^{\underline{J}(\tau-\tau_0)}$ è di facile determinazione, in quanto:

³ La **matrice di Jordan** è una matrice quadrata diagonale $\underline{J} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix}$, i cui elementi j_{ii} lungo la diagonale principale sono dati dagli m autovalori, soluzioni del polinomio caratteristico della matrice \underline{A} . Si ricorda che il polinomio caratteristico della matrice \underline{A} è dato da: $p(\lambda) = |\lambda \underline{I} - \underline{A}|$.

⁴ La **matrice modale** si ottiene risolvendo gli m sistemi lineari: $(\lambda_i \underline{I} - \underline{A}) \cdot \underline{x} = 0$, con $i = 1, \dots, m$ e \underline{x} vettore ($m \times 1$). Ogni soluzione \underline{x}_i rappresenta l' i -ma colonna della matrice modale \underline{M} .



$$\begin{aligned}
 e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} &= \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \underline{A}^k \cdot (\tau - \tau_0)^k = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix}^k \cdot (\tau - \tau_0)^k = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \begin{bmatrix} \lambda_1^k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \lambda_m^k \end{bmatrix} \cdot (\tau - \tau_0)^k = \\
 &= \sum_{k=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} \frac{1}{k!} \lambda_1^k \cdot (\tau - \tau_0)^k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \frac{1}{k!} \lambda_m^k \cdot (\tau - \tau_0)^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \lambda_1^k \cdot (\tau - \tau_0)^k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} \lambda_m^k \cdot (\tau - \tau_0)^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1(\tau-\tau_0)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & e^{\lambda_m(\tau-\tau_0)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

per cui tale metodo, noto anche come **metodo della forma canonica di Jordan**, consente di risalire agevolmente alla funzione matriciale $\underline{X}_{\tau_0}(\tau - \tau_0)$.

Esiste un secondo metodo per il calcolo della matrice esponenziale $e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$. Tale metodo si basa sull'introduzione di due polinomi matriciali:

- il polinomio caratteristico: $p(\underline{A}) = \underline{A}^m + a_1 \underline{A}^{m-1} + \dots + a_{m-1} \underline{A} + a_m$
in cui i coefficienti a_1, \dots, a_m sono quelli del polinomio caratteristico di \underline{A} . Tale polinomio è anch'esso una matrice quadrata ($m \times m$);
- il polinomio esponenziale: $s(\underline{A}) = e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$.

Si consideri, adesso, la seguente equazione matriciale:

$$s(\underline{A}) = q(\underline{A})p(\underline{A}) + r(\underline{A})$$

dove $q(\underline{A})$ rappresenta il quoziente del rapporto tra $s(\underline{A})$ e $p(\underline{A})$, e $r(\underline{A})$ rappresenta il resto di tale rapporto.

Per il **teorema di Cayley ed Hamilton** si ha: $p(\underline{A}) = \underline{A}^m + a_1 \underline{A}^{m-1} + \dots + a_{m-1} \underline{A} + a_m = \underline{0}$

per cui:

$$s(\underline{A}) = r(\underline{A})$$

Il polinomio matriciale $r(\underline{A})$ è una matrice ($m \times m$) ed è definito da una espressione di potenza di ordine $m-1$, essendo un polinomio resto. Esso può essere così descritto:

$$r(\underline{A}) = \alpha_0 + \alpha_1 \underline{A} + \dots + \alpha_{m-1} \underline{A}^{m-1}$$

e pertanto si può scrivere:

$$e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} = \alpha_0(\tau - \tau_0) + \alpha_1(\tau - \tau_0) \cdot \underline{A} + \dots + \alpha_{m-1}(\tau - \tau_0) \cdot \underline{A}^{m-1}$$

Si consideri, adesso, la seguente equazione scalare:

$$s(\lambda) = q(\lambda)p(\lambda) + r(\lambda)$$

in cui:

- $s(\lambda) = e^{\lambda \tau}$
- $p(\lambda) = |\lambda I - \underline{A}|$
- $q(\lambda)$ rappresenta il quoziente del rapporto tra $s(\lambda)$ e $p(\lambda)$
- $r(\lambda)$ rappresenta il resto di tale rapporto, ha ordine $n-1$ e può essere così rappresentato:

$$r(\lambda) = \alpha_0 + \alpha_1 \lambda + \dots + \alpha_{m-1} \lambda^{m-1}$$

Siano $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ gli autovalori della matrice \underline{A} . Poiché $p(\lambda_i) = 0$, con $i = 1, \dots, m$, si deduce che:

$$s(\lambda_i) = r(\lambda_i)$$

e quindi:



$$\begin{cases} e^{\lambda_1(\tau-\tau_0)} = \alpha_0(\tau-\tau_0) + \alpha_1(\tau-\tau_0) \cdot \lambda_1^1 + \dots + \alpha_{m-1}(\tau-\tau_0) \cdot \lambda_1^{m-1} \\ \dots \\ e^{\lambda_m(\tau-\tau_0)} = \alpha_0(\tau-\tau_0) + \alpha_1(\tau-\tau_0) \cdot \lambda_m^1 + \dots + \alpha_{m-1}(\tau-\tau_0) \cdot \lambda_m^{m-1} \end{cases}$$

Nell'ipotesi in cui la matrice \underline{A} è caratterizzata da m autovalori reali e distinti, il sistema di m equazioni nelle m incognite $\alpha_0(\tau - \tau_0)$, $\alpha_1(\tau - \tau_0)$, ..., $\alpha_{m-1}(\tau - \tau_0)$ ammette una e una sola soluzione.

Nell'ipotesi in cui gli m autovalori della matrice \underline{A} , pur essendo reali, non sono distinti, occorre fare riferimento alle derivate di $s(\lambda)$. Supponiamo, infatti, che l'autovalore λ_i si ripeta per tre volte. In tal caso si ha:

$$p(\lambda_i) = 0 \quad dp(\lambda_i)/d\lambda = 0 \quad d^2p(\lambda_i)/d\lambda^2 = 0$$

per cui le tre equazioni:

$$s(\lambda_i) = q(\lambda_i)p(\lambda_i) + r(\lambda_i)$$

$$\frac{ds(\lambda_i)}{d\lambda} = \frac{dq(\lambda_i)}{d\lambda} p(\lambda_i) + q(\lambda_i) \frac{dp(\lambda_i)}{d\lambda} + \frac{dr(\lambda_i)}{d\lambda}$$

$$\frac{d^2s(\lambda_i)}{d\lambda^2} = \frac{d^2q(\lambda_i)}{d\lambda^2} p(\lambda_i) + \frac{dq(\lambda_i)}{d\lambda} \frac{dp(\lambda_i)}{d\lambda} + \frac{dq(\lambda_i)}{d\lambda} \frac{dp(\lambda_i)}{d\lambda} + q(\lambda_i) \frac{d^2p(\lambda_i)}{d\lambda^2} + \frac{d^2r(\lambda_i)}{d\lambda^2}$$

si semplificano in:

$$s(\lambda_i) = r(\lambda_i)$$

$$\frac{ds(\lambda_i)}{d\lambda} = \frac{dr(\lambda_i)}{d\lambda}$$

$$\frac{d^2s(\lambda_i)}{d\lambda^2} = \frac{d^2r(\lambda_i)}{d\lambda^2}$$

Quindi, dato un autovalore λ_i , di molteplicità algebrica k , le corrispondenti k equazioni da utilizzare per il calcolo dei coefficienti di $r(\lambda)$ si ottengono dalle relazioni:

$$s(\lambda_i) = r(\lambda_i)$$

$$\frac{ds(\lambda_i)}{d\lambda} = \frac{dr(\lambda_i)}{d\lambda}$$

...

$$\frac{d^{k-1}s(\lambda_i)}{d\lambda^{k-1}} = \frac{d^{k-1}r(\lambda_i)}{d\lambda^{k-1}}$$

Le relazioni derivate vanno a sostituire le $k-1$ equazioni ridondanti del sistema di equazioni che occorre risolvere per risalire alle m incognite $\alpha_0(\tau - \tau_0)$, $\alpha_1(\tau - \tau_0)$, ..., $\alpha_{m-1}(\tau - \tau_0)$.

Esiste anche un terzo metodo per la valutazione della matrice esponenziale. A tale scopo occorre introdurre alcuni concetti fondamentali.

Si definisce **segnale** una funzione definita nel tempo che associa ad ogni istante un numero complesso:

$$s : s(\tau) \in \mathbb{C}$$

In particolare si ha un **segnale causale** se:

$$\forall \tau < 0 \rightarrow s(\tau) = 0$$

È ovvio che la somma o il prodotto di segnali causali fornisce ancora un segnale causale.



Si ha, inoltre, un **segnale causale regolare** qualora, in un qualsiasi intervallo limitato di tempo il segnale presenta un numero finito di discontinuità di prima specie⁵.

Si ha, infine, un **segnale causale di ordine esponenziale** qualora esistano un numero reale positivo M e un numero reale a tali che:

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} |c(\tau)| \leq M \cdot e^{a\tau}$$

Il valore più basso di a , che soddisfa la disequazione precedente, prende il nome di **ordine del segnale causale**.

Un particolare segnale causale regolare e di ordine esponenziale è il **segnale Heavyside**, che si indica generalmente con $H(\tau)$. Esso è definito nel seguente modo:

$$H(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau \geq 0 \\ 0 & \tau < 0 \end{cases}$$

È un segnale a parte immaginaria nulla con una sola discontinuità di prima specie (per $\tau = 0$). Ponendo $M = 1$ e $a = 0$ si ha che: $\lim_{\tau \rightarrow +\infty} |H(\tau)| \leq 1$ per cui l'ordine del segnale Heavyside è 0.

Si definisce **trasformata di Laplace** di un segnale regolare esponenziale l'operatore che fa corrispondere al segnale $s(\tau)$ definito in R e a valori in C , la seguente funzione definita in C e a valori in C :

$$L_{s(\tau)}(\sigma) = \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau$$

in cui $\sigma = \alpha + \beta i$

Ebbene si può dimostrare che **la trasformata di Laplace è definita per tutti quei numeri complessi la cui parte reale α sia maggiore dell'ordine a del segnale $s(\tau)$** .

L'operatore di Laplace è lineare in quanto:

$$L_{s_1(\tau)+s_2(\tau)}(\sigma) = L_{s_1(\tau)}(\sigma) + L_{s_2(\tau)}(\sigma)$$

$$L_{k \cdot s(\tau)}(\sigma) = k \cdot L_{s(\tau)}(\sigma)$$

In base al *teorema di Cauchy-Reimann* si ha:

$$\frac{dL_{s(\tau)}(\sigma)}{d\sigma} = \frac{d}{d\sigma} \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = - \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot \tau \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = -L_{\tau \cdot s(\tau)}(\sigma)$$

Inoltre risulta:

$$L_{s(\tau)e^{b\tau}}(\sigma) = \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{(b-\sigma)\tau} \cdot d\tau = \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{-(\sigma-b)\tau} \cdot d\tau = L_{s(\tau)}(\sigma-b)$$

in cui la trasformata di Laplace è definita solo per quei numeri complessi che hanno la parte reale $\alpha - b$ maggiore dell'ordine a del segnale. Quando $b < 0$ il segnale $s(\tau) \cdot e^{b\tau}$ tende a 0 e per questo motivo si dice che il **segnale $s(\tau)$ viene smorzato nel punto b** .

Il segnale $s(\tau - b) \cdot H(\tau - b)$, in cui $b > 0$ e H è il segnale headyside, è nient'altro che il **segnale $s(\tau)$ traslato nel tempo** di una quantità pari a b .

Ebbene, risulta che:

⁵ Si ricorda che una discontinuità di prima specie è caratterizzata da un punto in cui il limite sinistro e il limite destro sono diversi ma finiti.



$$L_{s(\tau-b)H(\tau-b)}(\sigma) = \int_0^{+\infty} s(\tau-b) \cdot H(\tau-b) \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = \int_0^{+\infty} s(\tau-b) \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{-\sigma(\tau+b)} \cdot d\tau = e^{-\sigma b} L_{s(\tau)}(\sigma)$$

Se un segnale $s(\tau)$ causale e di ordine esponenziale è derivabile per $\tau > 0$ tranne che in un numero finito o numerabile di punti e se la sua derivata è una funzione continua a tratti, si dice che $s(\tau)$ è derivabile con continuità a tratti e $ds(\tau)/d\tau$ è anch'esso un segnale causale di ordine esponenziale.

La trasformata di Laplace per tale segnale derivata è:

$$L_{\frac{ds(\tau)}{d\tau}}(\sigma) = \int_0^{+\infty} \frac{ds(\tau)}{d\tau} \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = \left[s(\tau) \cdot e^{-\sigma\tau} \right]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot \sigma \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = 0 - s(0) + \sigma \cdot \int_0^{+\infty} s(\tau) \cdot e^{-\sigma\tau} \cdot d\tau = -s(0) + \sigma \cdot L_{s(\tau)}(\sigma)$$

Per la derivata n -ma si dimostra che:

$$L_{\frac{d^n s(\tau)}{d\tau^n}}(\sigma) = \sigma^n \cdot L_{s(\tau)}(\sigma) - \sigma^{n-1} \cdot s(0) - \sigma^{n-2} \cdot \frac{ds}{d\tau}(0) - \sigma^{n-3} \cdot \frac{d^2 s}{d\tau^2}(0) + \dots - \sigma^1 \cdot \frac{d^{n-2} s}{d\tau^{n-2}}(0) - \sigma^0 \cdot \frac{d^{n-1} s}{d\tau^{n-1}}(0)$$

Infine, dato un segnale causale di ordine esponenziale, la sua funzione integrale è anch'essa un segnale causale di ordine esponenziale.

Poiché:

$$L_{\frac{ds(\tau)}{d\tau}}(\sigma) = -s(0) + \sigma \cdot L_{s(\tau)}(\sigma)$$

eliminando $s(0)$, in quanto si sta avendo a che fare con una funzione integrale e non con un integrale definito, si ha:

$$\frac{1}{\sigma} L_{\frac{ds(\tau)}{d\tau}}(\sigma) = L_{s(\tau)}(\sigma) \quad \text{e quindi} \quad L_{\int s(\tau) d\tau}(\sigma) = \frac{1}{\sigma} L_{s(\tau)}(\sigma)$$

Si propongono nella tabella I-3 le trasformate di Laplace di alcuni segnali notevoli.

$S(\tau)$	$L_{s(\tau)}(\sigma)$
$H(\tau)$	$\frac{1}{\sigma}$
$H(\tau) \cdot \tau^n$	$\frac{n!}{\sigma^{n+1}}$
$H(\tau) \cdot e^{a\tau}$	$\frac{1}{\sigma - a}$
$H(\tau) \cdot \tau^n \cdot e^{a\tau}$	$\frac{n!}{(\sigma - a)^{n+1}}$
$H(\tau) \cdot \sin(\tau)$	$\frac{1}{\sigma^2 + 1}$
$H(\tau) \cdot \sin(a \cdot \tau)$	$\frac{a}{\sigma^2 + a^2}$
$H(\tau) \cdot \cos(\tau)$	$\frac{\sigma}{\sigma^2 + 1}$
$H(\tau) \cdot \cos(a \cdot \tau)$	$\frac{\sigma}{\sigma^2 + a^2}$
$H(\tau) \cdot \tau^n \cdot \sin(\tau)$	$\frac{n! \left[(\sigma + i)^{n+1} - (\sigma - i)^{n+1} \right]}{2i(\sigma + i)^{n+1}(\sigma - i)^{n+1}}$

Tabella I-3: Trasformate di Laplace per i segnali notevoli

Altro segnale notevole è il **segnale di Heavyside troncato all'istante b** , definito nel seguente modo:



$$T(\tau) = H(\tau) - H(\tau - b) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \tau < b \\ 0 & \tau < 0 \wedge \tau \geq b \end{cases}$$

La trasformata di Laplace relativa a tale segnale, in base alla proprietà lineari della trasformata di Laplace, con particolare riferimento ai segnali traslati nel tempo, è data da:

$$L_{T(\tau)}(\sigma) = L_{H(\tau)}(\sigma) - L_{H(\tau-b)}(\sigma) = \frac{1}{\sigma} - \frac{e^{-b\sigma}}{\sigma} = \frac{1 - e^{-b\sigma}}{\sigma}$$

Si ricorda, poi, il **segnale rampa**, definito nel seguente modo: $R(\tau) = \tau \cdot H(\tau)$, la cui trasformata di Laplace, come da Tabella I-3, è pari a: $1/\sigma^2$.

Infine si vuole segnalare il **segnale triangolare**, definito nel seguente modo:

$$Tr(\tau) = \tau \cdot H(\tau) - 2\tau \cdot H(\tau - 1) + \tau \cdot H(\tau - 2) = \begin{cases} \tau & 0 \leq \tau < 1 \\ 2 - \tau & 1 \leq \tau < 2 \\ 0 & \tau \geq 2 \end{cases}$$

la cui trasformata di Laplace corrisponde a:

$$L_{Tr(\tau)}(\sigma) = L_{H(\tau)}(\sigma) - 2L_{H(\tau-1)}(\sigma) + L_{H(\tau-2)}(\sigma) = \frac{1}{\sigma^2} - 2\frac{e^{-\sigma}}{\sigma^2} + \frac{e^{-2\sigma}}{\sigma^2} = \frac{1 - 2e^{-\sigma} + e^{-2\sigma}}{\sigma^2}$$

Tornando alla valutazione della matrice esponenziale $e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)}$, si introduca quest'ultima nella formula di Lagrange:

$$\underline{x}(\tau) = e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} \cdot \underline{x}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} e^{\underline{A}(\tau-t)} \cdot \underline{B}(t) \cdot \underline{u}(t) \cdot dt$$

Supponendo che il sistema oggetto di studio sia proprio, si ha:

$$\underline{x}(\tau) = e^{\underline{A}(\tau-\tau_0)} \cdot \underline{x}(\tau_0)$$

Applicando la trasformata di Laplace e ponendo $\tau_0 = 0$ (il che non lede la generalità essendo il sistema tempo invariante), si ha:

$$L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) = L_{e^{\underline{A}\tau} \cdot \underline{x}(0)}$$

Si consideri, adesso, l'equazione differenziale di stato $\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau} = \underline{A} \cdot \underline{x}(\tau) + \underline{B} \cdot \underline{u}(\tau)$ e si applichi ad essa la trasformata di Laplace:

$$L_{\frac{d\underline{x}(\tau)}{d\tau}}(\sigma) = \underline{A} \cdot L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) + \underline{B} \cdot L_{\underline{u}(\tau)}(\sigma)$$

che può essere ulteriormente modificata, applicando la proprietà della derivata:

$$\sigma \cdot L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) - \underline{x}(0) = \underline{A} \cdot L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) + \underline{B} \cdot L_{\underline{u}(\tau)}(\sigma)$$

da cui:

$$(\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A}) \cdot L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) = \underline{x}(0) + \underline{B} \cdot L_{\underline{u}(\tau)}(\sigma)$$

In ipotesi di sistema proprio si ha la seguente semplificazione:

$$(\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A}) \cdot L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) = \underline{x}(0)$$

ovvero, considerato che è possibile dimostrare che la matrice $\underline{I} - \underline{A}$ è invertibile:



$$L_{\underline{x}(\tau)}(\sigma) = (\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{x}(0)$$

Si deduce, quindi, in base anche all'equazione della trasformata di Laplace applicata alla formula di Lagrange, che:

$$L_{e^{\underline{A}\tau}} \cdot \underline{x}(0) = (\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1} \cdot \underline{x}(0)$$

da cui:

$$L_{e^{\underline{A}\tau}} = (\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1}$$

e quindi:

$$e^{\underline{A}\tau} = L_{(\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1}}^{-1}(\tau)$$

in cui al secondo membro compare l'**antitrasformata di Laplace**, ovvero quel segnale definito in R e a valori in C , cui corrisponde come trasformata di Laplace la funzione matriciale $(\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1}$.

L'antitrasformata di Laplace della matrice $(\sigma \cdot \underline{I} - \underline{A})^{-1}$, si ricava scomponendo in frazioni semplici gli elementi della stessa matrice e applicando le formule della tabella I-3, tenendo conto che i valori di τ cui si fa riferimento sono maggiori di 0, per cui $H(\tau) = I$.

I.8 L'integrale di convoluzione

Nella teoria dei segnali esiste un segnale continuo elementare di fondamentale importanza chiamato **impulso di Dirac** (δ).

L'impulso di Dirac altro non è che il segnale di Heavyside troncato allo zero:

$$\delta(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau = 0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases}$$

e quindi è un segnale causale regolare, di ordine esponenziale, a parte immaginaria nulla, con una sola discontinuità di prima specie (per $\tau = 0$). L'ordine dell'impulso di Dirac è ovviamente pari a 0.

Nella teoria dei segnali, l'impulso di Dirac è molto utilizzato come funzione d'ingresso ai sistemi. Si consideri il caso semplice di un sistema con una sola variabile d'ingresso, la cui funzione è proprio quella dell'impulso di Dirac. La funzione di transizione di stato del sistema, nell'intervallo temporale $[0, \tau^*]$, sarà caratterizzata dalla seguente formulazione:

$$\underline{x}(\tau^*) = \varphi(0, \tau^*, \underline{x}(0), \delta[0, \tau^*]).$$

In tale funzione l'influenza dell'impulso di Dirac si avverte solo all'istante iniziale, dopodiché è solo lo stato del sistema a condizionare gli stati successivi del sistema. Al tendere di τ^* ad infinito, il sistema potrebbe trovarsi in due condizioni. Una prima è quella in cui il sistema oscilla indefinitamente senza tendere ad uno stato stabile e quindi costante nel tempo (**sistema non smorzato**). Una seconda condizione è quella in cui il sistema tende ad uno stato stabile, magari anche con oscillazioni smorzate (**sistema smorzato**).

In questo paragrafo si assumerà valida l'ipotesi di sistema smorzato.

Si supponga che il sistema abbia una sola variabile in uscita e che questa sia caratterizzata dalla seguente funzione:

$$y(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \delta(\tau^*), \tau^*] \quad \forall \tau^* \geq 0$$

Nella teoria dei segnali tale funzione rappresenta la legge di variazione nel tempo dell'unico segnale in uscita dal sistema. Nella funzione d'uscita l'influenza dell'impulso di Dirac si avverte solo all'istante iniziale,



dopodiché è solo lo stato del sistema e il tempo a condizionare la variabile in uscita. Al tendere di τ^* ad infinito, la funzione d'uscita potrebbe assumere sempre valori diversi da zero (**sistema instabile**), ovvero potrebbe esistere un valore di τ^* al di sopra del quale la funzione d'uscita è identicamente nulla (**sistema stabile**).

In questo paragrafo si assumerà valida l'ipotesi di sistema stabile.

Si supponga che il sistema a cui viene applicato in ingresso il segnale di Dirac sia un sistema tempo invariante. Ciò vuol dire che se al sistema viene applicato in ingresso l'impulso di Dirac traslato di un intervallo di tempo pari a τ_0 , la funzione d'uscita sarà semplicemente traslata dello stesso intervallo:

$$\delta(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau = \tau_0 \\ 0 & \tau \neq \tau_0 \end{cases} \longrightarrow y(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), \delta(\tau^*)] \quad \forall \tau^* \geq \tau_0 \quad \text{e} \quad \forall \tau_0 \geq 0$$

Si osservi come nell'ipotesi di tempo invarianza, nella funzione di uscita sia assente la dipendenza esplicita con il tempo.

Si supponga, adesso, che il sistema sia anche lineare, per cui se vengono applicati due impulsi di Dirac (non necessariamente allo stesso istante di tempo), l'uscita del sistema è dato dalla somma delle uscite valide per i due rispettivi segnali. In pratica è valida l'ipotesi di sovrapposizione degli effetti:

$$\begin{aligned} \delta_1(\tau) &= \begin{cases} 1 & \tau = \tau_1 \\ 0 & \tau \neq \tau_1 \end{cases} \\ \delta_2(\tau) &= \begin{cases} 1 & \tau = \tau_2 \\ 0 & \tau \neq \tau_2 \end{cases} \end{aligned} \longrightarrow y(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), [\delta_1(\tau^*), \delta_2(\tau^*)]] \quad \forall \tau^* \geq \tau_1 \quad \text{e} \quad \forall 0 \leq \tau_1 \leq \tau_2$$

con $y(\tau^*) = \eta[\underline{x}(\tau^*), [\delta_1(\tau^*), \delta_2(\tau^*)]] = \eta[\underline{x}(\tau^*), \delta_1(\tau^*)] + \eta[\underline{x}(\tau^*), \delta_2(\tau^*)]$

Nella teoria dei segnali la funzione di uscita all'impulso di Dirac viene chiamata **risposta impulsiva** o **funzione di peso del sistema** e viene indicata con $r(\tau)$. Nella Figura I-9 è rappresentato graficamente il modello di un sistema tempo invariante e lineare caratterizzato da due variabili di stato, soggetto a due impulsi di Dirac.

Si supponga che in un sistema stabile e smorzato, tempo invariante e lineare si riesca a misurare il segnale in uscita, a seguito di un impulso di Dirac. Si può definire per il segnale in uscita una funzione dipendente solo dalla variabile $(\tau - \tau_0)$, i cui parametri avranno un valore dipendente dal sistema e dalla sua evoluzione a seguito di un impulso di Dirac. Si può dire, quindi, che non è necessario risalire alla funzione di transizione di stato del sistema per dedurre la funzione di uscita, in quanto i parametri di quest'ultima, calibrati sulla base della misura sperimentale, sono sufficienti a descrivere in maniera implicita la funzione di transizione di stato. In pratica è come se nella figura I-9 si potesse saltare il riquadro intermedio e collegare direttamente il primo riquadro (quello d'ingresso) all'ultimo (quello d'uscita). Quindi non è necessario conoscere le variabili di stato del sistema.

Se si moltiplica l'impulso di Dirac per uno scalare, l'ipotesi di linearità implica che la funzione di uscita debba essere quella relativa all'impulso di Dirac, moltiplicata per lo stesso scalare (Cfr. Figura I-10).

L'impulso di Dirac, opportunamente moltiplicato per uno scalare k , può essere distribuito non solo in maniera discreta nel tempo (come in figura I-9), ma anche in maniera continua, all'interno di un intervallo temporale $[\tau_1, \tau_2]$. Il parametro k , poi, può essere anche espresso in funzione del tempo τ e dar luogo ad una generica forma di **segnale d'ingresso**.

Si consideri un generico istante τ^* . Si consideri il valore che il segnale d'ingresso assuma all'istante $\tau_0 < \tau^*$. Tale valore può essere considerato come un impulso di Dirac, moltiplicato per $k(\tau_0)$. Ebbene, il contributo di tale impulso nella funzione d'uscita all'istante τ^* è dato da (cfr. Figura I-11):

$$k(\tau_0) \cdot r(\tau^* - \tau_0)$$

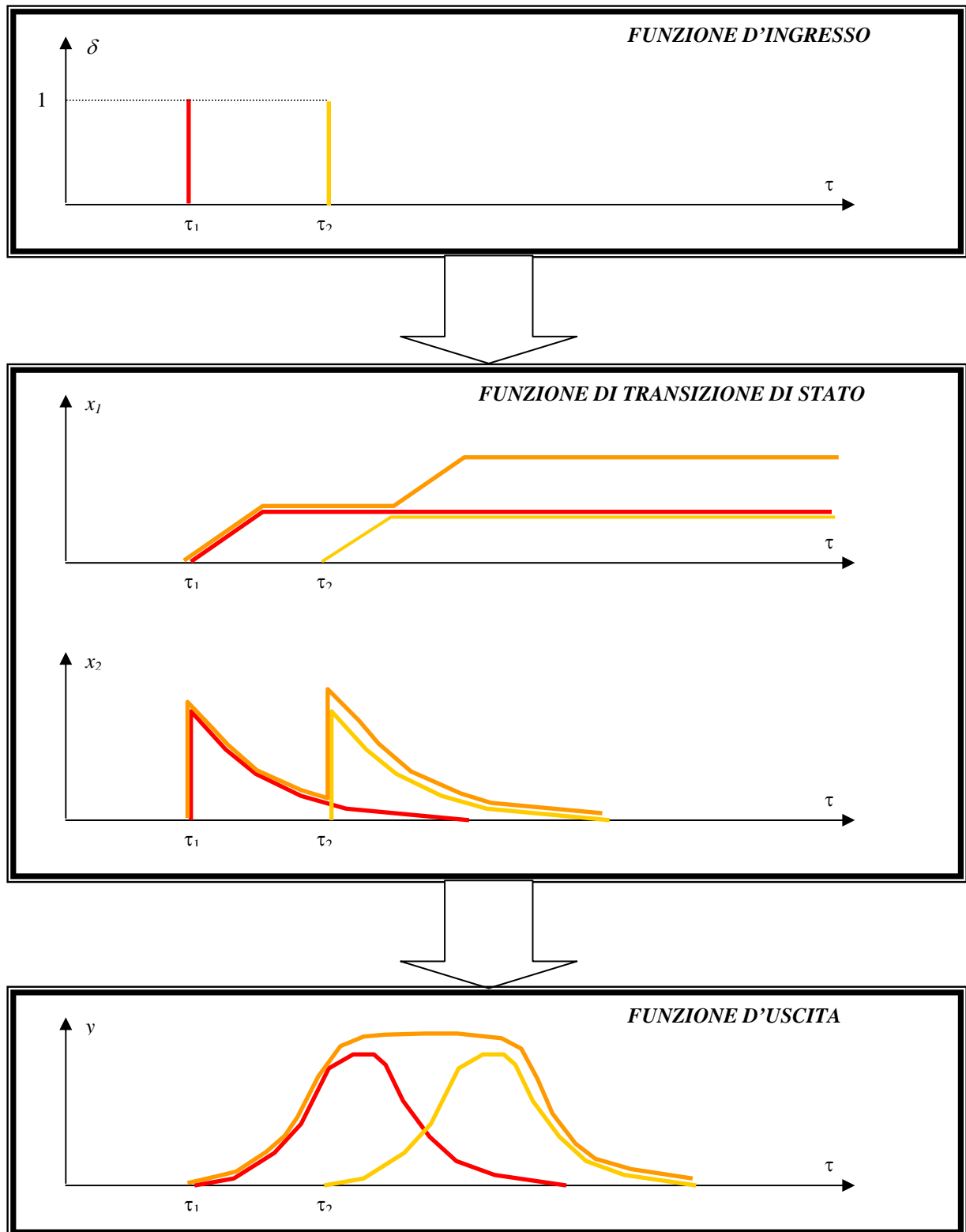


Figura I-9: Rappresentazione della risposta di un sistema tempo invariante e lineare, con due variabili di stato, sottoposto a due impulsi di Dirac.

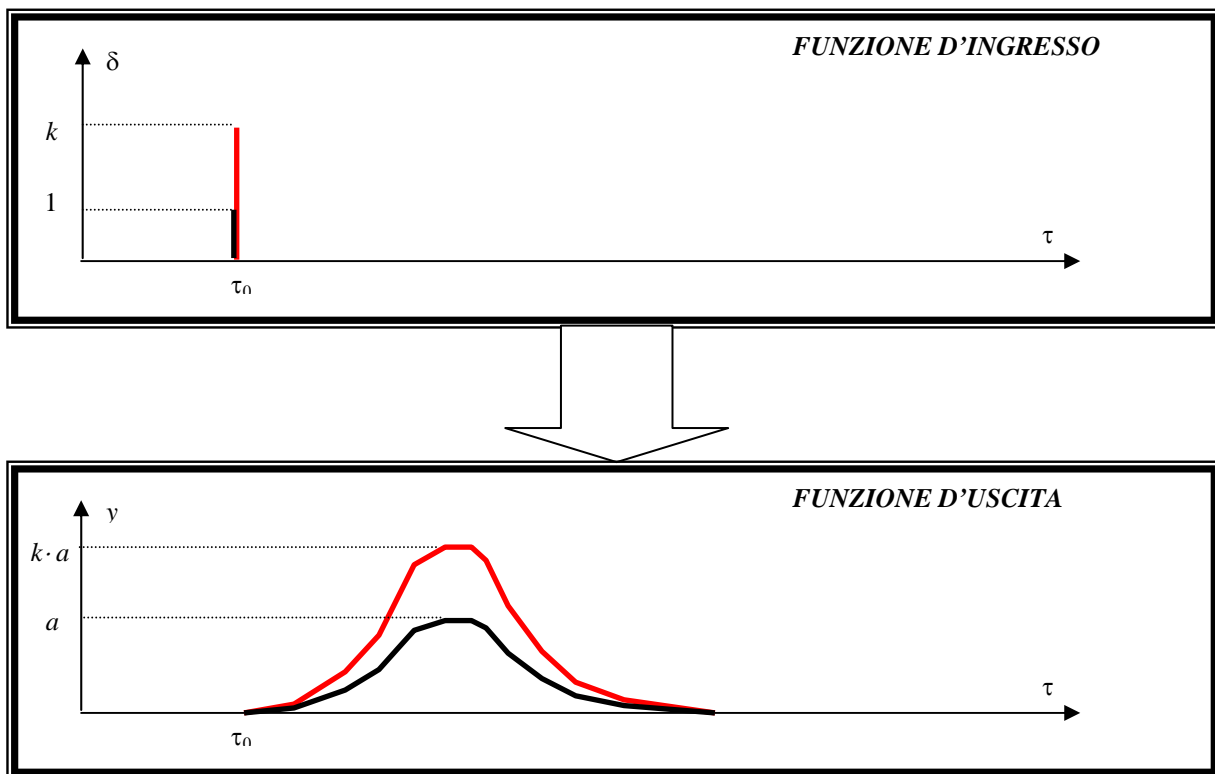


Figura I-10: Rappresentazione dell'amplificazione del segnale di uscita a seguito dell'amplificazione del segnale di Durac

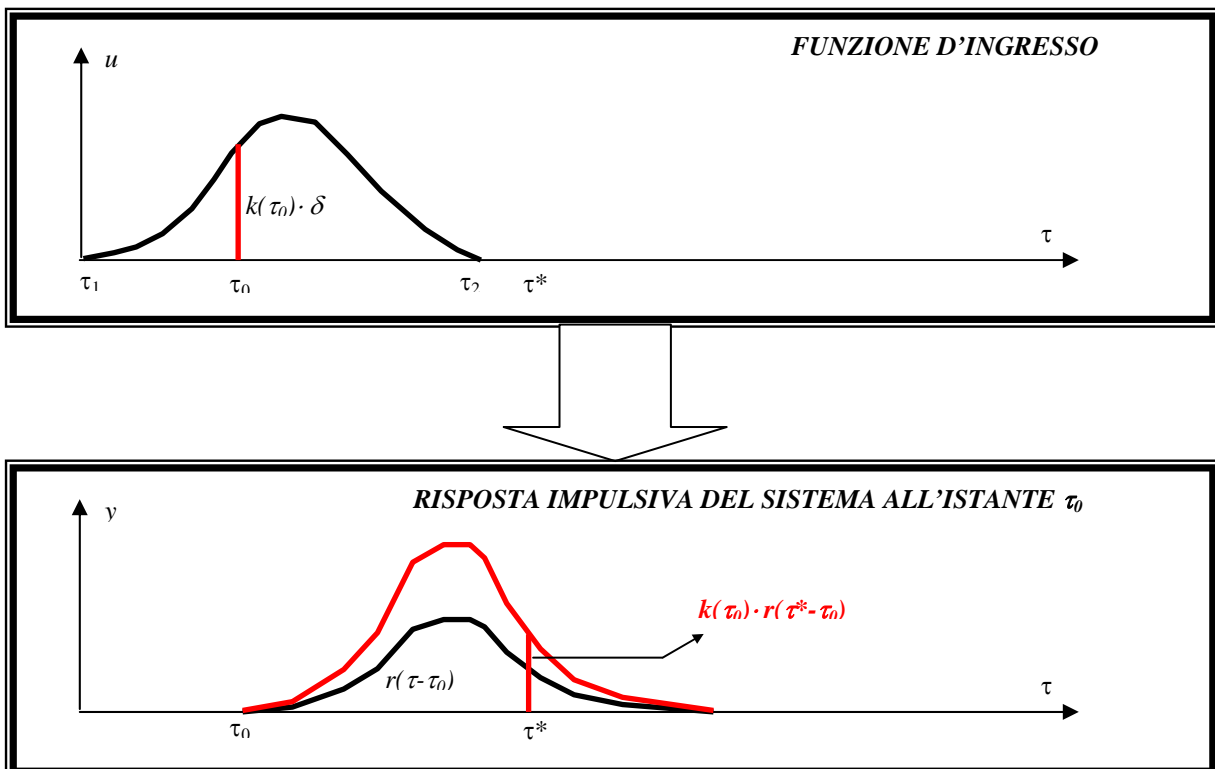


Figura I-11: Rappresentazione del contributo del segnale d'ingresso all'istante τ_0 nella funzione d'uscita all'istante τ^*



In realtà nell'istante τ^* , al contributo appena descritto si devono sommare i contributi di tutti gli impulsi compresi nell'intervallo di tempo $[\tau_1, \tau^*]$, pertanto l'uscita all'istante τ^* sarà pari a:

$$y(\tau^*) = \int_{\tau_1}^{\tau^*} k(\tau_0) \cdot r(\tau^* - \tau_0) \cdot d\tau_0$$

meglio noto come **integrale di convoluzione**.

J

Fondamenti di foronomia

Un argomento di particolare interesse dell'idraulica è la **foronomia**, che comprende lo studio e la misura delle portate idriche che sboccano da luci di efflusso. Le luci si dicono **a battente** quando hanno il contorno chiuso e sommerso dall'acqua; si dicono **a stramazzo** o quando hanno il contorno superiormente aperto o quando hanno il contorno chiuso, ma non sommerso completamente dall'acqua. Il battente rappresenta l'affondamento dell'orlo superiore della luce rispetto al pelo libero dell'acqua. La corrente effluente da una luce prende il nome di **vena**. Nelle luci a stramazzo la parte superiore della vena è caratterizzata da una superficie libera.

Quando l'acqua sbocca da un foro, si può verificare il fenomeno di contrazione della vena, che può essere completa (quando si sviluppa lungo tutto il contorno della luce) o parziale (quando si sviluppa solo su una parte del contorno della luce). La contrazione si verifica quando la luce è aperta a grande distanza dal fondo e dai fianchi verticali che delimitano la parete in cui è ubicata. Quando la luce è rettangolare la contrazione non si verifica su quei lati che coincidono con il fondo o con i fianchi delimitanti la parete stessa in cui la luce è ricavata.

Altro elemento interessante della foronomia è lo spessore (o larghezza) della luce. **Luci di piccolo spessore** possono essere ricavate in pareti sottili o in pareti grosse, scolpite a spigolo vivo. **Luci di grande spessore** possono essere ricavate in pareti grosse (nel caso di luci a stramazzo prendono il nome di **stramazzi a soglia larga**), o in pareti sottili, mediante l'aggiunta di una bocca. Il fenomeno della contrazione della vena è fortemente accentuato quando essa sbocca da una luce di piccolo spessore.

J.1 Luci a battente

Facendo riferimento alla figura J-1, si consideri la generica particella d'acqua all'interno del recipiente o canale a monte della parete su cui è stata ricavata una luce di efflusso. Tale goccia è caratterizzata da una energia specifica potenziale rispetto al fondo pari a z_A e di una energia specifica di pressione relativa pari ad $h_A - z_A$. La goccia è anche dotata di una energia cinetica specifica, in quanto è diretta verso la luce di efflusso. L'altezza cinetica, pari a $w_A^2/2g$, può essere trascurabile, allorquando la goccia si trovi particolarmente lontana dalla luce, e l'acqua contenuta nel recipiente è tenuta in condizioni statiche. La quota piezometrica h_A può essere assimilata al



carico specifico della goccia d'acqua, quando essa si trova all'interno del recipiente ad una significativa distanza dalla luce.

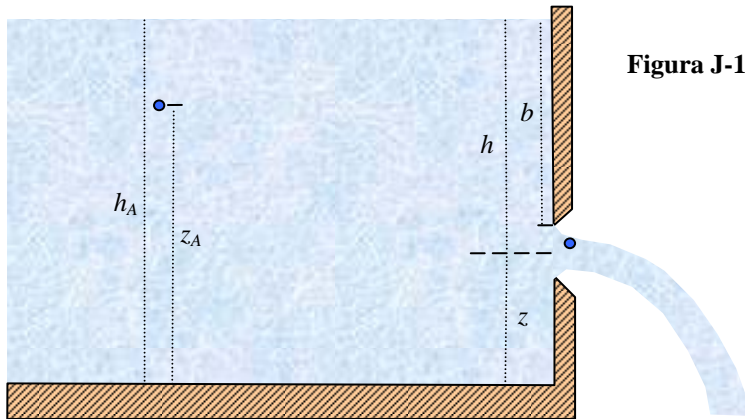


Figura J-1: L'efflusso da una luce a battente

Con il passare del tempo la goccia si avvicina alla luce fino a che non fuoriesce da essa formando, con le altre gocce, la vena di sbocco. Nel caso di luce in parete sottile o a spigolo vivo (come in figura J-1), si osserva che i filetti fluidi della vena, dopo la contrazione, tendono rapidamente a raddrizzarsi e già a breve distanza dalla luce si può osservare una prima sezione trasversale piana, di area minore di quella della luce, a cui tutti i filetti fluidi sono perpendicolari. In tale sezione, detta anche **sezione contratta**, la goccia d'acqua che prima si trovava nel recipiente, assume un'energia specifica potenziale che può essere approssimata alla quota del baricentro geometrico della luce, mentre l'energia specifica di pressione relativa può essere posta uguale a 0, se si ammette che nella sezione contratta la pressione sia costante e pari a quella atmosferica. Allo sbocco l'altezza cinetica $w^2/2g$ non può essere più trascurata.

Si supponga che lo spostamento della goccia d'acqua dall'interno del recipiente alla sezione contratta avvenga senza perdite di energia. Ciò consente di uguagliare il carico specifico h_A interno al recipiente con il carico specifico $z + w^2/2g$ alla sezione contratta. Ne deriva una formulazione della velocità di efflusso della goccia, che può essere approssimata alla velocità media di efflusso dell'acqua attraverso la luce, nota anche come **velocità torricelliana**.

$$w_T = \sqrt{2g \cdot h}$$

in cui h rappresenta l'affondamento del baricentro geometrico della luce ed è chiamato **carico** (cfr. figura J-1).

In realtà il processo di efflusso è accompagnato da lievi dissipazioni di energia. Per tale motivo nella sezione contratta non si ha esattamente la velocità torricelliana, ma una velocità lievemente più piccola. Indicando con k il coefficiente di ragguaglio per la compensazione complessiva degli errori che si commettono trascurando le dissipazioni, la velocità di efflusso alla sezione contratta diventa:

$$w = k \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

con k , noto anche come **coefficiente di velocità**, sperimentalmente definito in un intervallo di valori compreso tra 0,98 e 0,99.

La portata effluente risulta evidentemente:

$$Q = \sigma_c \cdot w = \sigma_c \cdot k \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$



con σ_c pari all'area della sezione contratta.

Indicando con c il rapporto tra l'area della sezione contratta e l'area σ della luce, la portata di efflusso si può anche scrivere nel seguente modo:

$$Q = c \cdot k \cdot \sigma \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

Il coefficiente c viene detto **coefficiente di contrazione**.

Il prodotto del coefficiente di velocità con il coefficiente di contrazione restituisce il **coefficiente di efflusso** (μ), che consente di formulare la portata di sbocco nel seguente modo:

$$Q = \mu \cdot \sigma \cdot \sqrt{2g \cdot h} \quad (\text{J.1})$$

Il coefficiente μ dipende in modo significativo dalla contrazione della vena e pertanto deve essere calibrato in ogni circostanza. Tuttavia esistono in letteratura scientifica dei valori indicativi di μ , sperimentalmente ricavati per luci di frequente utilizzo. Nella tabella J-1 sono riportati i valori minimi e massimi del coefficiente di efflusso, trovati per luci di particolare forma geometrica.

Tipo di luce	Valore minimo di μ	Valore massimo di μ
Circolare a contrazione totale	0,59	0,62
Rettangolare a contrazione completa	0,50	0,62
Rettangolare a contrazione soppressa sul fondo e sui due lati	0,54	0,69

Tabella J-1: Valori sperimentati del coefficiente di efflusso

L'ultimo tipo di luce riportato in tabella J-1, trascurando gli attriti lungo i lati della luce in cui la contrazione è soppressa, consente di ipotizzare condizioni di moto piano. Tali luci, note anche come **luci di fondo**, si ottengono spesso in canali a sezione rettangolare, ostruendo la corrente con una parete ad essa trasversale, detta **paratoia**, che può essere verticale o inclinata. Quanto più è inclinata la paratoia nel verso della corrente tanto più la contrazione superiore della vena si riduce e maggiore diventa la portata effluente (cfr. figura J-2).

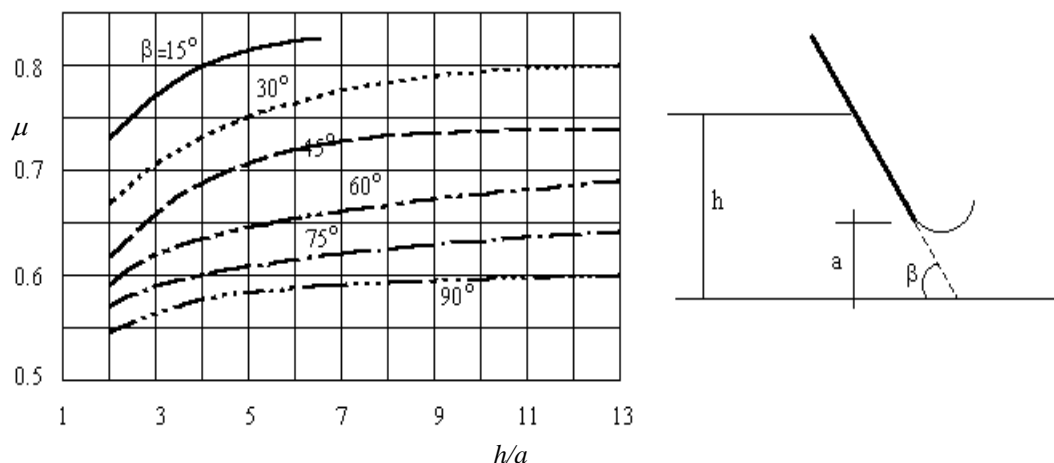


Figura J-2: Rappresentazione di μ in funzione dell'inclinazione della paratoia



Quando la luce di fondo rettangolare è ricavata in un canale, potrebbe non essere più trascurabile la **velocità di arrivo** w_A della corrente idrica, qualsiasi sia la distanza dalla luce. La (J.1) si generalizza nella seguente espressione:

$$Q = \mu \cdot \sigma \cdot \sqrt{2g \cdot \left(h + \frac{w_A}{2g} \right)} \quad (J.2)$$

L'effetto della velocità di arrivo è quello di aumentare il carico. L'esperienza mostra che tale effetto si risente solo quando w_A ha direzione non molto diversa dalla direzione della vena effluente dalla luce.

Sempre facendo riferimento alle luci di fondo rettangolari, generalmente aperte al piede di una paratoia inserita in un canale a debole pendenza, la vena a valle può assumere le configurazioni schematiche tracciate in figura J-3. Nella figura J-3-a l'altezza a della luce è inferiore al tirante critico e l'energia della corrente a valle non è tanto grande. La vena effluisce dalla paratoia secondo una corrente ipercritica che, dopo una certa distanza, seguendo il profilo *D3* (cfr. sottoparagrafo F.4.1) passa da corrente veloce a corrente lenta mediante un salto di *Bidone*. Nella figura J-3-b l'altezza a della luce è superiore al tirante critico o l'energia della corrente a valle è molto grande. La vena effluisce dalla paratoia con la superficie libera acclive e agitata. Nel caso della figura J-3-a si applica la formula (J.1) o (J.2), in funzione del valore della velocità di arrivo. Nel caso della figura J-3-b si ha una **luce rigurgitata**. Quando l'agitazione a valle della paratoia è trascurabile, la vena, effluendo, ha la sezione contratta non più a pressione atmosferica, ma alla pressione esercitata dal carico idraulico h_B del fluido a valle della paratoia (cfr. figura J-3-b). La (J.1) e la (J.2) si generalizzano nelle seguenti espressioni:

$$Q = \mu \cdot \sigma \cdot \sqrt{2g \cdot (h - h_B)} \quad (J.3)$$

$$Q = \mu \cdot \sigma \cdot \sqrt{2g \cdot \left(h + \frac{w_A}{2g} - h_B \right)} \quad (J.4)$$

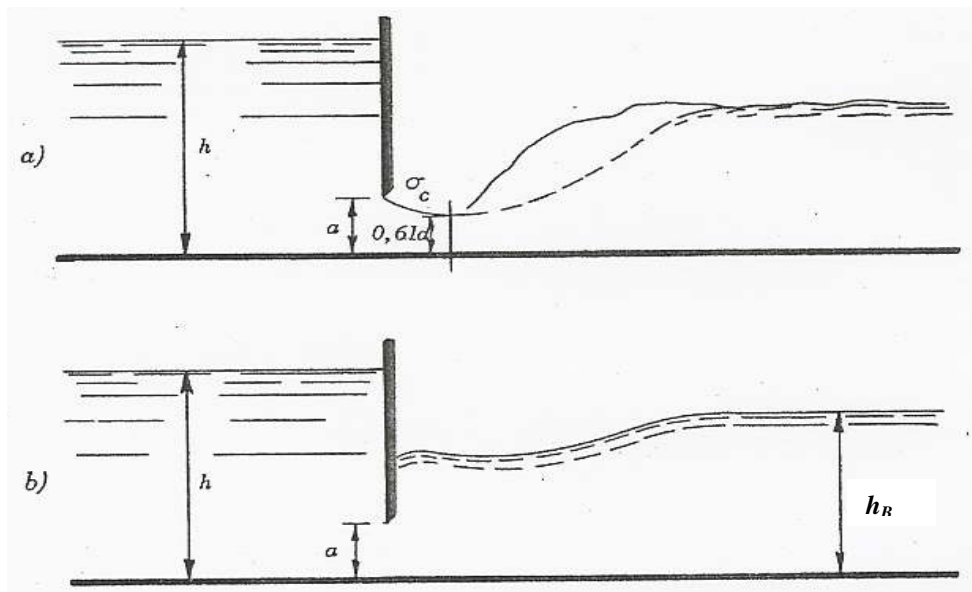


Figura J-3: Schematizzazioni di efflussi possibili attraverso una paratoia



J.2 Luci a stramazzo

Quando la vena liquida effluisce su una luce a stramazzo, a partire da una certa sezione a monte della luce si inizia a notare un graduale e progressivo abbassamento dello specchio d'acqua, dovuto al fatto che la vena, accostandosi alla luce, acquista velocità sempre più rilevante (cfr. figura J-4). Tale fenomeno è noto come **chiamata allo sbocco** e la sezione idrica di incipiente abbassamento dello specchio d'acqua prende il nome di **sezione di chiamata allo sbocco**. Il dislivello h tra il pelo libero di acqua nella sezione di chiamata allo sbocco e il punto più depresso del contorno della luce è chiamato **carico** o **altezza sulla luce**. Poiché nella pratica è molto difficile determinare l'effettiva sede della sezione di chiamata allo sbocco (secondo indicazioni di *Bazin*, questa si trova ad una distanza dalla luce pari a $3 \div 4$ volte il carico h), il carico viene determinato in funzione del dislivello misurato a una sezione significativamente distante dalla luce di sbocco.

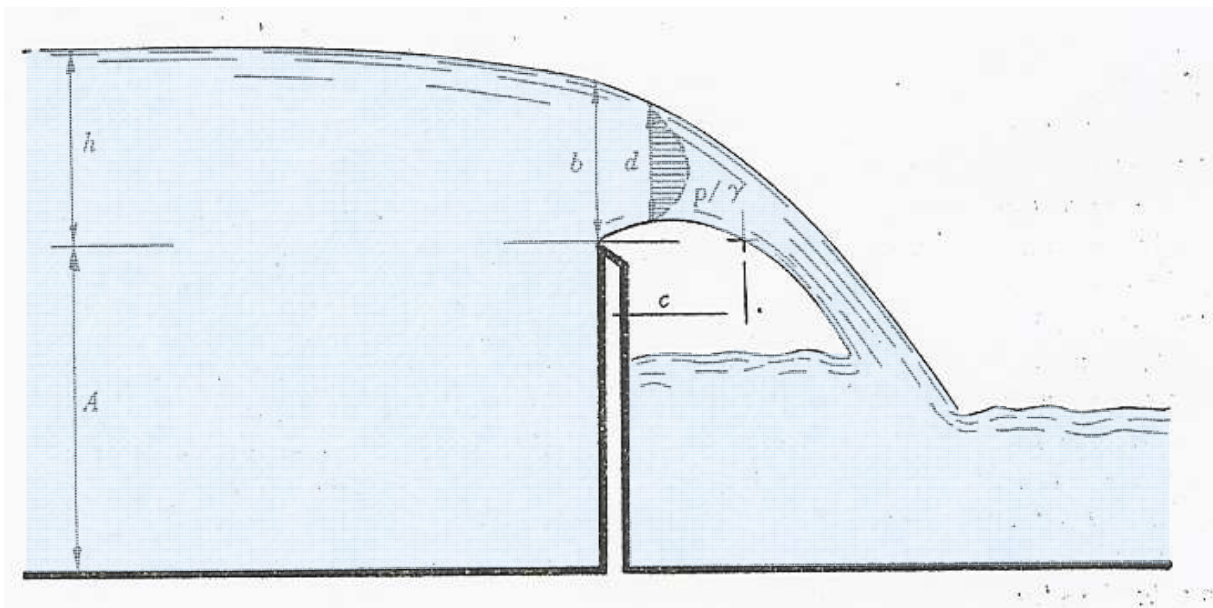


Figura J-4: L'efflusso attraverso una luce a stramazzo

La contrazione nelle luci a stramazzo si presenta in maniera diversa da quelle delle luci a battente. Negli stramazzi a parete sottile manca sempre una sezione contratta, in cui i filetti fluidi possano essere considerati rettilinei e perpendicolari alla sezione stessa. Inoltre nella vena effluente dagli stramazzi vi sono non trascurabili forze centrifughe, che rendono le pressioni interne alla vena superiori a quella atmosferica (cfr. figura J-4). Nelle luci a stramazzo rettangolari la contrazione può avvenire su tutti i tre lati: i due verticali (se sono a sufficiente distanza dai fianchi laterali delimitanti la parete in cui lo stramazzo è ricavato) e quello orizzontale (se è a sufficiente distanza dal fondo che delimita inferiormente la parete in cui lo stramazzo è ubicato). Quando uno stramazzo è dotato di un lato rettilineo orizzontale, questo prende il nome di **soglia**. L'elemento di parete che si interpone tra la soglia e il fondo, prende il nome di **petto**. Il **petto a monte** è riferito al lato di monte dello stramazzo, mentre il **petto a valle** è riferito al lato di valle.

La velocità della vena allo sbocco, può, anche in questo caso, essere posta pari a quella torricelliana, con le dovute riserve da prendere in considerazione, in virtù delle perdite di carico e delle sovrappressioni (rispetto a quella atmosferica) che si verificano all'interno della vena effluente. Per definire la portata di sbocco, occorrerebbe moltiplicare la velocità torricelliana per l'area della sezione attraverso la quale avviene l'efflusso della vena. A differenza delle luci a battente, però, la chiamata allo sbocco rende praticamente impossibile definire ta-



le area. Si propone, allora, la seguente formulazione, simile a quella delle luci a battente, e valida per luci rettangolari:

$$Q = \mu \cdot h \cdot L \cdot \sqrt{2g \cdot h} \quad (J.5)$$

in cui μ è un coefficiente di ragguaglio, anche in questo caso noto come **coefficiente di efflusso**, h è il carico sulla luce e L è la lunghezza della luce.

Come per le luci a battente, anche per le luci a stramazzo rettangolari, occorre calibrare μ sperimentalmente. In generale μ dipende dal tipo di contrazione della vena, dallo spessore della soglia, dalle condizioni di efflusso a valle. In particolare, per quanto riguarda l'efflusso a valle dello stramazzo, questo è fortemente influenzato dalla conformazione geometrica del recipiente o del canale in cui l'acqua si riversa. Se tra il petto di valle e la vena può accedere liberamente l'aria esterna, si ha una **vena aerata**, nella quale l'acqua effluisce a caduta libera. Se il volume d'aria tra il petto di valle e la vena non è sufficientemente aerato, la pressione in esso contenuta si riduce rispetto a quella atmosferica, dando luogo a una **vena depressa**, avvicinata al petto di valle. Infine può accadere che vi sia completa assenza di aria tra la vena e il petto di valle, con formazione di una **vena aderente**. Quando il volume compreso tra la vena e il petto di valle è completamente o in gran parte occupato da acqua in agitazione, si ha una **vena annegata** o **vena soffolta**. Infine, quando la lama d'acqua all'interno del recipiente o del canale in cui l'acqua confluisce è superiore alla quota della soglia, si ha una **vena rigurgitata**. Vi sono due schemi possibili con cui si può presentare una vena rigurgitata: quello con cui (figura J-5-a) la vena si immerge nella corrente a valle al di sotto di un vortice ad asse orizzontale che si forma in superficie (**vena sommersa**) e infine lo schema secondo cui (figura J-5-b) la vena si mantiene in superficie in maniera ondulata (**vena ondulata**).

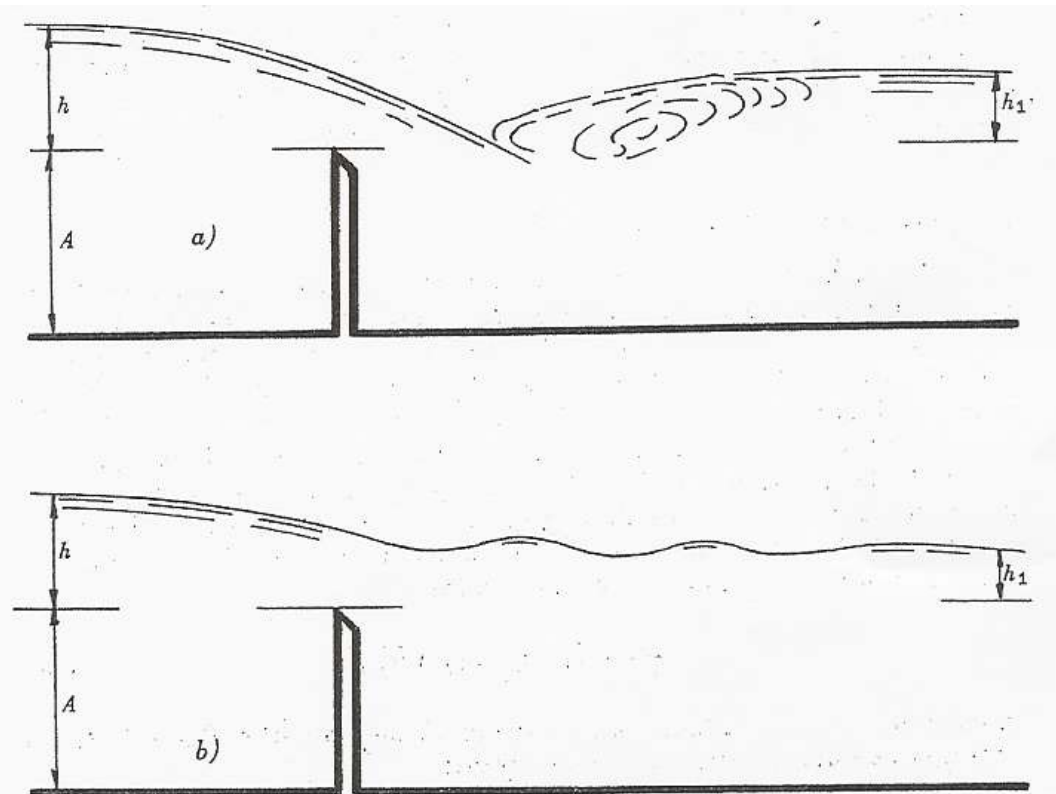


Figura J-5: Schemi di modalità con cui può presentarsi una vena rigurgitata



Lo **stramazzo a soglia larga** (*broad crested weir*) è uno stramazzo realizzato in una parete grossa, il cui spessore è pari ad almeno una volta il carico. Questo stramazzo può essere anche realizzato inserendo una traversa sul fondo di un canale. Quando lo stramazzo è molto lungo e tale da consentire di trascurare eventuali effetti di contrazione laterale, si può applicare l'ipotesi di moto piano e definire teoricamente un coefficiente di efflusso $\mu = 0,385$. In pratica sono stati sperimentati diversi valori di μ . Nella tabella J-2 ne sono riportati alcuni.

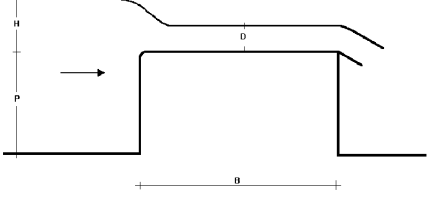
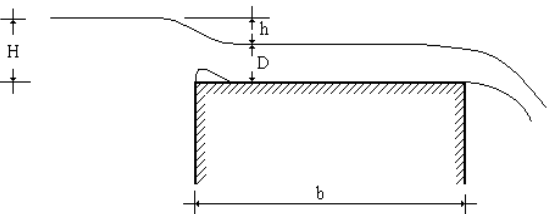
Tipo di stramazzo a larga soglia	Valore minimo di μ	Valore massimo di μ
<p>A spigolo arrotondato e soglia completamente annegata</p> 	0,37	0,39
<p>A spigolo vivo e vena contratta</p> 	0,29	0,41

Tabella J-2: Coefficienti di efflusso di stramazzi a soglia larga orizzontale

Per aumentare l'efficienza dello stramazzo a soglia larga si può anche modellare la soglia in maniera da attribuirle una lieve pendenza nella direzione dell'efflusso. *Blackwell*¹, utilizzando una soglia larga a spigolo arrotondato, con petto interno alto 0,9 m, ha misurato $c = \mu\sqrt{2g}$ in diverse condizioni di pendenza e larghezza della soglia. Ha potuto verificare (cfr. figura J-6) che gli effetti benefici di una soglia pendente sull'efficienza di efflusso si ottengono solo per carichi bassi. Ha verificato, inoltre, che a parità di pendenza, un fattore che incide positivamente sull'efficienza dell'efflusso è la larghezza della soglia (in figura J-6 la curva D è molto più alta della curva C, per battenti superiori a 0,15 m).

Anche la forma della soglia incide notevolmente sull'efficienza dello stramazzo a soglia larga. Sperimentazioni² sono state eseguite utilizzando soglie larghe di forma triangolare. In figura J-7 sono rappresentati i valori di $c = \mu\sqrt{2g}$ evinti durante le prove.

Un particolare tipo molto utilizzato di stramazzo rettangolare in parete sottile (*sharp crested weir*) è lo **stramazzo Bazin**, che prende il nome dallo sperimentatore che per primo ha svolto minute ricerche su tale tipo di dispositivo di efflusso. Esso è geometricamente caratterizzato da uno sbarramento verticale disposto lungo un canale a sezione rettangolare. Tale sbarramento ha altezza inferiore a quella del canale e sulla estremità superiore di monte termina a spigolo vivo. In questo modo all'interno del canale si viene a configurare una luce a stramazzo, sfiorata dall'acqua con moto piano, a causa della soppressione della contrazione sui lati verticali.

¹ Cfr. FAO (1967)

² Cfr. Knapp (1960)



Per tale tipo di stramazzo sono state sperimentalmente ricavate diverse formule per la determinazione di μ , in funzione del carico h e dell'altezza del petto di monte A . Tali formule restituiscono valori molto diversi del coefficiente di efflusso. Ciò lascia presumere che ci siano fattori secondari, oltre quelli geometrici appena citati, che influenzano il fenomeno dello sbocco da una luce a stramazzo. È appena il caso di citare l'azione d'attrito delle pareti laterali, la pendenza del canale, la rugosità del petto a monte, lo spessore della soglia e la distribuzione delle velocità di arrivo. Con buona approssimazione si può dire che, in condizioni di vena areata, il valore medio di μ per lo stramazzo Bazin è pari a 0,42. Lo stramazzo *Bazin* è quindi più efficiente di uno stramazzo a soglia larga orizzontale. Quando la vena non è areata, *Bazin* nella sua ricerca ha sperimentalmente verificato un aumento dell'efficienza dello stramazzo, ovvero un aumento della portata a parità di h e A . Tale aumento di portata è stato valutato intorno al 7% nel caso di vena depressa e intorno al 28% nel caso di vena aderente.

Proprio per ottenere una maggiore efficienza di efflusso sono stati proposti **stramazzi a ciglio arrotondato** (*ogee crested weir*), che sono conformati in maniera da aderire quanto più possibilmente al profilo inferiore della vena fluida. In questo modo si raggiunge il triplice scopo di avere un efflusso aderente (più efficiente), un ciglio più resistente di quello a spigolo vivo, la sicurezza che al di sotto della vena non insorgano depressioni, che possano danneggiare la struttura su cui la vena tracima.

I profili più utilizzati sono definiti dalle seguenti formulazioni (cfr. figura J-8):

$$\frac{y}{h} = 0,5 \cdot \left(\frac{x}{h} \right)^{1,85}$$

$$\frac{y}{h} = 0,47 \cdot \left(\frac{x}{h} \right)^{1,80}$$

dei quali l'ultimo, detto anche **profilo Creager**, è più cautelativo in quanto più esterno.

Si osserva che la forma della soglia dipende molto dal carico di progetto (cfr. figura J-8). Per carichi superiori il rischio dell'insorgenza di depressioni tra la vena e il petto di valle non è scongiurato.

Il coefficiente di efflusso di tali soglie, per il carico di progetto, si avvicina per difetto a 0,50; per carichi diversi da quello di progetto si può fare riferimento al coefficiente di ragguglio rappresentato in Figura J-9.

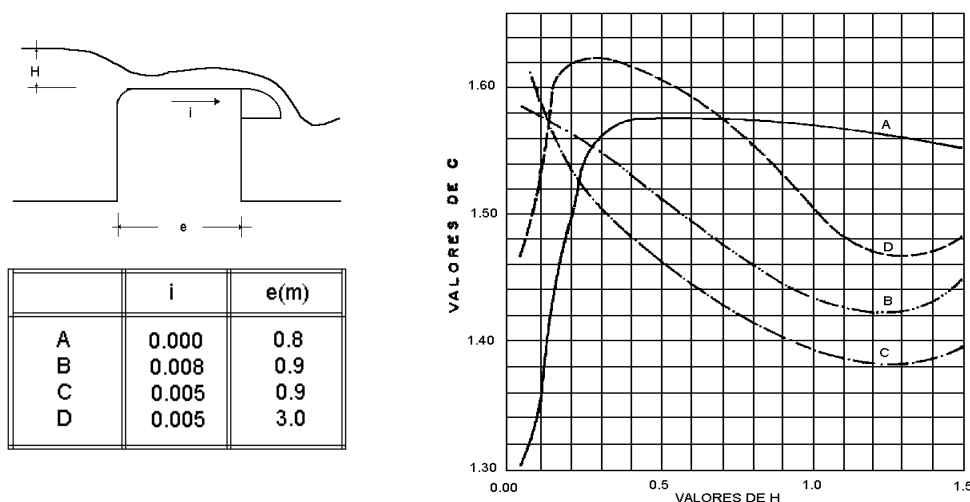


Figura J-6: Efficienza di efflusso di stramazzi a soglia larga con pendenza non nulla
[FAO 1967]

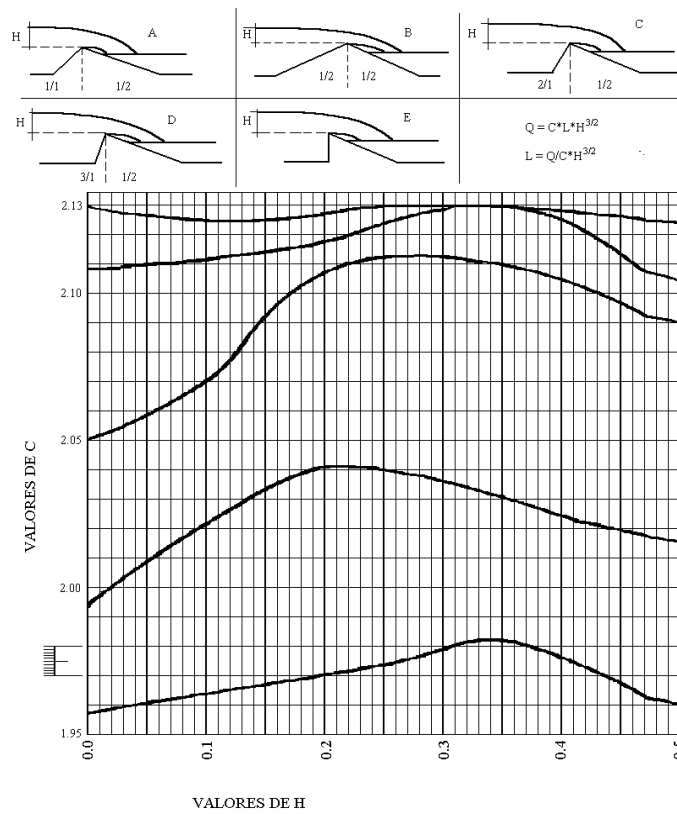


Figura J-7: Efficienza di efflusso di stramazzi a soglia larga triangolare

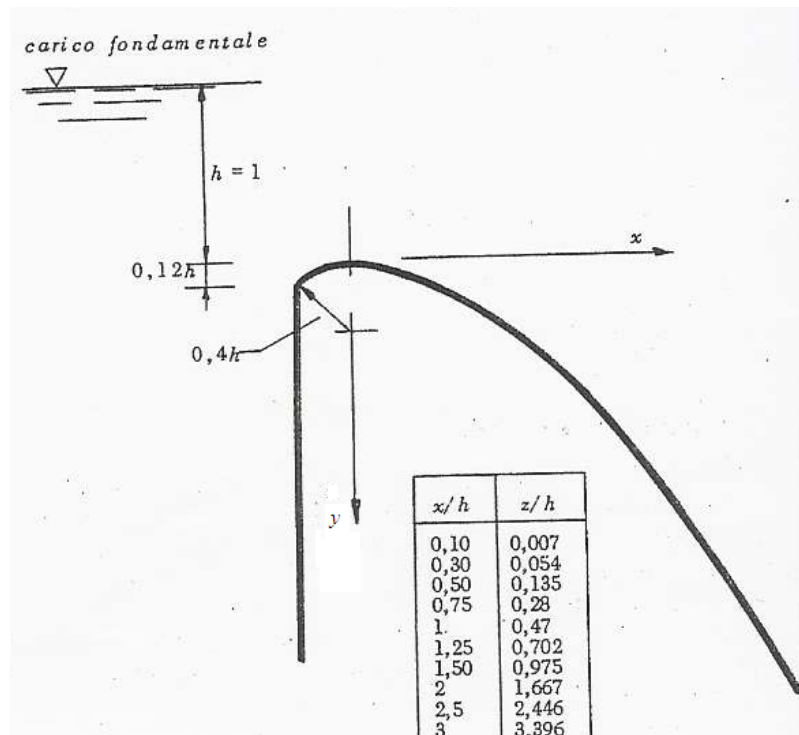


Figura J-8: Stramazzo a ciglio arrotondato (profilo Creager)

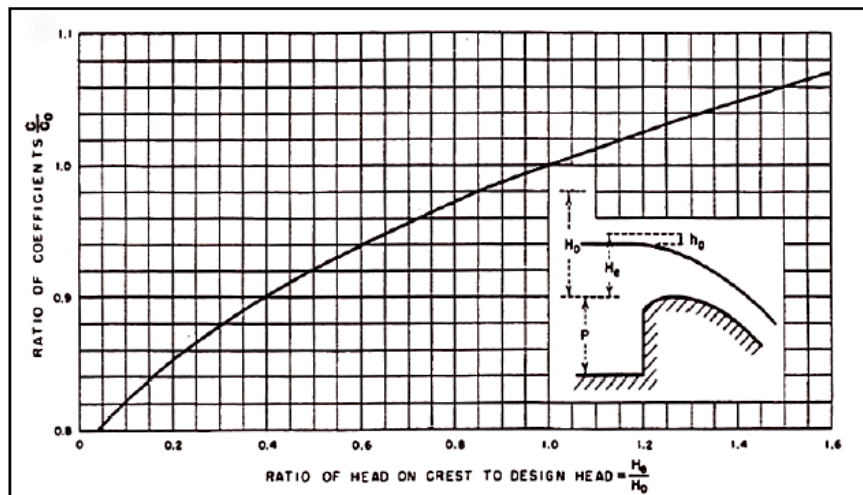


Figura J-9: Variazione del coefficiente di efflusso di uno stramazzo *Creager* per carichi diversi da quello di progetto H_0

Per stramazzi rettangolari rigurgitati (cfr. figura J-5), la portata effluente si calcola immaginando di dividere la vena in due parti: si ipotizza che la vena superiore, di altezza $(h - h_1)$, non rigurgitata, determini una portata pari a quella che sfiorerebbe da una luce a stramazzo, mentre si ipotizza che la vena inferiore, di altezza h_1 , determini una portata pari a quella che sfiorerebbe da una luce a battente rigurgitata. Si ottiene la seguente formulazione:

$$Q = \mu \cdot h_1 \cdot L \cdot \sqrt{2g \cdot (h - h_1)} + \frac{2}{3} \mu \cdot L \cdot (h - h_1) \cdot \sqrt{2g \cdot (h - h_1)} \quad (J.6)$$

in cui *Schoklitsch* pone $\mu = 0,65$ per luci in parete sottile. Per soglie larghe si hanno valori molto maggiori pari a $\mu = 0,85$.³

Per stramazzi rettangolari con contrazione laterale (cfr. figura J-10-a), chiamati anche **stramazzi Francis**, in onore del ricercatore che ha eseguito su di essi importanti sperimentazioni, l'efficienza di efflusso si riduce rispetto a quella dello stramazzo *Bazin*. *Francis* verificò che la contrazione laterale su un solo lato verticale comporta una virtuale riduzione della lunghezza della soglia di sbocco in misura approssimativamente equivalente al 10% del carico. Definita con L la lunghezza dello stramazzo, se la contrazione si ha su un solo lato verticale, la lunghezza dello stramazzo deve essere ragguagliata con la seguente: $(L - 0,1 \cdot h)$, mentre se la contrazione si ha su entrambi i lati verticali, la lunghezza dello stramazzo deve essere ragguagliata con la seguente: $(L - 0,2 \cdot h)$. Le formulazioni delle portate tracimanti, con coefficiente di efflusso simile a quello dello stramazzo *Bazin*, si specializzano in:

$$Q = \mu \cdot h \cdot (L - 0,1h) \cdot \sqrt{2g \cdot h} \quad \text{per luce contratta su un solo lato verticale} \quad (J.7)$$

$$Q = \mu \cdot h \cdot (L - 0,2h) \cdot \sqrt{2g \cdot h} \quad \text{per luce contratta su entrambi i lati verticali} \quad (J.8)$$

³ Cfr. Pezzoli G. (2003)



Per piccole portate sono particolarmente utili gli stramazzi in parete sottile a contrazione completa di forma triangolare isoscele (cfr. figura J-10-b), la cui portata di sbocco è data dalla seguente formulazione:

$$Q = \frac{4}{15} \mu \cdot B \cdot h \cdot \sqrt{2g \cdot h} \quad (\text{J.9})$$

con B pari alla lunghezza della luce alla sua sommità.

Per tali stramazzi $\mu = 0,62 \div 0,64$ e dipende molto dalla quota del vertice dello stramazzo rispetto al fondo, dalla larghezza del canale in cui è ricavato lo stramazzo, dall'eventuale velocità della corrente di arrivo.

Un altro tipo di stramazzo a contrazione completa in parete sottile è lo **stramazzo Cipolletti**, di forma trapezia, con i bordi laterali inclinati con pendenza pari a $1/4$ e la soglia orizzontale (cfr. figura J-10-c). Tale stramazzo è stato ideato da *Cipolletti* con lo scopo di compensare l'effetto riduttore della contrazione sui laterali di uno stramazzo *Francis* di lunghezza L , mediante luci triangolari aggiuntive.

Ne deriva una formulazione della portata di efflusso identica alla (J.5), in cui la larghezza della sezione di efflusso non dipende più, come per gli stramazzi rettangolari a contrazione completa, dal carico h . Il coefficiente di efflusso nello stramazzo *Cipolletti* è identico a quello dello stramazzo *Bazin*.

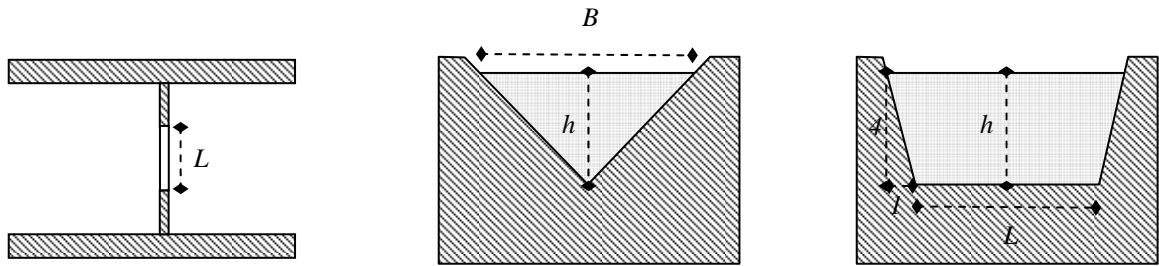


Figura J-10: Stramazzi a spigolo vivo e a contrazione completa: a) stramazzo *Francis* (vista planimetrica); b) stramazzo *Thomson* (vista frontale); c) stramazzo *Cipolletti* (vista frontale).

Bibliografia

ACER

Downstream hazard classification guidelines
Technical Memorandum n.11, Bureau of Reclamation, US Dept of Interior, Denver (1988)

ARMANI G.P.

La gestione delle casse d'espansione
La progettazione della difesa idraulica
Ed. BIOS Cosenza (2001)

AUTORI VARI

Atlante delle opere di sistemazione fluviale
APAT – www.apat.it - (2004)

BACCHI B. & BRATH A.

Stima delle leggi di attenuazione delle massime portate in assegnata durata
L'Energia Elettrica, 67(4) (1990)

BALLARIN C., MAIONE U., MIGNOSA P., TOMIROTTI M.

Una metodologia di stima indiretta degli idrogrammi sintetici per il progetto di opere di difesa idraulica del territorio
La progettazione della difesa idraulica: interventi di laminazione controllata delle piene fluviali
BIOS – Cosenza (2001)

BARTOLDUS C.C., GARBISCH E.W., KRAUS M.L.

Evaluation for Planned Wetlands
Environmental Concern Inc., USA (1994).

BEALE E. M. L.

Cluster Analysis
Scientific Control Systems Ltd, London, (1969)

BERAN M., HOSKING J.R.M., ARNELL N.

Comment on –Two component extreme value distribution for flood frequency analysis- by F.Rossi, M.Fiorentino e P.Versace
Water Resources Research, 22(2) (1986)

BERTUZZI P., COUSSIGNAC J.M., STENGEL P., MOREL G., LORENDEAU J.Y., PELLOUX G.

An automated noncontact laser profile meter for measuring soil roughness in situ
Soil Science, 149(3) (1990)

BERTUZZI P., RAUWS G., CORRAULT D.

Testing roughness indices to estimate soil surface roughness changes due to simulated rainfall.
Soil and Tillage Research, 17 (1990)

BORSELLI L.

Capacità d'invaso idrico superficiale: dinamica, misura e stima
Rivista d'Irrigazione e Drenaggio, 48(2) (2001)

BOUSSINESQ J

Essai sur la théorie des eaux courantes
Mémoires présentées par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut National de France, vol.23, n.1 (1877)

BOX, G. E. P. AND JENKINS, G.

Time Series Analysis: Forecasting and Control,
Holden-Day (1976).

BROOKS R.H. AND COREY A.T.

Properties of porous media affecting fluid flow
J. Irrig. Drainage Div. A.S.C.E. IR2 (1966)

BROOME S.W.

Creation and Restoration of Tidal wetlands of the Southeastern United States in Kusler J.A. and Kentula, M.E.
Wetland Creation and Restoration. The Status of the Science. Island Press, Washington DC, USA (1990).

BROWN S., BRINSON M.M., LUGO, A.E.

Structure and Function of Riparian Wetlands
Johnson, R.R. & McCormick, J.F. (Eds) Strategies for Protection and Management of Floodplain Wetlands and Other Riparian Ecosystems, US Department of Agriculture, Washington, DC, 17-31 (1979).



- BRUTSAERT W.
Evaporation into the Atmosphere
Kluwer Academic Publisher (1982)
- BURWELL R.E., ALLMARAS R.R., AMEMYIA M.
A field measurement of total porosity and surface microrelief of soil
Soil Sci. Soc. Am. Proc. J., 27 (1963)
- CALDER I.R.
A stochastic model of rainfall interception
J. Hydrology, 89 (1986)
- CALDER I.R.
Rainfall interception and drop size – development and calibration of the two-layer stochastic interception model
Tree Physiology, 16 (1996)
- CANUTI P., MOISIELLO U.
Indagine regionale sulle portate di massima piena di Liguria e Toscana
Geologia applicata e idrogeologia, vol.15 (1980)
- CANUTI P., MOISIELLO U.
A method for estimating the peak discharge through the records of mean daily discharge. Regional flood frequency analysis.
Proceedings of the international symposium on flood frequency and risk analyses, 1986, Louisiana State University, Baton Rouge, U.S.A., V.P. Singh Editor, Dordrecht, D. Reidel Publishing Company (1987)
- CARRAVETTA R.
Contributo sperimentale allo studio di falde a superficie libera in moto vario.
Atti del V Convegno di Idraulica, Torino (1996)
- CHAKRAVARTI, LAHA, AND ROY
Handbook of Methods of Applied Statistics, Volume I,
John Wiley and Sons, (1967)
- CHAMBERS JOHN, WILLIAM CLEVELAND, BEAT KLEINER, AND PAUL TUKEY
Graphical Methods for Data Analysis,
Wadsworth (1983).
- CHEN, C.L.
Unified theory on power laws for flow resistance
Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 3, (1991)
- CHOW V. T., MAIDMENT D.R., MAYS L.W.
Applied Hydrology
New York, McGraw-Hill Book Company (1988)
- CLARK C.O.
Storage and the unit hydrograph
American Soc. Civ. Engin., Vol. 110 (1945)
- COLES, D.
The law of the wake in the turbulent boundary layer
Journal of Fluid Mechanics, Vol. 1, No. 2 (1956).
- COMMONS C.G.
Flood hydrographs
Civil Engineering, vol.12 (1942)
- CONSUEGRA D, JATON J.F., WISNER P
Etude comparative de différentes fonctions d'infiltration
Ottawa, Université d'Ottawa (1984)
Losanna, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (1985)
- COPERTINO V. A., FIORENTINO M.
Valutazione delle piene in Puglia
CNR-GDDCI, pubbl. n.1437, La Modernissima, Lamezia Terme (CZ) (1994)
- COTECCHIA F.
Rapporto tra la portata massima giornaliera e quella al colmo nelle piene dei corsi d'acqua italiani.
L'Energia Elettrica, vol.42, n.9 (1965)
- COWAN W.L.
Estimating Hydraulic Roughness Coefficients
Agricultural Engineering, vol.37, n.7 (1956)
- CRITES, R.W.
Design criteria and practice for constructed wetlands
Water Science and Technology, Vol.29, No.4 (1994)
- CURRENCE H.D., LOVELY W.G.
The analysis of Soil Surface Roughness
Transaction of the ASAE, 13 (1970)
- DA DEPPO L.
Casse di espansione fluviali: aspetti costruttivi
Atti del Corso di Aggiornamento del Politecnico di Milano "La difesa idraulica dei territori fortemente antropizzati" – Milano, 1997 – Editoriale BIOS, Cosenza (1997)
- DA DEPPO L. & DATEI C.
Opere accessorie dei grandi serbatoi
La progettazione della difesa idraulica – Interventi di laminazione controllata delle piene – Ed. BIOS – Cosenza (2001)
- DA DEPPO L. & DATEI C.
Traverse fluviali, stabilità alla filtrazione
La difesa idraulica delle aree urbane – Ed. BIOS – Cosenza (2002)



- DA DEPPO L. & DATEI C.
TSistemazione dei corsi d'acqua
Manuale di ingegneria civile e ambientale - Zanichelli / ESAC (2003)
- DAL CIN L., BENDORICCHIO G., COFFARO G.
Linee guida per la ricostruzione di aree umide per il trattamento di acque reflue
ANPA - Manuali e Linee Guida, 9/2002 (2002)
- D'ALPAOS L.
Sul dimensionamento di un invaso ad uso esclusivo di piena
L'Energia Elettrica n.3 (1979)
- DAUSSE M.
De la pluie et de l'influence des forets sur les cours d'eau
Ann. Ponts et Chaussées, marzo-aprile (1842)
- DE MARCHI G.
Saggio di teoria del funzionamento degli stramazzi laterali (o sfioratori longitudinali)
L'Energia Elettrica, n.XI (1934)
- DE MARCHI G.
Sull'onda di piena che seguirebbe al crollo della diga di Cancano. Prove su modello per il tronco fluviale dalla diga a Ponte Cepina – Calcolo per il tronco da Ponte Cepina a Tirano
L'Energia Elettrica, vol.22, agosto, settembre, ottobre (1945)
- DE MARTINO G., DE PAOLA F., GIUGNI M., FONTANA N.
Hydraulic design of on stream floodplain storages
New Trends in Water and Environmental Engineering for Safety and Life
Maione, Majone Lehto & Monti (eds), Balkema, Rotterdam (2000)
- DE MARTINO G. & FONTANA N.
Gli scaricatori di piena: aspetti idraulici e ambientali
La difesa idraulica delle aree urbane – Ed. BIOS – Cosenza (2002)
- DLWC - DEPARTMENT OF LAND AND WATER CONSERVATION NEW SOUTH WALES
The Constructed Wetland Manual, Vol. 2
Department of Land and Water Conservation New South Wales, Australia (1998).
- DOOREBOS J., PRUITT W.O.
Guidelines for predicting crop water requirements
FAO Irrigation and Drainage Paper, n.24, Roma, FAO (1977)
- EAGLESON P.S.
Dynamic Hydrology
N.Y.McGraw-Hill (1970)
- EL KHASHAB A. M. M., SMITH K. V. H.
Experimental Investigation of Flow over Side Weirs
Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 102(9) (1976)
- EPA (UNITED STATES ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY)
Constructed Wetlands Treatment of Municipal Wastewaters
EPA/625/R-99/010, Cincinnati, Ohio, USA (2000).
- FANTOLI G.
Sul passaggio dell'onda di piena nella supposta rotta di un serbatoio
Annali delle Acque Pubbliche, fasc. 1 (1925)
- FAO.
La erosión del suelo por el agua
Roma (1967)
- FERRARI E., VERSACE P., VILLANI P.
Terzo livello di analisi regionale delle piene in Calabria
Previsione e prevenzione degli eventi ideologici estremi e loro controllo, Rapporto 1988, CNR-GNDICI, Cosenza (1990)
- FERRARI E. E VERSACE P., GRUPPO NAZIONALE PER LA DIFESA DALLE CATASTROFI IDROGEOLOGICHE
La valutazione delle piene in Italia
CNR Consiglio Nazionale delle Ricerche (1994)
- FIORENTINO M.
La valutazione dei volumi di piena nelle reti di drenaggio urbano
Idrotecnica (3) (1985)
- FIORENTINO M., GABRIELE S., ROSSI F., VERSACE P.
Hierarchical approach for regional flood frequency analysis in regional flood frequency analysis
D.Reidel, Dordrecht, Holland (1987)
- FULLER W.E.
Flood Flows
Transactions Amer. Soc. Civil Engineering, vol.77 (1914)
- GASH J.H.C.
An analytical model of rainfall interception by forests
Q.J.L. Meteorol. Soc. 105 (1979)
- GASH J.H.C., LLOYD C.R. LAUCHAUD C.
Estimating sparse forest rainfall interception with an analytical model
J. Hydrol. 170 (1995)
- GATE
Helping people in poor countries develop fuel-savings cookstoves
Deutsches Zentrum fuer Entwicklungstechnologien (1980)



- GEARHART R.A. & FINNEY B.A.
Criteria for Design of Free Surface Constructed Wetlands Based Upon A Coupled Ecological and Water Quality Model
Proceedings of 5th International Conference on Wetland Systems for Water Pollution Control, IAWQ, Vienna (1996).
- GIANDOTTI M.
Previsione delle piene e delle magre nei corsi d'acqua
Ministero dei LL.PP. – Servizio Idrografico Italiano – Memorie e studi idrografici, vol.8, Roma (1934).
- GIANDOTTI M.
Previsione empirica delle piene in base alle precipitazioni meteoriche, alle caratteristiche fisiche e morfologiche dei bacini. Applicazione del metodo ad alcuni bacini dell'Appennino Ligure.
Ministero dei LL.PP. – Servizio Idrografico Italiano – Memorie e studi idrografici, vol.10, Roma (1940).
- GIUGNI M. & FONTANA N.
Sulla determinazione della linea d'infiltrazione all'interno di un argine fluviale
L'acqua, n.5 (1999)
- GRAEME M. SMART & MARTIN N.R. JAEGGI.
Sedimenttransport in steilen gerinen
Nr. 64 Mitteilungen der Versuchsanstalt fuer Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie Technischen Hochschule Zuerich Herausgegeben von Prof. Dr. D. Vischer. Zuerich (1983)
- GRAF, W.H. & ALTINAKAR, M.S.
Fluvial Hydraulics: Flow and transport processes in channels of simple geometry.
Wiley, Chichester, England
ISBN 0-471-97714-4 (1998)
- GRANGER AND HATANAKA
Spectral Analysis of Economic Time Series
Princeton University Press (1964).
- GREEN W.H. & AMPT G.A.
Studies of soil physics Part I, The flow of air and fluids through the soil
Jour. Agric. Sci. 4 (1911)
- HALL, R.L. AND I.R. CALDER
Modelling interception from Kandyan forest garden; dependence on rainfall intensity and drop size.
In Proc. Phase I Review Seminar Workshop of the ODA Forestry Programme. Eds. J. Burley, H.P.M. Gunasena and J. Vincent. UPOFI. Link Project, University of Peradeniya, Sri Lanka. In press.
- HAMMER, D.A.
Constructed Wetlands for Wastewater Treatment
LEWIS PUBLISHERS, CHELSEA, USA (1989).
- HELVEY J.D. AND PATRIC J.H.
Canopy and litter interception of rainfall by hardwoods of eastern United States
Water Resource Research, 1 (1965)
- HORTON R.E.
Derivation of runoff from rainfall data
Trans. American Soc. Civ. Eng., vol 77 (1914)
- HORTON R.E.
Rainfall interception
Monthly Weather Rev., vol. 47 (1919)
- HORTON R.E.
The role of infiltration in the hydrologic cycle
Trans. Am. Geophys. Union, vol 14 (1933)
- HUANG C., WHITE I., THWAITE E.G., BEDELI A.
A noncontact laser system for measuring soil surface topography.
Soil Science Society of America Journal, 54 (1988)
- HUANG C., BRADFORD J.M.
Application of a laser scanner to quantify soil microtopography
Soil Science Society of America Journal, 54 (1992)
- JAPPELLI R.
Costruzioni di materiali sciolti
Manuale di ingegneria civile e ambientale - Zanichelli / ESAC (2003)
- JENKINS AND WATTS
Spectral Analysis and Its Applications
Holden-Day (1968)
- KADLEC, R.H. & KNIGHT, R.L.
Treatment Wetlands
CRC Press-Lewis Publishers, New York (1996).
- KIRONOTO B. & GRAF W.H.
Turbulence characteristics in rough uniform open channel flow
Proc. Institute Civil Engineering, Water, Maritime & Energy, vol. 106 (1993)
- KIRPICH Z.P.
Time of concentration of agricultural watersheds
Civil Engineering, vol.10, n.6 (1940)
- KITTREDGE J
Forest Influences, Interception and Stemflow, chap. XI,
McGraw-Hill, New York (1948)
- KNAPP, F.H.
Ausfluss ueberfall und durchfluss im wasserbau
Verlag G. Braun, Karlsruhe (1960)



- LAZZARI E.
Studio probabilistico delle piene con particolare riferimento ai corsi d'acqua della Sardegna
L'Energia Elettrica, Milano, vol.44, n.4 (1967)
- LAZZARI E.
Prédétermination des crues par étude statistique
Société Hydrotechnique de France – X^{mes} Journées de l'Hydraulique –
Question I, Rapport 5, Parigi (1968)
- LEOPOLD L.B. & MADDOCK T. JR.
The hydraulic geometry of stream channels and some geomorphologic implications.
U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. n.252 (1953)
- LEWIS J.C & BUNCE E.W.
Rehabilitation and Creation of Selected Coastal Habitats: Proceeding of a Workshop.
U.S. Fish and Wildlife Service (1980).
- LIU S.G.
A new model for prediction of rainfall interception in forest canopies
Ecol. Modell. 99 (1997)
- MAIONE U.
Appunti di idrologia: le piene fluviali
La Goliardica Pavese (1981)
- MAIONE U. & RIBONI V.
Le casse d'espansione
La difesa idraulica delle aree urbane
Ed. BIOS Cosenza (2002)
- MARCHI E.
Un criterio per la verifica alla filtrazione delle arginature in terra.
Giornale del Genio Civile (1957)
- MARONE V.
Calcolo di massima dell'effetto di laminazione di un serbatoio sulle piene.
L'Energia Elettrica n.10 (1964)
- MARONE V.
Calcolo di massima di un serbatoio di laminazione.
L'Energia Elettrica n.9 (1971)
- MARSHALL J.S. & PALMER W.M.
The distribution of raindrops with size
J. Meteorol. 5 (1948)
- MATALAS N.C., SLACK J.R., WALLIS J.R.
Regional skew in search of a parent
Water Resources Research, vol. 11, n.6 (1975)
- MATTOS R.
Pequenas obras hidraulicas
<http://www.unesco.org.uy/phi/libros/obrashidraul/>
IHH – PHI UNESCO (1999)
- MIGNOSA P.
Casse di espansione: aspetti idrologici e idraulici
Sistemazione dei corsi d'acqua: metodi avanzati nella progettazione di interventi di ingegneria naturalistica
Ed. BIOS Cosenza (2000)
- MILLY P.C.D.
Moisture and heat transport in hysteric, inhomogeneous porous media: a matrix head based formulation and numerical model
Water Resources Research 18 (1982)
- MOISELLO U. & PAPIRI S.
Relazione tra l'altezza di pioggia puntuale e ragguagliata
Atti del XX Convegno d'Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Padova, 8-10 settembre (1986)
- MOISELLO U.
Idrologia tecnica
La Goliardica Pavese (1998)
- MONTALDO N., TONINELLI V., MANCINI M., ALBERTSON J.D., TROCH P.A., ROSSO R.
Estimation of actual evapotranspiration and Soil Moisture in the Pieve Vergonte case study
Technical Report n.10, University of Brescia (2001)
- NASH E. J.
A unit hydrograph study, with particular reference to British catchments.
Proc. Institution of Civil Engineers, vol. 17 (1960).
- NATALE L., FENAROLI G.
Portate al colmo con assegnato tempo di ritorno dei piccoli bacini italiani
Bergamo, I quaderni dell'ISMES (1988)
- NEGRI A.J., ALDER R.F., WETZEL P.J.
Rain estimation from satellites: an examination of the Griffith-Woodley technique.
Journal of Applic. Meteorol., 23 (1984)
- NERC (NATIONAL ENVIRONMENTAL RESEARCH COUNCIL)
Flood studies report, v.1, London, 1975
- NEZU, I., & RODI, W.
Experimental study on secondary currents in open channel flow
Proc., 21st Congress of IAHR, Melbourne, Australia, Vol. 2, (1985).
- NEZU, I., & RODI, W.
Open-channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer
Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 112 No.5 (1986).



O' KELLY J.J.

The employment of the unit-hydrographs to determine the flows of Irish arterial drainage channels.
Institute Civil Engineering (Ireland), Proc. Vol.4, n.3 (1955)

PARLANGE M.B., ALBERTSON J.D., EICHINGER W.E., CAHILL A.T. AND JACKSON T.J.

Evaporation: Use of fast response turbulence sensors, raman lidar and passive microwave remote sensing

Vadose Zone Hydrology: Cutting Across Disciplines, M.B. Parlange and J.W. Hopmans (eds.), Oxford University Press, 260-278, (1999).

PELLEGRINO A.

Principi di Geotecnica
ILARDO, Napoli (1993)

PELLEGRINO A.

Appunti integrativi di Principi di Geotecnica
ILARDO, Napoli (1993)

PELLEGRINO A. & AVERSA S.

Principi di geotecnica
Manuale di ingegneria civile e ambientale - Zanichelli / ESAC (2003)

PENMAN H.L.

Natural evaporation from open water, bare soil, and grass.
Proc. R. Soc. London A. vol. 193 (1948)

PERSSON, J., SOMES N.L.G., WONG T.H.F.

Hydraulic Efficiency of Constructed Wetlands and Ponds
J. of Water, Science and Technology, Vol. 40, N°3 (1999)

PEZZOLI G.

Foronomia e misure idrauliche
Manuale di ingegneria civile e ambientale - Zanichelli ESAC (2003)

PIANESE D. & ROSSI F.

Curve di possibilità di laminazione delle piene
Giornale del Genio Civile n.4-5-6 (1986)

PILIP J.R.

The teory of infiltration I, the infiltration equation and its solution
Soil Sci. vol. 83 (1957)

PULCI DORIA GUELFO

Metodologie moderne di misure idrauliche e idrodinamiche
CUEN (1992)

QUIGNONES R.

Sull'idrogramma di piena prodotto col metodo della corrivazione
Giornale del Genio Civile, settembre-ottobre (1968)

RASULO G., GISONNI C.

Metodi per determinare le massime portate pluviali
Centro Studi Deflussi Urbani, Milano, Hoepli (1997)

RAWLS W., BRAKENSIEK D.L., MILLER N.

Green-Ampt Infiltration Parameters from Soils Data
Journal of the Hydraulic Division, Proc. Am. Soc. Civ. Eng. Vol.109, n.1 (1983)

REED, S.C., MIDDLEBROOKS, E.J., CRITES, R.W.

Natural Systems for Waste Management and Treatment
Mc-Graw-Hill Book Company, New York (1988).

RIBONI V.

Casse d'espansione fluviali: la pianificazione, il progetto, la gestione
La progettazione della difesa idraulica
Ed. BIOS Cosenza (2001)

RICHARDS L. A.

Capillarity conduction in of liquid through porous medium
Physics, 1 (1939)

ROCHE M.

Hydrologie de Surface
Gauthier-Villars, Parigi (1963)

RODRIGUEZ-ITURBE I. & VALDÉS J.B.

The Geomorphologic Structure of Hydrologic Response
Water Resources Research, Vol.15, n.6 (1979)

ROSSI F., FIORENTINO M., VERSACE P.

Two component extreme value distribuition for flood frequency analysis
Water Resources Research, 20(7) (1984)

ROSSI F., VILLANI P.

Valutazione delle piene in Campania- Cap.4
Gruppo Nazionale per la Difesa dalle Catastrofi Idrogeologiche – CNR, Salerno (1994)

ROSSO R.

Nash model relation to Horton order ratios
Water Resource Research 20(7) (1984)

ROSSO R.

La previsione del rischio alluvionale: regime di piena e portate temibili
La sistemazione dei corsi d'acqua – Ed. BIOS - Cosenza (Italy) - (1996)

RUSSO M., DE BLASIO A., FORNACIARI C., DI LORETO E., LIBERI L.

Norme tecniche per la raccolta e l'elaborazione dei dati idrometeorologici
Edito dal SIMN



- RUTTER A.J., KERSHAW K.A., ROBINS P.C., MORTON A.J.
A predictive model of rainfall interception in forests, I, Derivation of the model from observations in a plantation of Corsican pine.
 Agric. Meteorol., 9 (1971)
- RUTTER A.J., MORTON A.J., ROBINS P.C.
A predictive model of rainfall interception in forests, II, Generalization of the model and comparison with observations in some coniferous and hardwood stands.
 J. Appl. Ecol., 12 (1975)
- RUTTER A.J., MORTON A.J.,
A predictive model of rainfall interception in forests, III, Sensitivity of the model to stand parameters and meteorological variables.
 J. Appl. Ecol., 14 (1977)
- SCHLICHTING, H. & GERSTEN, K.
Boundary-Layer Theory.
 Springer-Verlag, Berlin, Germany.
 ISBN 3-540-66270-7 (2000).
- SNEDDON J., CHAPMAN T.G.
Measurement and analysis of depression storage on a hillslope
 Hydrological Processes, 3 (1989)
- SNEDECOR, GEORGE W. AND COCHRAN, WILLIAM G.
Statistical Methods, Eighth Edition
 Iowa State University Press (1989).
- SOIL CONSERVATION SERVICE
Urban hydrology for small watersheds
 Technical Release n.55, Washington DC (1975)
- STEPHENS, M. A.
EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons,
 Journal of the American Statistical Association, Vol. 69 (1974)
- STEPHENS, M. A.
Asymptotic Results for Goodness-of-Fit Statistics with Unknown Parameters
 Annals of Statistics, Vol. 4, (1976)
- STEPHENS, M. A.
Goodness of Fit for the Extreme Value Distribution
 Biometrika, Vol. 64, (1977)
- STEPHENS, M. A.
Goodness of Fit with Special Reference to Tests for Exponentiality
 Technical Report No. 262, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, CA. (1977)
- STEPHENS, M. A.
- TONINI D., BIXIOV., DELLA LUCIA D.
Rapporto regionale: Veneto – Trentino – Venezia Giulia
 Atti Convegno “L’Idrologia e la sistemazione dei piccoli bacini”, Roma (1971)
- TONINI D.
Elementi per l’elaborazione statistica dei dati caratteristici dei corsi d’acqua, con particolare riferimento agli eventi rari.
 L’Energia Elettrica, vol.16, nn. 3-4-5 (1939)
- TORRES D.S., PORRA J.M., CREUTIN J.D
A general formulation for rain drop size distribution.
 J. Appl. Meteorol. 33 (1994)
- VAN DIJK A.I.J.M, BRUIJNZEEL L.A.
Modelling rainfall interception by vegetation of variable density using an adapted analytical model. Part2. Model validation for a tropical mixed cropping system.
 Journal of Hydrology 247, (2001)
- VAN GENUCTEN M.T.
A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils
 Soil Sci. Soc. Am. J. vol.44, (1980)
- VARNES ET ALII
Landslide hazard zonation – a review of principles and practice
 IAEG Commission on Landslides
 UNESCO Paris (1984)
- VIPARELLI C.
Ricostruzione dell’idrogramma di piena
 Istituto di Idraulica dell’Università di Palermo (1961)
- VISENTINI M.
Sulla determinazione delle portate di massima piena
 L’Energia Elettrica, vol.15, n.2 (1938)
- WALTON W.E., SCHREIBER E.T., MULLA M.S.
Distribution of Culex tarsalis Larvae in a Freshwater Marsh in Orange County, California.
 Journal of the American Mosquito Control Association, 6 (1990).



WATSON, J.T. & HOBSON, J.A. (1989)

Hydraulic Design Considerations and Control Structures for Constructed Wetlands for Wastewater Treatment.

Hammer, D.A. (Ed.) *Constructed Wetlands for Wastewater Treatment*,

Lewis Publishers, Chelsea, USA (1989)

WATSON, J.T., REED, S.T., KADLEC, R.H., KNIGHT, R.L., WHITEHOUSE, A.E.

Performance expectations and loading rates for constructed wetlands.

D.A. Hammer (Ed.) *Constructed Wetlands for Wastewater Treatment.*

Lewis Publishers, Chelsea, USA (1989).

XIAO Q., MCPHERSON E.G., USTIN S.L., GRISMER M.E.

A new approach to modelling tree rainfall

Journal of Geophysical Research, vol.105, n.D23, (2000)